

비고츠키 이론의 수학교육적 적용에 관한 연구

조 윤 동* · 박 배 훈**

1. 서 론

지금까지의 수학교육에 관한 이론을 보면 수학(지식)에 대한 절대주의적 관점을 토대로 하고 있는 주입 또는 회상식의 교수-학습, 피아제(Piaget)의 이론을 바탕으로 한 구성주의, 수학 지식은 본질적으로 개인이 구성한다는 입장을 한층 강조하는 급진적 구성주의, (급진적)구성주의에서 출발하여 비고츠키(Выготский)의 관점을 받아들였다는 상호작용주의와 같은 것들이 있다. 절대주의적 관점 이외의 것들은 모두 수학지식은 상대적이라는 지식 상대주의에 그 근거를 두고 있다. 여기서 절대적 관점은 객관적인 물적 세계와 동떨어지고 또한 개인의 의식을 뛰어넘는 '정신 일반'이 세계의 모든 것의 근원이라는 객관적 관념론에 뿌리를 두고 있고, 상대주의 관점은 개인의 의식이야말로 그 자체뿐만 아니라 물적 세계에 대한 근원이라는 주관적 관념론에 근거하고 있다. 교수-학습 측면에서 전자의 경우는 학습에서 학생의 능동성이 무시되고, 후자의 경우는 발달에서 학습의 역할이 경시됨으로써 교사의 역할을 소홀히 여기게 된다.

관념론과 대비되는 입장은 지식에 대한 객관성을 주장한다. 이것이 비고츠키의 입장과 일치하는 시각이다. 물질세계는 우리의 감각이나 의식과 독립하여 존재한다는 것이 유물변증법의 관점이다. 물질에 근거하고, 그것의 존재를 보장하는 운동으로부터 얻는 지식은 객관적일 수밖에 없다. 이 관점은 지식은 본래부터 사람의 머리 속에 있던 것이 상기되어 구성된다거나 정신의 활동을 통해 발명된다는 것과 다르다. 이런 인식에 근거를 두고 전개되는 비고츠키의 이론은 교육에 대해서 앞의 여러 이론과 다른 시사점을 제공한다. 학습이 발달을 주도한다는 생각, 근접발달영역(ZPD)¹⁾과 내면화, 학습의 기초로서 모방에 대한 적극적인 해석, 교수와 학습 그리고 교사와 학생의 관계에 새로운 시각을 제공하는 단위분석 등이 그것들이다.

이것들이 수학교육에서 어떻게 전개될 수 있는지 살펴보기 위하여 다음과 같은 주제를 중심으로 기술하고자 한다: 진리는 객관적이라는 것을 전제로 수학지식의 객관성을 보증하고 그러한 관점을 바탕으로 수학지식의 교수-학습 방법의 방안을 찾고자 한다; 유물변증법에 바탕을 둔 비고츠키의 분석 방법으로서 단위분석

* 여의도고등학교(제1저자)

** 교원대학교(제2저자)

1) 혼자서 문제를 해결하는 것으로 결정되는 실제적 발달수준과 어른의 안내나 좀더 능력 있는 또래들과 협력하여 문제를 해결하는 것으로 결정되는 잠재적 발달수준 사이의 영역(비고츠키 1978, 86쪽).

이 수학교육에서는 어떻게 전개될 수 있는지를 수학 교수-학습 측면에서 규명한다; ZPD의 개념과 관련하여 내면화를 이루는데 있어서 중재 수단의 의의와 모방에 대한 재조명을 바탕으로 교사는 어떠한 역할을 해야 하는가, 교과서와 교사용 지도서의 구성 원칙은 어떠해야 하는지를 제시한다.

II. 비고츠키 이론의 이해

1. 변증법적 유물론과 비고츠키 이론

비고츠키 이론의 핵심 가운데 하나는 인간은 역사적, 문화적 세계의 산물이므로 어린이들을 이해하려면 그들이 성장해 가는 역사, 문화, 관습적 상황들을 함께 이해해야 한다는 것이다. 이에 대한 토대를 제공하는 것이 변증법적 유물론과 사적(史的) 유물론이다. Rosa와 Montero (1990)는 “대부분 비고츠키 심리학은 변증법적 유물론과 사적 유물론을 심리학 영역에 적용한 것이다”(59쪽)라고 정리하였다. 비고츠키는 이러한 심리학을 바탕으로 교육과 관련된 개념인 내면화와 ZPD를 발전시켰다.

Wertsch(1999)는 비고츠키가 진행한 연구의 기초를 “비고츠키 이론의 핵심을 구성하는 세 가지 주제는 첫째 발생적 또는 발달적 접근방법에 대한 신뢰이며, 둘째 개인내의 고등정신 과정이 사회적 과정에 기원을 두고 있다는 주장이며, 셋째 정신과정은 우리가 그것을 매개하는 기호나 도구를 이해해야만 비로소 이해될 수 있다는 것이다”(24-25쪽)로 정리하고 있다. 이로부터 비고츠키는 사회적 과정이라는 물적 토대를 정신에 대하여 일차적인 것으로 두고 변화와 발달의 관점에서 연구하였다는 것을 알 수 있다. 이처럼 비고츠키 이론의 바탕에는 유

물변증법이 가로놓여 있다. 이것을 비고츠키는 내면화 과정을 설명하는 가운데 잘 드러내고 있다.

고등심리기능이 나타나는 과정에 대하여 비고츠키(1978)는 “어린이의 문화적 발달에서 모든 기능은 두 수준에서 나타난다. 첫 번째로 사회적 수준에서 나타나고, 그 다음에 심리적 수준에서 나타난다. 첫 번째로 개인간 심리적 범주로서 사람들 사이에서 나타나고, 그 다음에 개인내 심리적 범주로서 개인 안에서 나타난다”(56쪽)고 하였다. 그렇지만 사회적(개인간) 수준에서 심리적(개인내) 수준으로 옮겨간다는 것이 외부 세계로부터 기능을 수동적으로 받아들이는 것을 의미하지 않는다. 사실 비고츠키는 “내면화는 과정 그 자체를 변환시키고 그것의 구조와 기능을 변화시킨다는 것은 말할 필요도 없다”(1981a, Wertsch와 Stone 1995, 167쪽에서 재인용)라고 말하고 있다. 그는 주체의 능동성에 대해서 비중 있게 다루어야 하고 아울러 그 변화에 주목하기 위해 과정을 중시해야 한다고 하였다.

상황마다 주어지는 인식의 가능성들은 신체, 정신, 역사, 문화적으로 한계가 지어지기 마련이다. 그러므로 대상에 다가갈 때 인식 주관의 일면성을 떨쳐버리기 위한 의도적인 접근 방식이 요구된다. 고찰의 객관성과 전면성을 보장해주는 방법론으로서 유물변증법의 기본법칙을 살펴보자. 이 법칙들은 머리 속에서만 생각된 것이 아니고 자연과 사회 생활로부터 나온 것이어서, 사람들의 의식으로부터 독립하여 존재하는 바의 객관적 법칙을 반영하고 있다(녹두 1986).

먼저 ‘양질(量質)전화’가 있다. 양은 측정될 수 있는데, 양적 변화는 일정한 한도 이상으로 나아가면 대상의 질과 첨예한 모순에 빠진다. 이때 대상, 질이 변화한다. 질적 변화는 비약적

인 변화, 곧 연속성의 단절이 일어나는 그러한 변화이다. 예를 들어 물의 온도가 올라가더라도 섭씨 100도 미만이면 양적으로 구별할 수 있지만 100도에 이르면 물은 질적 변화를 일으킨다. 곧, 끓기 시작한다. 이처럼 양적 변화는 헤겔의 표현을 빌자면 한도(限度; 鰐坂眞 外 1978)를 갖는다. 이 한도 뒤에 오는 것은 질적으로 다르다. 이와 같이 질은 양과 긴밀히 결부되어 있다. 그러나 양과 질의 관련은 일방적인 것은 아니다. 특정한 상황에서 양적 변화는 질적 변화를 가져오고 그 질적 변화는 새로운 양적 변화의 근거로써 작용한다.

‘대립물의 통일’, 그것은 모순이다. 모든 대립은 구별이지만 구별이라고 해서 모두 대립은 아니다. 자연수와 도형, 점과 부피 사이는 구별되지만 내적 연관성이 없는 그냥 다른 것에 불과하다. 대립물의 특징은 서로 배제함과 동시에 존재 기반으로 삼는다는데 있다. 유한과 무한, 미분과 적분 같은 것들이 수학에서 볼 수 있는 대립물의 예이다. 이것들은 한 차원 높은 것 속에서 통일되어 있다. 예를 들어 선분에서 유한(길이)과 무한(점의 수)의 통일이 그것이다. 그리하여 새로운 수학 구조를 만들어내는 바탕이 된다. 대립이 단일성을 배제하는 것이 아니라 단일성의 필요조건이 된다. 모순은 불안정의 원천인 동시에 실존과 안정의 근거를 이룬다.

