大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 12 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XII, No.1, 95-108. Feb 2002

학교기하의 다양한 정의 방법과 그 교수학적 의의

강 홍 규* 조 영 미**

I. 서론

사고교육은 학교수학에서 핵심적인 관심사이다. 특히 구체적, 경험적, 직관적인 사고양식과 추상적, 논리적, 형식적인 사고 양식이 사고교육과 관련하여 중요하게 다루어진다. 이 논문에서 우리는 학교기하에서 사용되고 있는 정의 방법을 통해 이 차이를 이해해 보고자 한다.

이를 위해, 우선 정의에 대한 관점을 상식적 측면과 논리학의 측면에서 살펴본다. 이 작업은 우리가 평상시 지니고 있는 정의에 대한 견해가 어디에서 비롯되었는지를 알아보고, 학교수학에서의 정의를 논하기 위해서는 정의에 대해 열린 자세가 필요하다는 것을 보여주고자 의도된 것이다.

다음으로, 학교기하에서의 정의 방법 다섯 가지를 추출하여 논한다. 이 방법들을 다시 상식적 방법과 학문적 방법으로 구분하였다. 또한, 학교수학에서 원 개념이 어떤 정의 방법으로 정의되고 있는지를 통시적으로 살펴보고 그 과정에서 기대하는 사고는 어떻게 변하고 있는지를 알아본다.

마지막으로, 이 글을 요약하고 이 연구가 지닌 의의에 대해 논하고자 한다.

II. 본론

1. 정의 관념에 대한 예비적 고찰

(1) 상식적 측면

정의에 대해 우리는 상식적으로 어떤 생각들을 가지고 있는가? 이를 알아보는 가장 수월한 방법은 아마도 사전을 찾아보는 것이다. 사전은 성격상 동시대인들이 단어에 부여하고 있는 의미들을 최대한 많이 싣고 있으며 상식적인 수준에서의 정의에 대한 정의가 포함되어 있기 마련이다. 사전에서는 정의를 다음과 같이 기술하고 있다.

① 단어나 아이디어의 의미를 제시하는 것
② 정확하게 기술하는 것
③ 어떤 말이나 사물의 뜻을 명백히 밝혀 규정하는 일.
④ 논리학적으로는 어떤 개념의 내포를 구성하는 여러 속성 가운데 본질적인 속성을 듦으로써 다른 개념과 구별하여 그 내포를 한정하는 일.

* 한성과학고등학교
** 인천교대

1) ④번은 논리학에서의 정의에 대한 기술로, 이에 대해서는 다음에서 보다 자세히 다룰 것이다. 정의를 ①과 같이 본다면, 사전은 실상 정의를 기술하고 있는 것이다. 사전이야말로 '단어나 아이디어의 의미를 제시하는 것'을 의도하고 있기 때문이다. 그런데, 실상 사전이 각 용어에 대해 '정의를 내리고 있다'는 생각은 그리 상식적인 것 같지 않다. 논리학에서는 정의의 범주를 상식적인 수준보다 좁게 잡고 있다면, 이는 정의의 범주를 상식적인 수준 보다 넓게 잡고 있다고 말할 수 있을 것이다.

이 중에서 ②, ③이 정의에 대한 상식적인 생각으로 보여진다[1]. 의사소통에서 뜻이 분명하도록 용어를 사용하는 것이 그렇지 않은 것보다 낫기 마련이다. 같은 단어를 쓰면서 그 뜻이 서로 다르다면 오해가 생기고 또한 의사소통 과정에서 힘에 낭비가 있기 마련이기 때문이다. Dewey는 상식적인 수준에서의 정의의 역할에 대하여 다음과 같이 기술하고 있다.

