

BLDC 모터 속도제어를 위한 견실 PID 제어기 설계

Robust PID Controller Design for Speed Control of BLDC Motors

양 승 윤*
Seung-Yun Yang

김 인 수*
In-Soo Kim

전 완 수*
Wan-Soo Jeon

ABSTRACT

In this paper, the robust PID(Proportional-Integral-Derivative) controller was designed for speed control of BLDC motors using the frequency region model matching method. It was designed the robust PID controller satisfying disturbance attenuation and robust tracking performance using an H^∞ control method. The robust PID controller gains with the performances of the designed H^∞ controller are determined using the model matching method at frequency domain. Consequently, simulation results show that the proposed PID speed controller satisfies load torque disturbance attenuation and robust tracking performance, and this study has usefulness and applicability for the speed control system design of BLDC motors.

주요기술용어 : Robust PID Control(견실 PID 제어), Model Matching(모델 매칭), LMI based H^∞ Control(LMI에 기초한 H^∞ 제어)

1. 서 론

PID 제어기는 최적제어, LQ, LQG/LTR, H^∞ 제어 등의 현대제어 이론의 발전에도 불구하고, 단순한 제어기 구조에 비해 우수한 신뢰성을 나타내는 매우 실용적인 제어기로서 산업용 제어시스템에서 널리 사용된다^[1]. 하지만 PID 제어기의 비례게인, 적분게인, 미분게인의 최적 선정은 일반적으로 제어대상인 플랜트의 특성과 설계자의 경험지식에 기초하여 시행착오법

으로부터 이루어진다. 그러나, 현대 산업발전으로 인하여 플랜트는 더욱 복잡해지며, 이에 반하여 산업현장에서는 갈수록 강인한 제어성능을 가진 제어기를 필요로 하게 된다. 따라서, 요즈음 시스템 성능에 큰 영향을 미치는 플랜트 파라미터의 변동으로 인한 모델링 오차나 외란 등의 불확실성에 대한 체계적인 PID 제어기 설계법에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.^[2~4]

본 논문에서는 플랜트에 불확실성이 존재하여도 주어진 성능을 만족하는 견실 PID 제어기 설계법으로부터 부하토크 외란에 대한 억제성능 및 기준입력에 대

* 국방과학연구소 제2체계개발본부

한 건설한 명령추종 성능을 만족하는 BLDC 모터의 속도제어기를 설계하였다. 이를 위하여, 먼저 토크 외란에 대한 억제성능, 건설한 명령추종 성능을 가지는 BLDC 모터의 H_∞ 속도제어기를 LMI에 기초한 H_∞ 제어기법^[6]을 적용하여 설계하였다. 그리고 설계된 H_∞ 속도제어기와 동일한 성능을 만족하는 건설 PID 제어기를 설계하기 위하여, H_∞ 제어기의 루프 전달함수와 설계할 PID 제어기의 루프 전달함수간에 주파수역 모델매칭(model matching)법을 이용하여 선정하였다.^[7] 시뮬레이션 결과로부터 설계된 건설 PID 제어기의 성능은 기준입력에 대한 명령추종 성능과 토크 외란에 대한 억제성능을 만족함을 보였다. 따라서 본 논문에서 제안된 건설 PID 제어기 조정기법을 이용한 BLDC 모터 속도제어 시스템에 대한 적용가능성을 확인하였다.

