

비선형 현가요소를 가진 철도차량의 승차감 민감도 해석

Ride Sensitivity Analysis of a Train With Non-linear Suspension Elements

전형호¹, 탁태오²

Hyung-Ho Chun, Tae-Oh Tak

Keywords : Ride Quality(승차감), Sensitivity Analysis(민감도해석),
Vertical Dynamic Model(수직역학모델), Direct Differentiation Method(직접미분법),
Numerical Differentiation Method(수치미분법)

Abstract

In this study, an analytical method for ride sensitivity analysis of a train with non-linear suspension elements are proposed. Non-linear characteristics of springs and dampers for primary and secondary suspensions of a train are parameterized using polynomial interpolation. Vertical dynamic model of a three-body train running on straight rail with the predetermined roughness expressed in terms of spectral density function is set up and its equations of motion for ride analysis are derived. Using the direct differentiation method, sensitivity equations of the vertical dynamic model with respect to design parameters associated with non-linearity of suspensions are obtained. Based on the sensitivity analysis, improvement of ride is achieved by varying appropriate suspension parameters.

1. 서론

철도 차량의 현가장치는 1차 및 2차 현가장치로 구성 되어 있으며, 현가요소로서는 코일스프링, 공기스프링, 판스프링, 롤스테빌라이저 그리고 뎀퍼등이 사용되고 있다. 이러한 현가요소는 차량의 안전성과 승차감을 결정하는 중요한 인자이며, 이들의 특성치는 초기 설계 단계의 주요 설계 변수가 된다. 공기나 고무스프링등의 현가 요소는 히스테리시스와 비선형성을 가지고 있으므로 차량의 정확한 동적 거동을 해석하기 위해서는 이러한 비선형성을 고려해야 한다. 본 논문에서는 비선형 현가 요소를 가진 기차의 승차감을 예측할 수 있는 동역학적 모델을 제시하고, 현가요소의 특성이 승차감에 미치는 영향을 파악하기 위한 민감도 해석을 수행하고자 한다.

일반적으로 승차감(Ride Quality)이라고 하는 것은 승객이 안락감을 느끼거나 적재물에 손상이 가지 않도록 차량의 현가장치가 차량운동을 유지하는 능력을 말하며, 변위나 가속도뿐 아니라 소음, 먼지, 습도, 온도 등에도 영향을 받는다. 승차감을 평가하는데는 기본적으로 피로시간법(Fatigue time method)[1,2] 또는 승차지표법(Ride Index Method)[3]에 기초한 방법이 있는데, 피로시간법이란 차량에 탑승한 승객이 일정한 시간(피로시간)이 경과한 후 현격한 피로감을 느끼게 된다는 실험적 관찰에 근거한 것이며, 승차지표법은 승객에 가해지는 가속도의 크기와 주파수의 함수로서 승차감의 정량적인 성능지표를 정하는 방법이다. 두 가지 방법중 주로 피로시간법이 많이 적용되고 있는데, 대표적인 것이 ISO의 횡방향 및 수직방향 진동에 대한 피로시간 측정법이며[2], Fig. 1에는 한계 피로시간이 주파수와 평균제곱가속도의 함수로서 나타나 있다. 본 연구에서는 승차감의 기준으로 1시간

¹ 정회원, 강원대학교 기계메카트로닉스공학과 대학원, 박사과정
² 비회원, 강원대학교 기계메카트로닉스공학과, 부교수

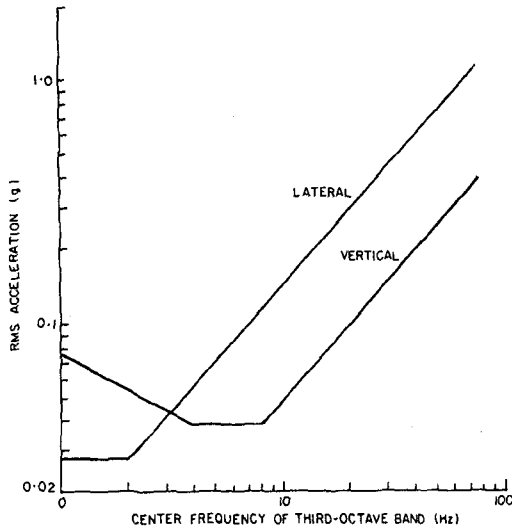


Fig. 1 ISO 1시간 안락 경계 기준

한계피로시간을 사용한다.

