Historia Mathematica Vol. 15, No. 2, 2002, 83-92

수학의 심미성에 대하여*

광운대학교 수학과 **허 민**

Abstract

In this paper we investigate the esthetic elements and the beautiful pieces of mathematics. And we also survey the role of mathematical beauty in the work of mathematicians and in teaching mathematics.

0. 머리말

수학은 정밀 과학의 하나로서, 그 결과는 통상 참 또는 거짓으로 그리고 응용 가능성의 정도에 따라 평가된다. 수학의 심미적 요소의 존재를 무시되고, 수학은 무미 건조하고 전화번호부만큼 재미없다는 느낌을 가진 사람도 많다. 그런데 어려운 수학 내용을 쉽게 터득한 사람은 학습 과정에서 수학 자체에 대해 상당한 정도의 매력을 느끼기도 한다. 그래서 수학에는 앎의 즐거움을 느끼게 하는 어떤 강력한 요소들이 있는 것으로 보인다. 사실, 어려운 문제를 해결하는 수학적 도구들은 지적인 멋과 힘을 보여주기에 충분하다.

이에 따라 수학의 심미성을 나름대로 분석하는 수학자도 있고, 자신의 연구가 심미적 판단과 결정에 따라 이루어졌다고 주장하는 수학자도 있다. 아리스토텔레스는 형이상학에서 "수학은 질서와 대칭 및 절제를 특별하게 보여준다. 그리고 이것들은 아름다움의 최상의 형태이다."라고 썼다[6, p. 234]. 러셀(B. Russell)은 신비주의와 논리학(Mysticism and Logic)에서 다음과 같이 썼다[7, p. 13].

> 정확히 보면, 수학은 진실뿐만 아니라 최상의 아름다움을 갖고 있다. 이것은 조각품의 아름다움과 같이 우리의 나약한 감정의 어떠한 부분에도 호소하지 않고 그림이나 음악과 같이 화려한 장식도 없지만, 최고로 순수하고 단지 최고의 예술만이 보여줄 수 있는 것과 같은 완벽성을 갖고 있는 냉정하고 준엄한 아름다움이다.

* 이 논문은 2001년도 광운대학교 교내학술연구비에 의하여 연구되었음.

한편, 바일(H. Weyl)은 "나의 연구는 언제나 진실을 아름다움과 결합시키려고 노력했다. 그러나 그 중 하나만 선택해야 하는 경우에는 나는 통상 아름다움을 선택했다."고 말했다 [22, p. 30].

이와 같이 수학의 심미성은 수학 자체와 수학 연구의 본질적인 면으로 보이기 때문에, 수학 교육에서도 그 중요성을 간과할 수 없다. 제7차 **중학교 교육 과정 해설**(III)에서는 수학 교육의 목적의 하나로서 수학의 심미성에 대해 다음과 같이 설명하고 있다[1, p. 32].

> 셋째, 수학의 심미성을 들 수 있다. 기하학적 도형이나 황금 분할 등을 보면 그 절묘함과 정교성을 느낄 수 있으며, 수의 신비한 성질이나 수학의 형식성 등은 그 자체가 곧 아름다움이라 할 수 있다. 그러나 수학의 미적 가치의 문제는 주관적인 요소가 강하기 때문에 수학을 배우는 학생들에게 심미성을 인식시키기는 매우 어렵지만, 위대한 수학자들은 수학의 아름다움을 인식하였고 바로 이 아름다움이 그들의 수학 연구에 커다란 원동력이 되었다는 역사적 사실을 통하여 지도하는 것이 바람직하다.

본 글에서는 수학의 미적 요소와 그 예 및 심미성이 자신의 수학 연구에 영향을 끼쳤다고 주장하는 수학자들의 말을 살펴보고, 수학 교육에서 수학의 심미성을 이해시키고 활용하는 방안을 알아본다.

1. 수학의 미학

수학에서 말하는 아름다움은 분명히 화려한 색채나 장식과 같은 것을 의미하지 않는다. 수학적 심미성을 구성하는 요소는 달라야 한다. "수학적 아름다움은 긴장과 이완의 교대, 기대의 실현, 예기치 못한 관계와 조화의 인식에 대한 경이, 시각적 즐거움, 단순성과 복잡성 및 자유와 속박의 공존에 대한 기쁨 등과 같은 성분들로 분석되어 왔으며, 물론 조화, 균형, 대비 등과 같은 예술에서 얻을 수 있는 친숙한 요소들로 분석되어 왔다."[6, p. 236]

앞에서 인용한 대로 아리스토텔레스는 수학의 미적 요소로 질서, 대칭, 절제를 들었다. 이는 **교육 과정 해설**에서 언급한 '기하학적 도형이나 황금 분할' 등에서 쉽게 찾아볼 수 있다.