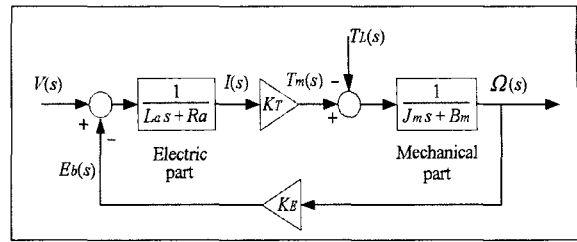
2. BLDC 모터 모델링

일반적으로 BLDC 모터는 동기 모터와 그 구조가 같고, 고정자는 3상으로 되어 있으며, 회전자가 영구 자석으로 이루어져 있다. BLDC 모터의 속도제어를 위한 제어모델은 기존의 DC 모터와 유사하게 주어지며, 이는 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

속도제어기 설계를 위한 BLDC 모터의 모델을 상태공간 모델로 표현하면 다음 식 (1)과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -K_E/L_a \\ K_T/J_m & -B_m/J_m \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L_a \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/J_m \end{bmatrix} w \quad (1)$$

여기서, x 는 각각 관성 모멘트, 점성 마찰계수, 토크 상



[그림 1] Schematic of BLDC motor for speed control

[표 1] BLDC motor specifications

정격 회전속도	25,000 rpm
정격 출력	100 KW
관성 모멘트(J_m)	0.23662 kgf · cm · s ²
점성 마찰계수(B_m)	0.000131Nm/(rad/s)
토크 상수(K_T)	0.35043 Nm/A
전기자 저항(R_a)	10.449 mΩ
전기자 인덕턴스(L_a)	33.349 μH

$J_m, B_m, K_T, K_E, R_a, L_a$ 수, 역기전력 상수, 전기자 저항, 전기자 인덕턴스를 가리킨다. 상태변수 $x = [i_a \ \omega_m]^T$ 는 전기자 전류 i_a 와 모터의 각속도 ω_m 로 주어지며, 제어입력 u 는 모터 입력전압 V_a , 외란 w 는 부하토크 T_L 을 나타낸다.

본 논문에서 고려한 BLDC 모터의 사양은 다음 표 1과 같다.

3. BLDC 모터의 속도제어기 설계

3.1 H_∞ 제어를 이용한 속도제어기 설계

부하토크 외란에 대한 억제성능 및 기준입력에 대

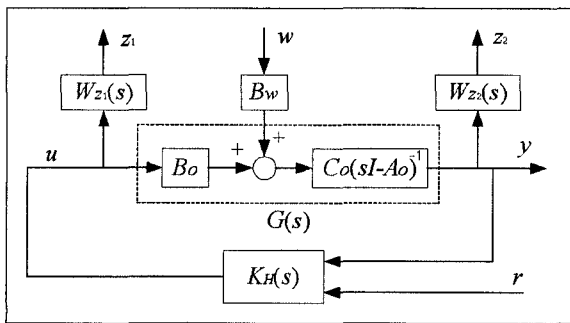
한 명령추종 성능을 만족하는 BLDC 모터의 H_∞ 속도제어기를 설계하기 위하여 외란억제와 같은 페루프계 응답특성 기준입력에 대한 전실한 명령추종에 적합한 제어기 설계법으로 제안된 LMI에 기초한 H_∞ 제어 기법을 적용하였다. 제어기 설계를 위한 일반화 플랜트는 그림 2와 같이 구성된다. 여기서 $G(s)$ 는 BLDC 모터의 공칭모델, $W_{z1}(s)$ 과 $W_{z2}(s)$ 는 각각 플랜트 입력측과 출력측에 대한 가중함수, $K_H(s)$ 는 설계될 H_∞ 속도제어기를 가리킨다.

w 와 u 에서 z 와 y 까지의 일반화 플랜트의 전달 함수는 식 (2)와 같고, $G(s)$, $E(s)$, $W_{z1}(s)$, $W_{z2}(s)$ 를 식 (3)과 같이 실현하면, 일반화 플랜트는 식 (4)와 같은 상태공간 모델식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_{z1}(s) \\ W_{z2}(s)E(s) & W_{z2}(s)G(s) \\ E(s) & G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} A_o & B_o \\ C_o & 0 \end{bmatrix}, \quad E(s) = \begin{bmatrix} A_o & B_w \\ C_o & 0 \end{bmatrix}$$

