대한수학교육학회지 <학교수학> 제 4 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
<School Mathematics> Vol.4, No.4, 555-563. Dec 2002

비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식의 결합에 관한 소고

김 진 호*

Ⅰ. 문제의 인식

어린이들은 어른들이 알고 있는 것과는 다른 수학적 개념을 형성하고 있다. 그렇다고 해서, 어린이들이 형성한 비형식적 수학적 개념들이 틀렸다거나 잘못 인식된 것을 의미하지는 않는다. 어린이들의 수학적 지식에 대한 개념 형성은 나름대로의 근거를 지니고 있는 것이며, 학교에서 지도하고 있는 기초적인 수학적 개념과 절차들을 이해하면서 학습을 할 수 있는 토대를 제공해 줄 수 있는 자원으로 고려되어야 하는 것이다 (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson, 1999: Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). 하지만, 어린이들이 비형식적으로 형성한 수학적 지식에 대한 개념이 수학의 학습 지도의 현장인 교실에서는 외면을 당하고 있는 현실을 연구자들은 지적하고 있다 (Bishop & Abreu, 1991; Brown, Collins, & Duguid, 1989; Ginsburg, 1996). 이는 최근까지도 시정이 되고 있지 않는 것이 현실이다 (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson, 1999). 그런데, 인식자에게 새로운 지식은 선행지식의 깊이와 폭에 의하여 그 이해의 정도가 결정된다는 구성주의자들의 인지 성장에 대한 관점을 염두에 둔다면, 학교 수학을 이해하기 위한 선행지식은 학생들이 형성해 놓은 비형식적 지식이어야 하는 것이다. 따라서, 어린이들의 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식간의 결합이 수학교실에서 현실화하기 위한 노력들이 있어야 하겠다.

우리는 위의 글로부터 한 가지 의문을 품게 된다. 다시 말해서, 학교 수학을 학습하는데 있어서 비형식적 지식의 중요성도 인식이 되었고, 학교 수학(형식적 지식)과의 결합에 대한 필요성도 인지하고 있으며, 그리고 현상적으로 이러한 결합이 교실에서 이루어지지 않음도 목격하고 있다. 그러면, "왜 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식간의 결합이 수학을 지도하는데 실용화가 안되고 있는가?" 하는 점이다. 양지식간의 결합에 대한 실체를 학교현장에 적용하기까지는 아직도 준비단계로서의 해야 할 일 들이 있는 것이다. 양지식간의 결합을 위한 모델의 개발 등과 같은 과제를 안고 있다. 이런 과제에 선행해서 해결해야 할 것은 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식의 결합을 논의하는데 있어서 "'결합'이란 무엇을 의미하는가?"하는 점이다. 불행히도, 위의 연구자들은 양 지식간의 결합에 대한 당위성은 인지하면서도 정작 양지식 간의 결합이 무엇을 의미하는지에 대한 언급은 없는 것이 현재의 이 분야에서의 연구진척 상황이다. 따라서 본 논문에서는 비형식적 수학적 지식과

* 이화여자대학교 교육과학연구소

형식적 수학적 지식간의 결합을 구체적인 수준에서 다루기 위하여 양지식 간의 결합에 대한 의미 부여를 하고자 하며, 이와 관련된 후속연구 과제들을 논의하고자 한다.

II. 비형식적 수학적 지식의 속성

학교에서 지도되고 있는 수학은 일반적으로 "학교 수학" 또는 "형식적 수학" 이라 불린다. 학교수학이란 순수수학과 대비되는 용어이다. 수학이라는 학문의 최일선에서 수학자들이 다루는 수학은 새로운 수학적 지식(들)을 산출하고 그 산출된 지식(들)을 응집된 이론적 체계를 지닌 집합체라고 할 수 있다. 이것을 학생들에게 직접적으로 지도하는 것은 효과적이지 못하다. 따라서 순수수학으로부터 학교에서 가르치고 배울 목적으로 변환(transformed)이 이루어진 지식을 학교수학이라고 통상적으로 지칭한다. Kang(1990)은 "총괄적으로 학교 수학이란 수학적 지식으로부터 교수학적으로 변환된 실체이며 이것은 학교에서 지도되기 위하여 지식의 선언적 실체이다."라고 주장하고 있다(p. 23). 그는 덧붙여 그와 같은 선언(declaration)은 부분으로 분리된다고 한다. 이와 같은 분리에 대한 가능성은 지식의 파손성(fragility of knowledge)에 기인한다(Kang & Kilpatrick, 1992). 이런 관점에서 보면, 학교 수학은 여러 부분들로 구성되어 있음을 알 수 있다. 그 부분들을 나눌 수 있는 준거들은 다양하겠지만, 일반적으로 수학적 개념들과 절차들로 구성되어 있음이 인정되고 있다. 이와 같은 인정은 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식에 대한 결합의 시발점 역할을 할 수 있는 단서가 된다.