> 오해나 곡해가 일어나는 근원은 우리가 사용하는 의미가 명확하지 않은 데에 기인하다. 의미가 명확하지 않기 때문에 우리는 다른 사람들을, 사물들을, 심지어 자신까지도 잘못 이해한다. 다의성으로 인한 애매함은 오해와 곡해를 낳는다. 애매한 의미는 한마디로 말해 상이한 여러 가지 의미가 무의식적으로 섞여 있는 것이다. 의미가 애매한 용어는 분석의 대상으로 삼기가 힘들며, 우리의 믿음을 지지하는 데 사용하기도 힘들다. 또한 애매한 의미는 한 의미가 다른 의미로 대치되는 것을 막는다. 게다가 어떤 엄밀한 의미를 갖는 데에 대한 실패를 그대로 덮어둔다. 이는 근원적으로 논리적 죄악이다. 대부분의 좋지 않은 지적 결과들은 이로부터 파생된다. 의미의 애매성을 줄이기 위해서는 지적 성실과 열정이 요구된다. 그러한 노력의 한 줄기가 바로 정의이다.
>
> (Dewey, 1933, pp. 159-106)

(2) 논리학적인 측면

논리학에서 다루는 내용 중, 일반적으로 가장 널리 알려진 단어 중의 하나가 '정의'일 것이다. 논리학에서는 내포를 한정하여 개념을 판명하게 함을 정의라고 한다. 내포적 정의 중에서도 본질적 정의, 즉 논리적 정의는 '사람은 이성적 동물이다'와 같이 판명하게 하려는 개념을 주어로 하고 종차(種差)와 최근류(最近類)를 술어로 하는 일종의 판단이다. Aristoteles이래 이것은 <류와 종차에 의한 정의>라 하여, 가장 모범적인 것으로 여겨져 왔다. 보통은 <정의＝종차 + 최근류>라는 공식으로 표시한다.

정의에는 따라야 할 규칙이 있다고 흔히 생각한다. 이 규칙은 대체로 논리적 정의를 위하여 지켜야 할 규칙으로, 대부분의 논리학 교재에서 제시하고 있는 규칙은 다음과 같다.

<논리학에서의 정의의 규칙>

① 정의는 정의되는 용어의 본질적인 속성을 제시해야 한다.
② 정의는 정의되는 용어의 의미에 불필요한 속성을 포함해서도 안되며, 그것을 같은 류에 속하는 다른 종들과 변별하는 데 필요한 모든 속성을 제시해야만 한다.
③ 정의는 그 용어가 적용되는 모든 사물에 적용될 수 있어야 하고 다른 사물에는 적용되어서는 안 된다.
④ 정의는 정의되는 용어를 포함해서는 안 된다.
⑤ 모호하고 부정적이고 비유적인 용어를 사용해서는 안 된다.
⑥ 단어를 중복 사용해서는 안 된다.

사실 이러한 규칙들은 대부분 그 근원을 Aristoteles에 두고 있다. 그는 'Topics'라는 책에서 군데군데 정의의 규칙들을 기술한 바 있다. 사후에 논리학자들에 의해 이 규칙들이 한 데 모아져 위와 같이 전해지고 있는 것이다. 그가 이 책에서 관심을 가지고 있었던 것은, '논쟁을 잘 하는 법'이었다고 한다(Robinson, 1950). 논쟁과 관련하여 정의가 이러이러한 규칙들을 지녀야 한다고 생각한 것으로 볼 수 있다.

(3) 요약

서론에서 밝힌 대로 이 절은, 학교수학을 고려하기 이전에 우리가 정의에 대해 가지고 있음직한 관념들을 두 가닥으로 풀어보는 것이었다. 이제 이 가닥들을 학교수학에서의 정의와 연결시켜 보자. 먼저, 방금 언급한 논리학적인

