

공간 적응적 웨이블릿 임계화를 사용한 영상의 노이즈제거

백 승 수 *

Spatially Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denosing

Seung-soo Baek*

요 약

본 연구는 이미지 디노이징을 위한 새로운 공간 적응적 웨이블릿 임계화를 제안하였다. 웨이블릿 임계화를 이용한 디노이징은 최상의 기저함수와 임계치를 구하는 연구에 집중되어왔으나 이미지의 통계적 특성의 변화에 효과적으로 적용되는 방법은 아직 충분하지 않은 상태이다. 제안된 방법에 의한 실험 결과는 Wiener 필터링 방법과 Level dependent 임계치 방법보다 좋은 결과를 나타내었다.

Abstract

This paper propose the new spatially adaptive wavelet thresholding for image denosing. The method of wavelet thresholding for denosing, has been concentrated on finding the best uniform threshold or best basis. However, not much has been done to make this method adaptive to spatially changing statistics which is typical of a large class of images. Experimental results show that the proposed method outperforms level dependent thresholding techniques and is comparable to spatial Wiener filtering method in matlab.

* 창원전문대학 멀티미디어과 조교수

I. 서론

Wavelet 이론은 응용수학에서 처음 소개된 후 영상인식 분야에서 연구되어온 다중 해상도(multi-resolution) 표현과 연관성이 있음이 밝혀졌으며, 이산 Wavelet 이론은 필터 설계방법과 동일함이 밝혀졌다[2].

이미지에 있어서 이미지정보의 손상은 Sampling, Scanning, 양자화, 이미지 전송 등에서 나타나고 있다. 이러한 이미지의 손상은 노이즈의 추가로 나타나며, 노이즈 제거(Denosing)를 위한 방법으로 웨이블릿 변환을 사용한, 웨이블릿 계수들에 대해 임계치 값을 사용하여 노이즈를 제거하는 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 웨이블릿 계수에 임계치를 사용한 노이즈 제거 방법은, 간단하면서도 효과적이어서 많은 연구들이 임계치(Threshold) 선택 방법에 대해 초점이 맞추어지고 있다[3].

대부분의 이미지에서는, 평탄한 부분과 급격하게 변하는 부분들로 이루어져 있으며, 다양한 이미지의 특성들은 웨이블릿 변환에 의한 계수 값들의 표현 영역에서 구분되어져 나타난다. 그림1은 lena 이미지의 웨이블릿 변환을 나타내고 있다. 흰색의 픽셀들은 크기가 큰 웨이블릿 계수를 나타내고, 검은 색 픽셀은 작은 크기의 웨이블릿 계수를 나타낸다.

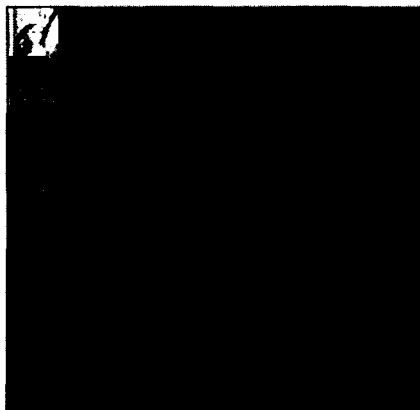


그림1. lena 이미지의 3 레벨 웨이블릿 변환
Fig. 1 Three level wavelet decomposition of lena.

웨이블릿 변환에서 이미지의 경계선과 텍스처와 같은 급격하게 변하는 부분은, 큰 에너지를 가지는 계수들로 나타나며, 평탄한 지역은 작은 에너지 영역으로 계수화되어 나타난다. 이러한 계수들에 적절한 임계치를 설정하는 방법을 적용하면 노이즈를 효과적으로 제거할 수 있게 된다.

임계치는 uniform 혹은 subband별로 다르게 설정하는 방법 그리고 일부는 다른 공간적 특성(spatial characteristic)에 adaptive하게 적용하는 연구가 있어 왔다. 이러한 연구의 기본적인 연구는 Johnstone과 Donoho[Donoho 1992; Donoho and Johnstone 1992]에 의해 이루어졌으며 이 연구는 영상의 DWT(Discrete Wavelet Transform)에 의한 임계화에 기반을 두고 있으며, 노이즈가 추가되어 손상된 이미지를 제거하는 방법 혹은 노이즈 제거(Denosing)에 대한 문제를 다루고자 한다.

