The Korean Communications
in Statistics Vol. 9, No. 3, 2002
pp. 577-594

Long Memory Characteristics in the Korean Stock Market Volatility[1]

Sinsup Cho[2], Hyuk Choe[3], Joon Y. Park[4]

Abstract

For the estimation and test of long memory feature in volatilities of stock indices and individual companies semiparametric approach, Geweke and Porter-Hudak (1983), is employed. Empirical study supports the strong evidence of volatility persistence in Korean stock market. Most of indices and individual companies have the feature of long term dependence of volatility. Hence the short memory models are unable to explain the volatilities in Korean stock market.

Keywords : volatility, long memory process

1. 서론

장기기억과정(long memory process)는 1950년대부터 수문학(hydrology), 기후학(climatology)등의 분야에서 통계학자들에 의해 관측 시계열의 지속적인 의존성을 통계학적으로 모형화하기 위해 도입되었으며, 1980년대 이후에는 금융시계열(financial time series)들의 분석에 폭넓게 이용되고 있다. 특히 금융시장의 변동성 분석 연구에 유용한 분석틀이다. 통계학적으로 장기기억과정이란 전통적인 ARIMA모형에서 차분모수(difference parameter) d가 정수의 값으로 제약되어 있는 반면에 차분모수 d의 범위를 실수로 확장했을 때, 특히 그 범위가 (0, 1/2) 사이에 존재할 때를 의미한다. 장기기억과정을 따르는 시계열은 자기상관(autocorrelation)함수가 시차(time lag)이 커짐에 따라 서서히 감소(hyperbolically decay)하는 특징을 가지는데, 이는 지수적으로 감소(exponentially decay)하는 I(0) 과정 및 자기상관함수가 감소하지 않는 단위근(unit root)을 갖고 있는 I(1) 과정과 구별되는 특징이다. 장기기억과정의 일반적 형태는 스펙트랄밀도함수(spectral density function)가

$$f_X(\lambda) \sim |\lambda|^{-2d},\ d \in (0, 1/2)$$

를 따르는 X_t로 표현된다. 이때 진동수 λ가 0에 가까워질수록 스펙트랄밀도함수는 무한대로 발산함을 알 수 있다. 또한 이런 장기기억과정의 자기상관함수 값의 절대치의 합이 유한하지 않는

---

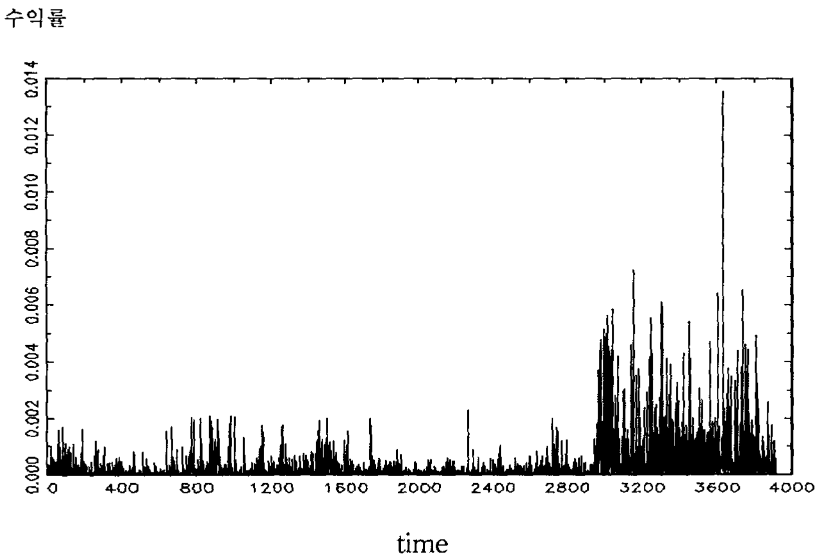
1) This work was supported by the interdisciplinary program of Seoul National University, 2000. The authors wish to thank Dr. G. Nam for his assistance and the anonymous refree for helpful comments.

2) Professor, Department of Statistics, Seoul National University, Seoul Korea 151-742
Email : sinsup@snu.ac.kr

3) Professor, College of Business Administration, Seoul National University, Seoul Korea 151-742

4) Professor, School of Economics, Seoul National University, Seoul Korea 151-742

특징을 띄게 된다. 즉, d의 값에 따라 $d \in (-1/2, 0)$인 경우를 단기기억과정(short memory process)라고 부르며, $d \leq -1/2$이면 비가역적(noninvertible) 과정, $d \geq 1/2$이면 비정상시계열을 따른다고 한다.

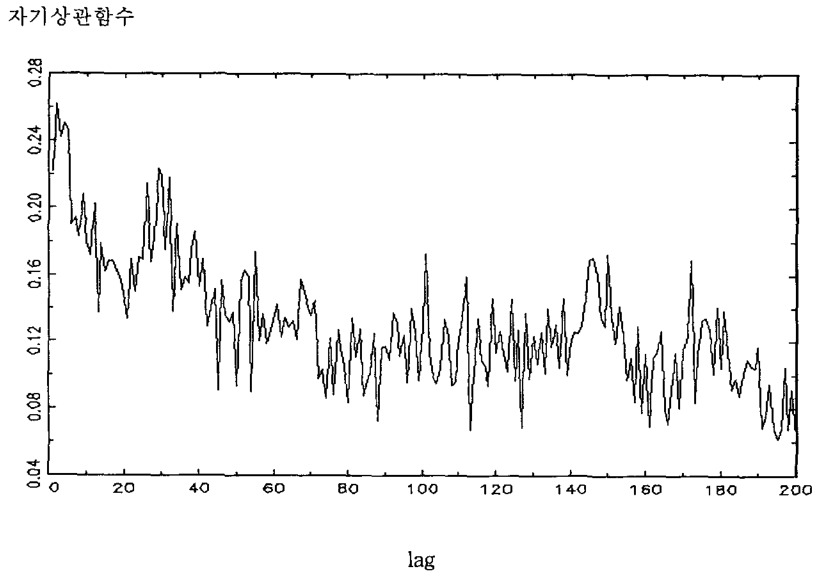


<그림 1> 종합주가지수의 변동성

금융시장의 변동성은 위의 <그림 1>에서 보듯이 수익률(여기서 수익률은 P_t를 지수라고 할 때, $\ln(P_t/P_{t-1})$를 의미)에서는 잘 관측되지 않는 군집현상(clustering)이 존재한다. 즉 수익률이 높은 기간이 상당기간 지속되고 낮은 기간도 상당기간 지속되는 현상을 보여주며 이는 변동성이 유의한 정도로 연속상관관계(serially correlated)가 있다는 뜻으로 해석된다. 특히 이들의 이와 같은 군집현상을 분석하는데 있어서 장기기억과정이 유용한 이유는 <그림 2>에서 보듯이 시차가 커짐에 따라 자기상관함수의 값이 완만하게 감소하고 있는 경우가 흔히 목격되며 이런 양태는 기존의 I(0)나 I(1) 과정에서는 설명되지 않기 때문이다.