그렇다면, "비형식적 수학적 지식 또한 개념적 성질과 절차적 성질을 지니고 있는가?"하는 점이다. 이 질문에 답으로 "있다"는 결론에 이를 수 있는 어떤 근거가 있다면, 비형식적 지식과 형식적 지식간에 공통적 성질로부터 결합을 시도할 수 있을 것이다. 그런데, 어린이들의 비형식적 수학을 연구해 오는 과정에서 많은 부분 어린이들의 수세기(counting)에 초점을 맞춘 면이 없지 않아 있다(Ginsburg, 1989). 그런 연유로 비형식적 지식은 절차적 속성만을 지닌 것인 양 비춰지게 되었다. 하지만, 지식이란 것이 절차 즉 방법으로만 구성되어 있다고 생각하는 것은 옳지 못한 것 같다(Kim, 2002). 즉 지식이란 "일반적으로" 개념적인 요소와 절차적인 요소를 모두 지니고 있는 것이다[1]. 심지어는 "대부분의 지식은 개념적 성질과 절차적 성질을 모두 지니고 있다"고까지도 한다(오병승, 2002). 그렇다면, 우리는 비형식적 수학적 지식을 언급함에 있어서 또한 이것의 두 가지 성질 모두에 대하여 관심을 기울여야 한다는 점은 자명한 것이다.

동치개념, 명수법(numeration system)과 같은 기초적인 수학으로부터 무한과 같은 고등 수학에 이르기까지 거의 모든 수학 영역에 대하여 비형식적 수학적 지식의 논의가 가능할 수 있을 것이다. 이들 보다 대표적인 비형식적 수학적 지식은 일상생활에서 사용되는 수사(number words)들이다. 이 수사들의 언어체계는 거의 수 체계와 유사하다(Kim, 2002). 여기서는 수세기(counting)가 지니는 성질들을 알아봄으로써, 비형식적 수학적 지식 또한 개념적 성질을 지니고 있음을 분명히 하고자 한다. 어린이들

1) 경우에 따라서는 온전히 절차만으로 또는 개념만으로 이루어진 지식도 존재함을 배제하는 것은 아니다. 하지만 대부분의 수학적 지식은 이 두 요소를 모두 지니고 있다. 본 연구에서는 예외적인 경우에 대한 논의는 논외로 한다.

의 수세기는 대표적인 비형식적 지식의 한 예이다. 이것은 어린이가 수학을 발달시키는데 있어서 원초적이며 동시에 개념에 토대를 둔 과정(課程)이다 (Gelman & Gallistel, 1986). 또한, 정확한 수세기는 몇 가지의 개념과 절차를 숙지(master)할 뿐만아니라 이들간의 종합이 요구된다 (Ginsburg, 1989). 수 세기 원리들이 선천적인 것인지 후천적인 것인지는 아직도 논쟁중(여기에 관심이 있는 분들은 Baroody, 2000; Gelman & Gallistel, 1986; Greeno, Riley, & Gelman, 1984을 참고하기 바람.)이지만, Gelman 과 Gallistel(1986)은 수세기는 타고난(innate) 수세기 방법에 대한 몇 가지의 원리들로부터 발달한다고 주장하고 있다. 이 원리들이 Gelman 과 Gallistel은 다음과 같은 다섯 가지의 원리를 제시하고 있다.