측면과 관련하여, 논리적 정의에서 요구하는 그러한 규칙들을 학교수학의 정의가 따라야 할까? 학교수학에서 논쟁을 잘 하는 방법을 가르치고자 한다면, 이 규칙을 준수할 필요가 있다. 그런데, '논쟁을 잘 하는 법'을 가르치는 데 목적이 있지 않다고 단정지을 수는 없지만, 학교수학에는 그것 이외의 다른 중요한 측면이 있다. 단적으로 말해, 학습자의 인지상태를 고려한 개념 형성이다. 특히 학교수학에서는 어느 수준에 이르기 전까지는 순전히 단어를 알려주는 것에 초점을 두고 있다. 이 과정에서 쓰이는 정의들은 위의 규칙들을 따르지 않고 있다. 따라서, '논쟁을 잘 하는 법'을 위해 내려진 정의의 규칙이, 학교수학에서 저학년을 대상으로 사용되는 정의에 일방적으로 적용될 수는 없다. 즉, 논리학에서의 정의규칙이 항상 학교수학에 적용되는 것은 아니다.

마찬가지로, 앞서 언급한 상식적 측면에서의 정의 관념 역시 항상 학교수학에 적용되지는 않는다. 다시 말해, 학교수학에서의 정의가 어떤 용어의 뜻을 늘 명백히 밝혀 규정하고 있지는 않다는 것이다. 필요에 따라서는 애매하게 기술하기도 한다. 그 '필요'를 기술하고 있는 말을 여기에 인용해 본다.

> 특히 초등학교의 수학 교실에서 사용하는 정의는 아동들의 논리적 사고 수준이나 개념 형성의 효율성, 의사 소통의 용이성 등에 대해서도 충분히 고려된 것이어야 한다.
>
> (이용률, 1997, p. 171)

2. 학교 기하에서의 정의방법

학교기하에서 사용하는 정의방법에는 무엇이 있을까? 이 질문에 대한 대답으로, 필자는 다섯 가지 방법을 추출해 보았다. 이 방법 중 일부 방법에 대해 누군가는 '그것도 정의방법인가'라는 의문을 가질 수 있다. 이런 의문을 가진 사람은 필시 앞에서 언급한 상식적 수준에서의 정의나 논리적 정의를 생각하고 있을 것이다. 그런데, 본 논문에서 정의방법의 선정 기준으로 삼은 것은 대략, 용어와 대상[2]을 연결시키고 있는 방법이다. 가르치는 사람은, 용어와 대상을 연결 시켜 주기 위해 논리적 정의나 수학적 정의뿐만이 아니라 그 외의 방법들도 사용한다. 논리적 정의나 수학적 정의는 지적으로 어느 수준 이상에 도달한 학생들에게 의미 있게 다가갈 수 있다. 미숙한 학생들을 대상으로 할 때에는 그러한 정의방법 이외의 방법을 사용하기 마련이다. 학교수학을 위해 잠시 정의에 대한 정의를 열어 둘 필요가 있다.

(1) 정의 방법

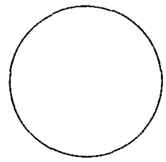
가. 동의(同義)적 방법

학습자가 이미 친숙하게 알고 있는 동의어를 사용하는 것이다. 예를 들어, '삼각형은 세모', '사각형은 네모', '원은 동그라미 모양', '직육면체는 상자 모양', '구는 공 모양', '원기둥은 기둥 모양' 등을 들 수 있다. 이 방법은, 친숙한 것을 통하여 가르치고자 하는 개념을 수월하게 받아들이도록 한다는 장점을 가지고 있다.

위의 예들에서 보다시피, 학교수학에서 개념을 가르치기 위해 동의어를 사용한다고 할 때 동의어는 대략 일상에서 사용되는 용어들이다. 일상에서는 '한 단어에 한 가지 의미', 또는 '한 의미에 한 단어'의 대응을 이루고 있지 않다. 예를 들어, '동그라미 모양'이라고 할 때 일상에서는 오른쪽 그림을 동그라미 모양이라고 부르지 못할 이유가 없다고 보아야 할 것이다. 따라서, 원을 순전히 '동그라미 모양'으로 가르

2) 대상을 의미로 대치해도 무방하다.

