

흙의 입도분포와 프랙탈 차원

The Soil Particles Distributions and Fractal Dimension

유 찬*¹ Yu, Chan

안 성 율*² Ahn, Sung Yul

이 창 노*³ Lee, Chang No

Baveye, Philippe C.*⁴

Abstract

The fractal dimension that was evaluated with soil components from the traditional particle-size distribution(PSD) curve was analyzed using the results of Wu et al.(1993) and Bittelli et al.(1999). In order to find the change of the variation of fractal dimension with the upper and lower limit, three limit values(20 μ m, 63 μ m, and 125 μ m) were chosen, and these results of fractal dimension analysis were compared to the result that was evaluated in the whole range of the soils. The results showed that it is possible to evaluate fractal dimension from the traditional PSD curve with the soil contents, and it showed that Bittelli et al.(1999)'s upper and lower limit value was more reasonable than Wu et al.(1993). Equations that were presented by Bittelli et al.(1999) also showed a good agreement with the analytical results in the silt domain.

요 지

전통적인 흙의 입도분포 곡선상에서 흙의 구성 성분에 따른 프랙탈 차원의 변화에 대해서 Wu 등(1993)과 Bittelli 등(1999)의 연구결과를 중심으로 Buchan 등(1993)의 실험결과를 이용하여 고찰하였다. 자료분석시에는 실트와 모래의 경계값의 변화에 따른 프랙탈 차원의 변화를 알아보기 위하여 20 μ m, 63 μ m 그리고 125 μ m에 대한 프랙탈 차원을 산정하여 전체 범위에서 구한 프랙탈 차원과 비교하였다. 분석결과에서는 전통적인 입도분포곡선상에서 프랙탈 차원의 산정은 가능한 것으로 나타났으며, 실트와 모래성분의 경계값은 Wu 등(1993)이 제시한 것 보다 Bittelli 등(1999)이 제시한 경계값이 더 적절함을 알수 있었다. 또한 Bittelli 등(1999)이 제시한 실험식을 이용해서 실트영역의 프랙탈 차원을 비교적 정확하게 산정할 수 있었다.

Keywords : Fractal dimension, Upper and lower cut-off value, Particle-size distribution, Soil contents, Self-similarity

1. 서 론

1980년대 중반부터 토양 물리학자와 지질학자들 사이에서 흙이나 암(岩)의 물리적 구조상의 자기 유사성(self-similarity)을 찾기 위한 연구가 시작되었다(Matsushita, 1985; Turcotte, 1986; Tyler & Wheatcraft, 1989, 1990; Rieu & Sposito, 1991; Young et al., 1997; Wu et al.,

1993; Pachepsky et al., 1997; Baveye & Boast, 1998; Bittelli et al., 1999 등). 자기 유사성이란 우리가 어떤 임의의 복잡한 대상체(물체)를 관찰할 때, 그 대상체의 임의의 한 부분을 확대해서 관찰한 기하학적 모양이 원래의 대상체와 같은 기하학적 원리에 의해서 구성되어 있고, 확대한 부분에서 다시 임의의 한 부분을 확대하여 관찰했을 때, 그리고 몇 단계 더 이런 방식으로

*1 정회원, 경상대학교 농공학과 전임강사 (Member, Full-time Lecturer, Dept. of Agricultural Engrg., Gyeongsang Nat'l Univ., chanyu@nongae.gsnu.ac.kr)

*2 정회원, 전북대학교 대학원 농공학과 박사과정 (Member, Graduate Student, Dept. of Agricultural Engrg., Chonbuk Nat'l Univ.)

*3 정회원, 서울시립대학교 대학원 토목공학과 박사과정 (Member, Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Univ. of Seoul)

*4 Prof., Dept. of Crop & Soil Science, Cornell Univ.

점점 더 미세한 부분을 확대 관찰해도 원래의 대상체와 같은 기하학적 원리에 의해서 구성이 되어 있는 경우를 말한다(Feder, 1986; Falconer, 1990; Peitgen et al., 1992; Turcotte, 1997). 즉 일정한 규칙하에 자기 복제를 순환적으로 반복하는 과정에 의해서 만들어진 물체라고 할 수 있으며, 이러한 것들을 보통 ‘프랙탈(fractal)’이라고 부르고 있다. 이러한 특징이 프랙탈 기하학(fractal geometry)의 근간을 이룬다. 프랙탈 기하학의 특징은 고전적인 유클리드의 기하학에 비해서 특정 크기나 축적이 관찰에 큰 영향을 미치지 않는다는 사실이다. 이는 유클리드 기하학에서 복잡한 수식으로 전개되어야 하는 형상들이 프랙탈 기하학을 이용하면 간단한 수식을 알고리즘으로 전개해 나갈으로써 대상물 전체를 power-law 즉, $N \propto Ax^D$, 형식의 수식으로 간단하게 표현할 수 있기 때문이다(Stevens, 1989). 여기서 D 는 프랙탈 차원이다.

따라서 흙에서도 자기 유사성이 존재한다면 기존의 실내실험이나 현장실험의 결과를 근거로 프랙탈 이론을 이용하여 간단하게 구해질 수 있으며, 입도곡선이나 압축곡선 등의 기하학적 형상들이 모델화될 수 있다. 특히 흙은 3상체(고체 · 액체 · 기체상태)이며, 고체상태의 흙입자들과 흙입자 사이에 형성되는 공극의 체적과 수분함유량이 흙의 여러 가지 물리학적, 역학적 관계들을 지배하고 있다. 흙의 입도분포곡선(particle-size distribution curve)은 이러한 두 구성요소들의 특성을 잘 반영하고 있으며, 기존의 연구결과들도 흙의 입도분포곡선을 이용하여 공극비, 함수비, 단위중량 그리고 수리전도도 등을 산정할 수 있는 것으로 보고하고 있다(Tyler & Wheatcraft, 1989, 1990; Rieu & Sposito, 1991a; Herrmann et al., 1993; Vallejo, 1995; Thevanayagan & Nesarajah, 1998; Bonala & Reddi, 1999; Pachepsky et al., 1997; Bird et al., 2000 등).