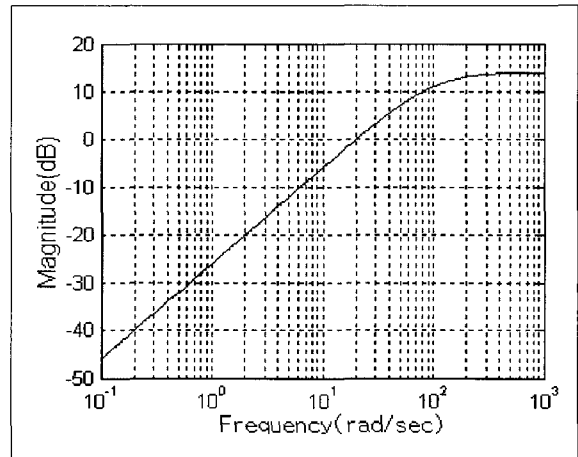
$$W_{z1}(s) = \begin{bmatrix} A_{z1} & B_{z1} \\ C_{z1} & D_{z1} \end{bmatrix}, \quad W_{z2}(s) = \begin{bmatrix} A_{z2} & B_{z2} \\ C_{z2} & D_{z2} \end{bmatrix} \quad (3)$$



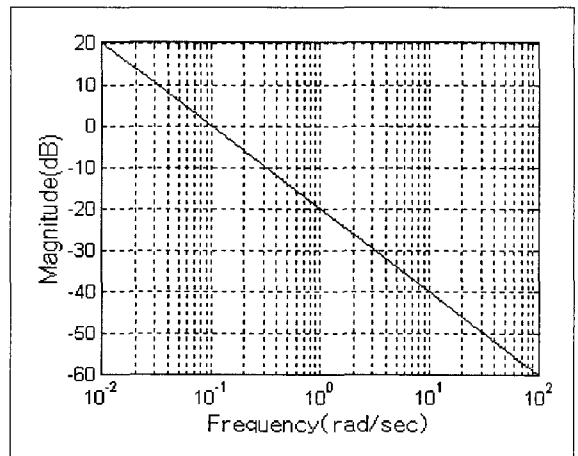
[그림 2] H_∞ speed controller for BLDC motors

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} A_{z1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{z2} & B_{z2}C_o \\ 0 & 0 & A_o \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_w \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} B_{z1} \\ 0 \\ B_o \end{bmatrix} u \\ z &= \begin{bmatrix} C_{z1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{z2} & D_{z2}C_o \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D_{z1} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [0 \ 0 \ C_o]x + [0]w + [0]u \end{aligned} \quad (4)$$

$W_{z1}(s)$ 는 제어입력의 크기 제한을 위하여 저주파역



(a) $W_{z1}(s)$



(b) $W_{z2}(s)$

[그림 3] Weighting functions

에서 게인이 적도록 선정하였고, $W_z(s)$ 는 외란억제 성능과 기준입력에 대한 명령추종 성능을 고려하여 선정하였다. 각 가중함수는 안정한 주파수역 유리함수로 주어지며, 그림 3(a)와 그림 3(b)에서 나타내었다. 선정된 가중함수와 BLDC 선형모델로 구성된 일반화 플랜트로부터 설계된 H_∞ 속도제어기 $K_H(s)$ 는 식 (5)와 같이 주어진다.

$$K_H(s) = \frac{0.6683s^5 + 4.4486 \times 10^3 s^4 + 5.1046 \times 10^6 s^3 - 5.3733 \times 10^8 s^2 - 3.3585 \times 10^9 s - 0.8209}{s^6 + 3.1211 \times 10^3 s^5 + 2.9989 \times 10^6 s^4 + 9.2211 \times 10^8 s^3 + 4.5699 \times 10^9 s^2 - 4.466 \times 10^6 s} \quad (5)$$