치면, 학습자는 자신이 일상에서 '동그라미 모양'에 대해 가지고 있던 개념을 원에 적용하게 될 것이다. 그 결과, 학습자는 위의 그림 또한 원으로 볼 수 있다.



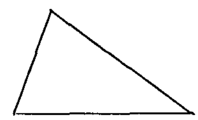
일상에서는 한 단어에 여러 가지 의미가 수반되어 있지만, 수학에서는 한 단어에 한 가지 의미만을 고집하는 경향이 있다. '동그라미 모양'이라는 단어의 경우, 일상에서는 위의 그림도 포함하지만, 수학적 상황에서는 '어느 한 쪽으로도 치우침이 없는 동그라미 모양'만을 가리키기 때문에 위의 그림은 포함하지 않는다. 일상적 상황과 대비시켜, 후자를 수학적 상황에서 용어를 사용하는 모습이라고 볼 수 있을 것이다.

수학에서 한 단어에 한 가지 의미만을 고집하는 것은 의미를 엄밀하고 정확하게 사용하기 위해서이다. 그런데, 수학적 상황에서 사용되는 용어를 일상적인 용어로 설명하게 되면, 이러한 차이점이 희석될 것이다. 이렇게 되면, 학습자는 일상적 상황에서 용어를 쓰는 것과 마찬가지의 태도로 수학적 상황에서의 용어를 사용하게 될 것이다. 용어를 수학에서 요구하는 그 수준에 적합하도록 사용하는 것을 알지 못할 것이다.

이렇게 수학적 상황에서 용어를 사용하는 모습이 일상에서의 용어 사용과 다르다는 점을 가르치는 사람들이 인식하고 있어야 한다. 동의어, 특히 일상 용어들을 사용하여 개념을 지도할 경우, 친숙하다는 점에서 그 개념에의 접근을 용이하게 할 수는 있지만 그에 따른 부작용도 가능하다는 점이다. 즉, 일상에서 획득한 개념들이 고스란히 수학적인 상황에서의 용어에 적용되어 그 결과 수학적인 개념 형성에 장애 요소로 작용할 수 있다.

나. 예시적 방법

이 방법은 한 마디로 예를 사용하는 것이다. 개념을 내포와 외연으로 드러낼 수 있다. 내포는 개념에 속하는 대상들이 지닌 공통의 속성을 가리키며, 외연은 개념에 속하는 대상들을 가리키므로, 예시적 방법은 개념의 외연을 활용하는 것이라고 볼 수 있다.



이것을 삼각형이라고 한다.

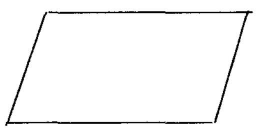
일상적 활동에서 예시 방법은 매우 유용하다. 아이가 어떤 대상을 가리키며 "저건 뭐야?"라고 엄마에게 묻자, 엄마가 "웅, 그건 개야"라고 말해 준다. 이렇게 하여 아이에게 최초로 '개'에 대한 개념이 생겨난다. 이 개념은 일종의 가설이다. 아이는 이 가설을 적용해 볼 예를 찾다가 지나가는 소를 보고, "엄마, 그럼 저건 큰 개야?"라고 묻는다. 엄마는 "아니, 저건 소야"라고 아이의 가설에 어긋나는 대답을 한다. 이 말을 듣고 아이는 자신의 개의 개념을 수정한다. 가설을 검증하고 수정하는 것이다. 이렇게 가설 설정, 적용, 검증, 수정의 과정을 거치면서 일상의 개념들이 형성되며, 이때 예시가 중요한 역할을 한다.