기차의 승차감 해석에 관한 연구로는 Hedrick 등이 [4,5] 전력밀도함수로 표시된 레일의 게이지(gauge), 크로스레벨(cross level), 얼라인먼트(alignment), 수직변위(vertical profile)의 오차에 대한 기차의 수직과 횡방향 운동을 해석하였고, Dukkupati등이[6] 선형으로 가정된 현가장치의 강성과 감쇄인자들의 변화가 승차감에 미치는 영향을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 평가하였다. 따라서 레일의 불규칙성에 대한 통계적 모델과 컴퓨터 모델에 의한 기차의 동역학 해석기법은 이미 확립되어 있으므로 이러한 해석법을 응용하여 스프링과 댐퍼의 비선형 특성을 포함하는 승차감 해석 모델을 제시하고, 이를 기반으로 하여 현가장치의 비선형 특성이 승차감에 미치는 영향을 정량적으로 평가할 수 있는 민감도해석 기법을 제안하고자 한다.

2. 승차감 해석

승차감을 해석하기 위해서 대차를 포함하는 차량 모델을 구성해야 한다. Fig. 2는 관절형 기차모델과 대차를 나타내며, Fig. 3에는 동력객차 2량과 객차 1량으로 구성된 관절형 기차의 수직운동모델을 보여주고 있다. 수직방향의 운동을 고려하기 위해서 각 객차와 대차는 수직방향, 피치, 롤의 3자유도를 가진다. 동력객차와 일반객차 사이의 연결부는 스프링과 댐퍼를 사용하였다.

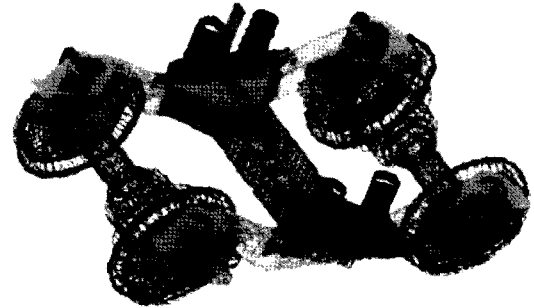


Fig. 2 KTX 차량과 대차

수직운동 모델은 객차 3개와 대차 4개로 구성되므로 총 21개의 일반좌표를 가진다. 21개의 일반좌표들은 서로 구속되어 있지 않으므로, 기차의 수직운동 모델은 다음과 같은 상미분 방정식으로 표시할 수 있다.

$$[M]\ddot{q} + [C]\dot{q} + [K]q = F(t) \tag{1}$$

$$q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0$$

여기서 [M], [C], [K]는 각각 관성행렬, 감쇄행렬, 그리고 강성행렬을 나타내며 F(t)는 노면 가진을 나타낸다.

레일의 형상은 게이지, 크로스레벨, 얼라인먼트, 수직변위 등 네 개의 인자에 의해서 표시할 수 있다[3]. 게이지와 얼라인먼트는 수평면에서 정의된 인자로서 게이지는 좌우측 레일의 수평 간격을 나타내며 얼라인먼트는 좌우측 레일의 중심선을 의미한다. 크로스레벨과 수직변위는 수직면에서 정의된 인자이며, 크로스레벨은 좌우측 레일간의 높이차를, 수직변위는 좌우측 레일의 평균높이를 나타낸다. 이중 수직방향의 승차감에 주로 영향을 미치는 레일의 형상은 크로스레벨과 수직변위이다.

레일노면의 수직 높이의 통계적 분포는 전력밀도함수(Power Spectral Density)를 이용하여 식(2)와 같이 나타낼 수 있다[6].

Table 1 철도 노면 트랙의 변수값

변 수	트랙 분류	
	Class 1	Class 6
Av(cm²rad/m)	1.2107	0.0339
Ωc(rad/m)	0.8245	0.8245

$$S(\Omega) = \frac{A_v \Omega_c^2}{\Omega^2(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \quad (2)$$

여기서 Ω 는 공간주파수, Ω_c 는 한계 공간주파수이고, A_v 는 노면의 거칠기 상수이다. Table 1은 트랙 분류에 따른 상수값을 나타내고 있다[3]. 주어진 주파수 대역 Ω_1 과 Ω_2 사이에서 노면높이의 평균값은 다음과 같이 나타낸다.