(a) 일대일 대응의 원리 (one-to-one correspondence principle)
(b) 일정순서의 원리 (stable-order principle)
(c) 순서무관계의 원리 (order-irrelevant principle)
(d) 서수적 명명의 원리 (cardinal-number principle)
(e) 추상의 원리 (abstraction principle)

일대일 대응의 원리란 셀 사물을 단 한 번만 세어야 함을 의미한다. 즉 한 사물을 두 번 세거나 빠뜨려서는 안됨을 의미한다. 일정순서의 원리란 세기를 하는 중에 사용하는 언어가 일정해야 함을 의미한다 (즉, 일, 이, 삼, 사, ... 또는 하나, 둘, 셋, 넷, ...). 순서무관계의 원리란 세는 순서와 상관없이 그 결과는 항상 같음을 의미한다. 서수적 명명의 원리란 최종적으로 불리어진 수가 세고자 하는 양의 수를 나타냄을 의미한다. 마지막으로, 추상의 원리란 셀 대상물에 대하여 여타의 다른 속성들은 제외하고 수량만을 취급함을 의미한다. 이와 같은 원리들은 사물을 세기 위한 절차들이 아니라 이와 관련된 원리임에 틀림없다 (수세기 절차에 대하여는 Kim(2002), Baroody (2001), 또는 Ginsburg(1989)를 참고 하기 바람).

이런 원리들은 수세기(counting)란 비형식적 수학적 지식이 개념적 성질을 잉태하고 있음을 보여 준다. 비형식적 수학적 지식의 절차적 성질 뿐만아니라 개념적 성질도 지니고 있음은 형식적 수학과의 결합을 시도하는데 있어서 중요한 출발점을 제공해 준다.

III. 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식간의 결합

수세기를 이용한 예로부터, 비형식적 수학적 지식도 개념적 성질과 절차적 성질을 함의하고 있음을 알 수 있었다. 이런 사실로부터, 우리는 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식과의 결합에 대한 한 가지 접근 방법에 다가갈 수 있음을 감지하게 된다. 즉, 형식적 수학적 지식은 개념적 성질과 절차적 성질을 지니고 있음은 주지의 사실이다. 지식과 지식간의 결합은 이들간에 공통요소가 있으면 쉽게 이루어 질 수 있으며 (Anderson, 2000; Gagne, Yekovick, & Yekovick, 1993; Thorndike, 1922), 지식획득의 본질은 개개의 지식간에 일반적 관계를 학습하는 것이다 (Baroody, 1987, 1998). 지식획득의 정도는 연결(node)의 수와 강도에 의하여 결정되는 것이다 (Hiebert & Lefevre, 1986; Hiebert & Carpent, 1992). 따라서 "같은 종류"의 지식간의 결합을 고려해 볼 수 있는 것이다. 여기서 "같은 종류"가 의미하는 것은 성질적으로 같음을 가리킨다. 비형식적 수학적 지식이 지니는 성질과 형식적 수학적 지식이 지

니는 성질 중에서 공통요소 사이에 관계(relationship)를 형성하는 것을 결합이라고 할 수 있다. 또한, 양지식간에 가능한 괴리를 분석해 냄으로써 그들간의 결합을 시도할 수 있다. 다시 말해서, 비형식적 지식과 형식적 지식은 그 발생의 근원이 다르기 때문에 양지식은 다른 속성으로 이루어져 있다는 사실 역시 양지식간의 결합을 논의하는데 있어서 간과해서는 안될 부분이다. 이와 같은 상황에서는 한 속성을 다른 속성으로 전환시킴으로써 양지식 간의 결합이 이루어질 수 있는 것이다. 이와 같은 전환은 비형식적 지식에서 출발하여서 형식적 지식으로 이루어져야 할 것이다. 만약에, 형식적 측면에서 먼저 시작한 전환이 이루어진다면, 어린이들은 아직 양지식간의 결합이 안 이루어진 상태이기 때문에 이 전환(또는 전환과정)을 이해하기 위한 기존지식을 형성하고 있다고 잠정적으로 가정할 수 있을지라도 이것을 이해할 기존지식이 없는 것이나 마찬가지인 것이다. 또는, 그런 결합을 위한 시도 없이, 형식적 지식만을 지도하려한다면, 어린이들에게서 이를 동화·조절할 기회를 박탈하는 것이다. 어린이들에게서 자신들의 기존 지식을 포기하게 해서는 안 되는 것이며(Kamii & Dominick, 1998), 기존 지식으로부터 그 결합에 대한 출발점을 잡아야 하는 것이다.