또한 Fischbein은 '전형적 모델'에 대하여 언급하면서, 지적 활동에서 예시가 핵심적인 역할을 수행한다고 주장한다. 그에 따르면, '전형적 모델'은 기본적으로 예시이긴 하지만, 단순한 예시에 그치지 않는다. 어떤 개념의 예라고 하면 그 개념이 지닌 속성들을 모두 지니고 있는 대상을 가리킨다. 그런데, 전형적 모델로서의 예시는 개념의 속성들을 모두 지니고 있을 뿐만 아니라 지적 활동에서 핵심적인 역할을

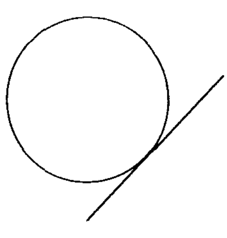
수행한다. 예를 들어, '사고'라는 개념을 가르치려고 할 때, 우리는 모든 사고가 아니라 특별한 종류의 사고, 예를 들어, 대수에서의 문제해결이라는 사고활동을 전면에 내세운다. 대수에서의 문제해결이 무엇인지 정의한다든지, 그 주요 단계를 찾아냄으로써 일반적 사고활동의 성격을 유추하는 것이다. 즉, 특수한 경우들을 통해 그 경우들을 포괄하는 전체 개념을 보려고 하는 것이다.

한편, 개념 형성이나 지적활동에서 예시가 이와 같이 중요한 역할을 하지만, 그로 인한 부정적인 영향과 조심해야 할 사항이 있다는 점을 우리는 주지해야 한다. 우선, Fischbein이 언급한 부정적인 영향 두 가지를 살펴보자.

첫째, 위계의 해체(dissolution of hierarchies)이다. 이를테면, 평행사변형 개념의 전형적 모델인 다음의 그림을 보자.



지적 활동 중에 이 그림이 작용하기 때문에, 직사각형은 평행사변형이 아니라고 생각하게 된다. 다른 예를 들어보자. 2, 3 등의 실수는 복소수가 아니라고 생각하기 쉬운데, 그 이유는 복소수에 대한 전형적인 모델이 $x+yi$ 꼴이기 때문이다. 이 모델에 비추어 볼 때, 2, 3 등은 복소수가 아닌 것으로 판단하기 쉬운 것이다.



둘째, 직관적 수준과 개념적 수준의 갈등을 들 수 있다. 접선에 대한 전형적 모델은 다음 그림과 같이 원의 한 점에서 만나는 직선이다. 모르긴 해도, 이 그림이 접선의 전형적인 모델이 되는 이유는 원의 접선을 통하여 최초로 접선이 도입되기 때문일 것이다. 이러한 접선에 대한 이미지가 강하게 남아 있기 때문에, 나중에 배우게 되는 곡선 $y=x^3$의 $x=0$에서의 접선은 인지적으로 갈등을 일으킨다. 그 이유는 대체로, 이 곡선에서의 접선이 원의 접선에서의 이미지와는 다른 모양을 하고 있기 때문이다. 다시 말해, 접선에 대한 직관적 수준과 개념적 수준이 갈등을 일으키고 있는 것이다. 그 갈등의 근원은 접선 개념의 예로 볼 수 있는 '원의 접선으로서의 접선'에 대한 이미지, 즉 전형적 모델이다.

지금까지는 Fischbein이 언급하고 있는, 예시적 방법의 부정적인 측면이었다. 이제는 예시적 방법을 사용할 때 조심해야 할 점을 두 가지 정도 더 언급하고자 한다.

예시를 통하여 사물의 정의를 가르치는 일이 가능하다는 것은 사실, 학습자가 특수한 예들로부터 정의하려는 사물의 보편적인 성질, 일반적인 성질을 알 수 있음을 뜻한다. '특수한 것에서 어떻게 보편적인 것을 알아내는가'라는 질문은 중요하면서 쉽게 대답하기 힘든 문제인 것 같다. 이 질문에 대한 대답과는 무관하게, 그러한 일이 현실적으로 일어나는 것을 우리들이 경험하고 있다는 점이다. 그런데, 이러한 일이 현실적으로 일어나지 않을 수도 있다는 것 또한 우리는 안다. 이를 '가르치고자 하는 보편적인 내용을 학습자가 배우지 못하고 단지 예를 배우게 된다'고 표현할 수 있다. 가르치는 사람은 예시에서 보편적인 성질을 읽어낼 수 있지만, 그 성질을 처음 대하는 학습자는 예시에 고착되어 있을 수 있다. 이런 상황이 발생

할 수 있다는 것을 염두에 두고, 가능한 이런 상황이 벌어지지 않는, 혹은 이런 상황을 극복할 수 있는 방안을 생각해 보아야 할 것이다.