한편 프랙탈 이론의 적용시에 프랙탈 차원(fractal dimension)을 산정해야 하며, 입도분포곡선은 체(sieve) 분석이나 침강법에 의해서는 점토 성분의 세밀한 연구를 수행하는데 어려움이 있었다. 따라서 기존의 연구들에서는 Static light-scattering, Dynamic light-scattering 혹은 X-ray attenuation 등의 좀 더 세밀한 방법을 이용하여 5cm~20nm범위에 걸쳐서 입도분포를 분석하여 결과를 제시하였다(Tyler & Wheatcraft, 1992; Borkovec et al., 1993; Wu et al., 1993; Kozak et al., 1996; Bittelli et al., 1999). 그리고 이런 연구결과들은 체분석이 침강법에 의한 결과들이 측정의 연속성이 적고 2 μ m이하의

콜로이드상태의 점토입자 분석에 있어서 단점을 가지고 있지만 다른 방법들에 의한 결과와도 매우 정확하게 일치한다는 사실을 확인해 주었다. 그러므로 전통적인 입도분포곡선을 이용하여 프랙탈 차원을 산정하는 것도 가능할 것으로 판단된다.

그러나 전통적인 입도분포곡선을 이용하여 프랙탈 차원을 구하였을 때 기존의 연구결과들과 차이에 대해서는 아직 검토되지 않고 있으며, 특히 프랙탈 차원을 산정하는 구간에 대한 논의도 아직은 진행중인 연구사항이다.

따라서 본 연구에서는 기존의 전통적인 체분석법이나 침강법등을 이용해 얻어진 흙의 입도분포곡선을 이용하여 프랙탈 차원을 구하였을 때 기존의 연구결과들과 차이점을 비교하여 보고, 그 적용성에 대해서 알아보 고자 한다.

2. 이론 설명

2.1 프랙탈의 정의

프랙탈은 앞에서 언급된 바와 같이 일정한 규칙하에 자기 복제를 순환적으로 반복하는 과정에 의해서 만들어진 물체라고 할 수 있다. 그러나 수학적으로는 “연속적이지만 어느 구간에서도 미분이 불가능한”, 좀처럼 쉽게 그 특징을 지울 수 없는 것들이다. 지난 수십년간에 걸쳐서 과학자들은 이것들처럼 연속적이지만 어느 구간에서도 미분이 불가능한, 즉 접선을 가지지 않은 자연상태의 물체나 과정들이 많이 존재한다는 것을 발견했다. 이것들은 프랑스 태생의 수학자 Mandelbrot에 의해서 프랙탈(fractal)이라고 처음 불리워졌으나(Feder, 1986), 프랙탈의 수학적인 정의는 이미 그 기초가 18세기부터 기초를 마련하여 현재에는 자연현상에 대한 그 적용성이 검토되고 있다.

프랙탈에 대한 정의를 내리기는 쉽지 않다. 하지만 Mandelbrot(1977)는 “프랙탈은 Hausdorff 차원(dimension)이 Topological 차원(Dimension)을 초과하는 집합(set)”이라고 정의하고 있다. 여기서, Topological 차원은 우리가 일반적으로 알고 있는 공간상의 물체의 형태에 따른 차원으로서 선(line)은 1차원, 면(square)은 2차원 그리고 육면체(cube) 등의 3차원이 있다. Hausdorff 차원(Dimension)은 fractal dimension문제의 근간을 이루는 매우 중요한 이론으로서 기존 유클리드의 차원이 정수

로 나타난다면, Hausdorff 차원은 반드시 정수가 아닌 실수일 수도 있다는 차이를 가지고 있다. 그러나 Hausdorff Dimension은 그 계산과정이 대단히 복잡하기 때문에 실용성이 적다는 단점을 가지고 있으며, 그 대신에 이를 대신할 수 있는 다른 방법들이 프랙탈의 차원을 구하기 위하여 현재 사용되고 있다(Peitagen 등, 1992; Feder, 1986).

2.2 프랙탈의 차원(Fractal Dimension)

프랙탈 차원을 구하는 문제는 그 이론과 산정방식이 매우 다양하다. 이에 대해서 여러 학자들의 이론이 제시되어 있으며, 가장 일반적이고 또한 쉽게 프랙탈 차원을 구할 수 있는 방법은 self-similarity 차원이다. 이것은 \ln vs. \ln 그래프상의 기울기로서 프랙탈 차원을 구하는 방법으로서, 이것은 자기 유사성이 존재하는 어떤 물체나 물리적 과정에서는 정확하게 Hausdorff 차원과 일치한다. 따라서 실용성에 단점이 있는 Hausdorff 방법 대신에 이 방법을 많이 사용하고 있다. 그러나 또 다른 프랙탈 속성인 self-affine, 그리고 통계학적으로 self-similarity 혹은 self-affine을 나타내는 것들에 대해서는 프랙탈 차원을 구하기 위해서 이 방법이 사용될 수 없다는 점에 주의해야 하며, 이러한 예외적인 경우들에 대해서는 다른 방법을 이용하여 프랙탈의 차원을 구할 수 있다 (Peitagen et al., 1992; Feder, 1986; Baveye et al., 1998).

