

## Diffuser내의 정상 캐비테이션 유동 해석을 위한 수학 모델링

신동순\* · 조상연\*\* · Sergienko A.A.\*\*\*

## Mathematical Modelling of Steady Cavitation Flow inside the Diffuser

Dongsun. Sin\* · Sangyeon. Cho\*\* · Sergienko A.A.\*\*\*

### ABSTRACT

In this study, the mathematical model on the various complicated levels of the viscous liquid flows in the symmetric channel with the complicated shape was introduced and the assumptions applied to the simplified model was proposed. To analyse the steady cavitation flow, axis transform of physical region to non-dimensional region was performed, and multigrid were generated. Using this model, the steady cavitation flow was calculated, and good coincidence between experiment and calculation was achieved.

### 초 록

본 연구에서는 Diffuser내의 점성액체 유동을 해석하기 위해 사용된 수학 모델을 소개하며, 또한 복잡한 캐비테이션 유동을 해석하기 위해 방정식 시스템을 간략화하고 이에 적용된 가설을 고찰하였다. 캐비테이션 정상 유동을 해석하기 위하여 물리영역을 무차원 영역으로 좌표 변환하고 계산 영역에서 다중 격자를 형성하였다. 이와 같은 방정식의 차분화와 다중 격자 방정식 시스템의 계산 알고리즘을 이용하여 정상 캐비테이션 유동을 해석하였으며 그 결과 시험과 계산이 잘 일치됨을 확인하였다.

Key Words : steady cavitation flow(정상 캐비테이션 유동), mathematical modelling(수학 모델링)

\* 정회원, 한국항공우주연구원  
msepl@kari.re.kr, 대전광역시 유성구 어은동 45번지

\*\* 정회원, 한국항공우주연구원

\*\*\* Moscow Aviation Institute

## 1. 서 론

캐비테이션 유동 박리에 대한 수학 모델의 개발은 유동 현상을 심도 깊게 이해할 수 있을 뿐만 아니라, 다양한 산업분야에서 이러한 유동을 실제적으로 이용할 수 있는 방법을 찾을 수 있기 때문에 매우 중요한 연구 과제라 할 수 있다. 캐비테이션 정상유동 모델링은 비정상 캐비테이션 유동 해석과 마찬가지로 흥미로운 연구 주제이다.

본 연구에서는 diffuser내에서 발생하는 정상 유동을 해석하기 위해 Navier-Stokes 기본 방정식을 이용했으며, 매질의 균질성과 압력 변화로부터 이상유동의 국부적인 평균 밀도 변화를 기술한 상대방정식을 이용해서 해를 구하였다.[1]

벤츄리 관내의 유동은 barotropic이기 때문에 매질의 모든 열 물리적 성질은 온도 변화에 대해 일정하다고 가정한다. 본 연구에서는 2차원 유동해석을 위하여 난류 점성 연산 모델을 이용했다[2].

## 2. 본 론

### 2.1 Diffuser내의 점성 유체 모델

Diffuser내의 경계조건으로는 유동의 벽면 밀착 조건과 속도가 채널 축을 기준으로 대칭이라는 조건과 같은 일반적인 경계 조건을 이용하였으며, 관 입구의 속도 분배는 일정하다고 가정하였다. 또한 복잡한 방정식 시스템과 수치해석을 간략화하기 위하여 diffuser내의 점성 유체 모델을 간략화 하였다. 이를 위해 diffuser내의 횡단면의 압력은 일정하다는 가정을 도입하였다. 압력 증감을 비교해 보면  $p_x' \gg p_r'$ 와 같은 관계를 쉽게 알 수 있다. 따라서 R 방향에 대해서 운동 방정식은 무시할 수 있다. 이러한 경우 radial 방향의 속도 성분( $v$ )은 연속 방정식으로부터 빠져 나올 수 있다. 압력 증감