특수에서 일반으로 나아가는 과정과 관련하여 우리가 짚고 넘어가야 할 또 다른 문제로는, '잡음문제'를 들 수 있다. 다시 말해, 예시를 통해 학습자가 획득한 개념 속에는 애초에 교사가 가르치고자 했던 개념의 속성이 아닌 다른 속성이 포함될 수 있다는 것이다. 이런 일이 벌어지는 원인은 '예시'라는 도구의 성격 때문이다. 예시는 가르치고자 하는 개념의 속성들만 담고 있을 수 없기 때문이다. 앞의 개의 개념에서도 처음 보여준 예시를 통해 원래 가르치고자 하는 개념에 필요한 요소 이외의 요소가 아동의 머리 속에 자리를 잡게 되었던 것이다.

예시적 방법이 지니고 있는 이러한 부정적인 영향이나 조심해야 할 사항 등을 감안할 때, 예시만으로 전달하려는 개념이 충분히 전달되기 위해서는 다음과 같은 세 가지 조건이 만족되어야 한다는 Dubs의 지적은 시사하는 바가 있다(Robinson, 1954, p. 110에서 재인용).

① 용어의 의미를 전달하는 사람이 그 용어의 의미에 대해 명료하고 정확한 개념을 가지고 있어야 한다.
② 그 용어에 대한 다양한 예를 담고 있는 상황이 있어야 한다.
③ 학습자가 상당한 주의력과 이해력을 겸비해야 한다.

이를 교사와 학습자를 고려하여 재해석하면, 교사는 전달하려는 용어에 대해 명확한 개념과 다양한 예들을 가지고 있어야 한다. 이러한 조건이 만족되었다고 해서 곧장 예시적 방법을 통한 정의가 제대로 이루어지는 것이 아니며 이를 위해서는 반드시 학습자의 상태가 고려되어야 한다. 예시적 방법을 통한 정의가 제대로 이루어지지 위해서는 학습자의 주의력과 이해력이 전제되어야 하는 것이다.

교사가 명확한 개념과 다양한 예들을 가지고 있다는 것을 전제로 할 때 남겨진 과제는, 학습자가 예시를 통한 정의방법을 제대로 활용할 수 있는 능력을 갖추는 것이다. 이를 위한 방안으로 Fischbein(1987, p. 152)은 다음과 같은 제안을 하고 있다.

> 가능한 일찌감치 수학적인 정의가 의미하는 바를 학습해야만 한다. 가능한 구체적 조작기에 시작해서 형식적 조작기에 정의의 개념을 확실히 고착시키는 경험을 하는 것이 필요하다. 해당하는 용어를 사용함에 있어 개념을 명확히 정의하는 활동이 갖는 결정적인 역할을 배워야만 한다. 개념에 비추어 전형적인 모델을 분석하고 개념에 따라 예인 것과 예 아닌 것을 찾는 학습을 하면서, 학습자는 어떤 개념을 이해하는 단계에 이를 수 있을 것이다. 이때 도달한 개념은 의미 없는 것이 아니며 또한 건전하게 사용될 예시와 관련되어 있을 것이다.

Fischbein은 자신의 이러한 제안에 대해 보다 많은 연구가 필요하다고 첨언하고 있다. 예시적 방법은 학교수학에서 개념을 도입하거나 전개하는 과정에서 거의 필수적으로 쓰이는 방법이다. 이 방법의 장점을 물론이고, 한계에 대해 연구하고 그 한계를 학습자가 극복하고 수학적 개념을 올바로 형성할 수 있도록 하는 문제는 앞으로 꾸준히 연구되어야 할 주제이다.