한편 프랙탈의 적용성에 있어서 반드시 언급되어야 하는 부분이 상한과 하한 경계값의 결정 문제이다. 즉, 이상적인 프랙탈은 그 범위에 제한없이 자기 유사성이 발견되어야 하지만, 실제 자연현상에서 그러한 예를 찾아 보기는 쉽지 않다. 그러나 우리가 일정 구간의 상·하한의 경계구간을 고려할 경우에는 무수히 많은 자연현상 속에서 자기 유사성을 발견할 수 있다(Baveye 등, 1998, p. 32~34). 따라서 흙에서도 프랙탈 이론의 적용을 위한 상한과 하한의 경계값이 밝혀져야 한다. 경계값을 고려하지 않은 많은 경우들에서 프랙탈 차원값이 3 이상인 비 현실적인 경우가 자주 발생하였다. 따라서 이 원인에 대해서 Tyler와 Wheatcraft(1992)는 흙의 입도분포에 대한 프랙탈 차원이 경계값의 선택에 따라서 달라진다는 사실을 밝혀내었고, Wu 등(1993)은 점토와 실트 그리고 실트와 모래의 경계값이 $0.05 \sim 1.0\mu\text{m}$ 그리고 $10 \sim 5000\mu\text{m}$ 범위에 있다고 구체적인 범위를 제시하였다. 그러나 여기서는 실트와 모래성분 사이의 경계값이 너무 광범

위한 면이 있었는데, 후에 Bittelli 등(1999)이 추가적인 분석을 실시하여 실트와 모래의 경계값은 $85.3 \pm 25.3\mu\text{m}$ 범위에 있다고 보다 정밀한 범위를 제시 하였다. 그러나 점토와 실트의 경계값은 $0.51 \pm 0.15\mu\text{m}$ 로 Wu 등이 제시한 범위보다 작다고 보고하여 아직도 모호한 면이 남아 있다.

하지만 이러한 경계값들은 기존의 점토와 실트, 그리고 실트와 모래의 경계로 알려져 있는 $2\mu\text{m}$ 와 $74\mu\text{m}$ (농업분야에서는 $50\mu\text{m}$)와 대체로 비슷하게 일치하고 있어 흥미로운 부분이라 하겠다.

2.3 Bittelli 등의 실험식(1999)

지금까지 프랙탈 개념을 흙에 적용하는데 가장 관심을 끌어난 부분중에 하나는 흙의 입도분포곡선이었으며, 이는 대부분 Matsushita(1985)와 Turcotte(1986)의 Fragmentation 모델을 기초로 하고 있다. 풍화작용이나 인위적인 외력에 의해 원래의 큰 덩어리에서 작은 조각들로 나누어지는 흙이나 암석등의 Fragmentation 과정은 그 수와 크기 사이에 식 (1)의 관계가 성립되는 것으로 보고 되었다(Mandelbrot, 1983; Matsushita, 1985; Turcotte, 1986).

$$N(r>R) \propto R^{-D} \quad (1)$$

여기서, $N(r>R)$ 은 입자의 크기가 R 보다 큰 입자의 수, 그리고 D 는 프랙탈 차원을 나타낸다. 위의 식 (1)은 입자의 크기와 그에 해당하는 입자수의 관계(number-based form)가 Power-law의 관계를 가짐을 의미하고 있다. 그러나 특정 구간에 있는 크기의 입자를 하나씩 셀하는 것은 매우 번거롭고 또한 기존의 입도분포곡선은 누가중량 백분율로 표시되어 위의 식을 적용하는 데에는 다소 어려운 점들이 있다. 따라서 흙 입자의 수를 중량(mass-based form) 개념으로 변환하여 계산하면 기존의 입도분포곡선상에서 좀 더 쉽게 프랙탈 차원을 구할 수가 있다(Turcotte, 1986; Tyler & Wheatcraft, 1992; Bittelli et al., 1999). 흙의 경우에 3차원 공간에서 존재하며 Fragmentation 모델에서 크기에 따라서 입자를 분류하면 이때 분류된 각 입자군의 프랙탈 차원은 이론적으로 $0 < D < 3$ 의 범위에 있다. 중량을 기초로한 방법을 수식으로 나타내면 식 (2)와 같다.

$$\frac{M(r \leq R)}{M_T} = \left(\frac{R}{R_{L, upper}} \right)^{3-D} \quad (2)$$

여기서, $M(r<R)$ 은 지름이 R 보다 작은 흙입자들의 중량, M_T 는 입자의 지름이 $R_{L,upper}$ 보다 작은 입자들의 전체 질량, $R_{L,upper}$ 는 프랙탈 거동을 나타내는 흙 입자들 중에서 가장 큰 입자의 지름, 즉 프랙탈 거동을 나타내는 입자의 상한값(upper size limit)이다(이 식에 대한 자세한 유도 과정은 Tyler & Wheatcraft(1992)을 참고). 또한 Bittelli 등(1999)등은 실험 결과를 분석하여 실트영역의 프랙탈 차원을 구할 수 있는 실험식 (3)을 제시 하였다.

$$D_{silt} = 3 - \frac{\ln(1 + m_{silt}/m_{clay})}{\ln 25} \quad (3)$$

여기서, m_{silt} 와 m_{clay} 는 각각 실트와 점토의 중량이며, 이 두 값의 비는 식에서 무차원의 비(ratio)로서 <1 값을 가진다. 이러한 실험실을 이용할 수 있으면 입도분포곡선 상에서 번거로운 작업없이 보다 더 간편하게 프랙탈 차원의 산정이 가능하게 된다. 한편 식 (3)과 같은 방식을 취하면 모래영역의 프랙탈 차원도 다음 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$D_{sand} = 3 - \frac{\ln(1 + m_{sand}/(m_{silt} + m_{clay}))}{\ln 40} \quad (4)$$

본 연구에서는 식 (3)과 식 (4)의 적용성도 함께 검토 해 보고자 한다.