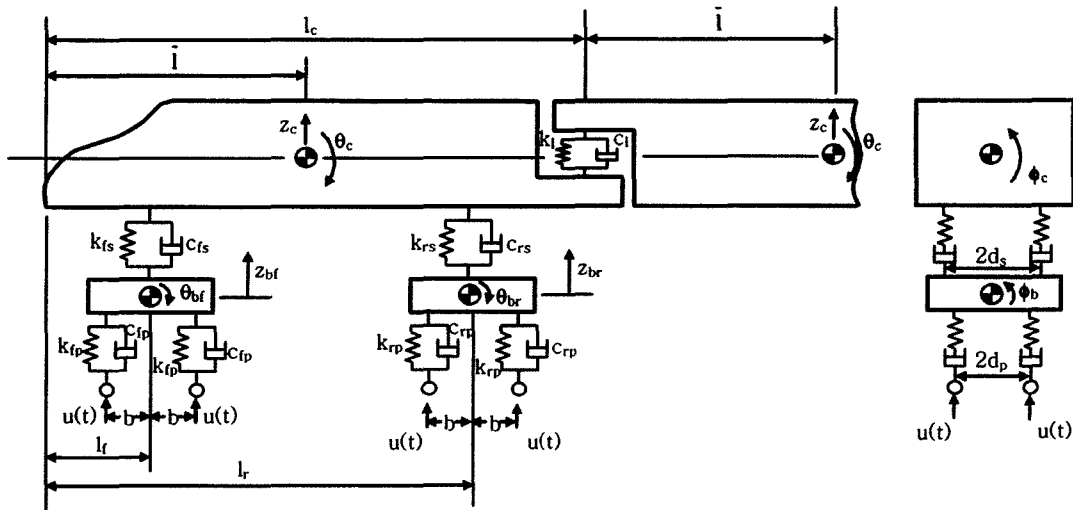
$$\bar{z}_{\Omega_1-\Omega_2} = \sqrt{S(\Omega_i) \Delta \Omega} \quad (3)$$

여기서 $\Omega_i = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}$, $\Delta \Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ 를 의미한다.

따라서 수평거리 x 에서의 노면의 높이 $z(x)$ 는 각 주파수에 대하여 각각의 높이를 모두 계산한 다음 이를 산술적으로 더하여 구할 수 있다.

$$z(x) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2} \bar{z}_i \sin 2\pi \Omega_i (x - \phi_i) \quad (4)$$

여기서 $\sqrt{2} \bar{z}_i$ 는 진폭, Ω_i 와 ϕ_i 는 각각 공간주파수와 위상지연을 의미한다. Fig. 4에서 부드러운 선으로 표시된 두 곡선은 각각 Table 1의 Class1과 Class6의 곡선은 Fig. 5의 $z(x)$ 를 다시 PSD로 표시한 그림이다. 거칠기 등급의 분류와 생성된 노면의 거칠기를 주파수 대역에서 나타낸 그림이다.



- f : front
- r : rear
- \bar{I} : 질량중심위치
- I : 관성모멘트
- M_b : 대차의 질량
- k_s, c_s : 2차 현가장치 스프링의 강성과 감쇠
- k_p, c_p : 1차 현가장치 스프링의 강성과 감쇠
- b : 1/2 wheel base
- $2d_s$: 2차 현가장치의 횡방향 간격
- $2d_p$: 1차 현가장치의 횡방향 간격
- z_c, z_b : 객차와 대차의 수직변위
- θ_c, θ_b : 객차와 대차의 피칭각
- ω_c, ω_b : 객차와 대차의 롤링각

