

## 평기어의 스커픽 강도향상을 위한 치형수정 기술의 연구

김태완<sup>†</sup> · 황진영\* · 조용주\*\*<sup>‡</sup>

부산대학교 기계기술연구소  
\*부산대학교 정밀기계공학과 대학원  
\*\*부산대학교 기계공학부

### A Study of Spur Gear Tooth Profile Modification Scheme for Scuffing Resistance Improvement

Tae-Wan Kim<sup>†</sup>, Jin-Young Hwang\*, Yong-Joo Cho\*\*<sup>‡</sup>

Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

\*Graduate School, Pusan National University

\*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University

**Abstract** – The basic concept of ‘gear profile modification’ is to change a part of the involute profile to reduce the load in that area and appropriate profile modifications can help gears to run quietly and resist scoring, pitting, and tooth breakage. In this study, the modification of tooth profile to make a smooth transmission of the normal loads in spur gears has been developed. The modified tooth profile has been determined by the total deflection at contact points. We also compared our results with other experimental results.

**Key words** – spur gear, scuffing, tooth modification, profiling.

#### 1. 서 론

기계 시스템에 있어서의 기어는 속도비가 정확하고 전달효율이 높기 때문에 동력전달용 부속으로 가장 선호되고 또한 널리 사용되고 있는 기계요소이다. 그러므로 기어에 대한 고 부하 용량과 저 소음화 및 원활한 작동특성 등에 대한 요구는 날로 높아지고 있고 이에 따라서 기어의 신뢰성 있는 설계기술은 핵심적인 기반 기술로서의 그 위치를 차지하고 있다.

기어의 원활한 작동을 방해하는 주요 요인은 바로 마멸이다[1,2]. 그리고 기어의 마멸을 발생시키는 주요 원인중의 하나가 바로 기어의 이 끝 부분과 이뿌리 부분에서 발생하는 스커픽(Scuffing)이다[1-4].

스커픽은 주로 고하중하에서 기어가 운전될 때 윤활막이 파괴되고 미끄럼에 의한 마찰열에 의해 치 면이

늘어붙은 현상으로 발생된다. 이러한 스커픽 문제에 대해 특히 주의를 기울여야 하는 이유는 피로현상과 같은 여타의 현상들이 장시간에 걸쳐 서서히 발생하는 반면 스커픽은 매우 순간적이고 그에 따른 결과도 소음의 증가뿐 아니라 기어장치에 치명적인 손상을 가져오기 때문이다[3,4].

치 접촉시 기어치의 변형량 때문에 전달오차가 발생하게 되고 기어의 전동시 한 쌍의 접촉구간과 두 쌍의 접촉구간의 주기적인 변화에 의해 전달하중의 급격한 변화가 발생하게 되고, 이로 인하여 마멸, 소음, 윤활막의 파괴, 스커픽 등의 좋지 않은 결과를 가져오게 되는 것이다. 이러한 기어작동시의 문제점을 제거하기 위해 사용되는 방법중의 하나가 바로 기어의 잇줄을 따라 치형 수정을 하는 프로파일링(Profiling), 즉 치형 수정 기술이다[1,5].

치 접촉 메커니즘의 분석을 통해 전달하중의 급격한 변화를 야기 시키는 접촉영역을 구하여 각 접촉점에서 의 수직하중에 의한 총 변형량을 구하고 기구학적 접

<sup>†</sup>주저자 : tw0826@hanmail.net

<sup>‡</sup>책임저자 : yjcho@pusan.ac.kr

Table 1. Gear data

Item	Gear Data	
	DRIVER	DRIVEN
Number of teeth	42	49
Pressure angle, degrees	20°C	
Module	2.25	
Face width	20.00 mm	
Torque	28640.00 kg·mm	
Young's modulus	21000 kg/mm <sup>2</sup>	
Poisson's ratio	0.3	
Contact ratio	1.88	

합 식과 힘의 평형방정식을 이용하여 강성의 변화량을 계산한다. 기어의 작동시에 발생하는 급격한 하중의 변화에 따른 스키핑 마멸과 치타음의 발생을 막기 위해 기어 치의 치형 수정 시작점으로부터의 최대치형 수정량 및 포물선형 치형 수정방법을 토대로 최대접촉 하중까지 하중을 원활히 증가하였다가 감소하도록 치의 프로파일링을 결정한다.