$p_x'$ 는 유량 일정 조건으로부터 구할 수 있으며, 적분형 연속 방정식으로 표현한다. 방정식 시스템을 무차원 하기 위하여 다음과 같은 변수들을 이용하였다. 두 축에 대해 공간 척도( $x_s, R_s$ )과 밀도 특성 값( $\rho_s$ ) 및 축 속도 성분( $U_s$ )들과 무차원 변수는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\bar{\phi} = \phi / \phi_s$$

여기에서

$$\phi_s = (X_s, R_s, U_s, V_s, p_s, \rho_s) \text{ - 척도 변수}$$

$$\phi = (X, R, U, V, p, \rho) \text{ - 차원 변수}$$

위의 관계들을 이용하면 연속 방정식과 운동 방정식을 다음과 같이 무차원화 할 수 있다.

a)  $x$  축 방향의 운동 방정식

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial(\bar{r} \bar{\rho} \bar{u}^2)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{r} \bar{\rho} \bar{v} \bar{u})}{\partial \bar{r}} = \\ = -\epsilon \bar{r} \frac{d\bar{p}}{d\bar{x}} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \frac{\bar{r}}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \frac{\bar{r}}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) \end{aligned} \quad (\text{식 1})$$

b) 연속 방정식

$$\epsilon \frac{\partial(\bar{r} \bar{\rho} \bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{r} \bar{\rho} \bar{v})}{\partial \bar{r}} = 0 \quad (\text{식 2})$$

c) 유량 질량 평형 방정식

$$\epsilon \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \left( (\bar{\rho} \bar{u}) \Big|_{\bar{x}=\bar{x}^*} - (\bar{\rho} \bar{u}) \Big|_{\bar{x}=0} \right) d\bar{r} = 0 \quad (\text{식 3})$$

여기에서

$$\epsilon = \frac{R_s}{X_s} \text{ 와 } \text{Re} = \frac{R_s \rho_s U_s}{\mu + \mu_t} \text{ - 레이놀즈 수}$$

$$0 \leq \bar{x}^* \leq L/X_s, \quad \bar{R} = R/R_s$$

그림 1과 같이 가변 채널 면적의 경우 구해진 결과들을 일반화 하며, 그림 1에 나타난 채널의 경우  $d$ 와  $D$ 는 채널의 최소 직경과 최대 직경이며,  $L$ 은 Diffuser 길이이다. 따라서 공간 차원은 다음과 같은 형식으로 선택할 수 있다.

$$X_s = L \text{ 과 } R_s = \frac{d}{2} \rightarrow \epsilon = \frac{d}{2L}$$

2차원 캐비테이션 유동을 해석하기 위해 공간 좌표의 선택은 초기 차원 영역 ( $\Omega(x, r)$ )을 무차

원 영역  $(\bar{\Omega}(\bar{x}, \bar{r}))$ 으로 변환한 후 계산 영역  $(\hat{\Omega}(\hat{x}, \hat{r}))$ 으로 변환하였다.

여기에서

$$\Omega(x, r) = \{(x, r) \mid 0 \leq x \leq L, 0 \leq r \leq h(x)\},$$

$$\bar{\Omega}(\bar{x}, \bar{r}) = \{(\bar{x}, \bar{r}) \mid 0 \leq \bar{x} \leq 1, 0 \leq \bar{r} \leq \bar{h}(\bar{x})\},$$

$$\hat{\Omega}(\hat{x}, \hat{r}) = \{(\hat{x}, \hat{r}) \mid 0 \leq \hat{x} \leq 1, 0 \leq \hat{r} \leq 1\}.$$