이런 결합을 논의 하는데 있어서 네 개의 하위 구성요소가 생기게 된다; 비형식적 절차적 성질, 비형식적 개념적 성질, 형식적 절차적 성질, 그리고 형식적 개념적 성질. 이들 하위 요소들 사이의 결합은 아주 다양한 형태로 나타날 수 있다. 예를 들어 형식적 개념적 지식들간의 결합, 형식적 개념적 지식과 절차적 지식간의 결합 등등 그 결합의 수는 다양하다. 하지만, 비형식적 수학적 지식간 형식적 수학적 지식간의 결합을 초점을 맞추면, 그 결합은 비형식적 개념적 성질과 형식적 개념적 성질의 결합, 비형식적 개념적 성질과 형식적 절차적 성질간의 결합, 비형식적 절차적 성질과 형식적 절차적 성질의 결합, 그리고 비형식적 절차적 성질과 형식적 개념적 성질간의 결합으로 대별할 수 있다[2].

한 예를 들어 보자. 이 양지식간의 결합을 논의하려면, 좀 더 분석적인 작업이 행해져야 한다. 예를 들어, 덧셈과 같은 수학적 지식은 형식적이란 면과 비형식적이란 양 측면을 모두 지니고 있다. 따라서, 이 양지식간의 결합을 시도하려면, 먼저 양지식의 측면에서 덧셈이 지니는 개념적 성질과 절차적 성질이 분석함으로서, 그 양지식간의 관계 설정 및 간격(gap)을 줄이기 위한 작업을 할 수 있을 것이다. 예를 들어, 학교수학에서 덧셈이란 첨가(joining)와 합병(combination)이라는 개념으로 교수학적 변환이 이루어져 있다. 비형식적 수학에서 덧셈은 일반적으로 첨가로서 어린이들에게 인식되고 있다. 합병으로서의 덧셈을 어린이들이 경험을 전혀 하지 않는 것은 아니지만, 어린이들이 겪는 일상생활에서 이루어지는 덧셈의 대부분은 첨가적인 상황에서 이루어지기 때문에 어린이들은 첨가적 상황에서의 덧셈만을 덧셈으로 인식하는 경향이 있다. 또한, 학교수학에서 덧셈 계산 절차(addition algorithm)는 작은 자리수에서 큰 자리수로 진행이 되지만, 비형식적 수학에서는 일반적으로 큰 자리수에서 작은 자

2) 양지식간의 결합을 고려하는데 있어서 생략해서는 안되는 과정이 전이적 단계(transitive step)이다. 전이적 단계란 양지식간의 결합을 시도하는데 있어서 결합이 이루어지기 위한 준비 단계라고 할 수 있다. 모든 결합이 물론 이와 같은 준비단계를 거쳐서 이루어지는 것은 아니지만, 결합을 시도하는 과정에서 필요한 고려의 대상인 것만은 분명하다. 하지만, 본 고에서는 결합 그자체에 초점을 두고서 논의 전개가 이루어지고 있음으로 전이적 단계에 대한 논의는 논외로 한다.

리수로 이루어진다. 즉, 덧셈에 대한 형식적 개념적 성질과 비형식적 개념적 성질간의 결합은 양지식이 지니는 덧셈의 첨가적 성질이라는 공통요인으로부터 결합을 시도 할 수 있을 것이다. 또한, 덧셈에 대한 형식적 절차적 성질과 비형식적 절차적 성질간의 결합은 어린이들의 비형식적 절차를 형식적 절차로 전환시키는 과정에 의하여 이루어질 수 있다. 예를 들어, 234+345과 같은 덧셈 문제를 해결하기 위한 비형식적 절차적 지식은 다음과 같다.

200+300=500, 30+40=70, 4+5=9.
500+70+9=549.

어린이들에게 (십의자리→일의자리→백의자리), (일의자리→십의자리→백의자리)와 같은 순서로 계산을 하도록 한 후, 그 산출물이 비형식적 절차를 이용하여 얻은 결과와 같음을 어린이들이 인식하도록 한다. 비형식적 절차의 순서상의 전환에 의하여 비형식적 덧셈 절차와 표준 덧셈 알로리즘 사이의 자연스런 결합이 이루어질 수 있는 것이다.

Ⅳ. 결합이란 관점에서 선행 연구의 동향

지금까지의 연구 방향을 보면, "개념적 지식이 절차적 지식을 학습하는데 어떤 영향을 미치는가?" 또는 "절차적 지식이 개념적 지식을 학습하는데 어떤 영향을 주는가?" 하는 입장에서 연구들이 진행되고 있었다(Carpenter, Franke, Fennema, Empson, 1997; Hiebert & Lefevre, 1986: Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Siegler & Crowley, 1994). 하지만, 이런 연구조차 형식적 수학적 지식을 대상으로 한 것이 거의 대부분이었다. 이런 와중에 등한시되고 있는 분야가 바로 "한 개념이 다른 개념의 획득에 어떤 영향을 주는가?" 또는 "한 절차가 다른 절차의 획득에 어떤 영향을 주는가?"등 같은 성질 내에서의 상호작용에 대한 영역이다. 이와 더불어, 비형식적 수학적 지식이 형식적 수학적 지식의 학습에 있어서 한 요소 아니 중요 요소로 인식의 전환이 현 시점에서 이루어지고 있다면, 우리는 위에서 지적한 바와 있는 결합들을 학교수학의 학습과 지도에서 고려해야 할 것이다.