경험적인 자료에서의 위와 같은 특징으로 인하여 이전의 많은 연구에서는 장기기억과정을 통하여 변동성을 분석하였다. Robinson (1991)은 기존의 대표적인 변동성 분석 모형으로 Engle (1982)이 제안한 자기회귀 조건부 이분산(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity : ARCH(p))과 Bollerslev (1986)의 일반화 자기회귀 조건부 이분산(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity : GARCH(p,q))를 수익률의 제곱의 자기상관함수가 서서히 감소하는 장기기억성을 갖도록 확장을 모색하였으며, Bollerslev and Mikkelsen (1996)와 Baillie, Bollerslev and Mikkelsen (1996) 은 이에 기반한 fractionally integrated GARCH와 EGARCH를 제안하였다. 반면에 Breidt, Crato and de Lima (1998)과 Harvey (1993) 등은 Talyor (1986)가 제안한 확률적 변동성(Stochastic Volatility)모형을 장기기억성이 포괄될 수 있도록 확장시켰다. 확률적 변동성모형은 ARCH나 GARCH 모형처럼 관측값에 의존하는 모형이 아니라 변동성이 관측되지 않는 잠행변수(latent variable)의 영향을 받는다는 가정을 모형화 했다. 확률적 변동성 모형의 장점은 수준 계열(level series)에서 확립된 장기기억프로세스의 특징을 그대로 이어 받게되어 이론 정립이 쉬워

진다는 점이다. 특히, Deo and Hurvich (2001)는 장기기억 확률적 변동성(long-memory stochastic volatility: LMSV)모형에서 기억모수 d의 추정에 반비모수적(semiparametric) 방법을 사용하여 변동성의 장기기억성 추정을 용이하게 만들었다.



<그림 2> 종합주가지수 수익률의 자기상관함수

본 연구에서는 장기기억과정과 관련된 이론적 연구업적을 정리하여 소개하고, 장기기억성의 검증에 유용한 반비모수적방법을 사용하여 한국주식시장의 변동성이 장기기억성을 가지고 있는지 여부를 검증하고자 한다. 2장에서는 기존의 장기기억과정의 연구결과를 반비모수적 접근을 중심으로 살펴본다. 3장에서는 2장에서 제시한 변동성의 장기기억과정 모형을 갖고서 주식시장에서 추정한 결과와 그 유의성을 검토한다. 4장에서는 3장의 실증분석의 결과와 본 연구의 한계점 그리고 향후 연구 방향에 대하여 설명한다.

2. 장기기억과정과 관련된 연구업적

2.1 장기기억과정

장기기억과정을 수리적으로 정의하는 방법은 일반적으로 시간영역(time domain)에서 자기상관함수를 이용하여 정의하는 방법과 진동수 영역(frequency domain)에서 스펙트랄밀도함수를 이용하여 정의하는 두 가지 방법이 있다. 먼저 자기상관함수의 관점에서 살펴보면, 어떤 시계열 $\{X_t\}$의 자기상관함수 $\rho(\cdot)$가

$$\rho(j) \sim C_1 j^{2d-1} \tag{1}$$

의 형태를 갖고, $C_1 \neq 0$ 그리고 $0 < d < 1/2$ 를 만족하면, 시계열 $\{X_t\}$가 장기기억과정을 따른다고 정의한다. 장기기억모수(long-memory parameter) d는 시차가 커짐에 자기상관함수의 값이 감소하는 속도를 조절한다. 전통적인 ARMA과정의 자기상관함수는 시차가 커짐에 따라서 지수적으로 감소하는 반면에 장기기억과정의 자기상관함수는 훨씬 천천히 감소함을 볼 수 있다. 한편, 진동수 영역에서 시계열 $\{X_t\}$의 스펙트랄밀도함수 $f(\cdot)$가

$$f(\lambda) \sim C_2 \lambda^{-2d} \tag{2}$$

의 형태를 갖고, $C_2 > 0$ 그리고 $0 < d < 1/2$ 를 만족하면, 시계열 $\{X_t\}$가 장기기억과정을 따른다고 정의한다. 진동수(frequency) λ가 0에 가까워짐에 따라서 스펙트랄밀도함수가 무한대로 발산하는 특성을 보이게 된다. 특정한 조건아래에서는 식 (1)과 (2)의 정의가 동등하지만(equivalent), Robinson(1995)의 연구에 따르면, 일반적으로는 식 (1)과 (2)가 동등하지는 않다. 대표적인 장기기억과정의 예로는 fractionally differenced ARIMA (p, d, q)과정을 들 수 있다.

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \tag{3}$$

단, $0 < d < 1/2$, L은 후방작용소이고 $\Phi(L)$과 $\Theta(L)$의 근은 단위원 밖에 있으며, ε_t는 백색잡음(white noise)을 따른다. $(1-L)^d$는 음이항 정리를 이용하여

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}$$

로 주어진다.