사실, 수학자들은 아름다운 기하학적 도형을 찾았으며, 이에 대한 남다른 애착을 보여주었다. 피타고라스 학파는 정오각형에 대각선들을 그려 별 모양의 도형을 만들었다. 이 도형의 아름다움에 반한 그들은 이것을 그 학파의 배지로 사용할 정도였다. 또, 중심을 지나는 모든 직선에 관한 완벽한 선 대칭성과 중심에 관한 "완전한 회전 대칭성 때문에, 평면 위의 원과 공간 상의 구를 피타고라스 학파는 가장 완벽한 기하학적 도형이라고 생각했고, 아리스토텔레스는 구의 형태를 천체의 속성으로 생각했는데, 다른 어떠한 형태도 그 아름다운 완벽성을 묘사할 수 없기 때문이었다."[24, p. 5] 코페르니쿠스가 지동설을 주장하게 된 동기도 행성들이 지구를 중심으로 할 때는 불규칙하게 운동하지만 태양을 중심으로 하면 원을 그리며

(당시의 계산으로는) 공전하기 때문이었다는 말이 있다. 원은 완전한 도형으로 그리고 '신의 도형'으로 존경받았다. 원불교에서도 알 수 있듯이, 원은 단순한 기하학적 도형을 넘어 신앙의 표상이 될 수도 있다. 또 다른 종교적 표상으로 유태교에서 사용하는 다윗의 별은 두 개의 정삼각형을 겹쳐 놓은 것에 불과하지만, 이런 도형에서 아름다움을 느끼지 않을 수 없다.

우리 눈에 가장 아름답게 보이는 직사각형은 변들이 황금비 $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})=1.618\cdots$를 이루는 경우라는 주장이 있다. 이에 따라 고전적인 예술과 건축에 활용되었다고 한다. 황금비는 선분을 둘로 분할할 때 긴 선분에 대한 짧은 선분의 비가 전체 선분에 대한 긴 선분의 비가 서로 같도록 만드는 '황금 분할'의 비이다. 또, 황금 직사각형은 내접하는 가장 큰 정사각형을 잘라내면 다시 황금 직사각형이 되는 특이한 수학적 성질도 가진다. 그런데 오늘날 황금비 또는 황금 분할이 미적인 요소로 심각하게 고려되고 있지 않다. 미적 판단은 일시적일 수 있고, 특정한 수학 세대와 문화의 전통 속에 위치할 수도 있다. 오늘날 황금비에서 얻을 수 있는 미적 즐거움은 오히려 그것이 다양하고 예기치 못한 상황에서 나타난다는 사실로부터 발생하는 것으로 보인다[6, p. 236-237]. 예를 들면, 정오각형에서 한 변의 길이에 대한 대각선의 길이의 비는 황금비이다. 황금비는 수열과 관련해서도 등장한다. 처음 두 항을 임의로, 이를테면 1과 4로 선택하자. 이제 피보나치 수열의 구성과 같이, 이것들의 합 5를 다음 항으로, 4와 5의 합 9를 다음 항으로, 5와 9의 합 14를 다음 항으로 정하며, 이런 과정을 한없이 계속하자. 그러면 연속한 두 항의 비는 극한으로 황금비에 수렴한다. 마지막으로, 황금비는 숫자 1만으로 이루어진 가장 단순하고 규칙적인 연분수로 나타내어진다.

그런데 수학적 심미성을 도형이나 '수학적 형식성'의 겉모습만으로 설명할 수는 없다. 그 속에 숨어 있는 수학적 관계와 의미를 알 때, 비로소 참된 아름다움을 맛볼 수 있다. 아르키메데스는 '적분법'의 연구 결과로 구와 이에 외접하는 원기둥 사이에 겉넓이의 비도 부피의 비도 모두 아주 간단한 비인 2:3으로 나타내어진다는 사실을 발견했다. 이 아름다운 관계에 감격한 그는 자신의 비석에 구와 외접하는 원기둥을 보여주는 도형을 그려달라고 요청했다[12, p. 103]. 야곱 베르누이(Jakob Bernoulli)는 로그 소용돌이선의 신비로운 성질에 반했는데, 이를 경이롭다고 평했으며 자신의 비석에 이 도형을 새겨달라고 부탁했다[18, pp. 191-192]. 가우스는 정17각형을 자와 컴퍼스만으로 작도할 수 있다는 사실을 그리스 시대이래 처음을 밝혀냈다. 이의 발견으로 장래의 진로를 수학 연구로 결정했으며, 정17각형을 자신의 비석에 새겨달라고 요청하게 되었다[9, p. 34].