3.2 BLDC 모터의 건설 PID 속도제어기 설계

모델매칭법을 이용한 건설 PID 제어기 설계의 기본 원리는 다음과 같다. PID 제어기를 포함하는 루프 전달함수를 모델매칭을 위한 기준모델이 되는 H_∞ 제어기를 포함하는 루프 전달함수와 비교하게 되며, 이 때 PID 제어기 각 매개변수들은 임의의 주어진 주파수역에서 두 루프 전달함수가 동일한 주파수 응답을 가지도록 조정되는 것이다. 우선, 외란억제 성능을 가지며, 기준입력에 대한 건설한 명령추종 성능을 만족하는 H_∞ 제어기를 설계하기 위하여, 그림 4와 같이 플랜트 $G(s)$ 의 입력측으로 외란 w 가 인가되는 경우를 고려하기로 한다. 여기서 H_∞ 제어문제는 식 (6)과 같이 w 에서 제어량 z_u 와 z_e 까지의 페루프 전달함수 $G_{zw}(s)$ 의 H_∞ 노름(norm)이 임의의 설계사양 γ 보다 적도록 하고, 페루프 시스템을 내부안정하게 하는 제어기 $K_H(s)$ 를 설계하는 것으로 정의된다.

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad (6)$$

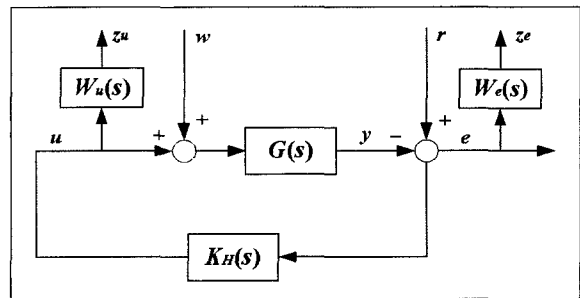
여기서 r, y, u 는 각각 기준입력, 관측출력, 제어입력을 가리킨다.

설계된 H_∞ 제어기로부터 PID 제어기 각 매개변수를 계산하는 알고리즘은 다음과 같다. 우선, 설계하고자 하는 PID 제어기 $K_P(s)$ 는 그림 5와 같이 구성되며, 식 (7)과 같은 일반적인 형태로 주어진다.

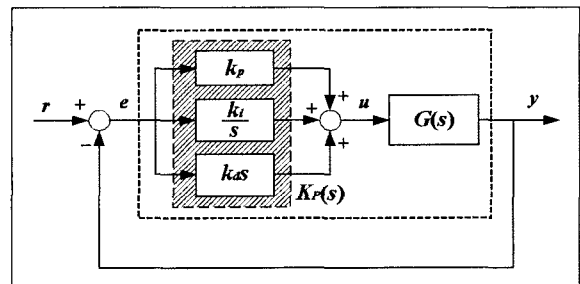
$$K_P(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (7)$$

여기서 k_p, k_i, k_d 는 각각 비례게인, 적분게인, 미분게인을 가리킨다.

그림 4에서 개루프 전달함수 $L_H(s)$ 를 $G(s)K_H(s)$ 로 나타내고, 임의의 주파수 대역 $[\omega_{min} \omega_{max}]$ 에서의 $L_H(s), G(s), K_P(s)$ 의 주파수 응답 $L_H(j\omega), G(j\omega), K_P(j\omega)$ 을 식 (8)과 같이 각각 실수부와 허



[그림 4] H_∞ controller



[그림 5] PID controller

수부로 표현하도록 하자.