따라서 본 연구에서는 평 기어(Spur Gear)를 대상으로 하여 기어 치에 심각한 문제를 발생시키는 스키핑 현상을 줄여 원활한 동력전달을 수행할 수 있도록 하는 최적 치형 수정량 산출에 대한 기술을 제시하였으며, 또한 기어 치형 수정의 효과에 대해 실험적으로 증명한 Masski[1]의 연구와 비교하였다.

Table 1은 본 연구에서 수행한 기어의 데이터를 나타낸 것이다.

## 2. 기어의 전달동력 분석

### 2-1. 기어치의 접촉 메커니즘

치형 수정량을 결정하기 위해서 각각의 접촉하는 치에 의해 분배되어진 하중을 결정하여야 한다. 이러한 작업은 기어의 기하학적인 분석으로부터 접촉 영역과 접촉점의 수를 구함으로써 결정할 수 있다.

Fig. 1은 평기어의 기어 치 접촉의 작용선 방향으로 최대 수직 하중의 하중 분배를 도시한 것이다. 기어의 치  $g_1$ 과  $g_2$ 가 두 개의 접촉점 과에서 만나고 있다. 여기서 치  $g_2$ 의 접촉점이 기어의 치의 이 끝이 되었을 때, 두 쌍의 접촉이 한 쌍의 접촉으로 변화하면서 작용선 위의 총 수직 하중은 분배되지 않고 하나의 치에 총 수직 하중이 집중되어 전달되는 현상으로 인해 급격한 힘의 변화가 야기되게 된다.

Fig. 2는 Fig. 1에서 작용선 상의 한 쌍 또는 두

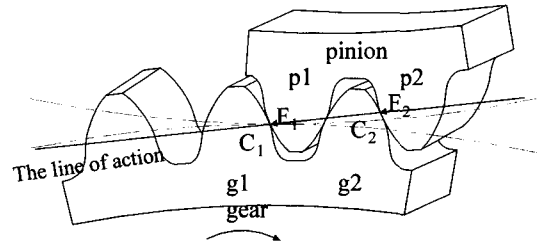


Fig. 1. Tooth contact in high-contact ratio gear.

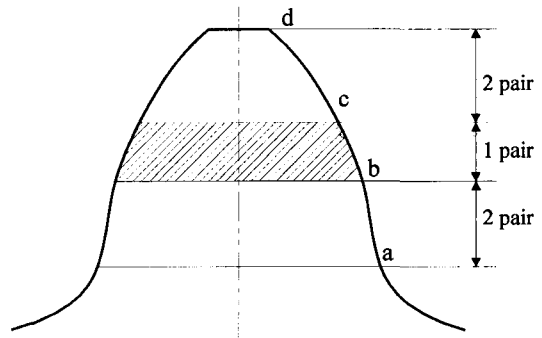


Fig. 2. Tooth contact zones.

쌍의 물림구간을 기어 치 형상 위에 도시한 것이다. 여기서는 물림률이 1이상 2 이하인 일반적인 기어를 도시한 것이다. 피치점을 원점으로 설정하고 작용선 방향을 좌표축으로 하면 물림구간은 3 영역으로 나누어진다. 즉 기어는 ab 구간에서는 2개의 접촉점이 맞물리고, bc 구간에서는 1개의 접촉점이 맞물리게되며, cd 구간에서는 다시 2개의 접촉점이 맞물리면서 회전을 반복하는 것이다.

### 2-2. 기어 치의 변형량

Fig. 3에서 각각의 접촉점에서의 작용선 방향으로 분배된 수직하중  $F_i$ 에 의한 접촉점에서의 변형량을 Nakada [6]가 제시한 식으로부터 구할 수 있다. 즉 총 변형량( $\delta$ )은 굽힘 변형( $\delta_b$ ), 전단 변형( $\delta_s$ ), 기초 변형( $\delta_c$ ), 그리고 접촉 변형( $\delta_H$ )의 합으로 다음과 같이 표현된다.