수학의 엄청난 성장과 함께 그 연구 대상과 연구 분야도 매우 다양해졌다. 이에 따라 수학은 추상적인 양식(pattern), 즉 수치적 양식, 형태의 양식, 운동의 양식, 행동의 양식 등을 연구하는 '양식의 과학'이라는 정의가 등장했다[7, p. 4]. 사실, 어느 정도까지 수학의 전체 목적은 이전에 혼돈이 지배한다고 여겨지는 곳에서 질서를 창조하고, 무질서와 혼란 속에서 구조와 불변성을 추출하는 것이다[6, p. 239]. 여기서 질서와 구조 및 불변성은 모두 양식을 나타낸다. 수학자가 연구하고 찾아내는 양식은 진위 여부뿐만 아니라 심미적 평가의 대상이 될 여지가 충분히 있다. 하디(G. H. Hardy)는 어느 수학자의 변명(A Mathematician's Apology)에서 다음과 같이 썼다[7, p. 12].

> 화가 또는 시인과 같이 수학자의 양식은 반드시 아름다워야 하며 색 또는 말과 같이 생각들은 반드시 조화로운 방법으로 서로 어울려야 한다. 아름다움은 제1의 시금석이다. 이 세계에 추한 수학이 차지할 수 있는 영구적인 장소는 없다. … 수학적인 아름다움을 정의하기는 매우 어려울 수 있지만, 그것은 어떠한 종류의 아름다움을 정의할 때도 마찬가지이다. 우리는 아름다운 시가 의미하는 바를 제대로 알지 못할 수 있지만, 그것이 우리가 시를 읽을 때 아름다움을 느끼는 것을 방해하지는 않는다.

분명히, 혼돈 속에서 아름다운 질서와 규칙과 양식을 찾아낼 수 있다면 이보다 더 큰 기쁨은 없을 것이다. 임의의 두 직선과 각 직선 위에서 임의로 세 개씩 뽑은 여섯 점에 대해, 이런 혼돈 속에서, 일반적으로 성립하는 결과를 서술한 파포스의 정리가 있다. 또, 소수의 열 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, …은 전혀 예측할 수 없는 상태로 진행하며 겉으로는 대단히 혼란스럽게 보인다. 그런데 이런 소수의 분포를 지배하는 명확한 규칙이 있음을 주장하는 소수 정리가 있다. 이것은 아포스톨(T. M. Apostol)이 '수학에서 가장 놀라운 결과'라고 말한 정리이기도 하다([3], [4]).

수학자는 자신이 찾은 양식을 문자와 기호를 결합한 식으로 나타내어, 더욱 간결하고 명확하며 아름답게 표현한다. 예를 들면, 기본적인 수 0과 1, 기본적인 연산 덧셈과 곱셈, 기본적인 관계 등호, 가장 유용한 무리수 π와 e가 절묘하게 결합된 공식 $e^{\pi i}+1=0$은 '해석학에서 가장 아름다운 공식'으로 불린다. 실제로, 웰스(D. Wells)가 24개의 수학 결과에 대한 심미성의 조사에서 이것은 가장 아름다운 정리로 뽑혔다[23, p. 37]. 수학에서 이런 방정식(공식)의 용도와 의미에 대해 콜(K. C. Cole)[5, p. 11]과 길렌(M. Guillen)[13, p. 3]은 차례로 다음과 같이 말했다.

> 방정식은 경제 동향에 미치는 영향이나 재해 발생 패턴, 인구 성장률, 편견과 차별이 초래하는 결과 등을 알려 준다. 수학은 우리가 의식하고 있는 것을 문자 그대로 확대 해석하여 보여 준다. 그럼으로써 더 많은 것을 볼 수 있다. 이러한 도구들에 의지하여 (비록 위험이 따르지만) 우리는 미래를 예견할 수 있으며 (휘어진 공간과 같은) 보이지 않는 것들을 볼 수 있다.

> 언어로서의 수학에서 방정식은 시와 같다. 즉, 방정식은 특유의 정확성으로 진실을 서술하고 매우 간단한 표현으로 엄청난 정보를 전달하며 종종 처음 접하는 사람이 이해하기 어렵게 만든다. 전통적인 시가 우리 내부의 깊은 곳을 볼 수 있도록 도와주는 것과 같이, 수학적인 시는 우리를 초월해서 천국까지는 아니더라도 적어도 가시적인 우주의 끝까지 멀리 내다볼 수 있도록 도와준다.