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= G_r(\omega) + jG_i(\omega) \\ L_H(j\omega) &= L_{Hr}(\omega) + jL_{Hi}(\omega) \\ K_P(j\omega) &= K_{Pr}(\omega) + jK_{Pi}(\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $K_{Pr}(\omega)$ 와 $K_{Pi}(\omega)$ 는 각각 식 (9)와 같다.

$$K_{Pr}(\omega) = k_p, \quad K_{Pi}(\omega) = k_d\omega - k_i \frac{1}{\omega} \quad (9)$$

이 때 $L_H(j\omega)$ 와 PID 제어기의 개루프 전달함수와의 오차함수 $E(j\omega)$ 를 식 (10)과 같이 나타내도록 하자.

$$E(j\omega) = L_H(j\omega) - G(j\omega)K_P(j\omega) \quad (10)$$

모델매칭은 주파수 대역 $[\omega_{\min} \ \omega_{\max}]$ 에서 각 주파수 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 에서의 $E(j\omega)$ 의 제곱의 합을 최소화하는 것을 의미하며, 이를 이용하여 PID 제어기의 각 매개변수를 선정할 수 있다. 즉, N 개의 주파수 대역에 대하여 식 (11)과 같이 주어지는 평가함수 J 를 최소화하는 해를 구하면 된다.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^N |E(j\omega_i)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^N |L_H(j\omega_i) - G(j\omega_i)K_P(j\omega_i)|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$E(j\omega)$ 의 주파수 응답을 실수부와 허수부인 $E_r(\omega)$ 과 $E_i(\omega)$ 로 구분하면 식 (12)와 같다.

$$\begin{bmatrix} E_r(\omega) \\ E_i(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Hr}(\omega) \\ L_{Hi}(\omega) \end{bmatrix} - \Phi(\omega) \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 $\Phi(\omega)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} G_r(\omega) & G_i(\omega) \frac{1}{\omega} & -G_i(\omega)\omega \\ G_i(\omega) & -G_r(\omega) \frac{1}{\omega} & G_r(\omega)\omega \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (12)로부터 식 (11)은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^N [E_r(\omega_i)^2 + E_i(\omega_i)^2] \\ &= (\beta - \Lambda\alpha)^T (\beta - \Lambda\alpha) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 행렬 Λ, α, β 는 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda &= [\Phi(\omega_1) \ \Phi(\omega_2) \ \dots \ \Phi(\omega_N)]^T \\ \beta &= [L_{Hr}(\omega_1) \ \dots \ L_{Hi}(\omega_N)] \\ \alpha &= [k_p \ k_i \ k_d]^T \end{aligned} \quad (15)$$

J 를 최소화하는 PID 제어기 최적 매개변수 α 는 최소자승법으로부터 계산되며, 식 (16)과 같다.

$$\alpha = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \beta \quad (16)$$

본 논문에서는 외란억제 성능 및 견실한 명령추종 성능을 만족하도록 설계된 H_∞ 속도제어기로부터 모델매칭을 이용하여 계산된 PID 제어기의 각 매개변수는 표 2와 같이 선정되었다. 모델매칭을 위한 주파수 대역은 $\omega_{\min} = 200\text{rad/s}$, $\omega_{\max} = 1260\text{rad/s}$ ($N = 1000$)로 설정하였다

[표 2] PID controller parameters

파라미터	계산된 값
k_p	0.0405
k_i	0.6491
k_d	0.0003

[표 3] Variation of BLDC motor parameters

관성 모멘트(J_m)	$0.23662 \pm 30\%$ kgf cm s ²
점성 마찰계수(B_m)	$0.000131 \pm 30\%$ Nm/(rad/s)
토크 상수(K_T)	$0.35043 \pm 30\%$ Nm/A
전기자 저항(R_a)	$10.449 \pm 30\%$ m Ω
전기자 인덕턴스(L_a)	$33.349 \pm 30\%$ μ H

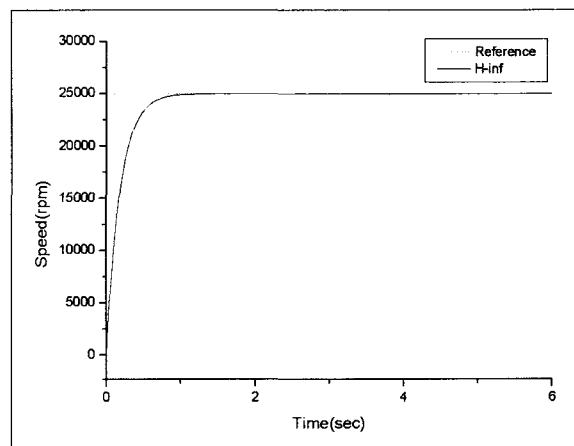
4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

