The Korean Communications
in Statistics Vol. 9, No. 3, 2002
pp. 639-647

An Alternative Unit Root Test Statistic Based on Least Squares Estimator[1)]

Key-Il Shin[2)]

Abstract

Efforts to obtain more power for unit root tests have continued. Pantula at el.(1994) compared empirical powers of several unit root test statistics and addressed that the weighted symmetric estimator(WSE) and the unconditional maximum likelihood estimator(UMLE) are the best among them. One can easily see that the powers of these two statistics are almost the same. In this paper we explain a connection between WSE and UMLE and suggest a unit root test statistic which may explain the connection between them.

Keyword : Unit root test, Unconditional maximum likelihood estimator, Weighted symmetric estimator.

1. 서 론

단위근 검정법에 관한 연구는 Dickey 와 Fuller(1979) 발표 이후 크게 발전되었으며 여러 일반화된 단위근 검정법이 제안되었다. 많은 책과 연구 논문에 단위근 검정법에 관한 내용이 나와 있으며 특히 Diebold 와 Nerlove(1990), Hamilton(1994), Fuller(1996) 등에 자세히 나와 있다. 일반적으로 단위근 검정법은 크게 두 가지로 나누어진다. 그 하나는 최소제곱법을 기초로 한 검정법이고 다른 하나는 최대우도추정법을 이용한 방법이다. 제안된 여러 검정법 중에서 weighted symmetric estimator(WSE)와 unconditional maximum likelihood estimator(UMLE)가 우수한 것으로 알려져 있다. 그러나 Pantula 등(1994)의 검정력 비교를 살펴보면 두 검정 통계량은 초기값에 영향을 받는 것으로 나타났다. 다시 말하면 초기 값이 정상성을 만족할 경우 두 검정 통계량의 검정력은 매우 우수한 반면 다른 가정 하에서는 다른 통계량에 비하여 검정력이 약한 것으로 나타난다. 기본적으로 UMLE의 경우 정상성 조건을 이용하여 검정 통계량을 만들었으므로 이와 같은 결과를 예상할 수 있다. 그러나 WSE의 경우는 표면적으로 초기값에 정상성 가정을 하지 않고 얻어졌음에도 불구하고 UMLE와 같은 검정력 특성을 갖고 있다. 즉 UMLE와 WSE의 검정력은 전 모수 공간에서 뿐 아니라 자료의 수가 같은 경우 같은 검정력을 보이고 있다. Gonzales-Farias 와 Dickey(1999)가 UMLE에 관한 연구를 발표하였으나 WSE와 UMLE의 검정력 특성이 같은 이유

1) This work was supported by Hankuk University of Foreign Studies Research Fund of 2002
2) Professor, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies, Yongin-si, Kyunggi-Do, 449-791, Korea.
E-mail : keyshin@stat.hufs.ac.kr

에 관하여 설명하고 있는 논문은 현재 나와있지 않고 있다.

본 논문에서는 초기값에 정상성 가정을 고려한 검정 통계량을 제안하고 이를 이용하여 WSE의 검정력과 UMLE의 검정력의 관계를 분석하였다. 또한 모의 실험을 통해 제안한 통계량들과 WSE의 검정력을 비교하였다. 본 논문은 다음과 같이 구성되었다. 먼저 2절에서 기존에 발표된 검정 통계량을 간단히 살펴보았고 3절에서 WSE와 UMLE의 관계를 살펴보았고 새로운 검정 통계량을 제안하였으며 4절에서는 모의 실험을 통하여 새로 제안한 통계량과 WSE의 검정력을 비교하였으며 끝으로 5절에서 모의 실험 결과를 토의하였다.

2. 단위근 검정 통계량

이 절에서는 기존에 발표된 여러 단위근 검정 통계량 중에서 대표적으로 사용되는 통계량을 간단히 살펴보았다.

2.1 최소제곱법을 이용한 통계량

Dickey 와 Fuller(1979)는 ordinary least squares estimator(OLS)를 이용한 검정 통계량을 Dickey 등(1983)은 symmetric estimator(SE)를 그리고 Pantula 등(1994)은 WSE를 각각 제안하였다.