이와 같은 결합은 비형식적 수학을 알고 있는 것 만으로는 형식적 수학의 학습에 도움을 주지 못한다는 연구 결과로부터 요구된다(Song & Ginsburg, 1985). 4, 5세의 미국 어린이들은 한국의 같은 연령의 어린이들 보다 비형식적 지식에 대하여 훨씬 더 능수능란 하였다. 하지만, 학교수학에 있어서는 절차와 개념 모든 면에서 한국의 어린이들이 우수함을 보여 주었다. 이 연구로부터 얻을 수 있는 교훈은 비형식적 지식이 많다는 것이 형식적 수학의 학습이 보장해주지는 못한다는 점이다. 어린이들이 학교수학을 학습하는데 있어서 타국가와 학업성취도 비교에서 성취도가 떨어지는 원인들 중의 하나로 비형식적 지식과 연결 부족을 꼽고 있는 것이다 (Ginsburg & Asmussen, 1988). 한편, Song과 Ginsburg(1985)의 연구는 비형식적 수학이 형식적 수학을 학습하는데 끼치는 영향을 설명해 줄 수 있는 증거를 확보하기 위한 귀중한 증거는 될 수 있겠지만, 본 연구에서 초점이 되고 있는 양지식간의 결합을 알아 볼 수는 없는 것이다. 즉, 비형식적 지식이 형식적 지식의 학습에 영향을 끼치는지를 연구하는 것은 비형식적 절차적 지식이 형식적 절차적 지식의 학습에 영향을 미치는가, 또는 비형식적 개념적 지식이 형식적 개념적 지식의 학습

에 영향을 미치는가와 같은 좀더 미시적인 관점의 연구가 없는 실정이다.

Ⅴ. 후속연구과제

비형식적 지식과 형식적 지식간의 결합에 있어서 결합이란 무엇인지에 대한 논의는 거의 전무한 상태였다. 실질적으로 비형식적 지식과 형식적 지식간의 결합이 이루어지기 위하여 지속적인 몇 가지 연구가 진행되어야 할 것이다. 첫째로, 양지식의 결합을 시키는데 있어서 그들간의 틈이 얼마나 벌어져 있는지를 조사해 보지 않고는 양지식을 결합시켜 줄 교량(bridge) 건설은 가능하지 않을 것이다. 이를 위하여 각 수학적 지식의 비형식적 특성과 형식적 특성들에 대한 분석이 진행되어야 한다. 많은 경우에 기존 연구자들은 비형식적 지식에 관심을 지니고 연구를 하고 있지만, 형식적 지식과의 결합에 대한 논의는 소홀히 하는 경향이 있다(Carpenter, Fennema, & Romberg, 1993; Sowder, & Schappelle, 1995). 예를 들어, 분수란 수학적 지식이 형식적인 면에서 지니는 의미와, 분수에 대한 어린이들의 비형식적 수학간의 차이점과 유사점, 그리고 어린이들의 비형식적 수학에 있어서 옳지 못한 절차는 무엇이며 현실적으로 어린이들이 형성하기 어려운 개념은 무엇인지 등이 연구되어야 할 것이다. 둘째로, 어린이들이 일상생활에서 자신들의 비형식적 수학을 언제 어떻게 사용하는지를 관찰할 필요가 있다. 비형식적 수학 그 자체를 도입하거나 형식적 수학과의 연결을 시키는데 있어서 모형을 개발하는데 필수적 요소이다. 예를 들어, 두 개의 한 자리 수를 더하는 비형식적 절차인 "큰 수에 작은 수 더하기"를 지도하기 위하여 "수직선 (number line)"을 이용하고 있다 (Silver Gin burdett, 1998). 비형식적 지식을 지도를 위하여 적절하지 못한 수업모형을 이용하는 것은, 비형식적 지식을 도입이라는 취지에 부합하지 못하는 것이다. 따라서 적절한 모형을 개발하기 위하여 어린이들의 일상활동들을 보다 면밀히 수학적인 관점에서 관찰하는 것은 필연적이라고 할 수 있다.