3. 재료 및 방법

본 연구에서는 Buchan 등(1993)의 실험결과를 이용하여 입도곡선상에서 프랙탈 차원을 산정하였다. 원래 Buchan 등의 실험목적은 X-ray 산란방법과 Pipette-법을 비교하여 흙의 입도분석에서 X-ray산란법의 적용성에 대한 실험이었다. 그러나 위의 연구에서는 표 1과 그림 1에서 보는 바와 같이 13개 지역에서 약 80여개 정도의 다양한 시료에 대한 입도분석을 실시하였으므로 본 연구의 목적에 부합하는 자료를 제공하여 주었다. 다만 여기서 분류방법은 미국 농무성(USDA)의 기준에 의해 실시하였다(Gee & Bauder, 1986). 그림 1에서는 입도분포

표 1. Buchan등(1993)의 실험결과 요약

Site	Depth (cm)	Clay (%)	Silt (%)	Sand (%)	Site	Depth (cm)	Clay (%)	Silt (%)	Sand (%)	Site	Depth (cm)	Clay (%)	Silt (%)	Sand (%)
Cook	5-10	53.9	36.3	9.8	Oto	0-8	15.0	65.0	20.0	Tpl	0-5	20.6	49.7	29.7
	17-22	57.3	33.2	9.5		8-23	16.0	69.0	15.0		5-10	22.6	49.7	27.7
	35-40	55.7	33.9	10.4		23-47	36.0	48.0	16.0		10-15	21.8	48.9	29.3
	55-60	47.6	34.7	17.7		47-62	52.0	38.0	10.0		15-20	22.5	47.8	29.7
	70-75	47.8	37.8	14.4		62-81	36.0	52.0	12.0		20-25	22.3	50.0	27.7
Ham	0-9	30.0	52.0	18.0	81-97	31.0	55.0	14.0	Wac	0-5	29.7	65.8	4.5	
	9-19	29.0	51.0	20.0	97-114	42.0	46.0	12.0		5-10	30.1	65.5	4.4	
	19-29	35.0	48.0	17.0	Tek	0-9	36.0	55.0		9.0	10-15	29.9	65.8	4.3
	29-46	46.0	43.0	11.0		9-22	35.0	56.0		9.0	15-20	29.1	66.8	4.1
	46-73	79.0	18.0	3.0		22-32	32.0	59.0	9.0	20-25	30.5	66.9	2.9	
	73-88	78.0	18.0	4.0		32-39	25.0	66.0	9.0	Wak	0-5	19.0	58.0	23.0
	88-97	88.0	10.0	2.0	39-57	26.0	64.0	10.0	5-10		20.8	55.1	24.1	
	97-120	86.0	12.0	2.0	57-70	39.0	57.0	4.0	10-15		20.3	55.7	0.2	
				70-80	45.0	52.0	3.0	15-20	20.6		54.9	24.5		
Hor	0-6	18.0	49.0	33.0	80-93	25.0	50.0	25.0	20-25	20.2	57.3	22.5		
	6-17	16.0	51.0	33.0	93-97	16.0	82.0	2.0	Wmt	0-5	23.3	62.5	14.2	
	17-31	16.0	49.0	35.0	97-100	10.0	34.0	56.0		5-10	23.5	61.9	14.6	
	31-55	29.0	26.0	45.0	Tem	3-15	27.5	55.0		17.5	10-15	24.1	61.7	14.2
	55-73	18.0	30.0	52.0		15-40	24.2	37.6	38.2	15-20	24.1	61.7	14.2	
	73-91	33.0	22.0	45.0		40-55	31.7	65.0	3.3	20-25	22.9	63.4	13.7	
	91-107	9.0	28.0	63.0		88-92	8.1	51.7	40.2	Wsp	0-5	20.1	51.7	28.2
107-131	1.0	6.0	93.0	131-136	23.3	75.4	1.3	5-10	20.9		51.7	27.4		
Net	0-10	52.0	38.0	10.0	Tim	5-10	44.8	35.7	19.5		10-15	20.8	50.9	28.3
	10-20	55.0	35.0	10.0		17-22	45.1	35.3	19.6		15-20	18.9	0.5	28.1
	20-38	67.0	31.0	2.0		35-40	54.5	29.2	16.3	20-25	17.2	53.9	28.9	
	38-49	69.0	31.0	0.0		55-60	49.6	35.5	14.9					
	49-87	60.0	40.0	0.0		70-75	50.8	34.5	14.7					
	87-119	51.0	49.0	0.0										

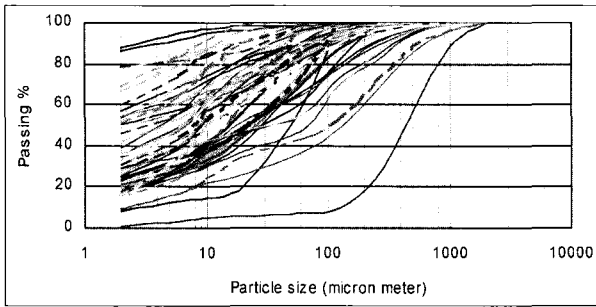


그림 1. buchan 등(1993)이 분석한 입도분포곡선

범위를 입도곡선에 나타내었는데, 실험 대상 토질이 다양 했음을 알 수 있었다.