이 통계량들에 관한 내용을 간단히 살펴보자. 먼저 자료는 AR(1) 모형을 따른다고 가정하자. 즉

$$Y_t - \mu = \phi(Y_{t-1} - \mu) + a_t, \tag{1}$$

여기서 a_t는 독립이고 같은 분포를 따르며 $E(a_t)=0$, $Var(a_t)=\sigma^2$이라 하자.
그리고 다음 식을 살펴보자.

$$Q_1(\mu,\phi) = \sum_{t=2}^{n} w_t(Y_t-\mu-\phi(Y_{t-1}-\mu))^2 + \sum_{t=2}^{n}(1-w_t)(Y_t-\mu-\phi(Y_{t+1}-\mu))^2 \tag{2}$$

Dickey 와 Fuller(1979)가 제안한 통계량은 (2)식에 $w_t=1$을 대입한 후 $Q_1(\mu,\phi)$를 최소화하는 μ, ϕ를 찾음으로써 얻어지고 Dickey 등(1983)이 제안한 SE는 (2)식에 $w_t=1/2$를 대입한 후 $Q_1(\mu,\phi)$를 최소화하는 μ, ϕ를 찾음으로써 얻어진다. 또한 WSE는 $w_t=(t-1)/n$을 사용하여 얻어진다. 이러한 방법을 이용하여 얻어진 통계량은 다음과 같다.

$$\hat{\phi}_{ols} = \{\sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1}\}/\{\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 + Z_1^2\}, \tag{3}$$

$$\hat{\phi}_{se} = \{\sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1}\}/\{\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 + \frac{1}{2}(Z_1^2+Z_n^2)\}, \tag{4}$$

$$\hat{\phi}_{wse} = \{\sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1}\}/\{\frac{n+1}{n}\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 + \frac{1}{n}(Z_1^2+Z_n^2)\} \tag{5}$$

여기서 $Z_t = Y_t - \overline{Y}$ 이다.

위의 (3)-(5)식에서 특기한 사항은 각 통계량의 분모에서 초기값 Z_1의 영향력이 줄어든다는 것이다. 즉 OLS의 경우에는 Z_1^2이 사용된 반면 SE와 WSE의 경우에는 각각 $\frac{1}{2}Z_1^2$과 $\frac{1}{n}Z_1^2$이 사용되었다. 이는 WSE의 검정력이 가장 우수하고 다음으로 SE, 그리고 OLS의 검정력이 가장 나쁜 것을 감안하면 초기값이 검정력에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

2.2 최대우도추정법을 이용한 통계량

다시 (1)식을 살펴보자. (1)식에서 최대우도추정량을 얻기 위해 a_t는 독립이고 정규 분포를 따르며 평균 0, 분산 σ^2을 갖는다고 가정하자. 그리고 초기값 Y_1의 분산이 σ^2을 갖는다고 가정하자. 그러면 로그우도함수(log-likelihood function)는 다음과 같다.

$$Q_2 = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}(Y_1-\mu)^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=2}^{n}(Y_t-\mu-\phi(Y_{t-1}-\mu))^2 \qquad (6)$$

(6)식을 최대로하는 μ, ϕ의 최대우도추정량은 다음과 같다.

$$\hat{\phi}_{ml} = \sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} / [\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 + Z_1^2], \qquad (7)$$

여기서 $Z_t = Y_t - \hat{\mu}_{ml}$이고

$$\hat{\mu}_{ml} = \{Y_1 + (1-\hat{\phi}_{ml})\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \hat{\phi}_{ml}Y_{t-1})\}/\{1+(n-1)(1-\hat{\phi}_{ml})^2\}$$

이다. 이러한 가정 하에서 얻어진 통계량을 Maximum Likelihood Estimator(MLE) 이라 하자.

다음으로 초기값 Y_1의 분산이 $\sigma^2/(1-\phi^2)$을 갖는다고 가정하고 이러한 정상성 가정을 만족한다는 가정 하에서 단위근 검정을 한다고 하자. 이때 얻어진 추정량이 전술한 UMLE가 된다. 그러면 로그우도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_3 = & -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) + \frac{1}{2}\ln(1-\phi^2) - \frac{(1-\phi^2)}{2\sigma^2}(Y_1-\mu)^2 \\ & -\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=2}^{n}(Y_t-\mu-\phi(Y_{t-1}-\mu))^2 \end{aligned} \qquad (8)$$

(8)식에서 얻어진 최대우도추정량은 다음 방정식의 근으로 얻어진다.

$$-\frac{\phi}{1-\phi^2} + \frac{\phi}{\sigma^2}Z_1^2 + \frac{1}{\sigma^2}\sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} - \frac{\phi}{\sigma^2}\sum_{t=2}^{n} Z_{t-1}^2 = 0, \qquad (9)$$

여기서 $Z_t = Y_t - \hat{\mu}_{uml}$ 이고

$\hat{\mu}_{uml}=\{Y_1+(1-\hat{\phi}_{uml})\sum_{t=2}^{n}Y_t+Y_n\}/\{2+(n-2)(1-\hat{\phi}_{uml})\}$이다.