그런데 수학의 결과보다는 오히려 그 결과를 얻은 방법과 증명에서 수학의 심미성이 더 극명하게 드러나기도 한다. 기발한 발상, 간결하고 경제적인 논증, 논리적이고 체계적인 증명에서 수학의 강점과 멋을 명확하게 찾아볼 수 있다. 아인슈타인(A. Einstein)은 12세 때 유클리드 기하학에 관한 작은 교과서를 갖게 되었는데, 이 책에 엄청난 감동을 받았다. 그는 자서전에서 이 '신성한 작은 기하학 책'의 황홀함에 대해 다음과 같이 썼다[11, p. 57]. "이를

테면 삼각형의 세 수선이 한 점에서 만난다는 정리와 같은 명제들이 거기에 있었다. 이런 명제들이 결코 자명하지는 않았지만 그럼에도 불구하고 어떠한 의심도 품을 수 없는 확실함으로 증명될 수 있었다. 이런 명쾌함과 확실성은 나에게 형언할 수 없는 감동을 주었다."

힐턴(P. Hilton)은 수학의 멋을 보여주는 수학적 논증의 고전적인 예 세 가지로 (1) 소수가 무수히 많음을 밝힌 귀류법에 의한 유클리드의 증명, (2) 2의 제곱근이 유리수가 아님을 밝힌 귀류법에 의한 아리스토텔레스의 증명, (3) 어린 가우스(K. Gauss)가 1부터 100까지의 자연수를 더한 방법을 들었다[16, p. 277].

수학적 논증 방법은 비수학자도 감동시키고 찬사의 말을 이끌어내기도 한다. 영국의 철학자 홉스(T. Hobbes)는 유클리드의 원론을 처음 보고 이를 펴보다가 피타고라스의 정리를 발견하고는 "이것은 절대 불가능하다."고 외쳤다. 그리고 그는 정리와 증명을 역으로 거슬러 올라가면서 읽어 공준에 도달하고는 확신하게 되었다[12, p. 85]. 양주동은 수필 몇어찌에서 중학교 재학 시절 수학과 관련된 이야기를 했다. 맞꼭지각(대정각)이 서로 같음을 증명할 필요성을 전혀 느끼지 못했던 그는 선생님의 증명 과정을 따라가다가 놀라운 경험을 한다. "멋모르고 '예, 예.'하다 보니 어느덧 대정각이 같아져 있지 않은가! 그 놀라움, 그 신기함, 그 감격, 나는 그 과학적, 실증적 학풍(學風) 앞에 아찔한 현기증을 느끼면서, …"

수학의 심미성은 수학자의 미적 감각을 만족시키는 데 그치지 않고, 실용적인 면을 보이기도 한다. 1950년대 후반, 스웨덴 스톡홀름의 도시 계획자들은 도시 중심부를 완전히 다시 설계하기로 했다. 동서와 남북을 관통하는 도로가 만나는 세르겔 광장 주위의 도로를 설계할 때, 미적인 만족과 원활한 교통 흐름이라는 실용성을 얻기 위해 하인(P. Hein)의 자문을 얻어 그들이 채택한 도로의 형태는 '초타원' $(x/a)^{5/2}+(y/b)^{5/2}=1$이었다[8, 74장].

데블린(K. Devlin)은 황금 직사각형보다는 A4 용지가 훨씬 더 큰 기쁨을 주는 직사각형이라고 주장한다. 이 경우에 변 사이의 비는 약 1.414인데, 실제로는 $\sqrt{2}$이다. 이 비는 황금비보다는 약간 작지만, 보통의 책이나 신문지의 규격은 이 비에 가깝다. 에이(A)판의 경우에는 가장 큰 A0 용지를 절반으로 잘라서 두 개의 A1 용지를 얻고, A1 용지를 절반으로 잘라서 두 개의 A2 용지를 얻으며, 이런 식으로 A5까지 얻는다. 에이판 용지를 특별하게 만드는 점은 A판 용지들의 변 사이의 비가 똑같다는(즉, 이것들은 모두 닮은꼴이라는) 사실이다. 그래서 이런 용지를 사용하면 축소와 확대 복사가 손쉽고, 뭉툭하거나 길쭉한 다른 규격의 종이를 사용할 때 생기는 경제적 손실을 없애는 장점도 있다. 그런데 이를 만족시키는 직사각형의 변 사이의 유일한 비는 $\sqrt{2}$이다[8, 57장]. 수학적으로 만들어진 A4 용지는 미적 만족과 함께 실용성도 가진다.