본 연구에서는 위의 자료를 이용하여 입도분포 곡선 상에서 식 (2)를 이용하여 중량을 기초로 한 실트영역과 모래영역의 프랙탈 차원을 산정하였다. 또한 상·하한의 경계값이 프랙탈 차원 산정에 미치는 영향을 파악하기 위하여 전체 입도분포곡선에 대한 프랙탈 차원과 Bittelli 등(1999)의 연구결과를 모래와 실트 경계 값을 20 μ m, 63 μ m, 그리고 125 μ m 3가지로 가정하여 그 상대적인 값을 비교·관찰하였다.

여기서 63 μ m의 경우에는 Wu 등(1993)과 Bittelli 등(1999)이 제시한 실트와 모래의 경계내의 값이며, 20 μ m와 125 μ m는 Bittelli 등(1999)이 제시한 실트와 모래의 경계값의 밖에 위치하는 값들이다. 한편 앞의 결과들에 따르면 점토와 실트사이의 경계값은 일반적인 입도분석과정에서 얻기 어려운 0.5 μ m내외로 존재하는 것으로 나타나, 본 연구에서는 실트와 모래 성분에 대한 프랙탈 차원만을 구하였다. 그러나 점토성분은 실트 그리고 모래성분과 상호관계를 맺고 있으므로 실트와 모래성분의 정확한 프랙탈 차원 산정은 차후에 점토성분의 프랙탈 차원 산정을 위해서도 반드시 필요하다.

4. 결과 및 고찰

Buchan 등(1993)의 자료를 이용하여 분석한 결과를 정리하면 표 2와 같다.

표 2. 입도곡선에서 구한 프랙탈 차원의 범위와 평균값 그리고 결정계수(R^2)

	프랙탈 차원의 범위		평균		R^2	
	D_{silt}	D_{sand}	D_{silt}	D_{sand}	silt	sand
Total	2.354~2.979		2.796		0.73~0.99	
20 μ m	2.190~2.952	2.277~2.992	2.686	2.877	0.89~1.00	0.56~1.00
63 μ m	2.437~2.970	2.145~2.994	2.708	2.917	0.74~1.00	0.61~1.00
125 μ m	2.383~2.976	2.147~2.999	2.726	2.946	0.72~1.00	0.61~1.00

표에서 흙의 입도분포곡선 전체를 대상으로 했을 경우, 프랙탈차원의 범위가 2.354~2.979로서 평균값은 2.796, 신뢰수준(R^2)은 0.73~0.99로 나타났다. 이는 Wu 등(1993)과 Borkovec 등(1993)이 제시하였던 평균값인 2.8 ± 0.1 에 매우 근접한 값으로 전통적인 시험법으로 작성된 입도분포곡선 상에서 산정된 결과들이 정밀한 분석법에 의한 결과들과 대체로 일치하는 것이라고 판단되었다.

성분별로 나누어 분석한 경우에는 실트와 모래성분의 프랙탈 차원은 경계값이 증가함에 따라서 D_{silt} 와 D_{sand} 값의 범위와 평균 값이 모두 증가되는 것으로 나타났다. 특히 평균값은 전체 범위를 고려한 경우가 실트와 모래영역의 최대값과 최소값 사이에 존재하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 R^2 은 실트영역에서는 20 μ m로 가정했을 때 비교적 높게 나타났으며, 그리고 모래영역에서는 20 μ m로 가정했을 때 가장 낮게 나타났다.

Bittelli 등(1999)의 결과에서는 실트성분의 프랙탈 차원은 1.728~2.792, 모래성분은 2.839~2.998범위에 있는 것으로 나타나서 본 연구 결과와 비교했을 때 모래영역의 프랙탈 차원은 비슷하게 나타났지만 실트영역은 약간 낮게 나타났다.

그림 2는 입도분포곡선 전체 구간을 대상으로 구한 프랙탈 차원, D_{total} ,과 D_{silt} 를 비교한 것이다. 그림에서는 D_{silt} 이 D_{total} 보다는 작았으며, 경계값이 커질수록 D_{silt} 의 값이 D_{total} 에 근접하는 것으로 나타났다. 이는 전체 흙의 중량중에서 특정 성분이 차지하는 비중에 따라서 프랙탈 차원이 다르게 나타난다는 사실을 보여주는 것으로, 그림 2(a)는 경계값을 낮았으므로 분석에서 실트성분이 차지하는 비율이 작아지고 점토성분의 비율이 상대적으로 높아져 자료의 분산이 크며 D_{total} ,과 D_{silt} 의 차이도 크게 나타난 것으로 판단되었다. 또한 그림 2(c)는 경계값을 높게 잡아 전체 성분중에 대부분의 성분이 실트성분에 포함되어 분석되었기 때문에 D_{silt} 의 값이 D_{total} 와 큰 차이를 보이지 않은 것으로 판단되었다. 따라서 경계값의 설정이 프랙탈 차원의 산정에 큰 영향을 미칠 수