$$\delta = \delta_b + \delta_s + \delta_c + \delta_H \quad (1)$$

$$\delta_b = \frac{12F_i \cos^2 \alpha}{EBS_f^3} \left[ S_c^2 + \frac{C^2}{3} - CS_c \right] + \frac{6F_i \cos^2 \alpha (W-C)^3}{EBS_f^3} [Z(4-Z) - 2\log_e(Z-3)] \quad (2)$$

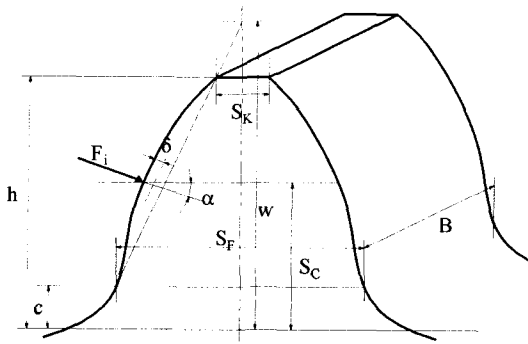


Fig. 3. Tooth deformation.

$$\delta_s = \frac{2(1+\nu)F_i \cos^2 \alpha}{EBS_f} [C + (W-C) \times \log_e Z'] \quad (3)$$

$$W = \frac{(hS_f - CS_K)}{(W - S_K)} \quad (4)$$

$$Z = \frac{(W - S_M)}{(W - C)} \quad (5)$$

$$\delta_G = \frac{24F_i S_C^2 \cos^2 \alpha}{\pi EBS_f^2} \quad (6)$$

$$\delta_H = \frac{4F_i(1+\nu^2)}{\pi EB} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (7)$$

여기서,  $\rho_1, \rho_2$  = Contact radius

Fig. 4는 피니언과 기어 각각의 접촉반경을 나타낸다. 여기서 접촉력과 접촉 변형량에 관한 접촉의 문제는 Hertz[7]에 의한 연구에 근거하였다.

$$\rho_1 = \overline{OI_1} \quad (8)$$

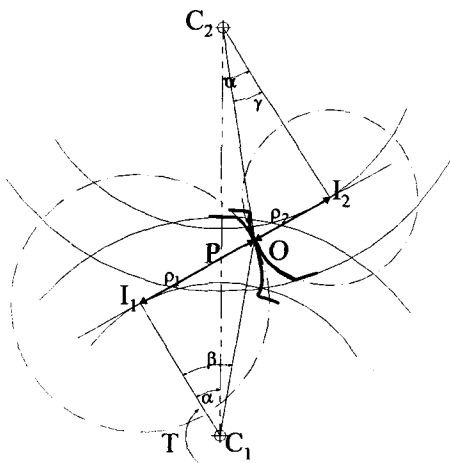


Fig. 4. Contact of involute spur gear teeth.

$$\rho_2 = \overline{OI_2} \quad (9)$$

2.3. 치의 강성 및 전달하중

Fig. 1의 접촉점 1(C<sub>1</sub>)과 접촉점 2(C<sub>2</sub>)에서 작용선의 방향으로 각각 분배되어진 전달하중을 구하기 위해 각각의 접촉점에서의 기구학적 적합식과 힘의 평형 방정식을 만족시켜야 하는데, 여기서 우선 기구학적 적합식은 다음과 같다.

$$\delta_1 = \delta_{g1} + \delta_{p1} \quad (10)$$

$$\delta_2 = \delta_{g2} + \delta_{p2} \quad (11)$$

여기서,

$$\delta_1 = \delta_2 \quad (12)$$

힘의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$F_1 + F_2 = F \quad (13)$$

여기서,  $F_1, F_2$ : The Load Sharing

따라서, 접촉점 1(C<sub>1</sub>)과 접촉점 2(C<sub>2</sub>)에 분배된 하중은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} F \quad (14)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} F \quad (15)$$