여기에서  $h(x), \bar{h}(\bar{x})$  - 상단 채널 형성 함수

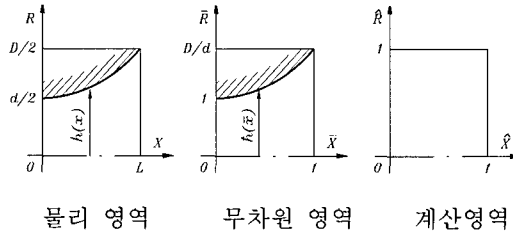


그림 1 물리적 영역과 계산 영역

계산 영역에서 좌표  $(\hat{x}, \hat{r})$ 들은 무차원 영역에서 좌표  $(\bar{x}, \bar{r})$ 들과 다음과 같은 관계가 있다.

$$\hat{x} = \bar{x}, \quad \hat{r} = \frac{\bar{r}}{\bar{h}(\bar{x})} \quad (식 4)$$

관계식(4)의 치환은 해를 구하고자 하는 방정식 (식3-식5)를 변환 할 수 있으며, 다음과 같은 미분 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{r}}{\partial \hat{x}} = 1, \quad \frac{\partial \hat{r}}{\partial \hat{x}} = -\frac{\bar{r}}{\bar{h}(\bar{x})^2} \bar{h}'(\bar{x}) = -\frac{\hat{r} \bar{h}'(\bar{x})}{\bar{h}(\bar{x})}$$

$$\frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{r}} = 0, \quad \frac{\partial \hat{r}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{\bar{h}(\bar{x})} \quad (식 5)$$

동시에 1차 편미분 방정식은 다음과 같은 최종적인 형태를 띤다.

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} - \frac{\hat{r} \bar{h}'(\bar{x})}{\bar{h}(\bar{x})} \frac{\partial}{\partial \hat{r}}, \quad \frac{\partial}{\partial \hat{r}} = \frac{1}{\bar{h}(\bar{x})} \frac{\partial}{\partial \bar{r}}$$

위에서 얻어진 관계식을 이용하여 계산 영역에서 미분 연속 방정식은 다음과 같은 형태를 얻을 수 있다.

$$\epsilon \bar{h}(\hat{x}) \frac{\partial(\hat{r} \bar{\rho} \bar{u})}{\partial \hat{x}} - \epsilon \bar{h}'(\hat{x}) \hat{r}^2 \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u})}{\partial \hat{r}} + \frac{\partial(\hat{r} \bar{\rho} \bar{u})}{\partial \hat{r}} = 0 \quad (식 6)$$

Diffuser내의 압력을 계산하기 위해 필요한 연속 방정식을 구하는 것이 남아 있으며, radial 축에 대해 (식 6)을 적분하면, 다음 (식 7)과 같다.

$$\epsilon \bar{h}(\hat{x}) \int_0^1 \frac{\partial(\hat{r} \bar{\rho} \bar{u})}{\partial \hat{x}} d\hat{r} - \epsilon \bar{h}'(\hat{x}) \int_0^1 \hat{r}^2 \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u})}{\partial \hat{r}} d\hat{r} = 0 \quad (식 7)$$

대칭 조건과 유체의 밀착 조건을 적용하고,  $x$  축에 대해 0 에서  $\hat{x}^*$  ( $0 \leq \hat{x}^* \leq 1$ ) 범위까지 (식 7)의 각항을 적분한다. 최종적으로 다음과 같은 적분형 연속 방정식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon \int_0^1 \hat{r} (\bar{\rho} \bar{u}_{\hat{x}} - \bar{\rho} \bar{u}_0) d\hat{r} + 2\epsilon \int_0^{\hat{x}^*} \frac{\bar{h}'(\hat{x})}{\bar{h}(\hat{x})} \int_0^1 \bar{r} \bar{\rho} \bar{u} d\hat{r} d\hat{x} = 0 \quad (식 8)$$

위의 관계식들을 이용하면 운동 방정식(식 1)은 다음과 같이 무차원화 할 수 있다.