장기기억과정을 통계적으로 모형화 하는데 있어서 중요한 문제는 d의 추정이다. Granger and Joyeux (1980)는 고차 자기회귀과정을 장기기억과정으로 근사시켰으며, d가 서로 다른 경우의 분산을 비교함으로써 d를 추정하였다. 정규분포 가정하의 모수적 추정방법은 Fox and Taqqu (1986) 그리고 Giraitis and Surgailis (1990) 등에 의해 자세히 연구되었다. 그러나 위에 언급한 모수적 접근들에서는 가정된 모형이 틀리는 경우 심각한 추정상의 오류를 일으키는 문제점을 내포하고 있다. 반면에 Geweke and Porter-Hudak(GPH)(1983)은 기억모수 d를 반비모수적(semiparametric)인 방법으로 추정하는 방법을 제안하였다. GPH 추정량을 구하기 위해서는 우선 식 (3)을 따르는 Gaussian 시계열 $\{X_t\}$를 시간 영역에서 진동수 영역으로 푸리에 변환(Fourier transformation)함으로써

$$f(\lambda) = |1-\exp(-i\lambda)|^{-2d} g(\lambda) \tag{4}$$

를 얻는다. $\Phi(L)^{-1}\Theta(L)\varepsilon_t$의 스펙트랄밀도함수인 $g(\lambda)$의 로그-피리어드그램(log-periodogram)을 이용하여

$$\log(I_x(\lambda_s)) = (\log g(\lambda_0) - C) - d\log|1-\exp(-i\lambda)|^2 + u_s \tag{5}$$

을 얻게 된다. 이때, 진동수는 $\{\lambda_s = 2\pi s/n, s = 1, \ldots, m \text{ for } some\ m = o(n)\}$를 만족하며, 피리어드그램은 $I_x(\lambda_s) = 1/2\pi n \left| \sum_{t=1}^{n} X_t e^{it\lambda_s} \right|^2$ 로 정의되고, $C=$ 0.577216... 로 오일러 상수(Euler's constant)이라고 하면, $u_s = \log(g(\lambda_s)/g(0)) + \log(I_x(\lambda_s)/f(\lambda_s)) + C$이다. 이렇게 유도된 식 (5)는 회귀식의 형태를 갖게 되는데 이를 로그-피리어드그램 회귀식(log-periodogram regression)이

라고 부른다. 만약에 로그-피리어드그램 회귀식의 $\{u_s; s=1,\ldots,m\}$가 전통적인 회귀식의 오차가 갖고 있는 성질들, 즉 서로 독립이고 같은 분포를 따름(i.i.d.)을 만족한다면 장기기억모수를 회귀계수로 보고 최소제곱추정량

$$\hat{d}=-\frac{\sum_{s=1}^{m}(a_s-\bar{a})\log I_x(\lambda_s)}{2\sum_{s=1}^{m}(a_s-\bar{a})^2} \tag{6}$$

단, $a_s=\log|1-\exp(-i\lambda_s)|=\log|2\sin(\lambda_s/2)|$ 로 쉽게 추정할 수 있게 된다. Geweke and Porter-Hudak (1983)은 제한적인 경우 ($-1/2<d<0$)에 GPH 추정량의 점근적 정규성을 증명하였지만, 모의실험을 통하여 식 (4)의 $g(\cdot)$가 일반적인 가정을 충족하면 GPH 추정량이 점근적으로 다음과 같음을 보였다.

$$\sqrt{m}(\hat{d}-d)\rightarrow^{d} N(0,\frac{\pi^2}{24})$$

위의 점근성이 성립하기 위하여 식 (4)의 $g(\lambda)$의 충족해야할 가정들은 식 (3)의 ARMA (p,q)의 차수에 관계없이 정상시계열(stationary time series)이면 만족되므로 GPH 추정방법은 반비모수적 추정이다. Künsch (1986)는 식 (5)의 $\{u_s; s=1,\ldots,m\}$가 0근처의 값에서는 서로 독립적이지도 않고 같은 분포를 따르지 않는다는 사실을 보였다. Robinson (1995)은 Kunch (1986)의 연구결과를 이용하여 0 근처의 진동수(frequency)를 제거(trimming)하고 모든 영역($-1/2<d<1/2$)에서 GPH 추정량의 점근적 정규성을 증명하였다. 즉 그는 특정조건을 만족하는 상대적으로 작은 l만큼의 0근처의 진동수를 버린 다음과 같은 수정된 GPH추정량을 제안하였다.

$$\hat{d}^{M}=-\frac{\sum_{s=l+1}^{m}(a_s-\bar{a})\log I_x(\lambda_s)}{2\sum_{s=l+1}^{m}(a_s-\bar{a})^2}.$$

Hurvich, Deo, and Brodsky (1998)등은 약간의 추가적인 $g(\cdot)$ 의 가정아래에서 0 근처의 진동수를 제거하지 않고도 GPH 추정량의 점근적 정규성과 일치성을 보임으로써 그 활용성을 높이는 계기를 마련했다.

최근에는 기억모수의 값이 1/2보다 큰 경우에 있어서의 기억모수의 추정에 대한 연구도 활발하게 진행되고 있다. 기억모수가 1/2보다 크면 비정상시계열을 따른다. 특히 1/2과 1사이에서는 정상성을 잃기는 하지만 평균회귀(mean reverting)특성은 유지한다. Robinson (1995)은 기억모수의 영역이 1/2보다 큰 경우에는 차분(differencing)을 통하여 1/2보다 작게 만들 수 있다고 제안하였다. 하지만 실제 분석에서는 차분 전에 기억모수 추정을 해야할 필요성이 있는 경우가 발생하며 또한 Agiakloglou, Newbold and Wohar (1993)는 먼저 차분하고 추정한 기억모수의 추정값과 추정을 먼저하고 차분 값을 반영한 기억모수의 추정값이 서로 같지 않음을 밝히기도 했다. 즉 기억모수의 추정은 차분에 대해서 불변(invariant)이지 않다. Kim and Phillips (1999, 2000)는 비정상시계열인 경우 로그-피리어드그램 회귀분석을 이용한 최소제곱추정량의 연구에서 정규성 가정이나 진동수의 부분적인 제거 없이도 GPH 통계량의 일치성과 점근적 정규성을 증명하였다.