끝으로 이후의 논의를 위해 예시적 방법과 관련해 부언하고자 한다. 일상적 개념 형성과 관련된 Dewey의 설명, 전형적 모델과 관련해 Fischbein의 설명에서 우리는 공통점을 찾아 낼 수 있다. 바로 개념의 예인 것과 예 아닌 것을 구별하는 활동이 포함되어 있다는 점이다. 이를테면, 개와 개 아닌 것을 구별하려고 하였다.

또한 평행사변형의 경우 그러그러한 모델이 머리 속에 남아 있기 때문에, 직사각형을 평행사변형이 아니라고 생각하게 된다. 이는 곧 평행사변형의 예인 것과 예 아닌 것을 분별하는 데 전형적 모델이 혼란을 야기한다는 말로 해석할 수 있다. 위에서 언급한 복소수나 접선도 같은 식으로 해석할 수 있다. 예시적 방법으로 정의를 내릴 경우, 그 정의를 통해 할 수 있는 활동은 예인 것과 예 아닌 것을 구별하는 것이다.

다. 암묵적 방법

다음과 같은 문장을 생각해 보자.

> 정사각형은 대각선 두 개를 가지고 있고, 이 대각선들은 정사각형을 두 개의 이등변삼각형으로 나눈다.

대각선이라는 용어가 이 문장에서 처음으로 등장하고 '대각선은 …이다'라는 별도의 규정이 없다면, 대각선은 이 문장 내에서 암묵적으로 정의되고 있는 것이다.

이러한 정의방법은 주로 저학년에서 이루어진다고 볼 수 있다. 2학년 1학기에 등장하는 '도형', 3학년 1학기의 '평면도형',, 4학년 2학기의 '둘레', '넓이', 5학년 2학기의 '부피', 6학년 1학기의 '기둥' 등을 들 수 있다. 이들은 특별한 정의 없이 사용되고 있다. 관련 내용들을 다루면서 학습자에게 자연스럽게 그 단어들에 대한 이미지 혹은 개념이 파악되길 기대하고 있는 것으로 보인다.

명시적으로 정의되어 있지 않는 데도 이러한 용어를 학습자가 어떻게 받아들일 수 있을까? Pascal은 『기하학의 정신』에서 이 질문에 대한 답을 다음과 같이 하고 있다.[3] "이들을 정의하지 않는 까닭은 우리들의 인지에 매우 자명한 것으로 받아들여지기 때문이다. 이들은 '막다른 말'로, 이들을 정의하려는 사람들의 설명이 더 모호하다. 표현할 수는 없어도 이들은 인간이 자연스럽게 가지고 있는 관념이다. 신이 내려준 '자연적인 인지'가 말없이도 그것들에 대해 우리가 설명으로 얻는 지식보다 더 뚜렷한 지식을 주기 때문이다."

파스칼의 이러한 설명이 우리에게, 특히 초등수학교육에 시사하는 바는, '자연적인 인지'에 의해 자명하게 받아들일 수 있는 용어를 굳이 정의하려고 애쓸 필요는 없다는 점이다. 용어는 가능한 엄밀하게 정의되어야 한다는 편견에 사로잡힌 교사들은—이런 경향은 특히 수학교사에게 심할 것이다—위에서 언급한 용어들을 미리 명시적으로 정의하지 않고 가르치는 것에 대해 조바심이나 반감을 일으킬 수 있다. 그런데, 모든 용어들을 명시적으로 정의할 필요는 없으며, 그럴 수 없을 지도 모른다. 이렇게 말한다고 해서 모든 용어들을 명시적으로 정의할 필요는 없다는 것을 의미하는 것은 아니다. 우리에게 남겨진 과제는, '자연적인 인지'에 비추어 자명하게 받아들여지는 것과 그렇지 않은 것에 대한 구분이다. 어떤 용어가 전자에 속하는 것으로 판단되었다면 굳이 명시적으로 정의할 필요는 없는 것이다. 반대로, 후자에 속한다면 마땅히 명시적으로 정의해야 할 것이다.