$$\epsilon \frac{\partial(\hat{r} \bar{\rho} \bar{u}^2)}{\partial \hat{x}} - \epsilon \hat{r}^2 H \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}^2)}{\partial \hat{r}} + \frac{1}{\bar{h}(\hat{x})} \frac{\partial(\hat{r} \bar{\rho} \bar{v} \bar{u})}{\partial \hat{r}} =$$

$$= -\epsilon \hat{r} \frac{d\bar{p}}{d\hat{x}} + \frac{1}{\bar{h}(\hat{x})^2} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left( \frac{\hat{r}}{Re} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \hat{r}} \right) +$$

$$+ \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( \frac{\hat{r}}{Re} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \hat{x}} \right) - \epsilon \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( \frac{\hat{r}^2}{Re} H \frac{\partial \bar{u}}{\partial \hat{r}} \right) -$$

$$- \hat{r}^2 \epsilon \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left( \frac{H}{Re} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \hat{x}} \right) + \hat{r}^2 \epsilon \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left( \frac{\hat{r}}{Re} H^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial \hat{r}} \right) \quad (식 9)$$

여기에서  $H = \bar{h}'(\hat{x})/\bar{h}(\hat{x})$  이다.

만약 채널 면적이 일정 ( $\bar{h}(\hat{x}) \equiv 1 \rightarrow H \equiv 0$ ) 하다는 조건을 방정식에 적용하면, (식 9)은 (식 1)과 같아진다. 이와 같은 형식으로 무차원 물리영역을 계산 영역으로 변환함으로써 diffuser 단면의 유동을 모델링할 수 있다. 그림 2에 나타난 바와 같이 d는 입계 단면 직경이며, D는 Diffuser 출구 직경이다.

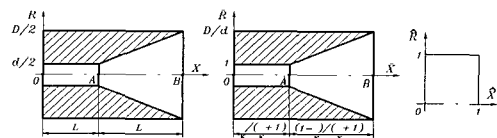


그림 2 Diffuser 내의 캐비테이션 유동해석을 위한 물리 계산 영역

Diffuser 입구의 점성 유체의 유동은 완전히 발달한 정상 유동이고, diffuser 입구의 속도장 분포는 diffuser 유동에 영향을 주지 않는다고 가정한다. 점성유체를 모델링하기 위하여 매질 유입 배관의 길이는 diffuser 길이보다 현저하게 길다고 가정한다.

만약 채널의 단면적이 변화할 경우, 채널 상단 함수는 다음과 같이 묘사할 수 있다.

$$h(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \bar{x} \in [0, \bar{A}] \\ (k+1)(1-\bar{x}) + ((k+1)\bar{x} - k) \frac{D}{d}, & \bar{x} \in [\bar{A}, \bar{B}] \end{cases}$$

(식 10)

채널 출구의 경계 조건이 없는 것은 고전 경계 층 이론의  $u''_{xx} \ll u''_{rr}$  과 같은 가정을 채택해야 하는 필요성이다. 즉 유동은 채널 축을 따라 흘러간다는 가정이다. 이러한 조건을 고려하면 (식 9)은 다음과 같이 간략해진다.

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial(\bar{r}\bar{\rho}\bar{u}^2)}{\partial \bar{x}} - \epsilon \bar{r}^2 \frac{\partial(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}^2)}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{x}(\bar{x})} \frac{\partial(\bar{r}\bar{\rho}\bar{v}\bar{u})}{\partial \bar{r}} = \\ = -\epsilon \bar{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{\bar{x}(\bar{x})^2} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) \end{aligned}$$

(식 11)

무차원화 된 방정식의 해를 구하기 위하여 계산영역에서 격자 형성을 하였다. 점성 유체를 모델링하는 과정에서 격자를 형성하는 것은 중요한 문제 중의 하나이다. 본 연구에서는 계산 영역에서의 불균일 격자 형성법을 이용했다[3, 4]. 이러한 격자의 형성은 선분( $l$ )범위에서 형성하며, 선분의 격자 간격은 ( $\Delta_i, \Delta_i = x_{i+1} - x_i, i = 1, \dots, N$ )이다.