여기서, 치 강성은 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{K_{g1} \cdot K_{p1}}{K_{g1} + K_{p1}} \quad (16)$$

$$K_2 = \frac{K_{g2} \cdot K_{p2}}{K_{g2} + K_{p2}} \quad (17)$$

$K_1, K_2$ : Combined Stiffness

여기서,

$$K_{g1} = \frac{1}{\left( \frac{1}{K_{g1B}} + \frac{1}{K_{g1S}} + \frac{1}{K_{g1G}} + \frac{1}{K_{g1H}} \right)} \quad (18)$$

$$K_{p1} = \frac{1}{\left( \frac{1}{K_{p1B}} + \frac{1}{K_{p1S}} + \frac{1}{K_{p1G}} + \frac{1}{K_{p1H}} \right)} \quad (19)$$

$$K_{g2} = \frac{1}{\left( \frac{1}{K_{g2B}} + \frac{1}{K_{g2S}} + \frac{1}{K_{g2G}} + \frac{1}{K_{g2H}} \right)} \quad (20)$$

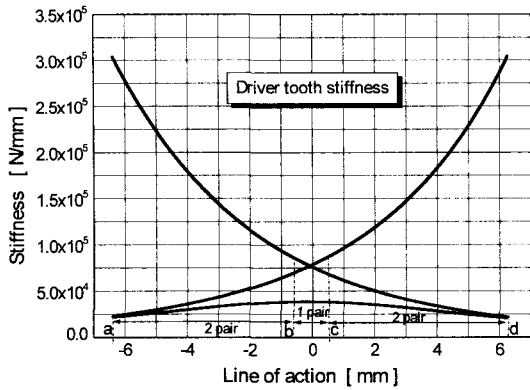


Fig. 5. Tooth stiffness.

$$K_{p2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{p2B}} + \frac{1}{K_{p2S}} + \frac{1}{K_{p2G}} + \frac{1}{K_{p2H}}\right)} \quad (21)$$

각 접촉점에서 맞물리는 한 쌍의 치의 강성은 구동기어 치와 피동기어 치의 강성의 직렬로 연결한 스프링 문제로 등가 시킬 수 있다.

Fig. 5는 식(16), (18), (19)에 의해 접촉 경로를 따라 구동기어와 피동기어에 대한 접촉점 1의 치의 강성의 변화를 도시한 것이다.

### 3. 치형수정

#### 3-1. 치형 수정량

Fig. 6은 인벌류트 기어의 치 직각 방향으로 치형

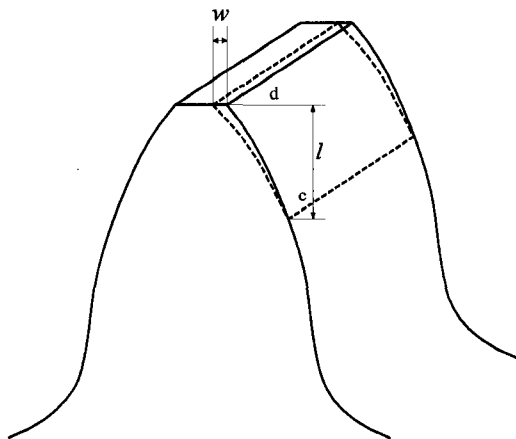


Fig. 6. Tip relief.

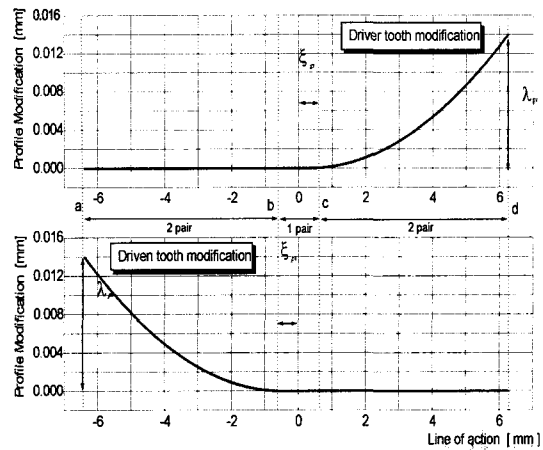


Fig. 7. Profile modification.

수정을 도시한 것이다. 치형 수정은 그림의 접촉점 c 부터 이끝원의 접촉점 d까지 치형 수정을 수행하였다. 여기서,  $W$ 는 치 직각 방향으로의 치형 수정량이고,  $l$ 은 치 높이 방향으로의 치형 수정량이다.