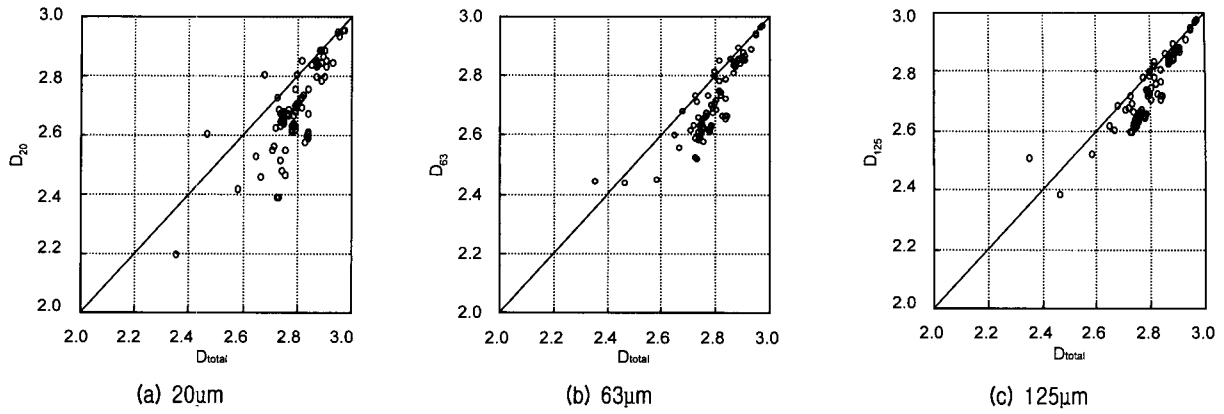


그림 2. 영역 경계치에 따른 D_{total} 와 D_{silt} 사이의 관계

있다는 사실을 확인할 수 있었다.

그러나 그림 2(b)와 그림 2(c)의 경우 경계값을 $63\mu\text{m}$ 와 $125\mu\text{m}$ 로 했을 경우 실트영역의 프랙탈 차원은 각각 $2.437\sim 2.970$ 와 $2.437\sim 2.970$ 로써 크지 않았으며, 모래영역의 경우에도 $2.145\sim 2.994$ 와 $2.147\sim 2.999$ 로 크지 않은 것으로 나타났다. 따라서 실트와 모래 영역의 경계는 $20\mu\text{m}$ 와 $125\mu\text{m}$ 사이에 있으며, 그 경계값 이상에서는 프랙탈 차원값의 차이가 크지 않다고 판단되었다. 또한 이상의 결과에서는 Bittelli 등이 제안한 범위가 적절함을 확인할 수 있었다.

그림 3은 D_{total} 과 D_{sand} 를 비교한 그림이다. 그러나 경계를 $20\mu\text{m}$ 로 가정한 그림 3(a)에서는 D_{sand} 가 D_{total} 보다 작은 것으로 나타났는데, 이는 실트와 모래영역의 경계값으로 $20\mu\text{m}$ 를 사용해서 분석한 경우에는 실트성분이 상당 부분 포함되었기 때문 일 것으로 판단되었다. 이것은 그림 3(a)와 앞의 그림 2의 그림들이 유사하다는 사실에서도 알 수 있다. 따라서 Wu 등(1993)이 실트와 모래의 경계값으로 제시한 범위 $10\mu\text{m}\sim 5\text{cm}$ 는 적절하지 않다고 판단되었다. 한편 경계를 $63\mu\text{m}$ 가정한 때는

D_{sand} 가 D_{total} 보다 큰 것으로 나타났으며, 프랙탈 차원의 값도 $2.80\sim 3.00$ 의 범위에 고르게 분포하는 것으로 나타났다. 모래와 실트의 경계를 $125\mu\text{m}$ 로 가정한 그림 3(c)에서는 그림 2(c)의 경우에서 처럼 대부분의 모래성분이 실트성분에 포함되고 그 비율이 작아져 모래성분의 프랙탈 차원이 대부분 $2.90\sim 3.00$ 범위내에서 획일적으로 나타났다.

한편 그림 4와 그림 5에서는 Bittelli 등(1999)에 의해서 제안된 실험식 (3)과 (4)를 이용하여 산정한 프랙탈 차원(D_{20} , D_{63} , 그리고 D_{125})과 직접 입도분포곡선에서 구한 실트영역과 모래영역의 프랙탈 차원, D_{calc} 의 관계를 비교한 결과를 나타내었다.

그림 4는 경계값에 따라서 식 (3)으로 산정한 실트성분의 프랙탈 차원, D_{calc} ,와 입도분포곡선에서 실제로 구한 실트성분의 프랙탈 차원을 비교한 것이다. 그림에서는 경계값을 $63\mu\text{m}$ 으로 가정한 그림 4(b)의 결과가 식 (2)를 이용하여 실제 실트성분의 프랙탈 차원을 가장 정확하게 산정해 주고 있는 것으로 나타났다. 그림 4(a)와 그림 4(c)의 경우는 자료의 분산이 그림 4(b)보다는 큰