Fig. 3 대차를 포함한 전차량 모델과 변수

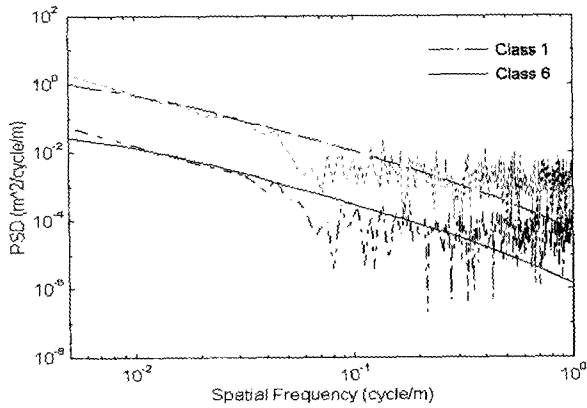


Fig. 4 노면거칠기에 대한 전력밀도함수

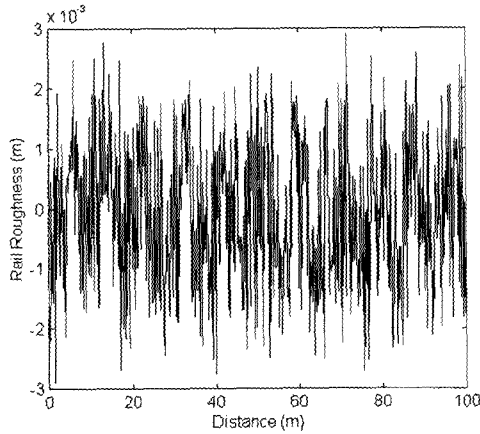


Fig. 5 Class 6 레일노면의 거칠기

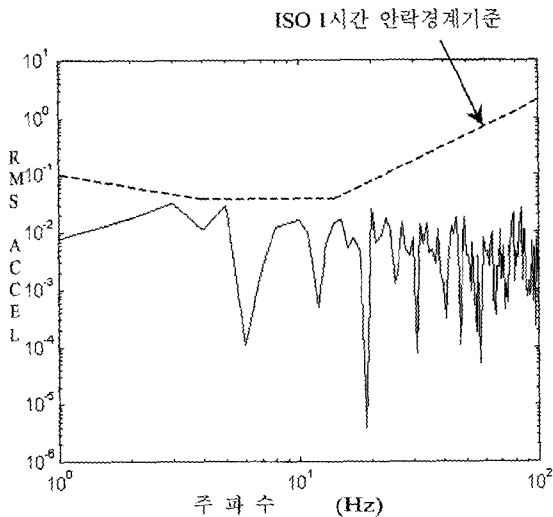


Fig. 6 후방승객위치의 수직방향 RMS 가속도

Fig. 5는 전력밀도함수에 의해 생성된 노면의 거칠기를 식(4)에 의해 수평이동거리의 함수로 나타낸 그림이다. Fig. 4의 거친 두

불규칙 레일에서의 승차감을 해석하기 위하여 차량 모델에 노면입력을 적용하여 RMS 가속도를 계산하였다. RMS 가속도 값을 주파수에 관한 함수로 나타내어 Fig.1에서 제시한 ISO 1시간 수직방향 안락경계기준에 부합하는가를 알아보았다. Fig. 6은 기차가 시속 300Km/h로 주행할 때 승객이 가장 쉽게 불쾌감을 느낄 수 있는 객차의 후방위치에서 RMS 가속도를 나타낸다. 여기서 현가장치의 특성을 우선 선형으로 가정하였다.

3. 비선형 현가요소의 변수화

Fig. 3의 기차모델에서 댐퍼와 스프링에 대해서 비선형값을 적용하고, 그에 따른 승차감 해석과 민감도 해석을 수행하기 위해서는 비선형 현가요소에 대한 변수화가 선행되어야 한다.

댐퍼는 일반적으로 몇개의 구간에서 각기 다른 기울기를 가지고 있으므로 댐퍼의 특성은 Fig. 7과 같이 O, A, B, C, D, E, F와 같은 점으로 나타낼 수 있다. 이 7개의 점에 의해 5개의 직선으로 비선형 댐핑력을 나타낼 수 있다.

식(5)는 A-B구간과 B-C구간의 식을 나타내고있다. 여기서 v 는 댐퍼의 속도를 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 A-B : F &= \frac{v_2 - v}{v_2 - v_1} F_1 + \frac{v - v_1}{v_2 - v_1} F_2 & (5) \\
 B-C : F &= \frac{v_3 - v}{v_3 - v_2} F_2 + \frac{v - v_2}{v_3 - v_2} F_3
 \end{aligned}$$

고무나 스프링등은 압축과 인장시 히스테리시스가 나타난다. 스프링의 변수화는 압축, 인장의 곡선을 선형으로 구간화 하는 방법과 최소자승법을 이용한 2차 곡선화 하는 방법, 그리고 보간법을 이용한 3차 곡선화하는 방법을 검토하였다.