‘부정의 부정’은 모든 변화와 발전은 현존하는 것의 연속적인 부정에 의해 수행된다는 것을 의미한다. 그런데 이 경우에 “낮은 형태는 붕괴되지 않고 고등 형태 안에 통합된다. 고등 형태의 씨앗은 낮은 형태에 들어있다”(비고츠키 1997b, 89쪽). 이는 초등수학과 고등수학의 관계에서 뚜렷이 드러난다. 이 법칙은 재생산과 발전에서 보이는 단계들이 서로의 관계에서 이미 존재했던 것으로 돌아오는 계기를 포함한다. 곧, 발전의 상승과정은 나선의 형태로 이루어진다.

나선의 곡선은 출발점으로 단순히 되돌아오는 것이 아니라 발전의 새로운 변증법적 순환을 형성한다. 낮은 것 대신에 새로운 것이 등장하고, 그것도 다시 부정되어 더 높은 차원의 것에 흡수된다.

비고츠키(1978)는 능동적인 활동에 의해 일어나는 질적 변화의 과정을 다룰 때 “마지막 단계는 첫 번째 또는 초기 단계와 표현형적 유사성을 가지는데, 만일 우리가 표현형적으로 접근한다면 고등형태와 초등형태를 구별하지 못한다. ... 이러한 세 번째 단계를 연구하는 유일한 방법은 그것들의 모든 특질과 차이를 이해하는 것이다. 곧, 그것의 기원을 이해할 필요가 있다. 발달의 결과가 아니라 고등 형태가 확립된 과정에 집중하는 것이 필요하다”(64쪽)고 하였다. “발달과정에서 고등형태의 외적 특징은 흔히 초등 형태와 닮기”(비고츠키 1997a, 76쪽) 때문에 둘 사이의 질적인 차이를 알아내기 위해서는 과정을 중시해야 했음을 알 수 있다. 발달은 단순히 단일한 변화의 느린 축적, 곧 선형적인 변화와 발달만 있는 것이 아니다 (비고츠키 1987). 선형적인 발달은 인간의 발달을 제대로 설명하지 못한다.

2. 비고츠키 이론의 교육적 시사

ZPD와 내면화의 바탕에는 지식의 객관성이 있다. 객관적으로 존재하는 지식을 사람이 능동적으로 받아들여 다시 조직하는 과정을 설명하는 것이 내면화이고, 그러한 내면화가 이루어지는 시공간적 영역이 ZPD이기 때문이다.

우리의 표상과 사고에서 외적 세계를 바르게 반영하면서 한 사람에게도, 인류 전체에게도 의존하지 않는 내용을 객관적 진리라고 한다. 객관적 진리가 존재한다는 사실은 세계가 물질적일 뿐만 아니라 인식되는 것이기도 하다는

뜻이다. 관념론의 입장에서는 객관적 실재가 그 내용상 사람의 의식에서 독립하여 존재하는 경우는 있을 수 없다고 본다. 사실, 의식에 의해 반영이 이루어지고 상(像)이 형성된다. 그것은 관념적인 것이다. 또한 객관적 실재가 감각 기관에 의해 파악될 때, 감각이 객관적 실재의 완전하고 정확한 상을 만들어내지는 못한다. 그러므로 인식이란 그 자체 안에 상대성의 계기를 포함하는 사회-역사적 과정이다. 어떤 역사적 시기에도 모든 사물과 현상을 알 수는 없다. 그렇더라도 이 주관적인 상은 객관 세계를 반영한 것이다. 반영의 기원, 원천, 내용은 객관적이기 때문이다.

명제는 보편타당해서가 아니라, 바르게 현실을 반영하고 실천에 의해 입증되기 때문에 진리이다. 객관적 진리가 존재한다는 것은, 사물과 바깥 세계에 대한 우리의 지식으로부터 출발하여, 실천을 통해 일반적으로 우리가 기대하는 성과를 얻는다는 사실에서 알 수 있다(녹두 1986). 객관적 내용이 없다면 지식은 실천에서 아무런 의미를 갖지 못하며, 인간의 바깥에 있는 객관적 실재를 얻는데 있어서 도움이 될 수도 없다. 객관적 진리는 상대성과 절대성의 통일체로서 존재하기 때문에 인간의 활동을 가능하게 만든다. 상대적 진리는 보편타당하게 완결되고 완성된 모사가 아닌 역사적으로 제약되고, 정확성에 근접해 가는 인식을 의미한다. 동시에 상대적 진리는 일정 측면에서 대상을 객관적으로 정확하게 모사하는 한에서 절대적 진리의 계기를 포함한다. 그러므로 인식의 상대성은 모사된 대상에 대한 확실한 지식을 결코 배제하지 않는다. 절대적 진리와 상대적 진리는 객관적 진리의 길을 걷는 인식의 운동과정이라는 같은 테두리 안에서 발견되며, 둘 사이의 구별은 대상의 객관적 본성을 얼마나 충분히 알고 깊이 파악하는가에 달려있다(코프닌

1988).

비고츠키(1978)는 ZPD이라는 개념을 통해서 아직 성숙되지는 않았지만 성숙하고 있는, 성숙하게 될 기능을 분명히 하고자 했다. ZPD는 개인간에서 개인내 심리기능으로 전환이 일어나는 역동적인 영역이다. 비고츠키는 교육의 조직화와 이해력의 평가를 위해서 ZPD를 검토하였다. 그는 교육은 실제적 발달수준보다 잠재적 발달수준에 좀더 밀접하게 엮여야 하며 전자의 측정만큼이나 후자의 측정이 중요하다고 하였다. 전자에서 후자로 이행할 때 이른바 내면화가 일어나는데 Vygotsky와 Luria(1993)는 내면화를 “어린이들이 하는 행동이 외적 표현과 동일한 구조나 초점 및 기능을 유지하면서 정신 내부로 변화해 들어가는 것”(Bodrova와 Leong 1999, 49-50쪽에서 재인용)이라고 하였다.

中村(1998)에 따르면 ZPD에 대해 발달에서 교수의 주도적 역할을 강조하는 입장과 ZPD에 적합한 교수의 필요성을 주장하는 입장이 존재한다. 언뜻 보면 두 측면은 모순이 되는 내용을 포함하고 있는 것처럼 보인다. 그렇지만 이런 논리적인 어긋남에도 불구하고 실천에서는 모순 없이 통일적으로 결합되어 수행되고 있다. ZPD의 개념은 발달에서 교수의 주도적 역할만이 아니라 교수의 효과를 매개하는 발달의 내적 조건이 중요함도 지적하고 있다.

ZPD에서 학생은 교사의 안내를 받거나 능력이 있는 또래와 협력하면서 잠재적 발달수준을 달성하게 된다. 안내를 받거나 협력하는 동안에 학생은 자신의 인식 영역의 바깥에서 이루어지고 있는 활동을 모방하면서 배우게 된다. 학생은 학습 과정에서 “먼저 다른 사람과 능동적으로 문제를 해결하는 경험을 한 다음에, 점차 혼자서 문제를 해결하면서 개념을 내면화한다”(Taylor 1993, 6쪽).

비고츠키에 따르면 ZPD 안에서 내면화를 이

루는데 있어서 기호와 상징 체계들이 가장 중요한 역할을 한다. 그는 외적인 활동을 ‘기호-언어로 매개된 사회적 과정’으로 보았다. 이러한 과정이 지닌 속성이 내적 기능의 출현을 이해하는 열쇠를 제공한다고 주장하였다. 그렇지만 Bodrova와 Leong(1999)이 지적했듯이 물리적 도구들도 인간의 능력을 확대하며 인간이 타고난 능력을 넘어서서 여러 가지 일들을 할 수 있게 해 준다. 이러한 기호나 상징 체계 그리고 물리적 도구는 인간이 노동과 의식적인 실천 활동을 통해서 만들어낸 것이다. 이것들이 다시 인간의 인식을 한 단계 더 발달시키는데 쓰이게 된다. 물론 이 과정도 사회-역사적인 계약을 받게 된다.

ZPD에서 내면화를 거쳐 우리가 얻는 것은 지식과 의지의 자기 조절인데, 여기서 지식은 과학개념으로서 지식이고 지식을 스스로 조절한다는 것은 추상적인 것을 구체적인 것으로 상승시켜 가는 것을 말한다. 추상적인 것을 구체적인 것으로 상승시키는 데는 대상을 총체적인 규정 속에서 이론적으로 전유하는 것이 중요하다. 추상에서 구체로 상승하는데 중심이 되는 요소는 일상개념과 대비되는 과학개념의 획득 여부이다. 과학개념을 획득함으로써 체계적인 사고를 하게 되고 대상들을 전체적인 시각에서 조망하는 능력을 갖게 된다.