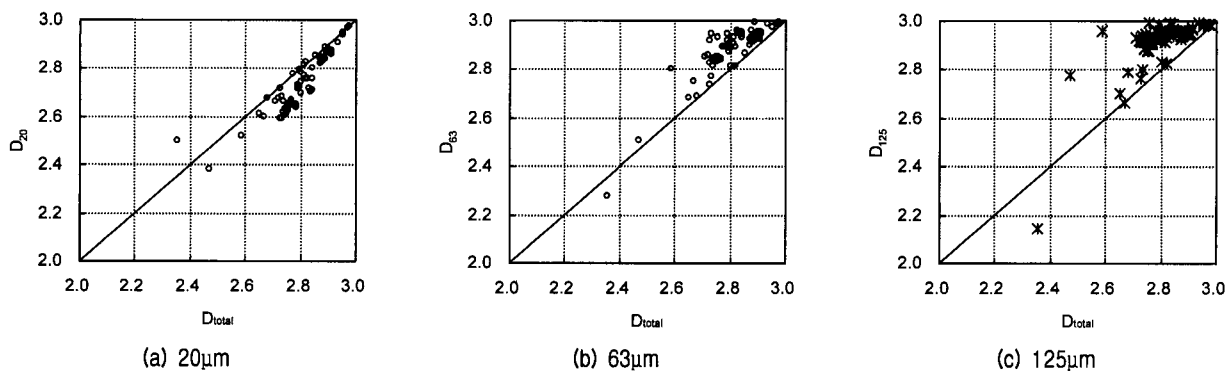


그림 3. 영역 경계치에 따른 D_{total} 와 D_{sand} 사이의 관계

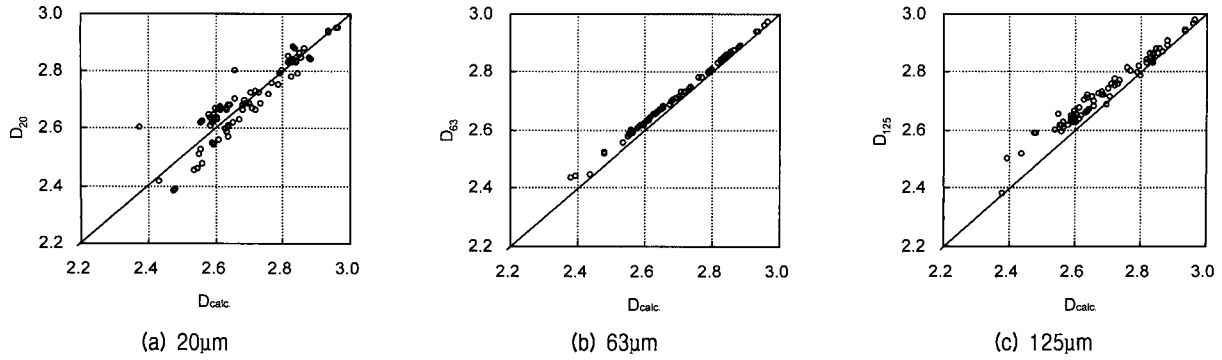


그림 4. 영역 경계치에 따른 D_{calc} 와 D_{silt} 사이의 관계

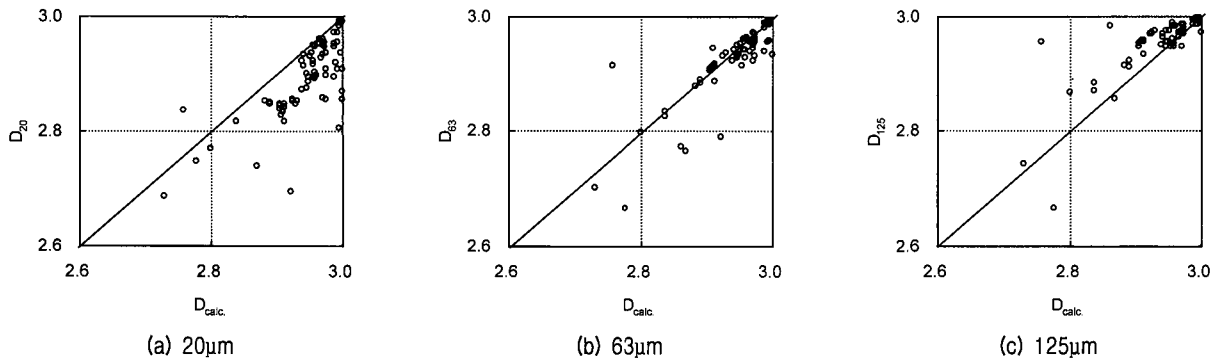


그림 5. 영역 경계치에 따른 $D_{Bittelli}$ and D_{sand} 사이의 관계

것으로 나타났다.

그림 5는 경계값에 따라서 식 (4)에서 구한 모래성분의 프랙탈 차원, D_{calc} ,와 입도분포곡선에서 구한 모래성분의 프랙탈 차원, D_{sand} ,를 비교한 것이다. 이 경우에도 경계값을 $63\mu\text{m}$ 으로 가정한 경우가 시험자료에서 구한 프랙탈 차원에 가장 근접한 값을 산정해 주는 것으로 나타났다. 다만 이 경우들에서는 D_{calc} 이 작은 경우들에서 식 (4)에 의해 구해진 값들과 큰 차이를 보이는 것으로 나타나, 주의가 필요한 것으로 판단되었다. 이는 본 연구에서는 고려하지 않았던 점토의 성분과 관련이 있을 것으로 판단되었다. 기존의 연구들에서 프랙탈 차원이 점토성분에 의해 큰 영향을 받는다는 사실을 간접적으로 밝혀졌으나 아직까지 명확하게 밝혀지지는 않고 있다(Tyler & Wheatcraft, 1989; Wu et al., 1993; Bittelli et al., 1999).

5. 결론

프랙탈 이론을 흙에 적용하기 위한 기초적인 작업으로서 입도분포곡선 상의 흙 성분중 모래와 실트성분에 대한 프랙탈 차원의 산정방법과 그 적용성에 대해서 분석하였다. 분석된 자료는 Wu 등(1993)과 Bittelli 등

(1999)의 연구 결과들과 비교하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 실트영역의 프랙탈 차원, D_{silt} 는 입도분포곡선 전체에서 구한 D_{total} 보다는 작았으며, 경계값이 커질수록 D_{silt} 의 값이 D_{total} 에 근접하는 것으로 나타났다. 이는 전체 흙의 중량중에서 특정 성분이 차지하는 중량에 따라서 프랙탈 차원이 다르게 나타난다는 사실을 보여주는 것으로, 프랙탈 차원의 산정에서 경계값의 설정이 매우 중요하다는 사실을 확인할 수 있었다.
- (2) 프랙탈 차원은 경계값이 증가함에 따라서 D_{silt} 와 D_{sand} 값의 범위와 평균 값이 모두 증가되는 것으로 나타났으며, 특히 평균값은 전체 범위를 고려한 경우가 실트와 모래영역의 최대값과 최소값 사이에 존재하고 있는 것으로 나타났다.
- (3) Bittelli 등(1999)이 제안한 실험식을 사용할 경우 실트 성분의 프랙탈 차원을 비교적 정확하게 산정할 수 있었으며, 모래 성분의 경우에는 프랙탈 차원이 낮은 경우에는 자료의 분산정도가 다소 심한 것으로 나타나 사용에 주의해야 하며, 앞으로 이부분에 대한 연구가 필요한 것으로 나타났다.