Fig. 8은 스프링의 하중-변위 선도를 3개의 구간으로 구획한 6개의 직선으로 나타내고 있다. 선형 구간 방법을 적용하는데 사용된 변수는 모두 12개이다. 식(6)은 6개의 선형 구간중 A-B구간과 B-C구간의 식을

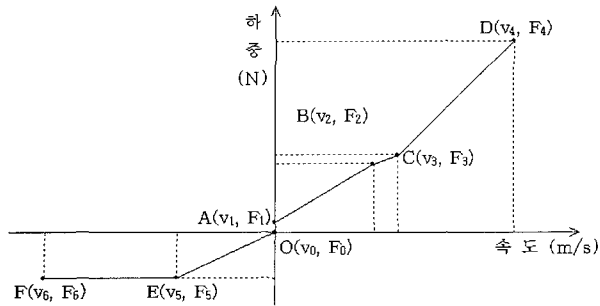


Fig. 7 비선형 뎀퍼의 하중-속도 선도

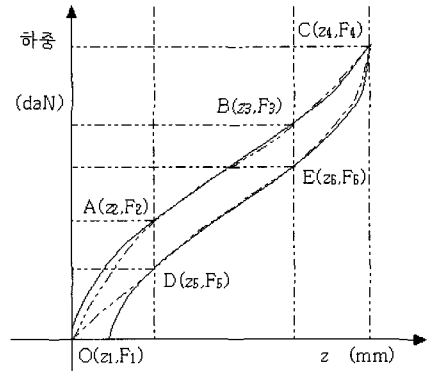


Fig. 10 3차 곡선화

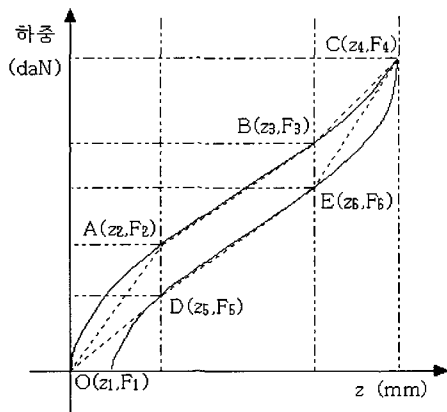


Fig. 8 6개의 선형 구간화

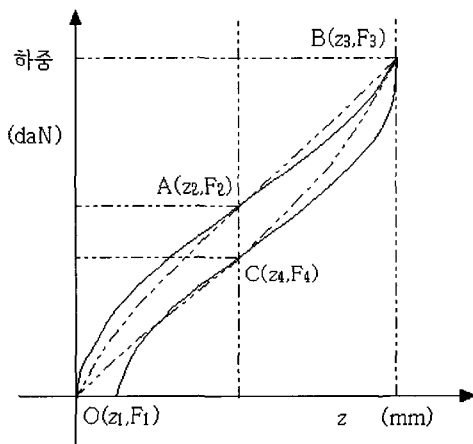


Fig. 9 2차 곡선화

수직변위 z의 함수로 나타내고 있다.

$$A-B : F = \frac{z_2 - z}{z_2 - z_1} F_1 + \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} F_2 \quad (6)$$

$$B-C : F = \frac{z_3 - z}{z_3 - z_2} F_2 + \frac{z - z_2}{z_3 - z_2} F_3$$

Fig. 9는 스프링의 하중-변위 선도를 O-A-B의 압축 부분과 O-C-B의 인장부분의 2개 곡선으로 결정하고 최소자승법을 이용하여 2차 곡선으로 나타낸 그림이다.

식(7)은 O-A-B구간과 O-C-B구간의 식을 나타내고 있다.

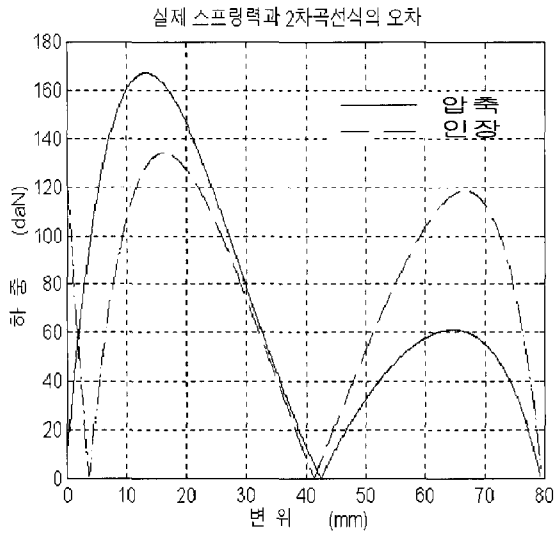
$$O-A-B : F = -0.0919452z^2 + 32.39533z \quad (7)$$