본 논문에서는 각각의 서브 밴드별로 임계치를 설정하기 위해, 각 서브밴드에서 웨이블릿 계수들의 샘플 분산 값을 계산하고 표준편차의 곱으로 임계치를 계산하여 각 서브밴드별로 임계치를 설정하였다. 그리고 웨이블릿 압축에 사용되어 왔던 context modeling을 적용하여 서브밴드별 공간 적응적 임계치 설정방법에 대해 제안한다.

본 논문의 내용은 제II장에서는 노이즈 모델과 정의 그리고 웨이블릿 임계치에 대한 디노이징 방법에 대한 내용을 다루었다. III장에서는 각 계수들에 대한 파라미터를 예측하는데 사용되는 콘텍스트 모델링을 적용하는 방법과 가우시안 노이즈에 의해 붕괴된 랜덤 변수가 가우시안 분포를 가지는 경우의 임계치 선택방법을 논의한다. 그리고 제안된 알고리즘에 대한 절차를 논의하였다. IV장에서는 제안한 방법과 다른 임계치 선택 방법들과 비교하였다. V장에서는 결론을 기술하였다.

II. Denosing

1. 노이즈 모델과 정의

대부분의 노이즈 제거 알고리즘은 다음과 같은 노이즈 α 에 의한 N 개의 데이터를 갖는 이산 신호 x 의 부가적

인 모델로부터 시작한다.

$$y = x + \alpha$$

벡터 y 는 입력신호를 표시한다. 노이즈는 랜덤변수에 의한 벡터이고, x 는 노이즈가 없는 깨끗한 신호를 나타낸다. 여기서, N 은 벡터들의 길이를 나타낸다. 여기서, 몇몇 표현들은 완전한 확률론적 모델로부터 시작되며, 붕괴되지 않은 값들은 랜덤 분산으로부터 얻어진다. 이는 Bayesian Estimator에 의해 유도된다.

2. 웨이블릿 임계치에 대한 디노이징

웨이블릿 임계화는 데이터의 수에 의존한다. 여기서, 우리는 먼저 데이터의 수에 의존하여 최적의 임계치를 찾는데 초점을 두고자한다.

임계화(Thresholding)은 일반적으로 원신호의 저주파 통과(Lowpass)된 결과이다. σ 의 선택에 의해, 신호 $y(n) = x(n) + \sigma w(n)$ 의 노이즈 $w(n)$ 을 억제 할 수 있다. $w(n)$ 의 간단한 예는 가우시안 화이트 노이즈(Gaussian white noise) $N(0,1)$ 이다. 그리고 디노이징을 위해서 soft thresholding을 사용한다.

노이즈 강도 σ^2 은 신호의 강도보다 훨씬 작다고 가정하자. 더 나아가 신호는 저주파수 요소를 가지고 있다고 가정하고 노이즈는 흰색이라고 가정한다. 상세 계수(detailed coefficients)의 Thresholding은 또한 신호의 세기를 약화시킬 것이다. 즉 일반적으로 원 신호에 아무런 영향 없이 모든 노이즈를 제거하는 완벽한 필터를 만드는 것은 불가능하다고 할 수 있다 복구된 신호는 약간의 노이즈가 남아있게 되는 것이다. 단지 최적의 신호를 재구성한다는 사실이다. Wavelet shrinkage와 Denosing 모두에서, 출력 값은 입력 값의 정화된 형태가 된다. 이것은 미리 신호의 특성을 알고 있을 때 이루어지는 것이다. 즉 알고리즘은 임계치가 적용될 때 원하는 신호들을 왜곡할 것이다[1].

III. 연구방법

1. 콘텍스트 모델링

이미지 압축에 많이 사용되는 방법인 Context

modeling을 적용하였다. 공간 적응적 임계치를 설정하기 위해 각각의 서브 밴드별로 σ_x 를 구해야 될 필요가 있다.

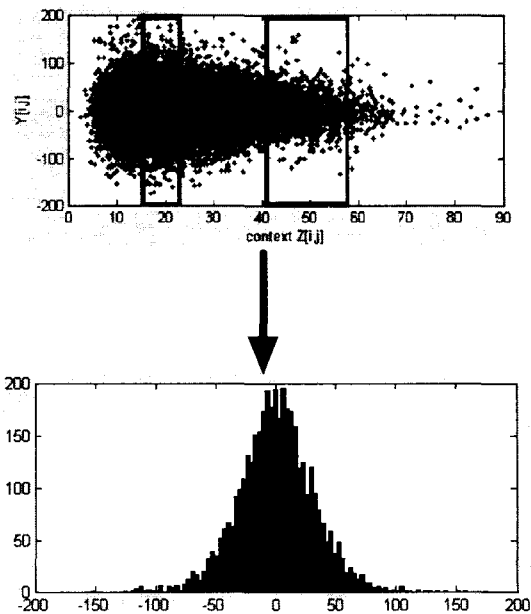
M^2 개의 계수를 갖는 서브밴드의 픽셀 $Y[i,j]$ 의 이웃픽셀은 p 개를 가지며 벡터 u_{ij} 는 $p \times 1$ 이다. 현재의 픽셀의 특성을 이웃 픽셀들의 절대값의 가중 평균으로 계산 할 수 있으며 가중치 w 는 최소자승(least square) 계산으로 구할 수 있다. 가중치 w 는 다음과 같다.