위의 두 통계량은 계산이 복잡하다는 단점이 있으나 UMLE의 경우 초기값에 정상성 가정을 하여 구해졌기 때문에 정상성 가정 하에서 얻어지는 검정력은 우수하다. 물론 정상성 가정이 아닌 다른 가정, $Var(Y_1)=\sigma^2$, 하에서는 검정력이 MLE에 비해 약한 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 MLE의 경우에서도 일어난다. 즉 MLE의 경우 초기값의 분산이 σ^2이라는 가정 하에서 얻어졌으므로 이러한 초기값 가정을 이용한 검정력 비교에서는 좋은 결과를 얻는 반면, 초기값이 정상성을 만족한다는 가정 하에서 얻어진 검정력은 UMLE 보다 좋지 않은 결과를 얻는다.

2.3 Pivotal statistics

단위근 검정법에서는 위에서 얻어진 여러 통계량을 직접 사용하지 않고 Pivotal statistics를 사용한다. 일반적으로 Pivotal statistics가 위에서 얻어진 통계량을 사용하는 것에 비하여 더욱 우수한 검정력을 줄 뿐 아니라 주어진 유의 수준을 잘 맞추는 것으로 알려져 있다.
예를 들어 WSE의 Pivotal statistic은 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_{ws}=[\hat{\phi}_{ws}-1][\sum_{t=2}^{n-1}Z_t^2+\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}Z_t^2]^{1/2}\ \hat{\sigma}_{ws}^{\ -1}, \tag{10}$$

여기서 $\hat{\sigma}_{ws}^{\ 2}$ 는 Fuller(1996)를 참고하기 바라며 Pivotal statistics에 관한 내용은 Fuller(1996)와 Pantula 등(1994)을 참고하기 바란다. 또한 2.1과 2.2절에서 언급한 검정력에 관한 내용은 1.2과 2.2 절에서 얻어진 추정량을 직접 사용하여 얻은 결과가 아니라 Pivotal statistics를 사용하여 얻은 검정력에 관한 결과를 나타내는 것이다.

3. 제안된 검정통계량과 WSE와의 비교

전술한 바와 같이 MLE, UMLE 그리고 WSE의 검정력은 매우 우수한 것으로 알려져 있다. 그러나 검정력은 모의 실험에 사용된 초기값의 가정에 큰 영향을 받고 있다.

먼저 MLE의 경우 초기값의 분산이 σ^2이라는 가정 하에서 얻어졌기 때문에 Pantula 등 (1994)의 모의 실험에서 초기값의 분산이 σ^2인 경우 모의 실험에서 매우 좋은 검정력을 보이고 있다. 또한 UMLE의 경우 초기값의 분산이 $\sigma^2/(1-\phi^2)$이라는 가정 하에서 얻어진 통계량이므로 이러한 초기 조건을 이용한 검정력은 우수하게 나온다. 즉 UMLE과 MLE는 초기값의 조건이 알려져 있으면 높은 검정력을 얻을 수 있다는 장점이 있다. 물론 explicit 형태가 얻어지지 않기 때문에 계산이 어렵다는 단점이 있다. 그러나 WSE의 경우 초기값에 관한 가정이 없음에도 불구하고 초기값의 분산이 $\sigma^2/(1-\phi^2)$인 경우 검정력이 높게 나오고 있다. 또한 WSE의 경우 계산이 간단하면서도 높은 검정력을 갖고 있지만 초기값의 분산 형태가 알려진 경우도 더 우수한 검정력을 갖는 통계량을 만들지 못한다는 한계가 있다.