2.2 변동성 분석에서의 장기기억과정 모형

금융시계열에서 흔히 관측되는 변동성의 의존성 문제를 수리적으로 모형화하는데 있어서 Engle (1982)은 자산의 수익률 r_t를 다음과 같이 표현하는 ARCH(q) 모형을 제안하였다.

$$r_t = \sigma_t e_t \tag{7}$$

(7)에서 e_t는 $i.i.d.\ (0,\ \sigma_e^2)$를 만족하는 시계열이며, $\sigma_t \in \mathcal{F}_{t-1}$, $\mathcal{F}_t$는 t까지의 정보구조(information structure)이면서, $\alpha(L)$의 근이 단위원 밖에 존재하고 차수가 q일 때,

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L) r_t^2$$

를 만족하는 과정이다. ARCH(q) 과정은 $v_t = r_t^2 - \sigma_t^2$ 라고 재설정(reparametrization)을 하면,

$$\{1 - \alpha(L)\} r_t^2 = \omega + v_t$$

로 AR(q)과정의 형태로 바꿀 수 있다. Bollerslev (1986)가 제안한 일반화된 ARCH 모형인 GARCH(p, q) 모형도 식 (7)의 조건부 분산이

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L) r_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2$$

단, $\alpha(L)$과 $\beta(L)$의 근은 단위원 밖에 존재하며 차수는 각각 q, p를 만족하는 모형으로, ARCH에서와 같이 $v_t = r_t^2 - \sigma_t^2$라고 재설정을 하면,

$$\{1 - \alpha(L) - \beta(L)\} r_t^2 = \omega + \{1 - \beta(L)\} v_t$$

ARMA(m, p), 단 $m = \max(p, q)$,의 형태를 갖게된다. 또한 GARCH 모델 적용에 있어서 비음수 조건에 기인한 추정의 어려움에 대한 대안으로 등장한 exponential GARCH (EGARCH) 모형도 ARCH와 GARCH처럼 재설정 후, 수익률의 제곱의 ARMA형태로 변환이 가능하다. 이런 사실들은 수익률의 제곱이나 로그-제곱의 자기상관함수의 양태가 ARMA의 자기상관함수를 따름을 보여주는데, 즉, 시차가 커짐에 따라 지수적으로 감소하는 모습이라고 할 수 있다. 따라서 실증 자료에서 흔히 부딪히는 변동성의 장기 의존성을 설명하기에는 ARCH류의 모형으로는 적절하지 못하다고 할 수 있다. 이러한 이유로 인해 자연스럽게 ARCH 류의 모형을 확장하여 장기의존성을 설명하려는 연구가 진행되었다. Robinson (1991)의 논문을 시작으로 Bollerslev and Mikkelsen (1996)와 Baillie, Bollerslev and Mikkelsen (1996)의 연구가 뒤따르면서 fractionally integrated GARCH(FIGARCH) and EGARCH(FIEGARCH) 모형들이 제안되었다. 구체적으로 FIGARCH (p, d, q)의 모습은

$$\{1 - \alpha(L) - \beta(L)\}(1 - L)^d r_t^2 = \omega + \{1 - \beta(L)\} v_t$$

단, $\alpha(L)$과 $\beta(L)$의 근은 단위원 밖에 존재하며 차수는 각각 q, p이고, $0 < d < 1/2$를 만족하는 장기기억모수 d로 인하여 자기상관함수의 값은 시차가 커짐에 따라 서서히 감소하게 된다. 하지만 위에 언급된 모형들은 실제적으로 변동성의 장기기억성을 파악하는데 모수적 접근을 사용함으로써 단기기억구조(short memory structure)에 대한 사전정보를 갖고 있어야한다. 따라서 사전에 잘못 가정된 모형은 기억모수 추정에 있어서 문제점을 야기하게 된다.

ARCH 류의 접근 외에도 Taylor (1986)가 제안한 확률적 변동성 모형은 식 (7)의 σ_t를

$$\sigma_t = \sigma \exp(\frac{X_t}{2}) \tag{8}$$

만족하는 확률과정으로 설정하고 이때, X_t를 Gaussian ARMA모형으로 e_t와는 서로 독립인 상태로 설정한다. 확률적 변동성모형은 간단히 로그-제곱 변환을 거치면

$$\begin{aligned} \log(r_t^2) &= \log\sigma^2 + X_t + \log e_t^2 \\ &= \left(\log\sigma^2 + \mathbf{E}[\log e_t^2]\right) + X_t + \left(\log e_t^2 - \mathbf{E}[\log e_t^2]\right) \\ &= \mu + X_t + \eta_t \end{aligned} \tag{9}$$

단, μ는 $\log\sigma^2 + \mathbf{E}[\log e_t^2]$이고, $\{\eta_t\}$는 $\log e_t^2 - \mathbf{E}[\log e_t^2]$ 로서 일차 선형 결합의 모양을 띄게 된다. 특히, 이때 $\{\eta_t\}$는 서로 독립이고 동일한 분포를 따르면서 평균은 0이고 유한한 분산을 갖는다. 예를 들어, $e_t \sim N(0,1)$이면 $\log e_t^2$는 로그 χ_1^2의 분포를 따르며 평균은 -1.27이고 분산은 $\pi^2/2$임을 Wishart (1947)의 논문에서 밝혔다. 따라서 로그-제곱 변환된 수익률의 자기공분산함수는 X_t의 자기공분산함수와 t=0인 경우를 제외하고는 같게 된다. 이것은 수익률의 변동성의 의존성 정도가 X_t의 의존성 정도로 결정됨을 의미한다. 그러므로 변동성의 장기기억성을 모형화하기 위해서는 잠행변수 X_t가 장기기억과정을 따르게 하면 된다. Breidt, Crato and de Lima (1998)와 Harvey (1993) 등은 확률적 변동성 모형을 장기기억과정까지 확장시켜 LMSV모형을 제안했다. 특히 Breidt et al. (1998)은 LMSV가 FIGARCH나 FIEGARCH 보다 우월한 장점을 갖고 있는데, 특히 LMSV모형은 이미 잘 알려진 X_t 즉, 장기기억과정의 통계적인 성질들을 이용할 수 있으므로 다루기가 쉬운 점이 있다. LMSV모형에서 기억모수의 추정문제는 Hosoya (1997)가 모수적 방법으로 다루었다. 하지만 모수적 접근의 단점은 모형 설정 오류의 경우 추정량이 일치추정량이 되지 않을 수 있다는 점이다. 따라서 Deo and Hurvich (2001)는 모수에 대한 가정이 필요없는 로그-피리어드그램을 이용한 반비모수적인 GPH 추정량을 제안하고 그 점근적 정규성을 증명하였다. 국내에서의 주가지수 수익률의 장기기억성에 대한 연구로는 김진호 (1998)와 이일균 (1999)를 들 수 있다. 김진호는 1996년 1월 3일부터 1998년 2월 14일까지의 종합주가지수 수익률의 일별자료에 FIGARCH 모형을 적합하였으나 기억모수 d가 유의하지 않다는 결론을 얻었으며, 이일균 (1999)은 1980년 1월 4일부터 1995년 12월 27일까지의 일별 종합주가지수의 수익률에 장기기억성이 존재함을 보인 바 있다.