비고츠키는 ZPD 개념을 기반으로 하는 교육 이론을 학교교육을 통해 확보하고, 검증하여 세우려고 하였기 때문에 교실에서 이루어지는 교육 활동을 연구대상으로 하고 있다. 그러한 활동을 분석하기 위해서는 객관적이고 전면적인 시각을 확보해야 한다. 이를 위해 그는 이론과 방법의 측면에서 부분이지만 전체의 특성을 유지하면서 전체를 대표할 수 있는 것으로서 단위를 분석하는 방법, 곧 단위분석을 채택하고 있다. 단위분석은 적절하게 부분을 분리

하면 그 부분이 전체의 복잡성을 복원할 수 있다고 하는 생각에 바탕을 두고 있다. 단위라고 하는 것은 전체를 역동적으로 반영하고 있는 부분으로서 추상인데 그것은 동시에 전체를 구체적으로 볼 수 있는 것이기도 하다. 그는 단위분석을 “사항이 아닌 과정의 분석, 실제 인과-역동적인 연계와 관계를 드러내면서 그 과정의 외적 특성을 해체시키지 않는 분석, 그래서 결국 기술 분석이 아닌 설명 분석, 시작점으로 돌아가서 ... 모든 발달 과정을 다시 구성하는 발생 분석으로 정리할 수 있다”(1997a, 72 쪽)고 하였다.

분석의 단위가 되기 위한 조건은 다음과 같다. 첫째, 단위는 요소들이 융합되지 않는 혼합된 것이어서는 안 된다. 둘째, 단위는 더 이상 분해해서는 안 되는 통일체이어야 한다. 그것을 요소로 분해하는 것이 가능할지라도 그렇게 하면 단위는 더 이상 생명을 유지하지 못한다. 셋째, 단위는 내적 모순과 대립을 내포하고 있을지라도 통일된 전체의 특징을 유지해야 한다. 넷째, 단위는 전체의 구조적 특징을 보전할지라도 자기 발달을 이루어나갈 수 있어야 한다.

III. 수학 교육에서 수학지식의 객관성이 주는 시사점

수학이 발전해온 과정을 살펴보면 대상을 좀 더 정확하게 설명할 수 있는 이론을 찾는 과정이었다고 볼 수 있다. 대상으로부터 본질을 발견했다고 생각했을 때 그것을 수학적 언어로 표현하게 된다. 그러나 그 지식을 대상에 적용하는 과정에서 정확하게 적용되지 않거나 그 지식이 설명하지 못하는 측면을 발견하게 되면, 그 대상을 다시 관찰하게 된다. 이로부터

새로운 본질이 드러나면 새 이론을 세우거나 이전의 이론을 수정하게 된다. 새로운 본질을 발견하는 것은 수학 자체 안에서만 행해지는 것이 아니라 수학 밖의 다른 영역으로부터도 영향을 받게 된다. 어쨌든 분명한 것은 대상으로부터 발견한 본질은 의식이 부여한 것이 아니라 대상에 본래부터 있던 것이다. 그러므로 이론의 정확성은 대상에 들어있는 본질을 얼마나 정확하게 반영하는가 하는 것에 있다고 할 수 있다.

예를 들어보자. 유클리드 기하학이 공간에 관한 유일하고 필연적인 과학이라는 잘못된 견해는 비유클리드 기하학에 의하여 논박되었다. 그렇다고 하여 유클리드 공간 자체가 소멸된 것은 아니다. 비유클리드 기하학은 단지 우리가 사는 공간은 오로지 유클리드 공간 구조만을 갖는다는 세계관을 뒤흔들어 놓았을 뿐이다. 유클리드 기하학은 공간의 본질을 정확하게 반영하지 못했다. 둘을 아우르는 리만 기하학은 그 이론이 없었을 때도 존재했던 공간을 설명해주고 있다. 비유클리드 기하학이 나타나면서 비유클리드 공간이 생겨난 것은 아니다. 단지 인식의 수준과 물리적인 도구를 비롯한 역사적인 제약으로 인해 유클리드 공간을 절대적인 것으로 받아들였을 뿐이다. 이렇게 진리를 찾는 과정이 역사성을 띠고 있는 사실에서 보면 사고의 불완전성은 객관에서 유래하는 것이 아니라 주관에서 유래하는 것이다. 이 불완전성은 신체의 여러 기관에서 비롯된 것이 아니라 사회관계의 성숙도, 생산의 성격, 사회-정치 체제 등에서 비롯된 것이다. 따라서 그것을 극복하는 것은 단순히 다른 객관적 실재의 필요성에 있는 것이 아니라 주체와 인식의 발전에 결부되어 있다.

수학의 역사에서 보이는 기술적 또는 사회적 기반을 사상(思想)의 흐름에서 변증법적 과정

의 심화와 결부시켜 인식하는 것은 수학에 새로운 추진력과 힘을 부여할 수 있다(라베렌스 1988). 형식논리가 관철되고 있는 학문으로 간주되는 수학을 유물변증법적 시각에서 조명한다는 것은 새로운 느낌을 줄 것이다. 그러나 현실의 수학이 실제로 유물변증법적 과정을 거쳐 발전해 왔음을 본다면 새로운 것이 아님을 알 수 있을 것이다. 왜냐하면 역사 발전 자체가 유물변증법적 과정이고, 그 결과물은 유물변증법이 반영된 것이기 때문이다. 이러한 사실을 인식한다면 수학을 연구하거나 가르칠 때 새로운 방향에서 접근해감으로써 좀더 풍부한 결과를 얻을 수 있을 것이다.

교수-학습을 가치중립적이고 절대적인 지식을 학생에게 부여하는 과정으로 보는 절대주의의 관점, 개념은 정신적 조작인 반영적 추상에 의해 개인적으로 구축된다는 구성주의의 관점, 수학적 지식은 그 자체가 사회-문화적 협의의 산물인 공유된 것으로써 협상을 통하여 공동으로 구성된다고 보는 상호작용주의와 달리 수학에 대해 객관적인 관점을 세우는 것은 유물변증법에 입각한 수학 교수-학습의 분석과 실행의 시각을 제공해준다. 이는 비고츠키의 시각과 일치한다. 인간은 생물학적인 발달에 종속되지 않고 교육을 통해서 생물학적, 사회적, 역사적 한계를 극복하고 발전해왔다. 교육이 인간의 인지 능력을 확대, 심화시켰기 때문이다. 이와 같이 교육에 의한 발달을 적극적으로 해석하여 학습과 발달의 관계에 대한 변증법적 해석, 지식의 객관성을 바탕으로 한 내면화와 ZPD에 대한 개념 설정, 내면화 과정에서 모방이 하는 역할에 대한 긍정적인 평가와 적극적인 활용, 내면화에서 중재도구의 역할, 상위개념과 하위개념의 변증법적 상호작용에서 상위개념의 적극적인 역할을 내세워 교육에 새로운 방향을 제시한 사람이 바로 비고츠키이다.

비고츠키는 학습을 설명하기 위해 ZPD 개념을 도입한다. 이 개념의 기본 테제는 “발달은 가능성을 창출하고, 교육은 그 가능성을 실현시킨다”(1962, 94쪽)는 것이다. 학습이 발달을 이끈다는 그의 견해는 능동적 아동과 능동적 사회 환경이 발달이라는 변화를 이루는데 변증법적 관계를 맺는다고 제안한다. 그의 교육에 대한 접근법은 가장 순수한 형태로서 발견 학습이나 직접 교수법의 하나가 아니라 ‘도움을 받는 발견’(Berk와 Winsler 2000, 147쪽)이라고 할 수 있다. 발견을 위한 기본 조건은 학생이 교사의 안내나 능력 있는 또래와 협동을 통해 자기가 생각하고 있던 것보다 나은 문제해결 전략을 받아들이는 과정으로서 능동적인 모방 과정이다. “어린이의 발달에서 모방과 교수는 주된 역할을 한다. 이것들은 뚜렷하게 인간 정신의 특성을 발휘하게 하며 어린이를 새로운 발달 관계로 이끌어준다”(비고츠키 1962, 105쪽)는 기술은 그가 교육에서 모방을 적극적으로 평가하고 있음을 보여준다. 이와 달리 수학 교육에서 학습과 발달을 같게 보는 관점에서 모방은 기계적 암기와 같은 복제로 대체되어 있고, 학습과 발달은 독립이라는 입장에서는 모방에 대한 가치를 인정하지 않는다.