참고문헌

오병승(2002). Personal communication (개인 의견).

Anderson, J. R. (2000). *Cognitive psychology and its application* (5th Edition). New York: Worth Publishing.

Baroody, A. J. (1989). *A guide to teaching mathematics in the primary grades.* Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Baroody, A. J. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.

Baroody, A. J. (2001). *Key transitions in the numerical and arithmetic development of typical and special children between the ages of 2 and 6 years.* Paper presented in the conference on standards for preschool and kindergarten mathematics education held at State University of New York at Buffalo.

Bishop, A. J., & Abreu, G. (1991). Childrens use of outside-school knowledge to solve mathematics problems in-school. *Proceedings of the Fifteenth International Con-*

ference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 128-135). Published by the Program Committee of the 15th PME Conference, Italy.

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher, 18* (1), 32-41.

Carpenter, T. P., Fennema E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction.* Portsmouth, NH: Heinemann and NCTM Press.

Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. (1993). *Rational numbers*: An integration of research. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1997). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 29* (1), 3-20.

Gagne, E. D., Yekovich, C. W., & Yekovich, F. R. (1993). *The cognitive science of school learning* (2nd edition). Menlo Park, CA: Addition-Wesley Pub. Co.

Gelman R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number* (2nd Edition). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ginsburg H. P. (1989). *Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it* (2nd Edition). Austin, TX: Pro ed

Ginsburg, H. P. (1996). Tobys math. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 175-202). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ginsburg, H. P., & Amussen, K. A. (1988). Hot mathematics. In G. B. Saxe & M. Gearhart (Eds.), *Children's Mathematics* (pp. 5-26). New Directions for Child Development, Monograph No. 41. San Francisco: Jossey-Bass.

Greeno, J., Riley, M. S., & Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology, 16*, 94-143.

Hiebert J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65-97). New York: Macmillan Publishing Company.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics:* An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kamii, C., & Dominick, A. (1998). The harmful effects of algorithms in grades 1-4. In L. J. Morrow, & M. J. Kenney (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics* (pp. 130-140). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kang, W. (1990). *Didactic transposition of mathematics knowledge in textbooks.*

Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia.

Kang, W., & Kilpatrick, J. (1992). Didactic transposition in mathematics textbooks. *For the Learning of Mathematics, 12* (1), 2-7.

Kilpatrick, J. Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington DC: National Academy Press.

Kim, J. (2002). *Development of instructional units connecting informal and formal mathematical knowledge of equivalency and addition.* Unpublished doctoral dissertation. Teachers College, Columbia University.

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology, 91* (1), 175-189.

Siegler, R. S., & Crowley, K. (1994). Constraints on learning in nonprivileged domains. *Cognitive Psychology, 27*, 194-226.

Silver Gin Burdett. (1998). *Mathematics: Exploring your world.* New York, NY: Silver Gin Burdett Press.

Song, M., & Ginsburg, H. P. (1985). *The development of informal and formal mathematical thinking in Korean and American children.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (69th, Chicago, IL, March 31-April 4, 1985).

Sowder, J. T., & Schappelle, B. P. (1995). *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades.* Albany, NY: State University of New York Press.

Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic.* NY: Macmillan.

A Short Discussion about Connection of Informal and Formal Mathematical Knowledge

Kim, Jin Ho (Educational Research Institute at Ewha Women' Univ.)

The purpose of this paper is to try formulating a working definition of connection of informal and formal mathematical knowledge. Many researchers have suggested that informal mathematical knowledge should be connected with school mathematics in the process of learning and teaching it. It is because informal mathematical knowledge might play a important role as a cognitive anchor for understanding school mathematics.

To implement the connection of them we need to know what the connection means.

In this paper, the connection between informal and formal mathematical knowledge refers to the making of relationship between common attributions involved with the two knowledge. To make it clear, it is discussed that informal knowledge consists of two properties of procedures and conceptions as well as formal mathematical knowledge does. Then, it is possible to make a connection of them. Now it is time to make contribution of our efforts to develop appropriate models to connect informal and formal mathematical knowledge.

key words : 비형식적 지식, 형식적 지식, 결합(connection)
e-mail : jk478kim@yahoo.co.kr