본 연구에서는 한국주식시장의 변동성의 장기의존성을 확인하기 위하여 IMF 외환위기 전후의 자료를 이용하여 기억모수 추정을 통해 그 존재성을 보이고자 한다. 기억모수 추정을 위해서는 반비모수적 방법을 통한 GPH 추정량을 사용한다.

3. 한국주식시장의 실증분석

3.1 자료

주식시장의 변동성의 장기의존성 연구의 실증분석에서는 현재 우리 나라의 일별 KOSPI(한국종

합주가지수)와 한국 증권거래소에 상장된 개별 기업을 대상으로 분류한 산업별 지수 8가지와 산업별 대표기업 8개의 수정주가 그리고 KOSDAQ지수 등을 대상으로 하였다. Global Industry Classification Standard(GICS) 국제산업분류기준에 기초하여 미래에셋 증권에서 구성한 산업별 지수와 수정주가는 미래에셋 증권에서 제공받았으며, 각 산업별 대표기업은 지수 편입 종목 중에서 시가총액 비중으로 선택하였다.

분석기간은 KOSPI의 경우 1987년 9월 1일부터 2001년 6월 29일까지의 자료를, 산업별 지수는 1995년 1월 4일부터 2001년 5월 31일까지의 자료를 사용하였다. 개별기업의 경우는 삼성중공업을 제외하고는 1991년 1월 3일부터 2001년 6월 29일까지의 자료를 삼성중공업은 1994년 1월 28일부터 2001년 6월 29일까지를 자료를 분석하였다. 마지막으로 KOSDAQ지수는 1997년 1월 3일부터 2001년 6월 29일까지의 자료를 사용하였다.

특히 장기의존성 추정의 강건성(robustness) 문제를 살펴보기 위하여 기억모수 추정기간을 세 구분으로 나누어서 분석하였다. 위에 제시된 전체기간의 자료를 사용한 추정, IMF 외환위기 이전인 1997년 9월까지의 자료를 사용한 추정과 1997년 10월 이후의 자료를 사용한 추정으로 구분하여 분석하였다.

3.2 모형추정결과

위에서 소개한 반비모수적 기억모수 추정기법을 이용하여 한국주식시장의 대표적 주가지수들과 개별기업들을 분석하였다. 추정기법은 각 자료에 대해서 수익률의 제곱에 대한 GPH 추정과 LMSV 모형을 이용한 수익률의 제곱의 로그 변환에 대한 GPH 추정을 사용하였다. 또한 GPH 추정에 있어서 로그-피리어드그램 회귀분석에 사용되는 진동수의 개수를 정하여야 하는데, 여기서는 표본의 개수를 n이라고 할 때, $n^{0.55}$, $n^{0.6}$, $n^{0.7}$를 이용하였다.

<표 2>와 <표 3>은 대표적인 주가지수들에 대한 표본 전체에 대한 분석 결과이다. 표에서 볼 수 있듯이 주식시장의 각 지수들은 추정 방법에 크게 영향을 받지 않으면서 모두 강한 장기기억성을 갖고 있다. 왜냐하면, 대부분의 기억모수 추정량이 $0.2<d<0.4$에 존재하면서 그 t-통계량도 3보다 큰 값이어서 통계적으로도 아주 유의하기 때문이다.

개별기업에 대해서는 <표 4>와 <표 5>에서 표본 전체에 대하여 기억모수를 추정했다. 개별 기업의 경우들도 지수들과 같이 매우 강한 장기의존성을 보이고 있다. 모든 기억모수의 진동수의 개수에 관계없이 추정값들이 0.2와 0.4사이에 놓여있음을 볼 수 있다. 또한 t-통계량도 모두 3이상의 값을 갖고 있다.

표본전체에 대한 실증분석에서는 한국주식시장에 전반적으로 아주 강한 장기의존성이 있음이 확인되었다. 하지만 <그림 1>에서 보듯이 변동성의 과거 시계열 자료를 보면 IMF 외환위기가 시작되는 1997년 10월 이후 자료와 그 전 자료간의 현격한 차이가 존재한다. 즉, IMF 외환위기 이후, 한국주식시장에서는 변동성이 이전과는 구별되게 증가하고 있으며, 이런 현상은 장기기억성 존재가 확인되어도 이 특성이 IMF 사태 이전과 이후로 구별되는 두 시기 중 어느 한 시기의 특징에 기인할 수도 있게 된다. 따라서 본 연구에서는 기억모수 추정의 표본기간을 IMF 사태 이전과 이후의 두 기간으로 구분하고, 각 시기별로 기억모수들을 추정해 보았다.

<표 1> 지수와 대표 기업 분류

8개 산업구분	각 산업별 대표 기업	세부 산업
산업1: Information Technology	삼성전자	전기/전자
산업2:Telecommunication	SK텔레콤	통신업
산업3: Basic Material	포항제철	종이목재 화학 비금속 철강/금속
산업4: Consumer Discretionary	현대자동차	섬유의복 유통업 건설업 서비스업
산업5: Consumer Staple	제일제당	음식료 의약품 의료정밀
산업6: Industrials	삼성중공업	운수장비 기계 운수창고업
산업7: Utilities	한전	전기/가스
산업8: Financials	삼성증권	금융업

<표 6>과 <표 7>는 IMF 외환위기 이전의 주가지수들의 표본을 대상으로 기억모수를 추정한 결과이다. <표 6>에서는 기억모수 추정값에서는 전체 표본기간을 사용한 추정<표 2>과 큰 차이가 드러나지 않고 있다. 다만, 산업 8(금융업)을 제외하고는 t-통계량의 값이 <표 2>보다 작음을 알 수 있다. 하지만 아직도 통계적 유의성은 유지하고 있다. <표 7>에서는 LMSV 모형을 통한 추정의 결과들을 보여주고 있는데, 전체 표본기간을 사용한 분석 <표 3>보다 추정값들과 t-통계량들이 전반적으로 작아지고 있음을 알 수 있다. 그러나 과반수 이상의 추정량이 통계적으로 아주 유의하게 장기기억성의 존재를 확인해주고 있음에 따라서 IMF이전의 지수자료에서도 장기의존성이 있다고 할 수 있다.