설계된 H_∞ 및 견실 PID 속도제어기의 스텝응답 결과를 그림 6에서 나타내었다. 무부하시 25000rpm의 기준속도에 대한 모터 속도의 추종성능을 비교하였다. H_∞ 제어기의 모터 속도응답은 약 1.0초에서 정상상태에 도달하였으며, 정상상태응답이 기준속도에 대하여 0.05%의 오차를 가지는 매우 정확한 추종성능을 나타내었다.

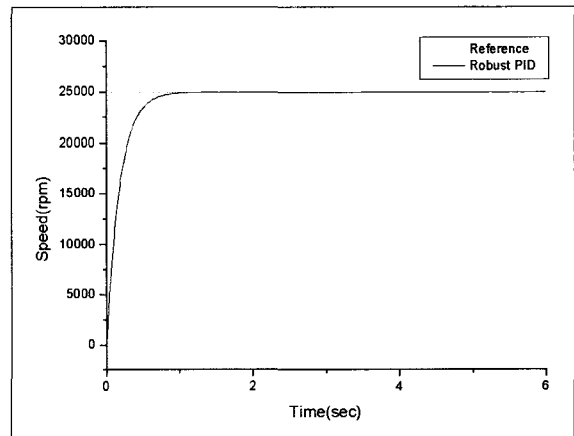
견실 PID 제어기의 정상상태응답은 H_∞ 제어기에 비하여 다소 늦은 1.4초에서 도달하였으나, 기준속도에 대한 정상상태응답과의 오차는 0.05% 이내로 H_∞ 제어기와 유사한 명령추종 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

시스템 파라미터 변동에 대한 견실안정성과 부하토크 외란에 대한 억제성능을 나타내기 위하여, 모터 파라미터 변동은 표 3과 같이 나타내었고, 모터에 인가되는 부하토크 형태로써 200Nm 크기의 스텝형 부하토크를 고려하였다. 모터 파라미터의 30% 변동과 6초에서의 부하토크 발생에 대한 H_∞ 제어기와 견실 PID 제어기 그리고 기존의 PID 제어기의 모터 속도 응답에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 7(a)은 크기 200Nm의 스텝형 부하토크를 나타내며, 그림 7(b)에서 실선은 H_∞ 제어기, 쇠선은 견

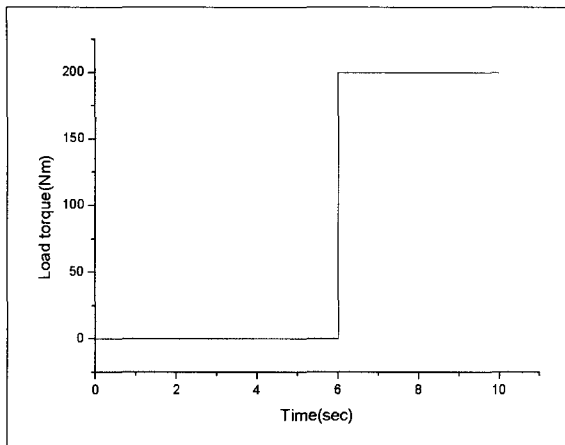


(a) Motor speed(H_∞ controller)