WSE와 UMLE의 관계를 살펴보기 위하여 (9)식을 살펴보자. $\hat{\mu}_{uml}$이 주어져 있고

$Z_t = Y_t - \hat{\mu}_{uml}$라 하면 $\hat{\phi}_{uml}$은 다음 식의 근으로 구해진다.

$$-\frac{\phi}{1-\phi^2} + \frac{\phi}{\sigma^2} Z_1^2 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} - \frac{\phi}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n} Z_{t-1}^2 = 0.$$

위 식을 정리하면

$$-\frac{\phi}{\sigma^2} \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} - \frac{\phi}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 = 0 \tag{11}$$

이 된다. 이 식은 ϕ에 관한 3차 식으로 $\hat{\phi}_{uml}$의 explicit 형태를 찾는 것이 어렵다. 이제 위의 식을 간단히 하기 위하여 다음의 관계식을 고려하자. 즉 UMLE의 경우 초기값의 분산이 정상성을 만족한다는 것이므로 $Var(Y_1) = \sigma^2/(1-\phi^2) = Var(Y_t)$가 된다. 따라서 (11)식의 $\sigma^2/(1-\phi^2)$ 대신에 추정량인 $\widehat{Var}(Y_t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_t^2$을 대입하자. 그러면 (11)식은

$$-\frac{\phi}{\sigma^2} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_t^2 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} - \frac{\phi}{\sigma^2} \sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 = 0, \tag{12}$$

또는 $\hat{\phi} = \{\sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1}\} / \{\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_t^2\}$을 얻게 된다.

이 식은 WSE인 (5)식과 일치한다. 물론 (12)식에는 $Z_t = Y_t - \hat{\mu}_{uml}$ 이 사용되고 있고

$$\hat{\mu}_{uml} = \{Y_1 + (1-\hat{\phi}_{uml}) \sum_{t=2}^{n} Y_t + Y_n\} / \{2 + (n-2)(1-\hat{\phi}_{uml})\}$$

이기 때문에 모평균 μ의 추정량으로 $\overline{Y}$를 사용하고 있는 WSE 추정량과는 실질적으로 다르다. 그러나 $|\phi| < 1$인 경우에는 $\hat{\mu}_{uml} \approx \overline{Y}$가 되므로 결국 $|\phi| < 1$인 경우에는 두 추정량의 값이 서로 같아짐을 알 수 있다. 또한 Shin 과 Kang(1997)의 모평균에 관한 조사에서도 알 수 있듯이 WSE에서의 평균의 추정량은 검정력에 큰 영향을 주지 않고 있음을 알 수 있다.

물론 귀무가설 H_0 : $\phi = 1$ 하에서 두 추정량의 분포는 확연히 다르다. 이는 평균의 μ의 추정량이 다르다는 것 외에 UMLE의 경우 추정량은 항상 1 보다 작아야 한다는 제약 조건에서 그 이유를 찾을 수 있다.

이제 최대우도추정법과 최소제곱추정법의 장점을 결합한 새로운 추정량을 생각해 보자. 먼저 초기값에 관한 가정을 사용하기 위하여 비조건부 최대우도추정법에서 사용한 로그우도함수 (8)식을 고려하자. 위에서도 언급하였듯이 비조건부 최대우도추정법의 단점인 계산의 복잡성은 log 우도함수에 포함된 $\log(1-\phi^2)$에 기인한다. 그러나 이 부분은 계산의 복잡성과 추정량이 1 보다 작다는 제약조건을 만들 뿐 검정력에 영향을 미치지 않고 있다. 따라서 이항을 제외한 다음의 식을 살펴보자.

$$Q_4(\mu, \phi) = (1-\phi^2)(Y_1-\mu)^2 + \sum_{t=2}^{n}(Y_t-\mu-\phi(Y_{t-1}-\mu))^2. \tag{13}$$

이 식을 이용하여 모평균을 추정하면 UMLE의 모평균 추정량이 얻어지게 되고 이는 계산상의 어려움을 주기 때문에 모평균의 추정량으로 $\overline{Y}$를 사용하기로 하자. 그러면 (13)을 최소로 하는 추정량은 다음과 같다.

$$\hat{\phi}_2 = \sum_{t=2}^{n} Z_t Z_{t-1} / \sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2. \tag{14}$$

WSE와의 관계를 살펴보자. (5)식을 이용하면

$$\hat{\phi}_{wse} = \frac{n}{n+1}\hat{\phi}_2 - \frac{1}{n+1}\hat{\phi}_{wse}\{(Z_1^2+Z_n^2)/(\sum_{t=1}^{n} Z_t^2)\}$$

을 얻는다.