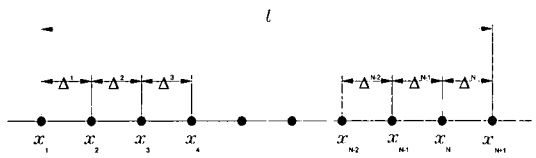


그림 3 계산 영역에서의 불균일 격자 형성

그림 3에서 보는 바와 같이 격자 간격의 총합은 선분길이( $l$ )이다.  
즉  $\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_{N-1} + \Delta_N = l$ .

두개의 인접 격자간의 간격은 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\Delta_{i+1}/\Delta_i = w \neq 1, i = 1, \dots, N-1 \quad (\text{식 12})$$

위식으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Delta_1(1 + w + w^2 + \dots + w^{N-1}) = l$$

단,  $w = (l - \Delta_1)/(l - \Delta_N)$ ,

$$N = 1 + [\ln(\Delta_N/\Delta_1)/\ln(l - \Delta_1)/(l - \Delta_N)]$$

만약  $w > 1$  과 같은 조건을 만족하면 선분 왼쪽 격자가 조밀해지며,  $0 < w < 1$  의 경우, 오른쪽 끝 부분이 조밀해진다. 이러한 형태로 불 균일 격자 형성을 하기 위하여 선분 길이와  $\Delta_1$  및  $\Delta_N$  값들을 주어준다.

## 2.2 간략한 계산방법 서술

연속 방정식과 운동 방정식을 차분화하기 위해 유량 질량 평형법을 이용하였다[5]. 대류항의 근사값은 역 유동의 무게 차이를 이용해서 계산하였으며, 얻어진 방정식 차의 해는 내부는 뉴턴 iteration 과 외부는 Seidel iteration을 통해 순차적으로 근사값에 도달하도록 하였다[6]. 이를 위하여 미지의 변수들은 자연스럽게 블록화되었으며, 블록 범위내에서 국부적으로 선형화 하였다. 해의 초기 단계에서 계산 방향은 diffuser 입구에서 출구로 수행 하였으며, 이러한 경우 레이놀즈 수가 큰 경우 계산값은 정밀해진다. 두 번째 단계의 계산은 diffuser 축에서 벽면으로 계산을 수행하였다. Navier-Stokes 방정식의 해를 구할 경우 압력 계산은 무척 어렵다. 본 연구에서는 보충 조건[3]으로써 적분형 연속 방정식을 도입하고, 1차항 분리와 연관되어있는 압력 decomposition을 적용하였다. 운동 방정식의 일반적인 해법은 diffuser 입구에서 출구 방향으로 수직방향으로 값들을 추적하였다. 뉴턴 iteration이 일치될 경우 유량 질량 평형으로써 값들을 검사하였으며, 필요한 경우 압력 값들을 보정하였다. 모든 수직 단면의 iteration의 반복은 질량이 평형해 질 때 까지 수행하였으며, 압력의 수평 방향의 압력 계산은 하지 않았다. 최

종적으로 수행된 계산 iteration은 상태 방정식을 이용하였으며, 이때 압력은 밀도 함수 변화로 취급하였다. Diffuser내에서 새로운 압력 값을 구한 후에 운동 방정식과 연속 방정식의 해를 구하기 위한 최종 iteration을 수행하면서 값을 산출하였다.

### 2.3 캐비테이션 정상 유동 모델링

수학 모델링 객체로서 diffuser를 포함한 직경이 다른 tube를 채택했다. Diffuser입구의 tube 길이는 임계단면의 100배로 설정하였다. 이와 같은 가정을 채택하는 경우 diffuser입구는 완전 발달된 정상유동이며, 채널입구의 경계 조건과 무관해진다.