IV. ZPD와 수학 개념의 이해

개념은 그 개념이 적용된 예를 다루거나 문제를 해결하는 과정에서 그 개념이 어떠한 맥락에서 사용되고 있는가를 확인하고 기능적으로 사용하면서 이해하게 된다. 예를 들면 학생에게 십진법을 직접 가르칠 수는 없다. 수를 쓰고, 더하고, 곱하는 문제를 푸는 방법을 배우고 적용하는 과정을 거치면서 일정한 시점에 이르게 되면, 십진법의 보편개념이 나타나게

된다. “실제로 기능의 직접적인 동화가 일어나고, 나중에 이 동화를 바탕으로 해서 대상을 인식하게 된다”(비고츠키 1997c, 130쪽). “의식과 통제는 한 기능의 발달에서 후기 단계에서야 비로소 나타나는데, 그 이전에도 무의식적이고 자발적으로 쓰이고 연습된다. 한 기능을 의지적으로 통제하려면 먼저 그 기능을 보유해야 한다”(비고츠키 1962, 90쪽).

개념의 이해와 관련하여 내면화의 과정을 네 단계로 나누어 볼 수 있다. 첫째, 학생들이 아예 문제를 파악하지 못하거나 그릇되게 이해하고 있기 때문에 문제를 제대로 해결하지 못한다. 둘째, 학생이 교사와 상호 작용하면서 기능을 숙달한다. 문제를 형식적으로나마 해결할 수 있게 되면서 앞의 수준처럼 제한되지 않는다. 학생이 성공적으로 문제를 해결하기 시작하지만 개념을 완전히 이해하지 못하고 있다. 셋째, 많은 문제해결 과정을 거치면서 개념을 이해하는 수준이 ‘추상에서 구체로 상승한’ 수준에 버금갈 정도로 된다. 그리하여 문제를 해석할 때 더욱 폭넓은 범위에서 적절하게 추론하고 다룬다. 넷째, 이해된 개념을 바탕으로 예상되는 문제 상황을 설정하고 그것을 해결해 나간다. 개념에 대한 이해가 깊어지고 문제해결 능력이 확대되고 문제 상황을 설정하는 범위도 넓어진다.

ZPD를 거쳐 내면화가 달성되는 과정은 학생의 지식, 의식 구조에서 질적으로 한 차원 높은 수준으로 상승하는 과정이다. 질적 변화는 양적 변화를 전제로 하면서 양적 변화의 토대가 된다. 이것이 발전의 과정이다. 발전의 바탕인 질적 변화와 양적 변화 사이의 관계(스토이스로프 1989)를 수학 교수-학습과 관련지어 네 가지로 요약할 수 있다. 첫째, 질적 변화는 그에 상응하는 양적 변화를 통해 준비되어야 한다. 하나의 수학 개념을 형성하게 하거나 형성

하기 위해서는 필요한 만큼 많은 상황에 맞닥뜨려야 한다. 둘째, 질적 변화는 새로운 양적 변화를 요구하는데 이 새로운 양적 변화가 없이는 질적인 성과가 보존되거나 확대, 발전할 수 없다. 새로 얻은 수학 개념을 공고히 하기 위해서는 그 개념에 관련된 문제를 풀거나 그 개념을 포함하는 더 높은 차원의 개념을 익혀야 한다. 셋째, 양적 변화는 일정한 질적 변화에 의해서만 가능하다. 이러한 질적 전화의 결과로 획득한 새로운 개념은 그에 대한 양적 변화를 통해서 다시 새로운 질을 얻기 위한 기초가 된다. 문제 풀이 시간의 단축은 풀이 기법 따위의 개발, 이해에 달려 있음은 한 가지 예라 하겠다. 넷째, 필요한 양적 변화는 그것이 바라지 않던 질적 변화를 일으키지 않는 한계 안에서 의식적으로 수행되어야 한다. 비슷한 문제를 지나치게 많이 푼다거나 문제의 난이도를 급작스럽게 높여 가는 경우 또는 평가에서 쉬운 문제를 많이 내는 경우 학생들은 지겨워하거나 어려워하여 수학을 기피하는 계기가 되는 상황이 발생할 수도 있다.

비고츠키는 내면화와 관련지어 일상 개념과 과학개념의 발달에 관한 실험에서, 과학개념의 영역에서 상위수준의 숙달은 자발적 개념의 수준도 높여준다는 결과를 얻었다. “어린이가 일단 한 가지 유형의 개념에서 의식과 통제를 획득하면 이전에 형성된 모든 개념이 그에 따라 다시 구성된다”(비고츠키 1962, 108쪽). 하위 개념들의 관계가 확고해진 뒤에 상위 개념이 생기는 것이 아니라 상위 개념에 의해 하위 개념들 사이 그리고 상·하위 개념 사이의 관계가 정립된다.

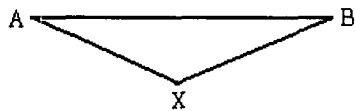
일반적으로 모방은 어린이의 문화 발달에서 기본 경로의 하나이다(비고츠키 1997b). 같은 책에서 비고츠키는 행동주의자들의 시각을 비판하면서 인간의 모방은 동물과 같이 단순히

자극·반응의 관계가 아님을 말하고 있다. 그렇지만 인간에게 고유한 모방도 무엇에 대해서든, 어떠한 방법으로든, 언제든지 일어날 수 있는 것은 아니다. 수학의 발달이 역사적 제약을 받듯이 모방을 통한 개념의 이해도 사람마다 시기에 따른 인식의 제한을 받게 된다. “어린이에게 있어서, 모든 인간에게 고유한 의식의 발생 원천인, 모방을 통한 발달은 기본적인 사실이다. ... 학교에서 교육은 거의 모방에 의거한다”(1987, 茂呂 1999, 153쪽에서 재인용). 어린이들은 학습을 통해서 수준 이동이 이루어지는 발달 기간 동안에 어른(교사)이나 능력 있는 또래의 활동을 모방하면서 학습 내용을 받아들이고 이해하기 때문이다. 학생들은 어떤 용어가 여러 상황 속에서 어떻게 적용되고 있는가를 교사의 도움을 받아 확인하고 스스로 적용해가면서 개념을 이해하는 활동을 하게 된다. 이 활동 과정은 학생이 다른 사람, 특히 교사의 활동을 보고 흉내를 내는 과정이다. 이 과정을 거쳐 참된 개념에 다가가게 되고 그것을 의식적으로 통제하게 된다.

모방을 하려면 알고 있는 것에서 새로운 것으로 옮겨갈 수 있는 수단이 있어야 한다. 이러한 수단의 도움을 받으면 모든 학생은 스스로 할 수 있는 것 이상을 할 수 있다. Schmittau(1993)는 수학교육에서 “본질적인 상호 관계 속에 개념의 객관적 내용을 반영하는 표현 방식으로 교육학적인 매개물을 제시함으로써 과학개념의 점유를 쉽게 해야 한다”(34쪽)라고 말하고 있다. 비고츠키에게 있어서 교육의 역할은 적절한 ZPD를 설정하고 그 영역에 있는 경험을 제공하면서 그 과정을 효율적으로 밟을 수 있도록 중재수단을 제공하는 것이다.

매개물의 사용이 가져다주는 효과에 관한 실험에서 비고츠키(1997a)는 중요한 사실을 확인하고 있다. 자극을 주고 결과(반응)를 직접 유

도하기보다 중재 역할을 하는 매개물로 둘 사이를 연계시키면 훨씬 효과적으로 결과를 끌어낼 수 있다는 것이었다. 이러한 결과로부터 비고츠키는 아래의 모형을 만들었다. 그림에서 자극 A와 반응 B가 직접 연결되는 경우는 동물 실험에서 얻은 결과를 사람에게도 적용할 수 있다는 결론으로 귀착된 반면에, A-X-B로 이어지는 경우는 사람은 스스로 만든 자극에 반응할 수 있다는 결론에 이르게 된다. 다시 말해서 사람은 둘(A, B) 사이를 중재하는 매개물을 만들어 스스로 행동이나 사고를 통제할 수 있다는 것이다. 매개체의 도움으로 어려운 지각된 상황에서 새로운 구조의 중심을 창조하면서 자신의 주의를 발달시킬 수 있다.



이 모형은 ZPD 안에 있지만 지금 당장 할 수 없는 과제가 주어지는 경우에 중재된 활동을 통해서 달성할 수 있다는 가능성을 보여주고 있다. 교육은 중재수단을 의도적으로 만들어 제공함으로써, 바야흐로 발달은 가능성을 창출하고 교육은 그 가능성을 실현한다는 태도에 현실성을 부여할 수 있게 된다. 과학개념은 실제 개념이면서도 보기에 거의 인위적 개념과 같은 방식으로 형성된다. 그러므로 과학개념을 가르칠 때는 중재수단을 사용하는 것은 매우 유용하다.