Fig. 7은 작용선의 위치에 따라 구동기어와 피동기어의 접촉점에서 작용선 방향에 대한 치형 수정량을 포물선형으로 치형 수정량을 결정하여 도시한 것이다. 즉 두 치형 수정량의 합이 접촉점에서의 치형 수정량이 되는 것이다. 여기서 치형 수정을 하는데 있어 두 가지의 중요한 조건을 주었는데, 하나는 두 접촉점의 치형 수정량의 합은 접촉점의 변형량보다 작아야한다는 것이고, 두번째는 하나의 접촉점이 될 경우에 급격한 하중의 변화를 제거하기 위해 접촉점의 최대 치형 수정량을 최대 변형량과 동일하게 한 것이다.

각각의 접촉점의 치형 수정량( $\epsilon$ )은 다음과 같다.

$$\epsilon_i = \lambda_{gi} + \lambda_{pi} \quad (22)$$

여기서,  $\lambda_{gi}$ ,  $\lambda_{pi}$ 는 작용선 방향으로의 구동기어와 피동기어의 치형 수정량이고,  $\xi_{gi}$ ,  $\xi_{pi}$ 는 작용선 방향으로 피치점으로 부터의 구동기어와 피동기어의 수정 시작점이다.

#### 3-2. 치형 수정전, 후의 전달하중

각 접촉점에서의 치형 수정량을 고려하기 전과 후의 하중의 분배에 관한 식은 다음과 같다.

치형수정전 :

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \quad (23)$$

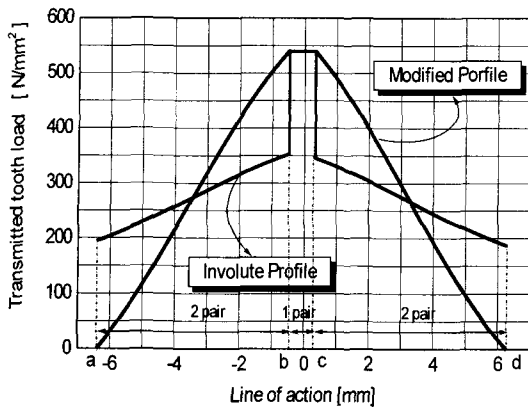


Fig. 8. Modified transmitted tooth load.

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} \quad (24)$$

치형수정후:

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} [F - K_2(\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (25)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} [F - K_1(\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (26)$$

여기서,  $F_1$ ,  $F_2$ 는 접촉점 1,2의 분배하중을 나타내고  $K_1$ ,  $K_2$ 는 기어 치강성을 나타낸다.

Fig. 8은 기어 치의 치형 수정 시작점, 최대치형 수정량, 포물선형 치형 수정을 토대로 치형 수정을 토대로 하여 급격한 하중 전달을 원활한 하중 전달이 되도록 수정된 그림이다.

Fig. 8에서 볼 수 있듯이 수정전의 치형에서 전달된 하중의 분배는 작용선상의 b와 c에서 급격한 하중의 변화가 발생하였지만, 치형 수정후의 전달하중에서는 치의 최초접촉점인 a에서는 전달 하중이 '0'가 된다. 그리고 최대 접촉하중인 b까지, 즉 ab 구간은 접촉하중이 원활히 증가하다가 다시 cd 구간에서는 원활히 감소하는 것을 볼 수 있다.

#### 4. 연구 결과 분석 및 기존실험 연구와의 비교

본 연구에 의해 수행된 치형 수정에 대하여 Masski [1]가 수행한 실험과 비교 검토하였다.