각 개별기업의 결과를 살펴보면, <표 8>과 <표 9>에서 볼 수 있듯이 전체 추정량들이 전체 표본기간을 사용한 분석과 큰 차이가 없이 대분분 0.2와 0.4사이에 안정적으로 존재함을 알 수 있다. 단지 통계적 유의성이 <표 4>와 <표 5>에 비해서 약간 떨어짐을 볼 수 있을 뿐이다.

한편, 표본기간을 IMF 외환위기 이후로 한정한 분석의 결과를 살펴보면 다음과 같다. <표 10>과 <표 11>의 결과를 보면, 외환위기 이후의 지수자료에서도 변동성의 장기의존성이 확인되고 있음을 볼 수 있다. 다만, 개별기업의 자료에서는 전반적으로 장기기억성에 대한 성질이 확인되고 있지만, 몇 몇 기업의 기억모수가 통계적으로는 유의하지 않더라도 음수로 추정되는 현상을 관측할 수 있었다.

즉, 실증분석결과를 종합해보면 한국주식시장에서는 변동성이 장기의존적인 성질을 갖고 있으며 이 특징은 어느 특정한 기간에 국한되어 있는 모습이라고 볼 수는 없다라고 할 수 있을 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 자산시장의 변동성 연구에서 효과적인 분석틀로 인식되고 있는 장기기억과정에 대한 기존의 연구 성과를 소개하고 이에 기초한 한국주식시장에서의 변동성의 장기기억성 확인을 위한 실증분석을 하였다.

실증분석을 위한 기억모수 추정 모델과 방법은 단기기억성 구조에 얽매이지 않고 추정할 수 있으며 그 통계적 점근적 성질이 최근에 잘 연구되어 있는 Geweke and Porter-Hudak (1983)이 제안한 GPH 추정량을 사용하였다. 또한 변동성 연구를 위한 모형으로 제안된 LMSV 모형을 병행하여 분석하였다. 실증분석을 위해서는 주식시장을 대표할 수 있는 지수자료와 각 산업별 지수 그리고 해당 산업의 시가총액기준 대표 기업을 분석하였다. 분석기간에 IMF 외환위기 기간이 존재하므로 추정량의 강건성(robustness)을 위하여 전체기간에 대한 분석과 IMF 전후를 나눈 기간들에 대한 각 기간별 분석을 하였다.

실증분석의 결과 한국주식시장의 변동성에 장기기억성이 존재한다고 말할 수 있었다. 전체적으로 기억모수의 추정값이 0과 1/2사이의 값을 갖고 있었으며, 통계적 유의성도 아주 높았다. 또한 장기기억성이 특정 기간에 국한되어 있는 특수한 성질이라기 보다는 전 기간에 걸치는 본래의 특성이라고 결론지을 수 있었다.

향후의 연구과제로는 주식시장에서의 변동성의 장기의존성을 확인하는 것에서 더 나아가 장기기억과정을 이용한 변동성의 예측모형 개발을 들 수 있다. 기존의 변동성에 대한 예측모형으로는 변동성의 예측은 선물과 옵션시장에서 지속적으로 관심을 갖고 있는 분야이며, 특히 개별업종의 변동성예측 모형 개발은 2002년도 1월로 예정되어 있는 7개 개별종목 옵션상장과 맞물려 시급한 과제라 아니할 수 없다.