학생들에게 그들이 이해할 수 있는 어떤 상황을 표현한 용어를 다른 개념이나 상황, 단원과 계속해서 연계를 지어가며, 또 과거의 것을 상기시켜 현재 배우고 있는 것과 관련을 맺어 주면 그들은 적절하게 사용하기 시작한다. 그러는 동안 개념을 이해하게 된다. 다시 말해서 학생들은 중재수단에 의한 모방을 통하여 ZPD

안에 설정된 상위개념을 획득하는 가운데 그때까지 알고 있던 여러 개념들을 상위개념 속에서 다시 구조화하게 된다. 수학에서 이러한 재구조화는 결국 교사의 주도 아래 객관적인 수학지식(과학개념)을 받아들임으로써 이루어지는 것이다. 재구조화는 현재의 학습자 상황에서 다시 해석하여 구조화시킬 것을 요구한다. 곧, 재구조화의 중심은 학생이므로 학생의 현재 인지 수준으로부터 출발해야 하고 그렇게 하려면 학생의 수준을 제대로 파악하는 것이 필요하게 된다.

V. 단위분석과 수학 교수-학습

1. 수학교육에서 단위분석

비고츠키(1997b)는 분석의 객관성, 전면성과 관련하여 이론이나 방법의 측면에서 부분이지만 전체의 특성을 그대로 갖고 있으면서 전체를 대표할 수 있는 것으로서 단위를 분석하는 방법, 곧 단위분석을 제시하고 있다. 전체를 분석하는 것은 구체적인 것들을 놓치고 개괄적으로 보게 되거나 구조를 보지 못하게 된다. 원래 있는 그대로도 알 수 있다면 과학은 필요 없을 것이다. 복잡한 총체는 더욱 작은 부분으로 나뉜다. 그렇지만 요소로 분해하면 전체의 속성을 파악하지 못하게 된다. 이에 대하여 '단위분석'은 탐구 대상의 복잡한 총체가 가지는 의미를 유지하는 하한(下限)에서 이루어지는 분석이다. 비유를 들어보자. 물의 속성을 연구하려고 한다면 물의 속성을 잃지 않으면서도 가장 작은 그리고 물 전체의 속성으로 환원될 수 있는 것을 선정하여야 한다. 그것은 바로 물분자이다. 그런데 물분자를 두 요소인 수소 분자와 산소 분자로 쪼개어 그것으로 물을 연구하려

한다면 실패하고 말 것이다.

수학교실을 변증법적인 관계를 맺고 있는 교사와 학생이 과학적 개념인 수학개념을 교수-학습하는 장(場)이라고 한다면 수학교육을 분석한다고 할 때 수학교육의 모습과 의미를 총체적으로 유지하는 하한으로서 단위는 수학교실일 것이다. 만일 수학교육을 수학과 교육으로 분해한다면 수학교육의 한 면만 보게 되어 총체적인 파악이 어렵게 된다. 교육을 생각하지 않는 수학은 수학자의 몫으로서 학교수학의 교수-학습과 거리가 멀고 수학을 생각하지 않는 교육은 교육일반의 특성을 언급할 뿐이다. 그리고 수학 교수를 단위로 삼는다면 교사의 신념이라든가 수학 일반론에 치우친 교육과정의 구성이라든가 하는 면에 치중하는 교수이론이 될 것이다. 수학 학습을 단위로 본다면 학생의 인지 발달을 중시하게 되고, 수학지식이 가지고 있는 객관성의 문제는 약화되고 상대적인 면이 부각되면서 교수의 역할이 갖는 중요성은 약화될 것이다.

수학교실에서 이루어지는 수학 교수-학습 활동의 중심에 학생과 교사가 있다. 그렇다고 해서 수학교육의 분석 단위를 학생이나 교사로 삼을 수는 없다. 분석의 단위를 학생으로 한다면 이는 결국 학습을 단위로 하는 것이 되고, 교사를 단위로 한다면 이는 교수를 분석의 단위로 삼는 것이 된다. 우리가 분석하려는 것은 학생과 교사의 활동이 변증법적으로 전개되는 수학교육의 과정과 형식이다. 수학교실은 변증법적 관계에 있는 교사의 활동과 학생의 활동이 통일되어 있는 공간으로서 수학교육의 총체적인 모습을 담고 있다. 그렇기 때문에 만일 학생이나 교사를 분석의 단위로 한다면 이는 또 다른 요소분석이 된다. 수학 교실에서 교수-학습은 언어를 사용하는 의사소통에 의해 이루

어진다. 그렇다고 해서 단어(의미)를 분석의 단위로 할 수는 없다. 교실 활동에서 단어는 지식을 표현, 전달하는 수단이고 의미를 담고 있지, 지식을 창출하지는 않는다. 그러므로 지식의 재발견 과정을 볼 수 있는 것은 단어가 아닌 교실활동이다. 단어는 인간의 사고를 분석하는 단위는 될 수 있어도 교육을 분석하는 단위로서는 적절하지 않다.

수학교실에서는 수학을 매개로 하여 교수와 학습이 상호의존, 상호규정하면서 교실활동이라는 통일체를 이루고 있다. 사실 수학교실은 수학의 교수-학습이 일어나는 곳이면서 수학교육 정책을 포함한 수학교육에 관련된 온갖 것들이 펼쳐지는 가장 작은 공간이다. 수학교실은 그 안에 교수와 학습이라는 모순과 대립을 내포하고 있으나 그 모순과 대립은 수학교육을 실현시키는 원동력으로서 수학교실의 특징을 유지시키는 바탕이다. 그런데 수학교실은 보편적인 구조적 특징을 보전하지만 각 교실 나름의 발전 경로를 밟는다. 수학교실이 획일적이지 않음은 이를 입증한다. 그러므로 수학교육의 분석의 단위는 수학교실(활동)이다.

2. 수학 교실 활동의 분석

비고츠키 이론에 비추어 수학교실에서 이루어지는 교수-학습은 교사와 학생 사이의 의사소통을 전제로 하고 있다. 이때 이루어지는 의사소통은 교사의 강의에 학생들이 드문드문 반응하고 질문하는 수업도 아니고 학생들끼리의 자유토론에 교사가 단순히 보조하는 형태도 아니다. 수업 내용이나 방식은 ZPD를 토대로 학생중심으로 결정되고, 상호작용은 교사가 주도하여 안내하게 된다. 의미를 발견하여 개념을 이해하는 것은 학생들이지만 교사는 그들의 잘못된 생각을 바로잡으며 생각이 막히지 않도록

적극 개입함으로써 목표 지점까지 이끌어 간다. 절대주의와 상호작용주의 관점에 선 수학교실 활동과 견주어 비고츠키의 관점에 입각한 수학교실 활동을 살펴보자.

전통적인 수학수업에서 이루어지는 상호작용의 형태는 교사의 교수 과정에 학생들이 참여할 때 수학적 사고에 열중할 필요가 없는 모습으로 나타난다. 학생은 단지 교사의 활동에 단순 반응하거나 그에 맞춰 적절하게 행동하면 된다. 이런 환경에서 대화(의 순서)는 교사에 의한 문제(보통 이미 답이 알려진 질문) 제기, 학생의 반응, 교사의 평가로 이루어진다. 이러한 형식은 모든 수준의 학교 교육 전반에 걸쳐 널리 퍼져 있는데, 특히 수학 수업에서 심하게 나타난다(Wood, 1994). 예상되는 대화의 흐름에서 벗어나는 말은 곧바로 교사에 의해서 타당하지 않은, 심지어 그릇된 것으로 평가되고 논의, 활동, 기억의 대상에서 제외된다(Bartolini Bussi, 1998).

상호작용주의는 수학적 의미를 사회적 협의, 협상의 산물로 보고 그것이 어떻게 협상되고 교실 토론 과정을 거쳐 어떻게 공유되는가에 관심을 두고 있다. 상호작용주의 가정에 따르면 수학교실 상황에서 과제, 질문, 기호와 같은 것들은 모호하다. 이러한 수학적 대상에 대해서 각자의 배경 이해를 사용함으로써 대상들을 이해하게 되는데, 배경 지식이 다르기 때문에 교사와 학생들은 수학 개념의 의미를 협상해야 한다고 한다. Voigt(1996)에 따르면 교실에서 구성원들은 공유된 것으로 받아들여지는 의미를 상호 작용하여 구성하는 것으로 된다. 공유된 것으로 받아들여지는 의미는 협상하는 동안 나타난다.

상호작용주의는 다음과 같은 시각에서 비고츠키의 관점을 배제한다: 비고츠키의 영향을 받은 이론들은 학생을 교사 활동의 객체로서 또는 교실 과정에서 다소 수동적인 참여자로

생각한다; 교실 문화를 미리 주어져 있는 것으로 보고, 예상하지 못한 학생들의 활동을 단순한 일탈로 평가할 수 있으며, 개인의 발달에서 보이는 차이를 설명하지 못한다(Voigt 1996). 그리하여 상호작용주의 입장에서 비고츠키의 관점은 학생의 능동성을 교수-학습에 끌어들이지 못하는 것으로 되고 만다. 이런 상호작용주의에서 주장하는 논점이 지니고 있는 문제점을 몇 가지 짚어보자.