Fig. 9는 Masski가 수행한 스키핑에 대한 치형수정 효과에 대한 실험사진이다. Fig. 9의 80  $\mu\text{m}$  치형 수

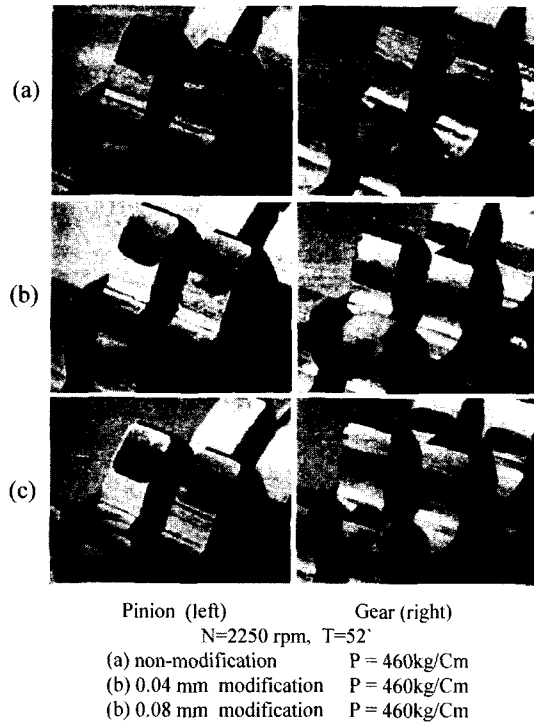


Fig. 9. Scuffed gear tooth.

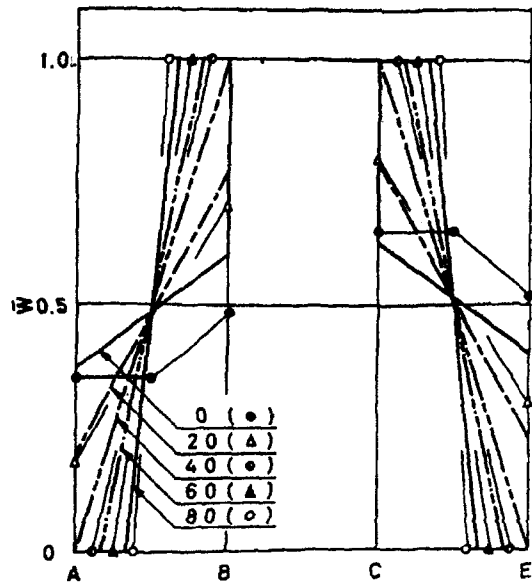


Fig. 10. Modified transmitted tooth by experiment.

정한 치면 스키핑(scuffing) 사진에서 보여지듯이 80  $\mu\text{m}$  또는 60  $\mu\text{m}$  정도가 되어서 피니언의 치면에 스키핑이 발생하지 않아 수정효과가 거의 과도하게 되

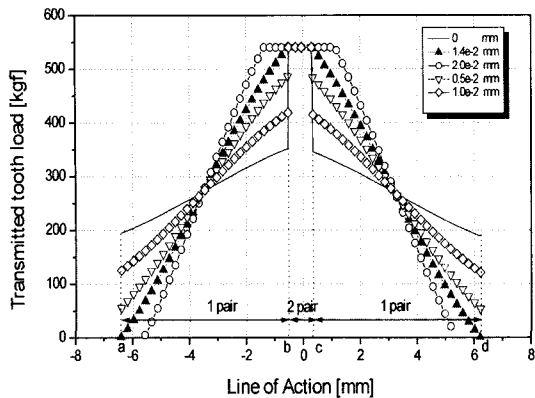


Fig. 11. Modified transmitted tooth by computational result.

기 시작한다.

Fig. 10은 Masski의 실험에서 작용선 방향의 하중 430 kg/cm의 경우의 하중분포를 도시한 것이다. 여기서 0(●)은 무수정 치형의 결과를 나타내고 20(△)은 20 μm수정, 40(○)은 40 μm수정, 60(▲) μm수정, 80(○) μm수정을 하였을 때의 실험결과를 나타낸 것이다.

여기서 최적 치형 수정량은 40 μm전후가 되고 이것보다 작은 경우는 충격하중이 발생하게 된다. 그리고 이로 인하여 Fig. 10에서와 같이 스커핑이 충격하중에 기인하여 발생함을 알 수 있다. 40 μm보다 치형수정량이 큰경우에는 Fig. 10에서 볼 수 있듯이 치 물림의 시작과 끝 부분에서 접촉이 일어나지 않아 원활한 동력전달을 할 수 없게 된다.