$$w_{LS} = \arg \min \sum_{i,j} (|Y[i,j] - w^t u_{ij}|^2)$$

$$Z [i,j] = w^t u_{ij}$$

여기서 U 는 u_{ij}^T 의 각 행을 $M^2 \times p$ 로 나타낸 것이다. 계수 $Y[i,j]$ 의 variance는 $\{ Z[i,j] - 1, Z[i,j] + 1 \}$ 에 위치한 다른 계수들로부터 구해질 수 있다.

그림2는 $\{Z[i,j], Y[i,j], i, j = 1, \dots, M\}$ 을 나타낸 점들은 원점에 원추형 모양 내에 군집해있는 것을 볼 수 있다. $Z[i,j]$ 의 작은 값을 취하면 관련된 계수 $Y[i,j]$ 는 좁아져 나타난다. 반면에 $Z[i,j]$ 의 큰 값을 취하면 관련된 계수 $Y[i,j]$ 는 넓게 퍼져 나타난다. 이때 간격은 다르지만 적용되는 픽셀의 개수는 동일하게 한다. 노이즈는 신호와는 독립적이고 $\{Y[i,j]\}$ 는 노이즈에 의한 것으로 항목 σ 은 빼는 것이 필요하다.



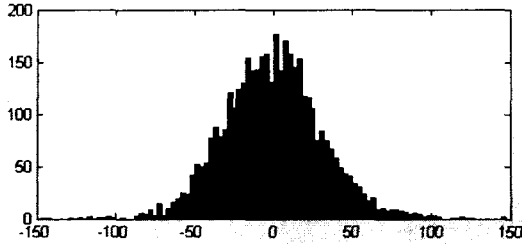


그림 2. {Z(i,j),Y(i,j)}의 히스토그램
Fig. 2 A Sample plot of {Z(i,j),Y(i,j)}

특정 위치에 있는 픽셀 [i₀,j₀]의 임계치는 다음과 같다.

$$\sigma_x^2[i_0, j_0] = \max\left(\frac{1}{2L+1} \sum_{k, l \in B_{k,l}} Y[k, l]^2 - \sigma_n^2, 0\right)$$

$$T_B[i_0, j_0] = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x[i_0, j_0]}$$

각 픽셀의 위치 [i,j]를 위한 임계치 T_{ij}를 계산하는 것이 공간 적응적 임계치의 핵심이라고 할 수 있다. 구현에 있어서 콘텍스트 {Z[i,j]}를 먼저 정렬하고 그곳에 이동 윈도우(moving window)를 위치시켜 σ_x^2 를 효과적으로 갱신한다.

노이즈에 대한 편차 σ^2 은 웨이블릿 변환된 계수의 가장 상위 서브밴드에서 중위치(median estimator)를 구해서 사용하는 것이 일반적이지만 이 논문에서는 각 서브 밴드마다 σ_n^2 을 구해서 적용하였다.

$$\sigma_n = \text{Median}(|Y[i, j]|)/0.6745,$$

$$Y[i, j] \in \text{SUBband}$$

2. 제안 알고리즘

[step1] Daubechies symlet 8 웨이블릿을 사용하여 레벨 3으로 Overcomplete expansion 변환한다.

[step2] 각 서브밴드의 Y[i,j]의 콘텍스트에 대한 가중치 w를 계산하고 Z[i,j]를 계산한다.

[step3] 각 서브밴드별로 σ_n^2 을 구하고 해당 Y[i,j] 대한 Z[i,j]의 2L+1 만큼의 평균을 구하고 임계치 T를 한다.

[step4] 각 서브밴드별로 soft thresholding을 적용

한다.

$$Y_{soft}(T) = \begin{cases} \text{sign}(x(t))(|x(t)| - T) & \text{if } |x(t)| > \delta \\ 0 & \text{if } |x(t)| \leq \delta \end{cases}$$

[step5] 역 웨이블릿 변환을 사용하여 영상을 복원한다.