대상에 대한 해석과 표현의 차이를 두고 대상이 모호하기 때문에 협상이 필요하다고 한다(Voigt, 1996). 그러나 대상이 모호한 것이 아니다. 대상을 인식하는 수준이 낮기 때문에 대상이 모호하게 보일 뿐이다. 대상을 바르게 볼 수만 있다면 대상이 모호하지 않을 것이다. 대상 자체가 모호하다면 그것으로부터 얻을 것은 하나도 없다. 왜냐하면 무엇을 얻더라도 그것은 모호하기 때문이다. 지금 당장 대상을 정확히 설명할 수 없더라도 대상이 모호한 것은 아니다. 인간의 역사는 대상을 정확히 인식, 설명하고 적용하려는 실천의 역사이다. 이 속에서 대상에 대한 인식은 대상과 일치해 가는 것이다. 여기서 교육의 역할이 생긴다. 인식의 수준을 높여 대상을 올바르게 이해하는 능력을 키우는 것, 인지 수준을 발달시키는 것이 교육일 것이다.

Wood(1994)는 상호작용주의에 바탕을 둔 수학교실에서 나오는 질문은 교사와 학생의 동등한 관계를 드러내는데, 이 상황에서 교사는 정말로 알지 못하기 때문에 질문을 하고 정보를 얻으려 하거나, 학생들의 반성을 촉진시킨다고 한다. 이것은 그의 말대로 학생의 책임을 최대화하여 그들을 대화 상황에 계속 있게 하려는 의도이겠지만, 교사의 역할을 최소화함으로써 그를 교실의 단순한 구성원으로만 남게 할 수도 있다. 교사는 학생의 현 상태를 바탕으로

잠재적 발달수준을 설정하고 그 방향으로 유도하기 위해서 질문을 비롯한 여러 대화 기법을 활용해야 한다. 질문을 하는 궁극의 목적은 상위 개념을 받아들여 지금까지의 개념들을 재구성하게 하는데 있어야 하기 때문이다.

Cobb, Wood, Yackel(1993)은 수학은 아는 사람에 의해 끊임없이 협상되고 관행으로 되는 것이라고 한다. 교실에서 수학적 활동은 학급 공동체에 의해 관행으로 되고 그 구성원들에 의해 자명한 것으로 입증된 수학적 실재를 배경으로 이루어진다고 한다. 그런데 여기서 아는 사람은 무엇을 어떻게 알게 되었는지에 의문이 생긴다. 우리를 둘러싸고 있는 물질세계의 운동을 바탕으로 한 지식을 우리의 인식과 실천을 통해서 알지 않았다면, 객관적인 물질세계와 관계없이 계시를 통해 지식을 획득했다는 말일 것이다. 그리고 그 지식이 협상을 통해서 관행으로 된 것이라면 그것을 검증하는 것도 협상을 통해서 가능하다는 말이 된다. 그러나 지식은 물질세계의 대상이나 현상에 실천적으로 적용하여 확인하는 과정 없이 검증될 수는 없다. 지식은 협상의 대상이 아니라 실천의 목표이자 대상이며 수단이다. 협상의 주요 수단인 대화는 실천의 한 부분이자 과정이다.

Chang-Wells와 Wells(1993)는 개인이 알고 있지 않은 지식은 없다는 관점에서 '객관적 지식'이란 것은 없다고 하였다. "실제로 '지식'은 존재하는 것이 아니라 학습에 의한, 곧 다양한 구성과정을 통한 정신 상태—이해의 상태이다" (58쪽). 그렇지만 지식을 확대, 심화시켰 왔던 인간의 역사를 보면 인류가 알지 못했던 지식이 있었음을 인정하지 않을 수 없다. 소박하게 말해서 개인이 자신의 생각을 의심한다는 것은 자신의 생각과 다른 것이 있음을 말하는 것이다. 이러한 다른 것은 그 개인의 의식(정신) 외부에 있다. 지식은 그것이 설명하는 물질적 대

상과 실천적으로 연결되면서 일치할 때 참인 지식으로 된다. 만일 지식이 정신 상태라고 하면 정신 상태가 바뀌면 지식도 바뀌는 것이 된다. 지식을 정신 상태로 보기 때문에 협상을 통한 구성을 상정하는 듯하다. 그러나 협상으로 지식을 구성했다라도 객관적 실재에 적용해 보지 않고는 참인지 확인할 길을 없다. 지식(진리)은 객관적이기 때문에 실천을 통해 검증하고 받아들여지게 되는 것이다.

상호작용주의 관점과 달리 비고츠키식의 관점에서 수학적 대화는 공통의 수학적 대상에 관해 교사가 조직하는 토론이다. 이 경우에 교사는 그 대상에 대해서 학생들이 제기하는 시각들을 포괄, 조정, 재조직 또는 배제하면서, 그것들을 다시 구조화할 수 있도록 상위 개념을 도입하는 중요한 역할을 한다. 교실에서 내면화라는 것은 기능의 분화와 관계되어 있다. 교사와 학생들이 변증법적으로 통일된 활동인 교수-학습 활동에 참여할지라도 그들의 기능은 같지 않다. 그들이 교수-학습 상황에서 하는 역할은 다르다. 교사는 많은 학생들 가운데 하나가 아니라 ZPD에서 안내자이다(비고츠키, 1978). 그리하여 상호작용주의에서 놓치고 있는 요소들을 도입하게 된다. 모방이 가지고 있는 긍정적인 가치를 인정하기, 인식의 차이에 따른 여러 해석들이 존재함을 인정하고 인지의 발달에 활용함과 아울러 교사가 현 단계에서 지식의 대표자로서 역할하기, 집단적인 장기 과정과 활동 방향을 결정하는 물질적 또는 관념적 대상을 상기시키는 교수-학습 활동의 동기에 대해서 언급하기들을 들 수 있다(Bartolini Bussi, 1998).

학교에서 이루어지는 교수-학습은 학생들의 수준을 높이는 역할을 해야 하고, 교사는 그 역할의 중심에 있어야 한다. 학교에서 과학개념을 다루는 경우 그것은 일상개념과 다르다는 것을 염두에 두어야 한다. 비고츠키는 과학개

념으로서 단어가 일상의 이야기에서 쓰이는 의사소통 수단만이 아니라 연구의 대상으로 작용하기 때문에 교육적인 대화는 일상 대화에서 보이는 의사소통 형태와 질적으로 다르다고 하였다. 그러므로 교사는 학급에서 상호작용이 일어나는 동안 학생으로 하여금 용어의 뜻과 쓰임새 그리고 그것들 사이에서 조직화된 지식 체계가 구성되는 체계적 관계에 주목하도록 해야 한다. 형식적 교수-학습은 그것의 특별한 구성, 대화와 함께 그것의 사회적 중재와 기호의 중재를 통해 학생에게 중요한 사회-문화적 기호 체계를 스스로 제어하고 의식적으로 다룰 수 있는 역량을 발달시킬 수 있는 자원을 제공해야 한다. 아래에서는 ZPD의 개념과 관련하여 수학교실에서 교사가 해야 하는 역할을 짚어봄으로써 수학 교수-학습 형태에 대해 살펴보기로 한다.

ZPD에서 잠재적 발달수준을 달성하는데 두 가지가 결정적인 역할을 한다. 교사의 안내와 또래 협력이다. 따라서 수학교실 활동에서 교사의 역할은 두 가지이다. 교수-학습의 직접적인 운영자가 되는 것과 학생들이 또래들과 협동하여 활동할 수 있도록 기회를 만들고 이끌어 가는 것이다.

비고츠키(1956)는 “ZPD에서 교수활동은 아동에게 생명력을 부여하고, 발달에서 전반적인 내적 과정들을 일깨워서 활기를 준다”(Wertsch, 1999, 84쪽에서 재인용)고 하였다. 비고츠키(1975)는 먼저 가르치는 쪽의 입장을 주목한다. “나는 그들에게 여러 가지 시행 방법을 보여준다. 연구자는 여러 가지 가르치는 방법을 다룬다. 어느 경우에는 문제를 어떠한 식으로 풀어야 하는가를 아이에게 완전히 보여주고, 아이에게 그것을 되풀이시키고 있다. 어느 경우는 풀이 방법을 시작하고 아이에게 그것을 완수시킨다든지 실마리를 주고 있다”(茂呂 1999, 152

쪽에서 재인용)라고 하여 교사가 하는 역할을 시사하고 있다. 앞서 기술했던 여러 논의를 정리하면 교사의 역할을 다음과 같이 몇 가지로 정리할 수 있다.

첫째, ZPD를 확인하고 끊임없이 갱신해 가면서 학생으로 하여금 해당 개념을 이해하게끔 한다. 학생의 활동이 ZPD 안에 포함되도록 주의 깊게 선택하고, 학생들이 시도할 때 적절한 도움을 제공한다.