2. 심미성과 연구

아인슈타인이 어린 시절에 수학으로부터 받은 감동은 그 뒤 그가 수학을 연구하는 계기를 마련해주었을 것으로 보인다. 러셀도 이와 유사한 경험을 했다. 러셀은 11세 때 유클리드의

원론을 공부하기 시작했다. 당시 18세였던 형이 개인 지도를 해주었다. 러셀은 자서전에 다음과 같이 썼다[10, p. 62]. "이것은 첫사랑처럼 짜릿한 내 인생에서 하나의 거대한 사건이었다. 나는 이 세상에서 이것보다 더 달콤한 것을 상상할 수 없었다. … 그 순간부터 38세 때까지 수학은 나의 주요한 관심사였으며, 행복의 주요한 원천이었다."

이와 같이 수학의 심미성은 수학의 연구를 위한 자극제의 역할을 한다. 힐턴(P. Hilton)은 말했다[16, p. 275]. "우리가 수학을 하는 근본적인 이유는 수학이 우리를 매료시키기 때문이다. 수학은 우리의 지적 호기심과 미적 감수성을 자극한다." 아마도 프랙털 연구에 대한 가장 설득력 있는 논거는 그것의 절대적인 아름다움일 것이다.

수학 연구에서 주제의 선택이 매우 중요하다. 그런데 중요한 수학 연구가 전적으로 실용적인 목적으로 착수되는 경우가 거의 없기 때문에, 수학자가 연구 주제를 어떻게 선택하는지를 자연스럽게 묻게 된다. 연구 주제의 선택에 대한 적절한 근거가 미적 감각, 즉 아름다운 것에 대한 고도로 발달된 감각이라는 점은 의심의 여지가 없는 것으로 보인다. 문학적인 심미안과 예술적인 심미안이 있듯이, 수학적인 심미안이 있다. 어떤 사람은 다른 사람보다 더욱 심오하며 더욱 세련된 수학적인 심미안을 갖고 있다. 이런 수학자는 좀 더 영속적이고 좀 더 중요한 수학을 발달시키는 경향이 있다. 그리고 응용은 거의 언제나 결국 나타난다[10, p. 175]. 이브스(H. Eves)는 이런 예를 다음과 같이 세 가지 들었다.

그리스 사람들의 원뿔 곡선에 대한 연구는 영속적이고 중요한 수학이라는 사실이 밝혀졌는데, 그 이유는 응용되었기 때문이 아니라(원뿔 곡선의 응용은 수세기 뒤에 나타났는데) 그 연구가 본질적으로 아름다웠기 때문이다. 아다마르(J. Hadamard)는 에르미트(C. Hermite)의 지도를 받으며 박사 학위 논문을 썼다. 아다마르가 심사를 위해 논문을 제출했을 때, 에르미트는 아다마르가 어떤 응용을 찾아낼 수 있으면 더욱 좋을 것이라고 지적했다. 그런데 당시 아다마르는 응용에 대해 전혀 알고 있지 않았으며, 찾아보려고 생각하지도 않았다. 그렇지만 논문을 제출한 시간과 그것이 승인된 날 사이에, 그는 자신의 논문으로 해결할 수 있는 중요한 문제를 인식하게 되었다. 그래서 그의 논문은 '쓸모 있음'이 판명되었는데, 이것은 그의 논문 주제의 매력에 대한 순수한 느낌이 그를 옳은 방향으로 유도했다는 점을 보여주었다. 18세기에 요한 베르누이(Johann Bernoulli)는 같은 수평면에 있지 않은 두 점을 연결하는 곡선으로 그것을 따라 질점이 가장 짧은 시간 내에 미끄러져 내려오는 곡선인 최속 강하선에 흥미를 갖게 되었다. 그런데 베르누이를 매료시킨 것은 이 문제의 순수한 아름다움이었다. 새롭고 짧은 이 문제들(즉, '변분법'의 결과들)은 18세기에서 19세기로의 전환점에서 역학의 발달에 결정적인 영향을 끼쳤지만 베르누이는 이 사실을 조금도 인식하지 못했다. 사실, 인식할 수도 없었다.