$$O-C-B : F = -0.0402516z^2 + 28.35723z$$

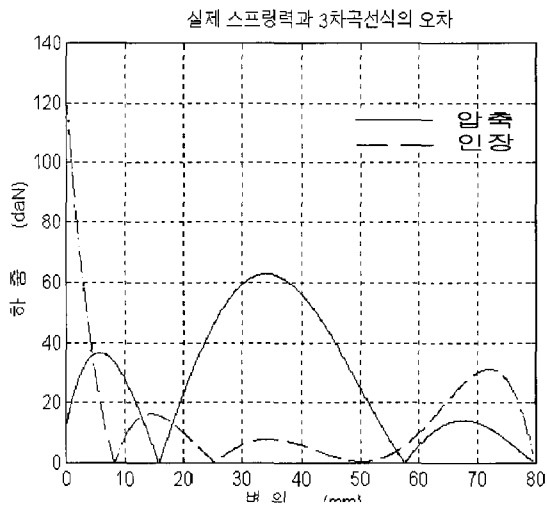
Fig. 10은 스프링의 하중-변위 선도를 O-A-B-C의 압축부분과 O-D-E-C의 인장부분의 2개 곡선으로 결정하고 보간법을 이용한 3차 곡선으로 나타낸 그림이다.

식(8)은 O-A-B-C구간의 식을 나타내고 있다.

$$F_s = \frac{(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)(z_1 - z_4)} F_1 + \frac{(z - z_1)(z - z_3)(z - z_4)}{(z_2 - z_1)(z_2 - z_3)(z_2 - z_4)} F_2 + \frac{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)(z_3 - z_4)} F_3 + \frac{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)}{(z_4 - z_1)(z_4 - z_2)(z_4 - z_3)} F_4 \quad (8)$$



(a) 2차 곡선화



(b) 3차 곡선화

Fig. 11 2차 3차 곡선화에 의한 오차비교

$\frac{f4(-x2+z)(-x3+z)}{(-x1+x4)(-x2+x4)(-x3+x4)}$	$+$	$\frac{f4(-x1+z)(-x2+z)(-x3+z)}{(-x1+x4)^2(-x2+x4)(-x3+x4)}$
$\frac{f3(-x2+z)(-x4+z)}{(-x1+x3)(-x2+x3)(x3-x4)}$	$+$	$\frac{f3(-x1+z)(-x2+z)(-x4+z)}{(-x1+x3)^2(-x2+x3)(x3-x4)}$
$\frac{f2(-x3+z)(-x4+z)}{(-x1+x2)(x2-x3)(x2-x4)}$	$+$	$\frac{f2(-x1+z)(-x3+z)(-x4+z)}{(-x1+x2)^2(x2-x3)(x2-x4)}$
$\frac{f1(-x2+z)(-x3+z)(-x4+z)}{(x1-x2)(x1-x3)(x1-x4)^2}$	$-$	$\frac{f1(-x2+z)(-x3+z)(-x4+z)}{(x1-x2)(x1-x3)^2(x1-x4)}$
$\frac{f1(-x2+z)(-x3+z)(-x4+z)}{(x1-x2)^2(x1-x3)(x1-x4)}$		

Fig. 12 기호계산법을 이용한 설계변수의 미분

Fig. 11은 각각 2차 곡선과 3차 곡선으로 표시할 스프링의 하중-변위 선도에 대한 오차를 나타낸 그림으로 3차 곡선이 오차가 상대적으로 작음을 알 수 있다.