캐비테이션 유동 수학 모델링에 있어서 diffuser 길이 변화에 따른 축 성분의 압력 변화를 계산하기 위하여 이전에 실험한 데이터를 이용했다[7]. 수학 모델링에서 가장 중요한 요소 중 하나는 난류 유동 모델을 선택하는 것이다[8,9]. 본 연구에서는 유동 박리가 심하지 않는 다음과 같은 유동 난류 모델을 이용하였다[10, 11].

$$\mu_t = \min(\mu_{ti}, \mu_{to})$$

$$\mu_{ti} = \rho l^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial r^3} \right), \quad \mu_{to} = \frac{\rho k_1 u_e \xi^*}{1 + 5.5 (r/\ell)^6}$$

그림 4는 실험 값과 캐비테이션 유동 모델의 유동 해석에사용된 diffuser의 기하를 나타낸다. 개발한 수학적 모델의 해를 구하기 위하여 압력 변화에 대한 밀도 변화 관계를 나타내는 상태 방정식을 이용하였다. 매질의 비체적(Specific Volume)을 계산하기 위하여 다음과 같은 Interpolation 공식을 사용하였다.

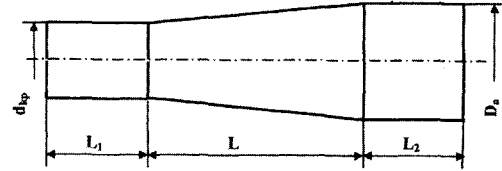
$$v = \sum y_j(p) \quad (\text{식 } 13)$$

여기에서  $y_j(p)$ - 압력 만의 함수.

위 함수의 전개된 형태는 다음과 같다.

$$y_i(p) = \sum_{j=0}^5 (-1)^j \binom{5}{j} \left( \frac{5+j}{j} \right) \left( \frac{\bar{p}}{12} \right)^j \quad (\text{식 } 14)$$

여기에서  $\bar{p} = p \cdot 10^{-2}$ 이며, 실수이다.



1.  $d_{kp} = 7mm, 2\beta = 6^\circ, L = 110mm$
2.  $D_a = d_{kp} + 2 \times L + tg\beta$ .

그림 4 Diffuser 유동 해석 모델

캐비테이션 유동을 모델링하는데 있어서 난류 모델화와 캐비테이션 발생영역에서 매질의 성질을 결정하는 것과 같은 두 가지 어려움이 있다. 일반적으로 레이놀즈 모델에 대해 평균값을 기초로 난류 유동 계산을 수행하며, 이 때문에 국부적인 난류 유동 특성은 알 수 없다. 또한 매질의 이상을 계산할 경우 속도와 압력 맥동 성분은 손실되기 때문에 이상 경계를 계산할 수 없는 어려움이 있다. 이러한 이유에서 Navier-Stokes 방정식의 레이놀즈에 관한 평균값에 근거하여 두 가지 캐비테이션의 상태에 대해서만 모델링을 하였다. 첫 번째는 기포(vapour bubble)가 매질 내에 포함되어 있기 때문에 매질은 균질성을 가진다고 가정한다. 둘째는 diffuser내에서 발생하는 캐비테이션의 공동 경계는 시간의 변화에 따라 정상 유동이라 가정한다. 비정상 캐비테이션 유동의 수학적 모델 개발은 난이하며, 국부적으로 발생하는 난류를 기술 할 수 없다. 또한 캐비테이션 발생 영역의 경계를 결정하는 것이 수학적 모델링의 어려움이다. 이론적으로 캐비테이션 현상이 발생하려면 매질의 압력이 포화 증기압 이하로 감소해야 한다. 그러나 정수한 물을 가지고 실험한 결과에서 나타난 것처럼 물은 몇 백 기압 범위까지 견디는 것을 볼 수 있다[12]. 실제 액체에서는 이러한 현상이 관찰되지 않는다. 현재 캐비테이션 발생 인자는 매질 중에 소액적의 공기가 녹아있는 경우와 표면에 미소 균열(microcrack)이 있는 두 가지 가설이 존재한다. 이와 같은 요인을 모두 고려하기는 어렵다. 따라서 채널의 기

하와 입구 경계 조건을 고려하고, 다음과 같은 가설을 채택하여 모델링을 했다.