- (4) 체분석이나 침강법등으로 얻어지는 전통적인 흙의 입도분포곡선 상에서도 모래와 실트 성분의 프랙탈 차원을 비교적 정확하게 산정할 수 있는 것으로 판단되었으며, 상한과 하한 경계값 설정이 프랙탈 차원에 큰 영향을 주는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

1. Baveye, P. C. and Boast, C.W.(1998), "Concepts of Fractals in Soil Science: Demixing Apples and Oranges", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.62, pp.1469-1470.
2. Baveye, P. C., Parlange, J.-Y., and Stewart, B. A.(ed.)(1998), "Fractals in Soil Science", CRC Press, New York, USA.
3. Bittelli, M., Campbell G. S., and Flury M.,(1999), "Characterization of Particle-Size distribution in Soils with a Fragmentation Model", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.63, pp.782-788.
4. Borkovec, M., Wu, Q., Degovics, G., Laggner, P., and Sticher, H.(1993), "Surface Area and Size Distributions of Soil Particles", *Colloids Surf. Physicochem. Eng. Aspects*, Vol.73, pp.65-76.
5. Bonala M. V. S., and Reddi L.N.(1999), "Fractal Representation of Soil Cohesion", *J. Geotech. Geoenviron. Engrg.*, Vol.125(10), pp. 901-904.
6. Buchan, G. D., Grewal, K. S., Claydon, J. J., and McPherson, R.J.(1993), "A Comparison of Sedigraph and Pipette Methods for Soil Particle-size Analysis", *Aust. J. Soil Res.*, Vol.31(4), pp. 407-417.
7. Feder, J.(1986), "Fractals", Plenum Press, New York, USA.
8. Falconer, K.(1990), "Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications", John Wiley & Sons, New York, USA.
9. Gee, G. W., and Bauder, J. W.(1986), "Particle-size Analysis", In A. Klute(ed.) *Methods of Soil Analysis. Part 1. 2nd Ed. Agron. Manag.* 9. ASA and SSSA, WI, USA. pp.383-411.
10. Herrmann, H. J., Sahimi, M., and Tzschichholz, F.(1993), "Examples of Fractals in Soil Mechanics", *Fractals*, Vol.1, No.4, pp.795-805.
11. Kozak, E., Pachepsky, Y. A., Sokolowski, S., Sokolowska, Z., and Stepniewski, W.(1996), "A Modified Number-based Method for Estimating Fragmentation Fractal Dimension of Soils", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.60, pp.1291-1297.
12. Mandelbrot, B. B.(1983), "The Fractal Geometry of Nature", W. H. FREEMAN, New York, USA.
13. Mandelbrot, B.B.(1977), "Fractals: Form, Chance and Dimension", W. H. FREEMAN, San Fransisco, USA.
14. Matsushita, M.(1985), "Fractal Viewpoint of Fracture and Accretion", *J. Phys. Soc. Japan*, Vol.54, No.3, pp.857-860.
15. Pachepsky, Ya., Gimenez, D., Logsdon, S. Allmaras, R. R., and Kozak. E.(1997), "On Interpretation and Misinterpretation of Fractal Models: A Reply to comment on number-size distributions, soil structure, and fractals", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.61, pp. 1800-1801.
16. Peitgen H.-O., Jurgens, H., and Saupe, D.(1992), "Chaos and Fractals: New Frontiers of Science", Springer-Verlag, New York, USA.
17. Rieu, M. and Sposito, G.,(1991), "Fractal Fragmentation, Soil Porosity, and Soil Water Properties: I. Theory", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.55, pp.1231-1238.
18. Stevens, R. T., (1989), "Fractal Programming in C", M&T Books, California, USA.
19. Thevanayagam, S. and Nesarajah, S.(1998), "Fractal Model for Flow through Saturated Soils", *J. Geotech. Geoenviron. engrg.*, Vol. 124(1), pp.53-66.
20. Turcotte, D.L.,(1986), "Fractals and Fragmentation", *J. Geophys. Res.* Vol.91(B2), pp.1921-1926.
21. Tyler, S. W. and Wheatcraft, S. W.(1992), "Fractal Scaling of Soil Particle-Size Distributions: Analysis and Limitations", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.56, pp.362-369.
22. Tyler, S. W. and Wheatcraft, S. W.(1989), "Application of Fractal Mathematics to Soil Water Retention Estimation", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.53, pp.987-996.
23. Vallejo, L. E., (1995), "Fractal analysis of Granular materials", *Geotechnique*, Vol.45(1), pp.159-163.
24. Wu, Q., Borkovec, M., and Sticher, H.(1993), "On Particle-size distribution in soils", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.57, pp.883-890.
25. Young, I. M., Crawford, J. W., Anderson, A., and McBratney, A.(1997), "Comment on Number-size Distributions, Soil Structure, and Fractals", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.61, pp.1799-1800.

(접수일자 2002. 7. 11, 심사완료일 2002. 10. 30)