수학의 심미성이 수학 연구에서 결정적인 역할을 하는 경우가 종종 있었다. 이론 물리학자 디랙(P. A. M. Dirac)은 방정식에 아름다움을 주는 것이 방정식을 실험에 적합하도록 만드는 것보다 더 중요하다고 주장했다[6, p. 234]. 이상하에 의하면[2 pp. 78-81], 디랙은 "자연 자체에 아름다운 수학적 구조가 각인되어 있고 그 구조를 실험에 호소하지 않고 발견할 수 있다."고 말했다. 여기서 아름다운 수학적 구조는 대칭성과 통일성을 주로 의미한다. 실

제로 디랙은 상대성이론에 맞게 양자역학을 수정하기 위해 클라인 고든 방정식을 일계 편미분 선형 방정식으로 고치려고 했는데, 그 결과로 1927년에 얻은 방정식은 "전혀 관측 및 실험 사실에 호소하지 않고 얻어졌다." 또, "1930년 이후부터 디랙은 상대성이론에 모순되지 않도록 에터를 다시 도입하는 데 주력한다. 그러면서 점점 수학적 미를 강조하며, 그것이 자신의 연구에 지침서 역할을 했음을 강조한다."

또, 머리말에서 인용한 바일의 말과 같이 그가 아름다움을 위해 진실을 희생시킨 예가 있는데, 그것은 게이지 중력 이론이었다. 분명히, 바일은 이 이론이 중력 이론으로서 진실이 아니라는 점을 확신하게 되었다. 그러나 그 이론이 대단히 아름다웠기 때문에 그것을 버리지 않고 살려두었다. 그런데 훨씬 더 뒤, 게이지 불변량에 대한 형식론이 양자 전기 역학의 일부가 되었을 때, 바일의 본능이 결국 옳았다는 사실이 밝혀졌다. 그래서 유별나게 잘 발달된 미적 감각을 가진 과학자가 전개한 이론이 만들어질 당시에는 참으로 보이지 않았더라도 나중에 참으로 밝혀질 수 있다는 증거가 존재하게 되었다[21, p. 140].

수학의 심미성이 수학 연구의 길잡이 역할을 하기도 한다. 폰 노이만(von Neumann)은 "[수학자들의] 선택의 기준과 성공의 기준 또한 주로 미학적이라고 말이 나는 옳다고 생각한다."고 했고, 모리스 클라인(M. Kline)은 "이미 정확한 것으로 확립된 정리에 대한 새로운 증명을 찾으려는 연구 중 많은 것은 기존의 증명이 미적인 매력이 없다는 단순한 이유에서 이루어진다."고 했다[22, p. 30]. 허쉬(R. Hersh)는 다음과 같이 썼다[15, p. 283].

> 새로운 표현이라고 주장할 수 있으려면, 그것은 반드시 본질적으로 새로워야 한다. … 오늘날 우리가 흥미롭게 생각하는 것과 오일러가 흥미롭게 생각했던 것이 언제나 같지는 않으며, 2997년의 천재들이 흥미롭게 고려할 것과 같지도 않다. 이는 심미적인 문제이다. 심미적인 문제는 정확한 것을 결정하는 경우에는 작은 역할을 하고, 흥미로운 것을 결정하는 경우에는 큰 역할을 한다. 심미적 고찰은 연구 잡지에서는 거의 공간을 할애 받지 못하지만, 수학의 발달을 이해하는 데는 결정적이다.

3. 심미성과 교육

앞에서 알아본 대로, 수학의 심미성은 수학의 본질적인 면의 하나이며, 수학에 대한 관심과 흥미를 고조시키고 이해를 북돋기 위해서도 수학의 심미성에 접근할 필요가 있다. 이에 따라 수학 교육에서 심미성의 역할에 대한 고찰이 요구된다.

현재 수학 교육에서 수학의 응용이 특히 강조되고 있지만, 수학의 실용성만으로는 수학 자체와 수학 발전을 이해하는 데 부족한 점이 많이 있다. 킹(J. P. King)은 수학 교육의 이런 추세에 대해 다음과 같이 두 가지 조언을 하고 있다[17, pp. 35-36].

> (1) 동기 유발을 위한 응용의 효력을 과장해서 말하지 말라.
> (2) 동기 유발을 위해 미학의 효력을 과소 평가하지 말라.

첫째 조언은 다음과 같이 설명한다. 수학의 내용이 응용의 관점에서 제시될 때는 그렇지 않을 때보다 학생들이 더 큰 열정으로 수학을 공부할 것이라는 주장이 유행하고 있다. 그렇지만 배웠을 때의 경험과 가르친 경험에 비추어 볼 때, 이 말이 명백하게 참은 아니다. 학생에 따라 관심사가 다를 수 있다. 자유 낙하 운동에 관심이 있는 학생이 있는 반면에 그렇지 않을 학생도 있다. 경제에 관심이 큰 학생은 삼각법을 응용한 측량 문제에 지루함을 느낄 수 있다. 사실, 수학을 응용하는 직업을 추구하지 않을 학생이 더 많을 것이다. 이런 학생도 수학으로 끌어들일 수 있는데, 방법은 수학의 아름다움(미학)을 강조하는 것이다.