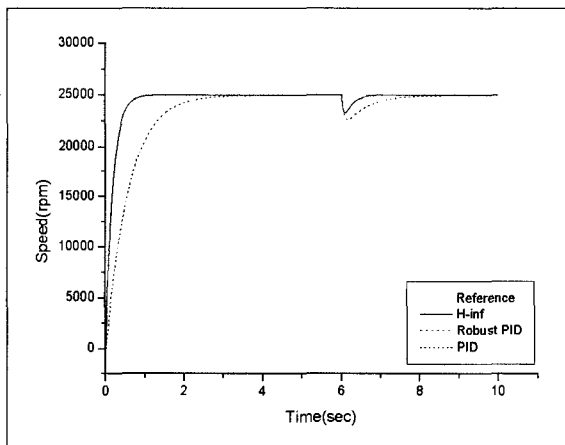


(b) Motor speed(robust PID controller)

[그림 6] Step response of BLDC motor (no load)



(a) Step-type load torque



(b) Motor speed

[그림 7] Step response of BLDC motor under load torque

실 PID 제어기 그리고 점선은 기존 PID 제어기의 모터 속도응답을 나타내고 있다. 그림 7(b)에서 H_{∞} 제어기와 견실 PID 제어기의 경우, 200Nm의 부하토크가 발생한 시점인 6초에서 23200rpm으로 속도가 감소하였으나, 각각 7.2초와 7.6초 시점에서 기준속도와의 오차가 0.05% 이내로 줄어들었으므로 외란에 대한 빠른 억제성능을 가짐을 알 수 있었다.

기존 PID 제어기의 경우, 부하토크가 발생한 시점인 6초에서 22500rpm까지 모터 속도가 감소하였으며, 9.3초 이후에서 기준 속도와 오차가 0.05% 이내로 도달하여 모터 파라미터 변동에 대한 견실안정성과 부하토크 외란에 대한 억제성능면에 있어 견실 PID 제어기가 매우 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

5. 결 론

본 논문에서는 모델매칭법을 이용하여 설계된 H_{∞} 제어기로부터 견실안정성, 외란억제 성능 및 명령추종 성능을 만족하는 BLDC 모터의 견실 PID 제어기 설계에 관하여 연구하였다. H_{∞} 제어기와 동일한 성능의 견실 PID 제어기를 설계하기 위하여, 주어진 사양을 만족하는 H_{∞} 제어기를 설계한 후, 주파수영역에서 루프 전달함수의 주파수 응답 비교를 통하여, 설계된 H_{∞} 제어기와 동일한 성능을 가지는 PID 제어기를 구성하였다. 설계된 견실 PID 제어기는 BLDC 모터의 속도제어에 적용하여, 제안된 제어기가 모터 파라미터 변동에 대한 견실안정성, 부하토크에 대한 억제 성능 및 기준속도에 대한 견실 명령추종 성능을 만족함을 시뮬레이션 결과로부터 나타내었다. 결론적으로 본 논문에서 제안된 H_{∞} 제어기에 기초한 견실 PID 제어기 조정기법은 BLDC 모터의 속도제어기 설계에 있어서 그 유용성과 응용가능성이 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] 山本重彦, *PID制御の基礎と應用*, 朝倉書店, 1997.

- [2] Tan, W., Liu, J., and Tam, P. K. S., "PID Tuning Based on Loop-Shaping H_∞ Control", *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, Vol.145, No.6, pp.485~490, 1998.
- [3] Matsuo, T., and Nakano, K., "Robust Stabilization of Closed-Loop Systems by PID+Q Controller", *International Journal of Control*, Vol.70, No.4, pp.631~650, 1998.
- [4] Ho, W. K., Hang, C. C., and Cao, L. S., "Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications", *Automatica*, Vol.31, No.3, pp.497~502, 1995.
- [5] 多美 勉, H_∞ 制御, 昭晃堂, 1994.
- [6] Gahinet, P., "Explicit Controller Formulas for LMI Based H_∞ Synthesis", *Automatica*, Vol. 32, No.7, pp.1007~1014, 1996.
- [7] Yukitomo, M., Iino, Y., Hino, S., Takahashi, K., and Nagata, K., "A New PID Controller Tuning System and its Application to a Flue Gas Temperature Control in a Gas Turbine Power Plant", *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications*, Trieste, Italy, 1998.