<표 2> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정(전 기간 사용)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	3916	0.485**	0.389**	0.338**
		(6.747)	(6.818)	(9.171)
KOSDAQ	1186	0.321**	0.323**	0.322**
		(3.081)	(3.773)	(5.571)
산업1	1760	0.326**	0.266**	0.225**
		(3.513)	(3.563)	(4.544)
산업2	1760	0.346**	0.341**	0.345**
		(3.728)	(4.569)	(6.947)
산업3	1760	0.385**	0.466**	0.311**
		(4.154)	(6.243)	(6.279)
산업4	1760	0.261**	0.307**	0.366**
		(2.816)	(4.116)	(7.373)
산업5	1760	0.488**	0.510**	0.403**
		(5.267)	(6.829)	(8.125)
산업6	1760	0.358**	0.421**	0.382**
		(3.862)	(5.637)	(7.710)
산업7	1760	0.317**	0.297**	0.200**
		(3.422)	(3.973)	(4.024)
산업8	1760	0.119	0.166**	0.165**
		(1.285)	(2.224)	(3.319)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 3> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정: LMSV 모형(전 기간 사용)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	3916	0.338**	0.303**	0.266**
		(4.709)	(5.299)	(7.234)
KOSDAQ	1186	0.468**	0.432**	0.282**
		(4.486)	(5.040)	(4.872)
산업1	1760	0.456**	0.368**	0.231**
		(3.513)	(3.563)	(4.544)
산업2	1760	0.317**	0237**	0.264**
		(3.416)	(3.180)	(5.318)
산업3	1760	0.443**	0.371**	0.243**
		(4.772)	(4.965)	(4.894)
산업4	1760	0.351**	0.234**	0.257**
		(3.781)	(3.137)	(5.172)
산업5	1760	0.408**	0.327**	0.241**
		(4.395)	(4.385)	(4.853)
산업6	1760	0.282**	0.347**	0.266**
		(3.041)	(4.652)	(5.369)
산업7	1760	0.333**	0.232**	0.225**
		(3.594)	(3.107)	(4.543)
산업8	1760	0.276**	0.278**	0.238**
		(2.978)	(3.723)	(4.797)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 4> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정(전 기간 사용)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	2957	0.456**	0.354**	0.289**
		(5.838)	(5.633)	(7.062)
SK텔레콤	2957	0.472**	0.451**	0.303**
		(6.035)	(7.179)	(7.408)
포항제철	2957	0.324**	0.256**	0.253**
		(4.151)	(4.076)	(6.189)
현대자동차	2957	0.312**	0.261**	0.243**
		(3.994)	(4.157)	(5.940)
제일제당	2957	0.305**	0.325**	0.405**
		(3.906)	(5.177)	(9.906)
삼성중공업	2053	0.449**	0.475**	0.351**
		(5.113)	(6.720)	(7.495)
한전	2957	0.433**	0.337**	0.223**
		(5.534)	(5.358)	(5.443)
삼성증권	2957	0.286**	0.300**	0.280**
		(3.654)	(4.771)	(6.837)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 5> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정:LMSV모형 사용(전 기간 사용)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	2957	0.524**	0.348**	0.277**
		(6.704)	(5.535)	(6.764)
SK텔레콤	2957	0.385**	0.359**	0.331**
		(4.921)	(5.717)	(8.092)
포항제철	2957	0.436**	0.342**	0.291**
		(5.585)	(5.436)	(7.111)
현대자동차	2957	0.468**	0.394**	0.255**
		(5.994)	(6.272)	(6.232)
제일제당	2957	0.389**	0.336**	0.254**
		(4.980)	(5.354)	(6.203)
삼성중공업	2053	0.266**	0.279**	0.222**
		(3.033)	(3.941)	(4.736)
한전	2957	0.420**	0.321**	0.266**
		(5.369)	(5.111)	(6.510)
삼성증권	2957	0.383**	0.312**	0.256**
		(4.905)	(4.963)	(6.270)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 6> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정(~1997.9)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	2941	0.349**	0.352**	0.318**
		(4.441)	(5.610)	(7.759)
산업1	785	0.310**	0.313**	0.311**
		(2.591)	(3.169)	(4.588)
산업2	785	0.259*	0.219*	0.251**
		(2.165)	(2.216)	(3.699)
산업3	785	0.447**	0.436**	0.421**
		(3.740)	(4.421)	(6.221)
산업4	785	0.264*	0.370**	0.327**
		(2.213)	(3.745)	(4.828)
산업5	785	0.391**	0.488**	0.385**
		(3.268)	(4.938)	(5.677)
산업6	785	0.250*	0.323**	0.321**
		(2.091)	(3.270)	(4.740)
산업7	785	0.231*	0.266**	0.124*
		(1.933)	(2.699)	(1.827)
산업8	785	0.261*	0.387**	0.308**
		(2.185)	(3.920)	(4.546)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 7> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정:LMSV모형사용(~1997.9)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	2941	0.211**	0.189**	0.177**
		(2.676)	(3.002)	(4.326)
산업1	785	0.107	0.093	0.205**
		(0.892)	(0.939)	(3.021)
산업2	785	0.097	0.116	0.115**
		(0.813)	(1.179)	(1.699)
산업3	785	0.167	0.159	0.191**
		(1.399)	(1.607)	(2.816)
산업4	785	0.025	0.117	0.128*
		(0.213)	(1.180)	(1.894)
산업5	785	0.263**	0.203*	0.182**
		(2.199)	(2.056)	(2.684)
산업6	785	0.252*	0.248**	0.184**
		(2.107)	(2.510)	(2.723)
산업7	785	0.150	0.104	0.157*
		(1.258)	(1.054)	(2.314)
산업8	785	0.060	0.194*	0.114*
		(0.501)	(1.969)	(1.681)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 8> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정(~1997.9)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	1982	0.378**	0.352**	0.339**
		(4.271)	(4.927)	(7.149)
SK텔레콤	1982	0.240**	0.171**	0.179**
		(2.713)	(2.384)	(3.768)
포항제철	1982	0.128**	0.242**	0.229**
		(1.443)	(3.379)	(4.833)
현대자동차	1982	0.384**	0.372**	0.280**
		(4.333)	(5.201)	(5.892)
제일제당	1982	0.240**	0.240**	0.243**
		(2.713)	(3.350)	(5.127)
삼성중공업	1078	0.389**	0.324**	0.342**
		(3.589)	(3.689)	(5.709)
한전	1982	0.382**	0.334**	0.323**
		(4.293)	(4.669)	(6.805)
삼성증권	1982	0.287**	0.292**	0.302**
		(3.243)	(4.085)	(6.369)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 9> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정:LMSV모형 사용(~97.9)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	1982	0.390**	0.289**	0.266**
		(4.406)	(4.045)	(5.613)
SK텔레콤	1982	0.249**	0.222**	0.267**
		(2.806)	(3.101)	(5.638)
포항제철	1982	0.339**	0.282**	0.228**
		(3.828)	(3.937)	(4.805)
현대자동차	1982	0.335**	0.255**	0.239**
		(3.785)	(3.567)	(4.805)
제일제당	1982	0.297**	0.299**	0.234**
		(3.351)	(4.180)	(4.932)
삼성중공업	1078	0.226**	0.282**	0.259**
		(2.085)	(3.209)	(4.318)
한전	1982	0.361**	0.318**	0.227**
		(4.078)	(4.448)	(4.784)
삼성증권	1982	0.221**	0.194**	0.144**
		(2.491)	(2.709)	(3.041)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 10> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정(1997.9~2001.6)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	975	0.240*	0.259**	0.248**
		(2.163)	(2.844)	(3.977)
산업1	955	0.190*	0.177*	0.190**
		(1.690)	(1.922)	(3.011)
산업2	955	0.232*	0.150	0.274**
		(2.062)	(1.633)	(4.355)
산업3	955	0.344**	0.301**	0.303**
		(3.052)	(3.274)	(4.808)
산업4	955	0.265**	0.180*	0.184**
		(2.351)	(1.954)	(2.927)
산업5	955	0.338**	0.349**	0.311**
		(2.999)	(3.795)	(4.942)
산업6	955	0.286**	0.273**	0.301**
		(2.534)	(2.970)	(4.777)
산업7	955	0.294**	0.242**	0.191**
		(2.608)	(2.632)	(3.028)
산업8	955	0.135	0.124	0.110*
		(1.197)	(1.349)	(1.746)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 11> 주식시장의 지수를 이용한 변동성의 기억모수 추정(1997.9~2001.6)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
KOSPI	975	0.252*	0.277**	0.228**
		(2.263)	(3.045)	(3.653)
산업1	955	0.145	0.170*	0.111*
		(1.286)	(1.851)	(1.760)
산업2	955	0.079	0.240**	0.157**
		(0.699)	(2.612)	(2.502)
산업3	955	0.247*	0.235**	0.224**
		(2.193)	(2.560)	(3.553)
산업4	955	0.168	0.113	0.126*
		(1.488)	(1.229)	(2.007)
산업5	955	0.231*	0.194*	0.169**
		(2.051)	(2.105)	(2.692)
산업6	955	0.234*	0.299**	0.324**
		(2.076)	(3.250)	(5.149)
산업7	955	0.157	0.192*	0.239**
		(1.392)	(2.086)	(3.795)
산업8	955	0.215*	0.173*	0.134*
		(1.910)	(1.884)	(2.136)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 12> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정(1997.10~2001.6)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	975	0.158	0.148	0.195**
		(1.417)	(1.620)	(3.123)
SK텔레콤	975	0.349**	0.373**	0.221**
		(3.137)	(4.096)	(3.542)
포항제철	975	-0.041	0.022	0.107*
		(-0.367)	(0.244)	(1.723)
현대자동차	975	0.116	0.092	0.206**
		(1.044)	(1.010)	(3.304)
제일제당	975	0.337**	0.296**	0.302**
		(3.031)	(3.251)	(4.842)
삼성중공업	975	0.455**	0.436**	0.337**
		(4.089)	(4.785)	(5.398)
한전	975	0.231*	0.223**	0.219**
		(2.075)	(2.446)	(3.507)
삼성증권	975	0.174	0.154*	0.197**
		(1.567)	(1.686)	(3.154)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