- 1) 이상 매질은 균질성이 있다고 가정
- 2) 난류 특성이 기포에 미치는 영향 무시
- 3) 캐비테이션 발생영역에서의 평균 밀도 값 계산은 다음 공식을 이용하여 계산한다.

$$\frac{1}{\rho_c} = \frac{x}{\rho_v} + \frac{1-x}{\rho_l} \quad (\text{식 15})$$

여기에서  $x$  - vapour 함유율.

일반적으로 단일 조건에서 캐비테이션 유동 모델링을 하는 과정에서 증기(vapour) 함유율 값이 주어진다[13]. 캐비테이션 영역에서 기포는 반지름 방향을 따라 일정하게 분포되어 있다고 가정한다. 본 연구에 사용된 (식 14)에서는 기포 함유율을 1/2 로 적용하였으며, 이러한 경우 매질의 평균밀도 값은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho_c = \frac{2\rho_v\rho_l}{(\rho_v + \rho_l)} \quad (\text{식 16})$$

여기에서  $\rho_v, \rho_l$  는 각각 포화증기압 조건에서의 증기(vapour) 밀도 및 액체밀도를 뜻한다.

위에서 채택한 가정과 무차원 Navier-Stokes 방정식 및 상태 방정식을 이용해서 유동을 해석하였으며, 다음과 같은 계산 결과를 얻었다.

### 2.3 계산 결과

그림 5와 그림 6에서 실험값은 실선으로 나타냈으며, 캐비테이션 유동 모델링한 계산 값은 점선으로 나타내었다.

실험값과 계산값의 결과 비교 분석 그래프에서 보는 바와 같이 diffuser 입구의 압력이 증가함에 따라 캐비테이션 영역이 감소됨을 알 수 있다. 이는 캐비테이션 공동이 출구 유체 압력 영향에 의해 감소되는 것을 입증하는 것이다.

또한 이전에 연구된 결과 [8]와 Diffuser 출구 부분의 압력이 일정하게 변화하는 실험 결과에서 보는 바와 같이 Diffuser 각이 6°이하이면 캐비테이션 유동 박리가 일어나지 않는다는 것을

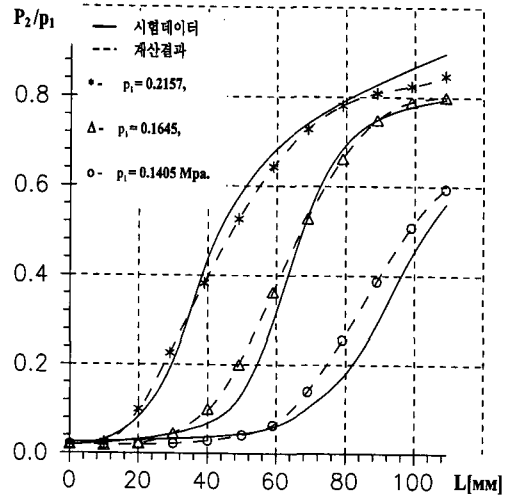


그림 5 Diffuser내의 압력 분포

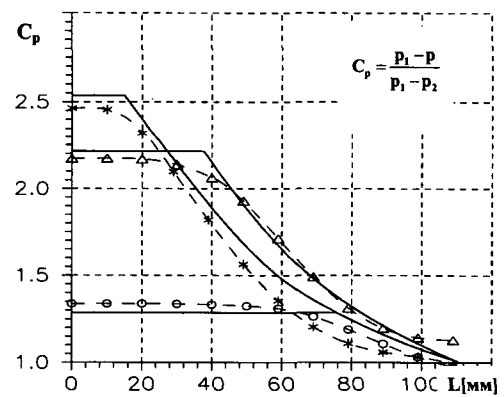


그림 6 Diffuser내의 Cp 분포

볼 수 있다.