여기서 귀무가설 하에서는 $Z_1^2 = O_p(n)$, $Z_n^2 = O_p(n)$, 그리고 $\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2 = O_p(n^2)$이므로 이 결과를 이용하면

$$n(1-\hat{\phi}_{wse}) = n(1-\hat{\phi}_2) + 1 + O_p(n^{-1}) \tag{15}$$

이 된다. 또한 $\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \overline{Y} - \hat{\phi}_2(Y_{t-1}-\overline{Y}))^2$라 하면 Pivotal statistic, $\hat{\tau}_2$은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\tau}_2 = [\hat{\phi}_2 - 1][\sum_{t=2}^{n-1} Z_t^2]^{1/2}\hat{\sigma}_2^{-1}. \tag{16}$$

(15), (16)과 WSE의 극한 분포를 이용하면 귀무가설 하에서 $\hat{\phi}_2$, $\hat{\tau}_2$의 극한 분포는 쉽게 얻어진다.

4. 검정력 비교

이 절에서는 제안된 검정 통계량과 WSE의 검정력을 비교하였다. 검정력 비교를 위한 귀무가설과 대립가설은 일반적으로 단위근 검정법에서 사용되는 단측검정인 H_0 : $\phi=1$ 대 H_1 : $\phi<1$을 사용하였다. UMLE와 WSE의 검정력 비교는 Pantula 등(1994)에 나와 있으며 두 검정 통계량의 검정력은 전 모수 구간에서 자료의 수에 상관없이 같게 나온다. 따라서 본 절에서는 제안된 검정 통계량과 WSE만을 비교하였다. 2절에서도 언급하였듯이 검정력 비교는 Pivotal statistics에 의해 이루어 졌으며 FORTRAN을 이용하였다.

4.1 경험적 임계값

이 절에서의 검정력 비교는 다음의 AR(1)을 이용하였다.

$$Y_t - \mu = \phi(Y_{t-1}-\mu) + a_t$$

여기서 $a_t \sim NI(0,\sigma^2)$이고 임계값을 구하기 위하여 $Y_1 = a_1$, $\mu=0$, $\phi=1$, 그리고 $\sigma^2=1$을 사용하였다. 주어진 자료의 수, $n=25,50,100$, 그리고 250 에 따라 50,000번을 반복하여 임계값

을 구하였다. 이러한 과정을 세 번 반복하여 구해진 임계값의 평균을 최종 임계값으로 정하였다. 임계값의 결과는 <표 1>-<표 3>에 나와있다. τ_{ws}의 임계값과 Fuller(1996, p644)의 임계값을 비교하면 자료의 수 $n=25$일 경우의 임계값이 약간 크고 다른 임계값은 거의 같다는 것을 알 수 있다.

	n			
	25	50	100	250
τ_{ws}	-3.41	-3.24	-3.17	-3.14
τ_2	-3.18	-3.05	-2.99	-2.97

<표 1 : 단위근 검정력 비교를 위한 1% 임계값>

	n			
	25	50	100	250
τ_{ws}	-2.67	-2.59	-2.56	-2.55
τ_2	-2.43	-2.38	-2.35	-2.35

<표 2 : 단위근 검정력 비교를 위한 5% 임계값>

	n			
	25	50	100	250
τ_{ws}	-2.32	-2.27	-2.26	-2.25
τ_2	-2.06	-2.03	-2.02	-2.02

<표 3 : 단위근 검정력 비교를 위한 10% 임계값>

4.2 경험적 검정력

다음은 위에서 얻어진 5% 경험적 임계값을 이용한 경험적 검정력 결과이다. 검정력 비교는 초기값의 분산, $Var(Y_1)$,이 σ^2인 경우와 $\sigma^2/(1-\phi^2)$인 경우로 나누어 비교하였다.

Statistic	ϕ						
	0.98	0.95	0.93	0.9	0.85	0.8	0.7
	$Var(Y_1)=\sigma^2$						
τ_{ws}	5.64	7.11	7.92	9.55	14.05	19.82	35.11
τ_2	5.57	7.06	7.94	9.62	14.02	19.95	35.35
	$Var(Y_1)=\sigma^2/(1-\phi^2)$						
τ_{ws}	6.32	8.13	9.83	12.14	17.02	22.99	39.14
τ_2	6.25	8.15	9.78	12.15	16.95	23.10	39.30

<표 4 : $n=25$>

Statistic	ϕ						
	0.98	0.95	0.93	0.9	0.85	0.8	0.7
	$Var(Y_1)=\sigma^2$						
τ_{ws}	6.43	10.15	13.14	19.57	34.94	52.98	84.84
τ_2	6.35	10.04	12.91	19.30	34.59	52.54	84.58
	$Var(Y_1)=\sigma^2/(1-\phi^2)$						
τ_{ws}	7.81	13.02	17.42	24.81	41.44	60.26	88.32
τ_2	7.68	12.88	17.16	24.51	40.97	59.64	87.97