Fig. 11은 본 연구의 수치해석의 결과로 치형 수정량에 따라 전달 하중의 분포를 도시한 것인데, 원활한 동력전달 측면의 경우에서 0 μm(무수정), 5 μm, 10 μm의 치형 수정의 결과는 충격 하중이 감소하고, 14 μm의 경우 충격 하중은 제거되고 원활한 동력 전달이 이루어지고 있다. 20 μm의 경우에는 치 물림의 시작과 끝 부분에서 접촉이 일어나지 않고, 또한 작용선 방향의 최대하중을 분담하는 구간이 길어지게 된다. 또한 스커핑 발생의 측면에서 0 μm(무수정), 5 μm, 10 μm의 치형 수정의 결과는 충격하중이 가해져 치의 구동시 스커핑이 발생하게 될 것이고, 20 μm의 경우에는 충격하중은 없지만 원활한 동력의 전달이 이루어지지 않을 것이다.

Table 1에서 주어진 기어의 조건하에서 결정된 Fig. 7의 치형 수정량의 분포결과를 적용할때, 본 연구에 의한 수치해석 결과인 Fig. 11의 치형 수정크기에 따른

전달 하중의 분포가 Fig. 10의 치형 수정 실험연구 정성적인 분석과 일치함을 볼 수 있다. 그리고 본 연구에서 제시된 기어의 데이터에서의 최적 치형 수정량은 14 μm가 됨을 알 수 있다.

또한 치형 수정량이 최적 치형 수정량보다 작으면 충격하중이 제거되지 못하기 때문에 스커핑을 야기시킬 수 있고, 최적 치형 수정량 보다 크면 치폭단에서 최대 전달하중이 길어지게 되므로 원활한 동력전달을 할 수 없음을 물론 스커핑 및 손상의 가능성이 높아지게 된다.

### 5. 결 론

기어의 저 소음화 및 원활한 작동, 마멸의 문제는 기어의 설계, 제작, 운전에서 매우 중요한 위치를 차지하고 있다. 그중 스커핑에 의한 기어의 손상에 관한 문제는 특히 중요한 부분으로 인식되어지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법중의 하나가 바로 치형 수정기술이다. 그러나 기어의 치형 수정에 대해서는 그다지 많은 연구가 수행되지 않았고, 실제 현장에서 경험적인 데이터에 의존한 치형 수정이 이루어지고 있는 현실이다.

따라서 본 연구에서는 수치 해석적으로 최적 치형 수정량을 결정하는 이론적 배경을 제시하였고, 기존의 실험적인 연구와 비교하여 제시된 이론의 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 제시된 이론에 의해 산출된 최적 치형 수정량은 이전의 실험적인 연구의 결과와 아주 잘 일치함을 알 수 있다.

### 참고문헌

1. Masaaki Yokoyama, "A study on the effect of tooth profile modification upon seizure resistance of heavy-duty gear," journal of japan society of lubrication of engineers, 16(9), pp.656-665, 1971.
2. D.P.Townsend, "Dudley's Gear Handbook," 2nd Edition, pp. 4.23-4.25, McGRAW-HILL, 1990.
3. Darle W. Dudley, "Handbook of Practical Gear Design," pp.2.66, pp.8.12-8.14, pp.8.12-8.21, McGRAW-HILL, London, 1984.
4. AGMA Standard, "Nomenclature of gear Tooth Failure Modes," American Gear Manufacturer Association, ANSI/AGMA, 110.04., 1980.
5. 김태완, 문석만, 조용주, 구영필, 조용주, "Spur Gear의 미끄럼 마멸률에 관한 연구," 한국윤활학회지,

- 16권5호, pp.357-364, 2000.
6. Nakada, T. and Utagawa, M., "The Dynamic Loads on gear Caused by the Varying Elasticity of the Mating Teeth," proceeding of the 6th japanese National Congress for Applied Mechanics, pp. 43., 1956.
  7. K.L. Johnson, "Contact Mechanics," Cambridge, pp.5-44 University Press, 1985.
  8. A. H. Elkholy, "Tooth Load Sharing in High-Contact Ratio Spur Gears," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, pp.11-16, 1985.
  9. Raymond J. Drago, "Fundamentals of Gear Design," Butterworths, 1988, pp 265-362.
  10. V. Simon, "Load and Stress Distributions in Spur and Helical Gears," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 110, pp 197-202, 1988.
  11. Ku. P.M, "Tribology of Gears and Spline," Proc. Tribology Workshops, NSF, pp.402-427, 1974.