계산 모델을 통하여 이전에 등압 영역을 인위적으로 분리하는 것과는 달리 본 연구에서 얻어진 결과는 자동적으로 액체 영역과 캐비테이션 영역을 분리할 수 있다[8]. 또한 그림 7에 나타난 바와 같이 diffuser내에서 발생하는 캐비테이션 유동과 Laval nozzle의 과팽창 상태에서 발생하는 유동의 물리적인 현상이 유사함을 증명할 수 있다[14].

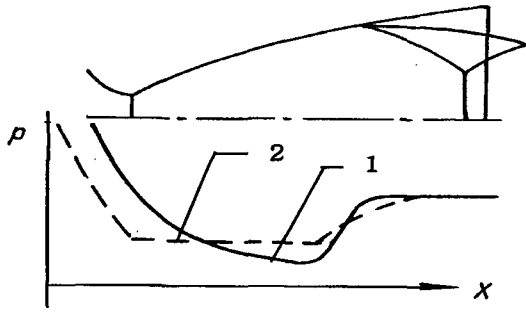


그림 7 Diffuser와 Laval nozzle의 압력 분포

### 3. 결론

Diffuser내의 정상 유동의 이론 계산연구에서 다음과 같은 결론을 유추하였다.

- ① 가변 단면의 채널에서 강제 유동 조건의 캐비테이션 유동의 수학 모델을 제시하였다.
- ② 균질성 매질에 관한 가설을 기초로 캐비테이션 유동의 단순 수학 모델을 개발하였다.
- ③ 시험 데이터와 개발한 2차원 캐비테이션 유동의 비교 분석을 통한 계산의 정확성을 검증하였다.

### 참고 문헌

1. Эпиштейн Л.А. Возникновение и развитие кавитации. Труды ЦАГИ, 1948, № 655. Стр 78.
2. Пейтел В.К., Роди В., Шойерер Г., Модели турбулентности для течений в пристеночной области с малыми числами Рейнольдса // Аэрокосмическая техника, №2, 1986, 183-197.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 432 с.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. - 512с.
5. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидродинамика и теплообмен: В 2-ч. Пер. с англ. М.: Мир, 1990.
6. Briley W.R. Numerical method for predicting three-dimensional steady viscous flow in ducts // J. Comp. Phys. -1974, -Vol. 14, - p.8-28.
7. Гогинш Л. В., Молодых О. В. Расчет отрывных и кавитационных течений в диффузорных каналах // Изв. АН СССР.МЖГ. 1986, №5 47-54 с.
8. Launder B.E., Sharma B.I. Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc // Letters in Heat and Mass Transfer. P.131-138.
9. Chien K.Y. Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low-Reynolds-number Turbulence Model // AIAA J. -1982. V.20, N1. P.33-38.
10. Coles D. A Model for Flow in the Viscous Sublayer // Proceeding of the workshop on coherent structure of turbulent boundary layers. - Lehigh University. - Bethlehem. 1978. - P.60-66.
11. Schubauer G.B., Turbulent Processes as Observed in Boundary Layer and Pipe // J. Appl. Phys. V.25. P.188-196.
12. Шашин В.М. Гидродинамика: Учеб. для техн. вузов. - М.: Высш. шк., 1990. - 384 с.
13. Вукалович М.П., Ривкин С.Л., Александров А. А. таблицы термодинамические свойства воды и водного пара, изд-во стандартов, 1969. 150с.
14. Сергиенко А.А., Кириллов А.В. Пульсирующие нагрузки на реактивных соплах соотрывом потока // авиационная техника. № 4. P.23-27.