<표 5 : $n=50$>

Statistic	ϕ						
	0.98	0.95	0.93	0.9	0.85	0.8	0.7
	$Var(Y_1)=\sigma^2$						
τ_{ws}	8.59	19.38	30.95	52.50	83.94	97.07	99.97
τ_2	8.64	19.53	31.13	52.74	84.06	97.08	99.97
	$Var(Y_1)=\sigma^2/(1-\phi^2)$						
τ_{ws}	11.29	26.05	39.44	61.24	88.95	98.39	99.99
τ_2	11.32	26.09	39.39	61.09	88.82	98.36	99.99

<표 6 : $n=100$>

Statistic	ϕ						
	0.98	0.95	0.93	0.9	0.85	0.8	0.7
	$Var(Y_1)=\sigma^2$						
τ_{ws}	19.58	68.54	91.94	99.64	100.00	100.00	100.00
τ_2	19.54	68.48	91.88	99.66	100.00	100.00	100.00
	$Var(Y_1)=\sigma^2/(1-\phi^2)$						
τ_{ws}	26.47	77.85	95.46	99.86	100.00	100.00	100.00
τ_2	26.27	77.48	95.35	99.86	100.00	100.00	100.00

<표 7 : $n=250$>

<표 4>-<표 7>에서 알 수 있듯이 두 검정 통계량은 전 모수 공간에서 자료의 수에 상관없이

같은 검정력을 주고 있다. 이는 WSE가 정상성 가정을 이용한 통계량과 깊은 관계가 있음을 다시 한번 말해주고 있다.

5. 결 론

단위근 검정법에 관한 이론은 빠른 속도로 발전하여 많은 검정법이 제안되었다. 현재 개발된 단위근 검정법의 검정력은 그리 높지 않지만 그 중에서도 WSE와 UMLE의 검정력은 다른 검정법에 비하여 우수한 것으로 알려져 있다. Pantula 등(1994)의 모의 실험 결과 이 두 검정 통계량의 검정력이 전 모수 구간에서 자료의 수에 관계없이 일정한 것으로 나타났다. 그러나 초기값에 정상성 가정을 하지 않은 WSE가 초기값에 정상성 가정을 한 UMLE의 검정력과 같은 이유에 관한 설명이 없었다.

본 논문에서는 UMLE의 식을 이용하여 두 통계량의 검정력이 같아지는 이유를 밝혔다. 즉 WSE의 경우 가중값을 이용하여 추정량의 분모에서 초기값의 영향을 줄였으며 UMLE의 경우 초기값의 분산이 정상성을 만족한다는 가정을 이용하여 추정량의 분모에 있는 초기값의 영향을 줄였다. 결국 두 통계량은 평균의 추정량만 다를 뿐 (5)식과 (12)식을 살펴보면 실질적으로 같은 추정량을 사용하고 있다. 또한 모의 실험 결과를 이용하여 전 모수 구간에서 자료의 수에 상관없이 제안된 통계량과 WSE가 같은 검정력을 갖고 있음을 보였다. 새로 제안된 통계량의 경우 가중값을 계산할 필요가 없으며 또한 계산이 간편하기 때문에 다변량 공적분 검정에 사용할 수 있으리라 생각된다.

참고문헌

[1] Dickey, D. A, and Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, Journal of the American Statistical Society, 74, 427-431.

[2] Dickey, D. A., Hasza, D. P., and Fuller, W. A. (1984). Testing for unit roots in seasonal time series, Journal of the American Statistical Society, 79, 355-367.

[3] Diebold, F. X., and Nerlover, M. (1990). Unit Roots in economic time series: A selective survey, Econometrica 8, 3-69.

[4] Fuller, W. (1996). Introduction to statistical time series, John Wiley & Sons, INC.

[5] Gonzalez-Farias, Graciela and Dickey, D. A. (1999). Unit Root Tests: An Unconditional Maximum Likelihood Approach, Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana 5, 199-221.

[6] Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis, Princeton University Press.

[7] Pantula, S. G., Gonzales-Farias, G., and Fuller, W. A. (1994). A comparison of Unit Root criteria, Journal of Business and Economic Statistics, 13, 449-459.

[8] Shin, K., and Kang H. (1997). On the effect of estimated mean for the weighted symmetric estimator, The Korean Communications in Statistics, vol 4, No. 3, 903-909.

[2002년 8월 접수, 2002년 11월 채택]