둘째, 하위 또는 부분 개념은 상위 또는 그보다 큰 개념 속에서 구조화되어야 전체를 올바르게 드러낼 수 있기 때문에 적절한 시점에서 상위 개념을 다루도록 해야 한다.

셋째, 비고츠키는 모방을 교실에서 이루어지는 교수-학습의 기본으로 보고 있다. 이의 일환으로 학생이 잊고 지나간 부분들에 대해서 직접 주의를 환기시킬 수 있고 올바른 방법을 실제로 시범 보일 수도 있다.

넷째, 수학 수업을 준비하는 과정에서 교사는 개념이나 기능에 대하여 정확한 설명이 필요한지, 모델 형성을 위한 시범이 필요한지, 매개체나 교구를 쓸 것인지 하는 것들을 미리 구상하고 준비해야 한다. 또한 다른 교과, 단원과 맺고 있는 관련성, 역사적 발달 과정을 정확히 알고 적절한 수준과 시점에서 구사할 수 있도록 해야 한다.

다섯째, 여러 해석이 있을 수 있음을 인정하고 그것들을 인지 발달에 활용하면서도 본질을 놓치지 않고서 적절한 해석과 해결전략을 제시하는 지식의 대표자로서 역할을 해야 한다.

여섯째, 자신과 학생의 활동을 정확하고 분명하게 말로 나타내도록 한다. ‘이것’ 또는 ‘저것’과 같은 모호한 말은 피하고 명확한 용어를 사용해야 한다.

일곱째, 학생의 사고 과정에 대한 실마리를 찾아 학생에게 의미를 다시 새기는 기회를 제

공하도록 한다.

여덟째, 새로운 개념은 현실적인 상황 속에서 다루어야 한다. 꼭 직접 경험할 수 있는 것일 필요는 없다. 의식 활동을 통해서 충분히 현실 세계와 연계시킬 수 있기 때문이다.

아홉째, 학습 상황과 학생의 능력을 적절하게 결합하여 학습 활동의 내적 동기를 이끌어 낼 수 있어야 한다.

열째, 학생 각자가 자신의 문제 풀이 과정과 결과를 혼자서가 아니라 다른 사람의 풀이와 견주면서 그와 상호 작용하게 한다. 이는 평가의 과정인 동시에 피드백 과정이다.

열한째, 학생들의 실수를 분석하고 그에 따른 도움을 주는 방안을 강구한다. 실수에 대한 관리가 중요하다. 그러나 시행착오의 방법은 적합하지 않다. 학생은 수학자와 다르기 때문이다.

비고츠키는 ZPD를 말할 때 능력 있는 또래와 협력하는 것도 중시하였다. 모둠 활동이 필요한 근거는 사람은 자기가 규칙을 지키려할 때보다 옆에 있는 사람의 틀린 점을 볼 때 훨씬 더 쉽게 규칙을 배운다는데 그 한 가지가 있다. 그러나 다른 학생과 상호 작용하는 것만으로는 발달을 촉진하는 충분조건이 될 수 없다. 일시적으로 일어나는 상호작용이 학습에 도움이 되기도 하지만, 서로가 가진 오류로 말미암아 자칫 잘못된 방향으로 갈 수도 있다. 또래 사이의 상호작용에서는 학습해야 하는 중요한 속성이나 개념이 나타나지 않을 수도 있다. 학생들끼리의 활동은 인지 능력이나 지식을 비롯한 여러 가지가 미흡한 까닭으로 발달에서 지체 요인으로 작용할 수 있기 때문이다. 모둠 활동이 학생들끼리의 자체 활동이더라도 학생들의 협동 능력은 청소년기 이전까지의 다른 능력들처럼 교사에 의해 촉진되는 발달의 산물이다. 그러므로 모둠활동의 중심은 학생이

지만 그것은 교사에 의하여 주도될 수밖에 없고 또 그러해야 한다. 유능한 교사는 학생의 발달에서 본질적으로 부족한 것을 채워주면서 발달을 촉진할 수 있다(비고츠키, 1978).

3. 수학 교수-학습에서 교과서와 지도서

수학 교수-학습이 이루어지기 위해서는 교사, 학생과 더불어 활동의 내용을 채워주는 수학 지식, 개념이 있어야 한다. 그것을 담고 있는 것이 교과서이다. 교육과정이 목표로 하고 있는 것을 제대로 반영하려고 한다면 교과서의 내용과 구성에서 마땅히 변화가 있어야 한다. 네덜란드의 수학교육 개혁에 대해서 Gravemeijer(1994)가 쓴 “개혁 그 자체가 교육과정을 적절하게 행사하는 것을 전제로 할지라도 개혁은 새로운 교과서를 도입함으로써 근본적으로 일어났다”(136쪽)라는 말에서 보듯이 수학 교과서는 수학교육에서 매우 커다란 비중을 차지하고 있다. 수학 교수-학습 이론은 수학교과서 속에 들어 있고 교수-학습은 이 교과서를 사용하여 이루어지기(앞의 책) 때문이다.

교과서 구성에서 염두에 두고 있어야 할 부분에 대해서 비고츠키(1978)는 과학개념의 대표격이라 할 수 있는 수학 개념을 가르치고 배우는데 있어 먼저 갖추어야 할 것으로 ‘생활에 관련된’ 산수를 들고 있다. 그리고 Schmittrau(1993)는 수학에서 새로운 사실이나 법칙의 등장은 단순한 지식의 확장이나 개념의 정교화가 아니라 수학 체계를 본질적으로 다시 구성하는 것이므로, 교과를 설계할 때 이런 면을 받아들여야 한다고 지적하고 있다.

그런데 Traffers(1991a)에 따르면 “폭넓은 개혁과 심대한 교수학적 변화를 이루어내기 위해서는 ... 교과서를 변화시키는 것 이외에 더 많은 것이 요구된다”(6쪽). Gravemeijer(1994)도

“우리가 수학교육에서 개혁이 성공하기를 바란다면 무언가는 변화해야 한다. 분명히 새로운 교과서를 사용하는 것만으로는 충분하지 않다”(150쪽)고 하였다. 교육과정의 의도를 현실화할 수 있는 교사용 지도서의 필요성을 제기하고 있다.

교사는 교과서에 대해 전반적으로 파악해야 하고 내용에 대한 지식과 기능, 교수능력, 적절한 태도를 갖추어야 한다. 이러한 것들을 갖추도록 지원하는 것이 교사용 지도서이어야 하는데 지금까지 우리나라의 교사용 지도서는 이와 거리가 멀었다. 사실 교육과정의 의도를 제대로 담은 교사용 지도서를 작성한다고 하는 경우에도 문제는 있다. 교사가 제공된 정보를 토대로 그러한 자질을 스스로 개발할 수 있는가하는 것과 교사가 자기 연찬(研鑽)과 실천의 의지를 갖고 있더라도 교사가 집필의 의도를 정확하게 이해할 수 있는 방식으로 지도서를 쓰는 것이 가능한가이다. 그렇더라도 상세하게 구성된 교사용 지도서는 있어야 한다. 교수-학습에 필요한 교사용 지도서를 쓸 때에 고려해야 할 사항을 몇 가지로 정리해 본다. 첫째, 교과서에 있는 문제 풀이가 중심이 되어서는 안 된다. 교육과정에서 지향하고자 하는 의도를 적용한 교수-학습 방법을 제시하여 교사를 유도해야 한다. 둘째, 지도서를 읽으면 어느 방향에서 내용에 접근해가고 어떻게 수학교실을 운영해 나가야 하는지를 교사가 알 수 있어야 한다. 셋째, 제시한 지침을 다양한 상황에 적절하게 활용할 수 있도록 그 방법을 기술해야 한다. 넷째, 교과서에서 다룰 수 없는 단원간, 학년간 관련성까지도 확보하여 내용상의 연계를 보여주도록 한다. “학습 영역들은 가능하면 서로 엮어 짜야 한다”(Traffers, 1991b, 15쪽).