IV. 실험 결과

본 논문에서, 테스트 이미지로 레나 영상을 사용하였으며 각 다른 레벨에서 가우시안 노이즈를 추가하여 사용하였다. 웨이블릿 변환을 위해, 레벨3에서 디컴포즈를 수행하였으며, 기저함수로 vanishing moment 8을 갖는 Daubechies 웨이블릿을 사용하였다.

각 서브밴드에 DWT에 의한 임계치 처리를 위해 사용한 oracle 임계치는 다음과 같다.

$$T_{oracle} = \arg \min \| \alpha T(Y[i, j]) - X[i, j] \|^2$$

여기에서 Y[i,j]와 X[i,j]는 각각 원 영상 f와 노이즈 영상 y의 웨이블릿 계수이다. 본 실험은 Matlab 6.5를 사용하여 처리되었으며 256×256 레나 이미지를 사용하여 펜티엄 4에서 수행되었다.

제안된 방법에 대한 비교를 위해 level dependent threshold, Oracle, Wiener를 사용하여 비교하였다.

표 1. 디노이징 결과 비교표
Fig 1. Results of different Denosing method for Image and snr values

| snr | soft threshold | Oracle | Wiener | Proposed method |
|------|----------------|--------|--------|-----------------|
| 10 | 17.63 | 20.91 | 16.79 | 17.81 |
| 12.5 | 18.58 | 22.64 | 19.02 | 19.15 |
| 15 | 19.28 | 24.27 | 21.06 | 21.45 |

V. 결론

본 논문에서는 효과적이면서 비교적 간단한 공간 적응적 디노이징 방법을 제안했다. 제안된 알고리즘에 사용된 컨텍스터 모델링 적용으로 계산량이 많이 늘어나 계산의 복잡성을 줄이는 것이 필요하게 되었다. 이미지의 에지와 텍스처 부분에 대한 보완이 이루어져할 문제로 남았으며, 결과 영상을 비교해보면 시각적으로 혹은 PSNR 값으로 많이 향상되었음을 확인할 수 있다.

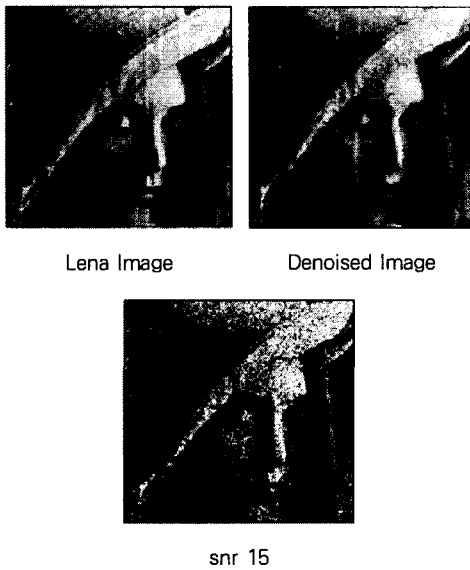


그림 3. Snr = 15로 노이즈가 추가된 레나 이미지의 디노이징 결과
 Fig 3. Comparing results of denosing method for lena corrupted by noise snr = 15.

참고문헌

- [1] 김철기, 김강석, 차의영, 웨이블릿 계수의 임계치 적용을 통한 노이즈 제거.
- [2] Kenneth R. Castleman, "Digital Image Processing", Prentice Hall, pp. 303, 1996
- [3] D.L. Donoho and I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage," Biometrika, vol 81, pp. 425-455, 1994.
- [4] S. Grace Chang, BinYu, Martin Vetterli, "Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for Image denosing", IEEE Int Conf. Image Processing, 1998
- [5] M. Vetterli and J. Kovacevic, Wavelets and Subband Coding, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [6] R.R. Coifman and D.L. Donoho, "Translation invariant de-nosing," Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim eds., Springer-Verlag Lecture Notes, 1995.
- [7] Gilbert Strang and Truong Nguyen, "Wavelets and Filter Banks", Wellesley-Cambridge Press, 1995.
- [8] Shi Zhong and Vladimir Cherkassky, "Image Denosing using Wavelet Thresholding and Statistical Learning Theory", IEEE Trans on Image Processing, Feb 1999.

저자소개



백 승 수
 1996년 - 현재 창원전문대학,
 멀티미디어과 조교수
 관심분야 :
 Image compression, Denosing,
 자동화분야