둘째 조언에 대한 설명은 푸앵카레(H. Poincaré)의 "창조한다는 것은 바로 쓸모 없는 조합을 만들지 않는다는 것이다. … 쓸모 있는 조합은 바로 가장 아름다운 것이다."라는 말과 제 1 장에서 인용한 하디의 말 및 물리학자 하이젠베르크(Werner Heisenberg, 물리학자)의 다음 말로 대신했다. "자연이 우리를 대단히 단순하고 아름다운 수학적 형식으로 유도하면, … 우리는 그것이 참이고 자연의 진정한 모습을 드러낸다고 생각하지 않을 수 없게 된다."

수학 교육에서 심미성의 역할에 대해 스미스(D. E. Smith)[21, p. 2]와 영(J. W. A. Young)[19, pp. 184-185]도 차례로 다음과 같이 말했다.

> … 우리가 수학을 가르쳐야만 한다면, 이 과목이 유용할 뿐만 아니라 아름답다는 점을 알지 않고는 진정한 성공을 거둘 수 없다. 아름다움을 전혀 느끼지 못했을 때 어느 순간의 단순한 유용성은 절망적인 고된 일이 된다. 이는 침체에 빠지는 조건이다.

> 수학에는 자체의 아름다움이 있다. 그 결과에 나타나는 대칭과 조화, 과잉의 배제, 도구의 목표에 대한 정확한 적용 등은 대단히 놀라우며 최고로 아름다운 작품에서만 찾아볼 수 있다. … 수학의 아름다움, 즉 단순성, 대칭성, 완전성 등은 어린 학생들에게도 예시할 수 있으며 그래야만 한다. 이 과목을 적절하고 구체적으로 제시할 때, 정신적인 감정은 아름다움에 대한 향유의 감정이어야 한다. 추하고 불쾌한 감정에 의한 반감이어서는 안 된다.

수학 교육에서 심미성의 가치는 역사와 문화를 초월한다. 이에 대해서는 하인의 연구 [14]를 참조하라. 그런데 수학의 아름다움을 모든 사람이 인식하기는 어렵다. 러셀이 지적한 대로, 수학의 '냉정하고 준엄한 아름다움'을 학생들은 쉽게 느낄 수도 없고 이해하지 못할 수도 있다. 그러나 이브스의 지적대로[12, p. 21], "아름다움에 대한 올바른 평가는 감성적인 경험뿐만 아니라 지적인 경험이다." 유홍준이 **나의 문화 유산 답사기**에서 말한 대로, "인간은 아는 만큼 느낄 뿐이며, 느낀 만큼 보인다." 그러므로 수학 교사는 이런 점을 염두에 두고 학습 내용의 미적 요소를 찾아 보여주어야 할 것이다. 이는 진정한 이해를 위한 노력이며, 로타(G.-C. Rota)가 다음 말에서 주장하는 '깨달음'(enlightenment)을 주기 위한 시도이다[20, p. 132]. "수학의 명제가 형식적으로 참이지만 깨달음을 주지 못한다면, 수학은 괴상한 사람들이 하는 기괴한 놀이가 될 것이다. 깨달음은 수학의 거대한 계획을 생기 있게 유지하고 수학을 과학 분야 중에서 높은 위치에 올려놓는 것이다."

수학을 가르치는 사람 스스로 수학의 심미성에 대해 깊이 고찰할 필요가 있다. 또, 수학의 아름다움에 감동하는 모습을 숨김없이 보여줄 수 있다면 부수적인 교육적 효과를 거둘 수 있을 것이다. 헌틀리(H. E. Huntley)는 대학 신입생 시절, 수학 시간에 있었던 다음과 같은 경험을 술회했다[10, p. 173].

> 이미 고인이 된 프레이저(Peter Frazer)는 매력적인 사람이었으며 뛰어난 교사였다. 그가 교차비에 대해 강의하고 있을 때의 일이다. 그는 날렵하게 부채 모양의 직선 네 개를 칠판에 그리고, 횡단선 한 개를 그린 다음 짧은 방정식을 썼다. 그는 교단에서 내려와서는 그 그림을 바라보았다. 물론, 나는 그가 말한 내용을 정확하게 기억할 수는 없지만, 아마 다음과 같을 것이다. 그는 색이 바랜 누더기 가운을 펄럭이며 강의실과 칠판 사이를 빠르게 성큼성큼 걸어다니면서 흥분된 표정으로 두 팔을 흔들면서 단속적인 문구들을 나열했다. "아아, 정말 아름다운 정리야! 아름다워! … 아름답구나! 이것을 봐라! 이것을 봐! 얼마나 단순한가! 얼마나 효율적인가! 단지 네 개의 선과 하나의 횡단선." 그의 목소리는 점점 더 거세어졌다. "얼마나 우아한가! 임의의 선들과 임의의 횡단선! 이것들의 일반화는 정말 놀라워." 그러고는 '아름다워! … 아름다워! …'라고 중얼거리다가 약간 쑥스러워하면서 정지했다.