<표 13> 산업별 대표 기업을 이용한 변동성의 기억모수 추정(1997.10~2001.6)

	관측개수	d(0.55)	d(0.6)	d(0.7)
삼성전자	975	0.197*	0.129	0.156**
		(1.768)	(1.418)	(2.508)
SK텔레콤	975	0.396**	0.394**	0.182**
		(3.561)	(4.330)	(2.918)
포항제철	975	0.230*	0.288**	0.152**
		(2.071)	(3.158)	(2.431)
현대자동차	975	-0.114	-0.124	0.035
		(-1.028)	(-1.358)	(0.556)
제일제당	975	0.276**	0.285**	0.220**
		(2.480)	(3.132)	(3.525)
삼성중공업	975	0.372**	0.373**	0.306**
		(3.345)	(4.096)	(4.911)
한전	975	0.221*	0.231**	0.218**
		(1.986)	(2.539)	(3.501)
삼성증권	975	-0.024	0.026	0.063
		(-0.219)	(0.289)	(1.007)

*와 **는 각각 1%와 5% 수준에서 유의함을 의미

참고문헌

[1] 김진호(1998). AFRIMA with GARCH-M모형을 통한 주가변동위험의 추정, 「계량경제학보」, 제 9권, 161-180.

[2] 이일균(1999). 주가의 장기기억과 분수적분 일반자기회귀 조건부 이분산 : 주가결정과정에 대한 한 탐구, 「증권학회지」, 제 25권, 31-70.

[3] Agiakloglou, C., Newbold, P., and Wohar, M. (1993). Bias in an estimator of the fractional difference parameter, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 14, 235-246.

[4] Baillie, R., Bollerslev, T., and Mikkelsen, H. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, vol. 74, 3-30.

[5] Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, vol. 31, 307-327.

[6] Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. (1996). Modelling and pricing long memory in stock market volatiltiy, *Journal of Econometrics*, vol. 73, 151-184.

[7] Breidt, F. J., Crato, N., and de Lima, P. (1998). The detection and estimation of long memory in stochastic volatility, *Journal of Econometrics*, vol. 83, 325-348.

[8] Deo, R. S. and Hurvich, C. M. (2001). On the log periodogram regression estimator of the memory parameter in long memory stochastic volatility models, *Econometric Theory*, vol. 17, 686-710.

[9] Deo, R. S. and Hurvich, C. M. (2001a). Estimation of long memory in volatility, *Working Paper*.

[10] Dunsmuir, W.(1979). A central limit theorem for parameter estimation in stationary vector time series and its application to model for a signal observed with noise, *Annals of Statistics*, vol. 7, 490-506.

[11] Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation, *Econometrica*, vol. 50, 987-1008.

[12] Fox, R. and Taqqu, M. S. (1986). Large sample properties of parameter estimates for storongly dependent stationary Gaussian time series, *Annals of Statistics*, vol. 14, 517-532.

[13] Giraitis, R. F. and Surgailis, D. (1990). A central limit theorem for quadratic form in strongly dependent linear variables and its application to Whittle's estimate, *Probability Theory and Related Fields*, vol. 86, 87-104.

[14] Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980). An introduction to long memory time series models and fractional differencing, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 1, 15-39.

[15] Geweke, J. and Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, 221-237.

[16] Harvey, A. C. (1993). Long memory in stochastic volatility, Working paper.

[17] Hosoya, Y. (1997). A limit theory for long range dependence and statistical inference on related models, *Annals of Statistics*, vol. 25, 105-137.

[18] Hurvich, C. M., Deo, R., and Brodsky, J. (1998). The mean squared error of Geweke and

Porter-Hudak's estimator of the momory parameter of a long-memory time series, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 19, 19-46.

[19] Kim, C. S. and Phillips, P. C. B. (1999). Log periodogram regression : the nonstationary case, Working Paper.

[20] Kim, C. S. and Phillips, P. C. B. (2000). Modified log periodogram regression, Working Paper.

[21] Künsch, H. R. (1986). Discrimination between monotonic trends and long-range dependence, *Journal of Applied Probability*, vol. 23, 1025-1030.

[22] Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns : A new approach, *Econometrica*, vol. 59, 347-370.

[23] Robinson, P. M. (1991). Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heteroskedasticity in multiple regression, *Journal of Econometrics*, vol. 47, 67-84.

[24] Robinson, P. M. (1995). Log-periodogram regression of time series with long range dependence, *Annals of Statistics*, vol. 23, 1048-1072.

[25] Taylor, S. (1986). *Modeling Financial Time Series*, Wiley: New York.

[26] Wishart, J. (1947). The cumulants of the z and of the logarithmic χ^2 and t distributions, *Biometrika*, vol. 34, 170-178.

[2002년 9월 접수, 2002년 11월 채택]