VI. 결론

우리의 의식으로부터 객관적으로 존재하는 물질의 운동을 설명하는 지식은 객관적일 수밖에 없다. 인간은 이러한 객관적 지식(진리)을 끊임없이 내면화시키는 과정을 거쳐 고등정신기능을 발달시켜 왔다. ZPD는 이 내면화와 관련된다. 학생이 지금의 수준에서 최대로 어느 정도까지의 개념을 받아들일 수 있는가하는 잠재적 발달수준을 알아내어, 그 수준을 의도적으로 달성하게 하여 내면화를 이루게 하려는 목적으로 도입한 개념이 ZPD이다. 내면화의 과정에서 어른이나 능력 있는 또래의 문제 해결 방식을 보고 모방하는 시기가 있게 되는데 이 모방을 적극적으로 해석한 사람이 비고츠키이다. 초등정신기능을 바탕으로 과학적인 개념을 받아들임으로써 획득되는 고등정신기능은 모방의 과정을 통해서 형성되고 발달해 가는데, 그때 그 과정에서 인간은 중재수단을 이용한다. 중재수단의 사용은 인간에 있어서 모방이 능동적인 과정임을 말해준다. 이는 인간에게 있어서 초등정신기능에서 고등정신기능으로 질적인 변화가 일어나는 것을 보면 알 수 있다. 그렇다고 해서 인간의 능동성이 그냥 활성화되는 것을 아니다. 교수-학습 차원에서 학생의 능동성을 활성화시키기 위해 구상된 것이 바로 ZPD이다.

ZPD에서 일어나는 내면화 과정을 객관적이고도 전면적으로 설명하기 위해서 유물변증법적 방법인 단위분석을 도입한다. 단위분석은 변증법적 관계에 있는 요소들을 하나의 통일체 속에서 분석하는 방법이다. 또한 과정과 결과를 분석하는 방법이다. 단위는 전체의 부분이지만 전체의 의미를 보존하는 하한으로서, 수

학교교육에서 그것은 수학교실이 될 것이다. 수학교실은 교수-학습, 교사-학생의 변증법적 관계 속에서 과학개념이 일상개념을 바탕으로 자신의 입지를 확대해 가는 공간이다.

우리는 이 단위분석을 통해서, 수학교실에서 이루어지는 교수-학습 과정 운영에서 일정한 방향성을 유지하면서 이끌어 가는 존재는 교사의 임을 알 수 있다. ZPD에서 일상개념과 결적으로 다른 과학개념을 획득하는 것은 교사의 안내나 또래 협력을 통해서이다. 그런데 또래 협력도 교사에 의해 활성화되고 촉진되는 것이다. 그래서 V장에서는 ZPD에서 내면화와 관련하여 교사의 역할에 무게를 두어 다루었다. 물론 이러한 교사의 역할을 뒷받침해주는 것에는 여러 가지가 있지만 그 가운데 교과서와 지도서는 커다란 비중을 차지하고 있다.

이 글은 여러 문헌에서 비고츠키 이론의 바탕인 유물변증법을 반영했다고 생각되는 내용들을 정리하면서 이 글을 썼기 때문에 실제 적용과정에서 적지 않은 오류가 나타나리라 본다. 또한 어떤 수학 주제를 다룰 때 쓸 수 있는 중재수단에 대해서 뚜렷하게 제시하지 못하였다. 그리고 교육에서 중요한 부분의 하나인 평가에 관해서는 거의 언급하지 못하였다. 이 글의 목적을 수학 교수-학습에 두었기 때문이기도 하지만 이에 관련된 자료를 구하지 못한 까닭도 있다.

참 고 문 헌

녹두신서 (1986). 세계 철학사 II—유물변증법. 경상남도: 녹두.
 鯨坂眞, 有尾善繁, 鈴木茂 (1983). 헤겔 論理學 입문. (권오걸 옮김). 서울: 한마당. (원본 1978년 인쇄).

中村和夫 (1998). ヴィゴ츠키의發達論: 文化-歴史的理論の形成と展開. 東京: 東京大學出版會.
 茂呂雄二 (1999). 具體性のヴィゴ츠키. 東京: 金子書房.
 라벨렌스, P. (1988). 數學とマルクス主義. (飯塚勝久 譯). 루리요네 (編). 數學思想の流れ, 東京: 東京圖書.
 스토이스로프 (1989). 변증법적 유물론, (권순홍 옮김). 서울: 세계. (원본 1988년 인쇄).
 코프닌, 빠브에르 바실리에프스키 (1988). 마르크스주의 인식론. (김현근 옮김). 서울: 이성과 현실사. (원본 1966년 인쇄).
 Bartolini Bussi, M. G. (1998). Joint activity in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In I. F. Seeger, J. Voigt and U. Waschecio (Eds.), *The culture of mathematics classroom* (pp. 13-49). Cambridge: Cambridge University Press.
 Berk, L. E. & Winsler, A. (2000). 어린이들의 학습에 비계 설정(scaffolding)—비고츠키와 유아교육. 홍용희 옮김. 서울: 창지사. (원본 1995년 인쇄).
 Bodrova, E. & Leong, D. J. (1998). 정신의 도구: 비고츠키의 유아교육. (김억환, 박은혜 옮김). 서울: 이화여자대학교 출판부. (원본 1996년 인쇄).
 Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning* (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.
 Chang-Wells, G. L. & Wells, G. (1993). Dynamics of discourse: Literacy and the construction of knowledge. In E. A.

- Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning* (pp. 58-90). New York: Oxford University Press.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Rosa, A. & Montero, I. (1990). The historical context of Vygotsky's work: A socio-historical approach. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky and education* (pp. 59-88). New York: Cambridge University.
- Schmittau, J. (1993). Vygotskian scientific concepts: Implications for mathematics education. In J. Schmittau (Series Ed.) & L. Taylor (Vol. Ed.), *Focus on learning problems in mathematics Vol. 15*. (pp. 29-39).
- Taylor, L. (1993). Vygotskian influences in mathematics education, with particular reference to attitude development. In J. Schmittau (Series Ed.) & L. Taylor (Vol. Ed.), *Focus on learning problems in mathematics Vol. 15*. (pp. 3-17).
- Traffers, A. (1991a). Realistic mathematics education in the Netherlands. In L. Streefland (Eds.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 11-20). Utrecht: Freudenthal Institute.
- Traffers, A. (1991b). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (21-57). Utrecht: Freudenthal Institute.
- Voigt, J. (1996). Negotiation of mathematical meaning in classroom processes: Social interaction and learning mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (19-46). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and language*. (A. Kozulin, Trans.). Cambridge: MIT Press. (Original work published 1934).
- Vygotsky, L. S. (1956). *Izbrannye psichologicheskie issledovaniya* [Selected psychological investigations]. Moscow: Izdatel'stvo Akademii Pedagogicheskikh Nauk.
- Vygotsky, L. S. (1975). 子どもの知的発達と教授 (紫田義松, 森岡修一 譯). 東京: 明治圖書. (原本 1935年 印刷).
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Soubberman, Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1981a). The genesis of higher mental functions. In Wertsch. (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology*. Armonk, New York: M. E. Sharpe.
- Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech (M. Minick, Trans.). In R. W. Rieder & A. S. Carton (Eds.), *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 1. Problems of general psychology* (pp. 39-285). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S., & Luria, A. R. (1993). *Studies in the history of behavior: Ape, primitive, and child*. Hillside, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Vygotsky, L. S. (1997a). Analysis of higher mental functions (M. J. Hall, Trans.). In R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L.*

- S. Vygotsky, *Vol. 4. The history of the development of higher mental functions* (pp. 65-82). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1997b). The Structure of higher mental functions (M. J. Hall, Trans.). In R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 4. The history of the development of higher mental functions* (pp. 83-96). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1997c). The development of speech (M. J. Hall, Trans.). In R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 4. The history of the development of higher mental functions* (pp. 121-130). New York: Plenum.
- Wertsch, J. V. (1999). 비고츠키—마음의 사회적 형성.(한양대 사회인지발달연구 모임 옮김). 서울: 정민사. (원본 1985년 인쇄).
- Wertsch, J. V. & Stone, C. A. (1995). The concept of internalization in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives* (pp. 162-179). Cambridge: Cambridge University Press.
- Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classroom. In S. Lerman (Ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 149-168). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

A study on application of Vygotsky's theory in mathematics education

Jo, Yun Dong (Yoido high school)

Park, Bae Hun (Korea National University of Education)

This article analyzes mathematics education from dialectical materialism acknowledging the objectivity of knowledge. The thesis that knowledge is objective advances to the recognition that knowledge will be internalized, and an idea of zone of proximal development(ZPD) is established as a practice program of internalization. The lower side of ZPD, i.e. the early stage of internalization takes imitation in a large portion. And in the process of internalization the mediational means play an important role. Hereupon the role of mathematics teacher, the object of imitation, stands out significantly.

In this article, treating the contents of study as follows, I make manifest that

teaching and learning in mathematics classroom are united dialectically: I hope to findout the method of teaching-learning to mathematical knowledge from the point of view that mathematical knowledge is objective; I look into how analysis into units, as the analytical method of Vygotsky, has been developed from the side of mathematical teaching-learning; I discuss the significance of mediational means to play a key role in attaining the internalization in connection with ZPD and re-illuminate imitation. Based on them, I propose how the role of mathematics teachers, and the principle of organization to mathematics textbook should be.

Index words: dialectical materialism, zone of proximal development, internalization, mediational means.

변증법적 유물론, 근접발달영역, 내면화, 중재수단