수학에 대한 프레이저의 이런 열정은 헌틀리의 가슴에 영원히 꺼지지 않는 불을 지폈다.

4. 맺음말

수학의 심미성을 전문 수학자만이 그리고 극소수의 사람만이 찾을 수 있다는 생각이 널리 퍼져 있다. 그러나 수학적 사고력과 유사한 능력을 요구하는 것으로 보이는 바둑이나 체스와 같은 게임이 대중의 인기를 끌고 있다는 사실을 감안하면, 수학의 매력과 심미성을 훨씬 더 많은 사람에게 전달할 가능성이 있을 것으로 보인다.

수학을 가르칠 때 수학 정리의 단순성, 복합성, 일반성 등을 구체적인 예를 통하여 이해시킴으로써 그리고 수학 증명의 명확성, 논리 정연함, 기민함, 간결성 등을 드러내어 강조함으로써, 수학의 아름다움에 접근시킬 수 있을 것이다. 이렇게 수학의 심미적 매력을 느낄 수 있는 기회를 최대한 확대함으로써, 더 많은 사람이 수학을 좋아하도록 만들 수 있을 것이다.

참고 문헌

1. 교육부, **중학교 교육 과정 해설(III) - 수학, 과학, 기술, 가정 -**, 1999.
2. 이상하, "디랙과 수학적 아름다움," **한국수학사학회지** 제14권 제2호(2001), pp. 77-92.
3. Apostol, T. M., "What is the most surprising result in mathematics?," *Math Horizons*, The Mathematical Association of America, Nov. 1996, 8-14)

4. Apostol, T. M., "What is the most surprising result in mathematics? Part II," *Math Horizons*, The Mathematical Association of America, Feb. 1997, 26-31.
5. Cole, K. C./박영훈 옮김, 아름다운, 너무나 아름다운 수학, 경문사, 2000.
6. Davis, P.J., R. Hersh/양영오 · 허민 옮김, 수학적 경험 · 상, 경문사, 1995.
7. Devlin, K./ 허민 · 오혜영 옮김, 수학: 양식의 과학, 경문사, 1996.
8. Devlin, K./허민 · 오혜영 옮김, 수학 세계 탐험기, 경문사, 1998.
9. Devlin, K., 허민 옮김, 수학: 새로운 황금 시대 제2판, 경문사, 1999.
10. Eves, H., *Mathematical Circles Squared*, PWS, 1972.
11. Eves, H., *Mathematical Circles Adieu*, PWS, 1977.
12. Eves, H./허민 · 오혜영 옮김, 수학의 위대한 순간들, 경문사, 1994.
13. Guillen, M./서윤호 · 허민 옮김, 세상을 바꾼 다섯 개의 방정식, 경문사, 1997.
14. Heine, G. W. III, "The value of mathematics - A medieval Islamic view," *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective*, ed. by V. J. Katz, The Mathematical Association of America, 2000, 167-175.
15. Hersh, R., *What Is Mathematics, Really?*, Oxford Univ. Press, 1997.
16. Hilton, P., "The joy of mathematics: A Mary P. Dolciani lecture," *The College Mathematics Journal* Vol. 23, No. 4(1992), 274-281.
17. King, J. P., "The unexpected art of mathematics," *Mathematics Tomorrow*, ed. by L. A. Steen, Springer-Verlag, 1981, 29-37.
18, Maor, E./허민 옮김, 오일러가 사랑한 수 e, 경문사, 2000.
19. Moritz, R. E., *Memorabilia Mathematica - The Philomath's Quotation Book*, The Mathematical Association of America, 1942.1
20. Rota, G.-C., *Indiscrete Thoughts*, Birkhäuser, 1997.
21. Schmalz, R. *Out of the Mouths of Mathematicians*, The Mathematical Association of America, 1993.
22. Wells, D., "Which is the most beautiful?," *The Mathematical Intelligencer* Vol. 10, No. 4(1988), 30-31.
23. Wells, D., "Are these the most beautiful?," *The Mathematical Intelligencer* Vol. 12, No. 3(1990), 37-41.
24. Weyl, H., *Symmetry*, Princeton University Press, 1980.