4. 민감도 해석

비선형 현가요소를 가진 차량의 운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\ddot{q} + F_d(q, \dot{q}) + F_s(q) = F(t) \quad (9)$$

$$q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0$$

여기서 F_d 와 F_s 는 비선형 댐핑력과 스프링력을 나타낸다. 식(9)를 임의의 설계변수 b 에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$[M] \frac{\partial \ddot{q}}{\partial b} + \frac{\partial F_d}{\partial \dot{q}} \frac{\partial \dot{q}}{\partial b} + \left(\frac{\partial F_d}{\partial q} + \frac{\partial F_s}{\partial q} \right) \frac{\partial q}{\partial b}$$

$$= - \frac{\partial [M]}{\partial b} \ddot{q} - \frac{\partial F_d}{\partial b} - \frac{\partial F_s}{\partial b}$$

$$\frac{\partial q}{\partial b}(0) = 0, \quad \frac{\partial \dot{q}}{\partial b}(0) = 0 \quad (10)$$

여기서 식(10)의 F_d 와 F_s 에 관한 편미분은 식(5)-(8)에 정의된 스프링력과 댐핑력을 각각 q 와 \dot{q} 그리고 b 에 대해 편미분하는 복잡한 과정이므로, 계산의 편의를 위하여 기호계산법을 이용하였다. Fig. 12는 기호계산법을 이용하여 계산한 식(8)의 비선형 스프링력 F_s 의 설계변수 z_1 에 대한 미분이다.

식(9)와 식(10)을 이용하여 비선형 댐퍼와 스프링의 민감도 해석을 수행하였다. 설계변수에 대한 민감도를 계산하기 위해 임의노면에서 승차감 성능지수 I 를 임의의 위치에서 시간평균 가속도 제곱으로 식(11)과 같이 정의하였다.

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \ddot{Z}_c^2 dt \quad (11)$$

식(11)을 임의의 설계변수 b 에 대해 미분하면 I 에 대한 민감도 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

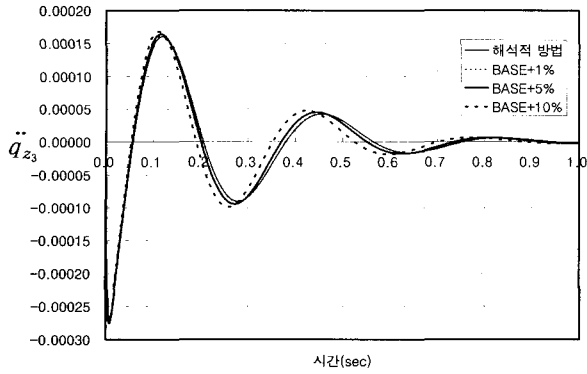


Fig. 13 동력대차 가속도의 민감도

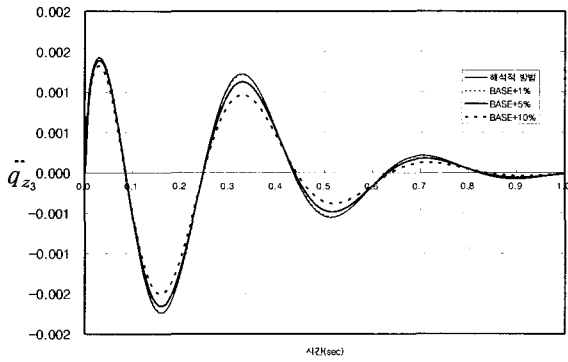


Fig. 14 동력객차 가속도의 민감도

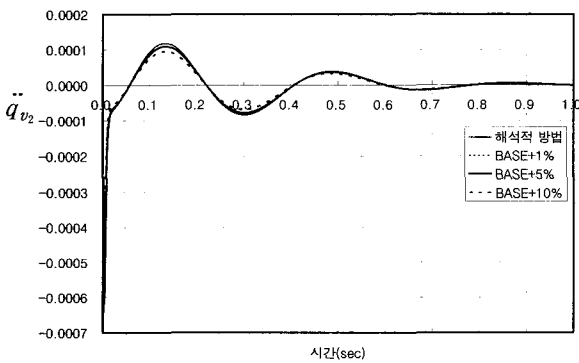


Fig. 15 동력대차 가속도의 민감도

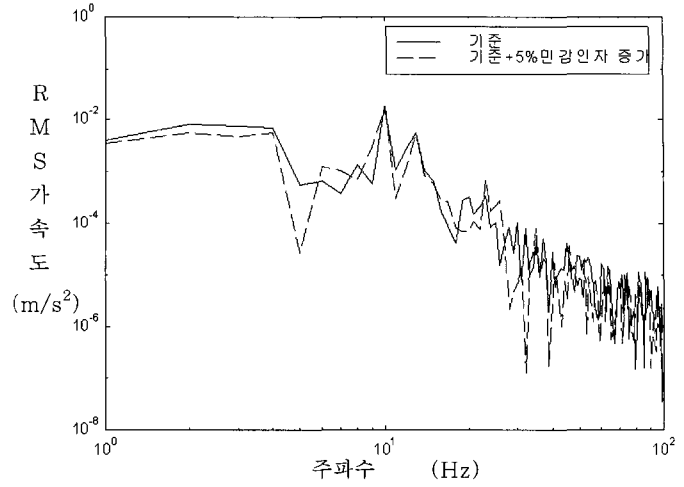


Fig. 16 설계변수값에 대한 RMS 가속도비교

Table 2 비선형 스프링 설계변수의 승차감에 대한 민감도

구 분	설계변수 (b)	민감도 (I _b)
비선형 스프링 결정인자	z_1	1.355
	z_2	-191.087
	z_3	-190.453
	z_4	140.423
	F_1	-0.0061
	F_2	0.0094
	F_3	-0.0037
	F_4	0.0019

Table 3 비선형 댐퍼 설계변수의 승차감에 대한 민감도

구 분	설계변수 (b)	민감도 (I _b)
비선형 댐퍼 결정인자	v_1	-1.2192
	v_2	-0.00027
	v_3	0.00
	F_1	0.00000043
	F_2	0.000000048
	F_3	0.00

$$\frac{dI}{db} = \frac{2}{T} \int_0^T \ddot{Z}_c \frac{d\ddot{Z}_c}{db} dt \quad (12)$$

Fig. 13과 Fig. 14는 객차의 1차 현가장치의 비선형 스프링의 설계변수 z_3 에 대한 대차와 객차 가속도의 민감도를 나타낸 그림이며, Fig. 15는 비선형 댐퍼의 설계변수 v_2 에 대한 대차 가속도의 민감도를 나타낸 그림이다. 수치적 방법에 의한 민감도와 비교하였는데, 설계변수의 변화량이 작을수록 직접미분법으로 구한 민감도에 수렴해 감을 알 수 있다.

Table 2와 Table 3은 각각 비선형 스프링과 비선형 댐퍼의 설계변수가 식(11)의 승차감에 얼마나 영향을 미치는가를 정량적으로 나타내고 있다. Table 2와 Table 3에서 알 수 있는바와 같이 스프링에서는 z_2 의 값이 식(11)의 I 값을 가장 크게 변화시키는 것을 알 수 있다. Fig. 16은 비선형 스프링의 설계변수 z_2 를 5%증가 시켰을때의 RMS 가속도를 비교한 그림이다.

5. 결론

스프링과 댐퍼의 비선형성을 모델링후 각각의 인자들이 승차감에 미치는 영향을 정량적으로 알 수 있는 방법론을 제시하였다. 민감도 해석을 위해 비선형 댐퍼와 스프링의 변수화를 수행하였다. 직접 미분법을 이용하여 민감도 방정식을 세우고, 수치 미분에 의한 민감도와 그 결과를 비교 검증하였다. 구해진 민감도는 기차 승차감의 최적설계에 응용될 수 있을 것이다.

참고 문헌

- Office for Research and Experiments, Method for Assessing Riding Quality of Vehicle, ERRI Report C116/RP 8, Utrecht, Netherlands, April, 1977.
- Guide for the Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibrations, Revision of Document ISO/TC 108 100E, and ISO/TC 108/W67 36, International Standards Organization(1969, 1970)
- V. K. Garg, R. V. Dukkipati, Dynamics of Railway Vehicle Systems, Academic Press, 1984
- J. K. Hedrick, D. N. Wormley, A. K. Kar, W. Murray and W. Baum, Performance Limits of Rail Passenger Vehicles: Evaluation and Optimization: U.S. DOT, Federal Railroad Administration, Report DOT /RSPA/DPB-50/79/32, Washington, D.C. 1979
- J. K. Hedrick, D. N. Wormley, R. R. Kim, A. K. Kar, and W. Baum, Performance Limits of Rail Passenger Vehicle: Conventional, Radial, and Innovative Trucks; U.S. DOT, Federal Railroad Administration, Report DOT/RSPA/DPB-50/81/28, Washington, D.C. 1979
- R. V. DUKKIPATI and J. R. AMYOT, Computer aided Simulation in Railway Dynamics, MARCEL DEKKER, 1988.
- G7 고속전철기술개발 동력학적 설계 및 해석기술개발 1차년도 보고서, KIST, 아주대학교, 1997.