라. 구성적 방법[4]

구성적 방법으로 단어를 정의한다는 것은 사물이 생성되는 방식을 기술하는 것이다. 예를

---

3) 참고로, 그는 이 책에서 '인간', '시간', '공간', '운동', '수' 등을 명시적으로 정의하지 않는 용어들로 간주하고 있다.

4) 구성적 방법이라는 용어 대신에 발생적 방법이라고 쓴 문헌들도 있다.

들어, Euclid 『원론』에서는 구를 반원을 회전하여 얻은 도형으로 정의하고 있는데, 이런 방식이 구성적 방법이다. 좀더 예를 들면, Euclid 『원론』에서는 어떤 한 변을 중심으로 삼각형이나 평행사변형을 회전시켜 얻은 도형을 각각 원뿔과 실린더로 정의하고 있다.

이러한 구성적 방법으로 정의할 때 등장할 가능성이 높아지는 문장 표현은 다음과 같다.

> …, 두 개의 직선이 만날 때 생긴다…
> …, 구가 평면과 만났을 때 얻을 수 있는 …

이러한 표현과 앞에서 열거한 예에서 알 수 있다시피, 운동 개념이 함의된다는 것을 이 방법의 독특한 점으로 꼽을 수 있을 것이다. 수학사적으로 운동개념과 관련하여 구성적 정의는 흥미로운 역사를 지니고 있다. 앞에서 보았듯이 운동개념을 사용한 정의방식은 이미 고대 그리스 Euclid의 『원론』에서 다루어지고 있다. 또한, 아르키메데스 역시 구성적 방법을 사용하였는데, 일례로, '동시에 여러 가지 운동의 영향을 받는 점의 움직임'으로 나선형을 정의하였다고 한다. 그런데, 이보다 앞선 시기에 살았던 Aristoteles가 『On the Soul』이라는 문헌에서 운동개념을 사용하여 도형을 생성시키는 것을 언급하였다고 한다. 다음의 인용문이 그것을 말해 주고 있으며, 이 인용문은 현재 우리나라 중학교 교과서에서 언급되어 있기도 하다.

> 그들은 선을 움직여 평면을 만들고 점을 움직여 선을 만든다고 말한다.

구성적 정의의 싹은 이미 피타고라스에게서도 찾아볼 수 있긴 하지만, 운동개념은 고대의 수학적 활동에서 지엽적인 위치를 점하고 있었다. 운동개념이 수학의 세계에서 본격적으로 연구되고 그 비중이 커지게 된 계기는 미적분의 발달과 관련되어 있다. H. Breger는 자신의 논문 「17세기 수학에서 역학적 사고 양식」에서 17세기 동안 수학에서 운동개념이 광범위하게 사용된 것과 역학적인 개념이 그 당시에 출현하여 번창하였던 것의 관계를 지적하고 있다. 또한 같은 논문에서 Napier, Kepler, Descartes, Ferma, Torricelli, Roverbal, Wallis, Barrow, Newton 등을 기하를 탐구하는 데 운동개념을 사용한 수학자들로 분류하고 있다.

사물이 생성되는 과정을 정의방법으로 택하였을 때 17세기 수학자들에게 도움이 된 것은 무엇일까? 실질적인 측면에서 도움이 된 바를 한 가지 지적하면, 이 정의방법으로 인하여 수학자들은 보다 많은 곡선의 접선을 구하는 일이 가능해졌다고 한다. 다시 말해, 고대 그리스에서는 원의 접선을 구할 수 있는 정도였다면 17세기에는 훨씬 다양한 모양을 지닌 곡선에 대한 접선을 구하는 일이 가능해지게 되었는데, 그러한 일이 가능하게 된 원동력 중에 하나는 곡선에 운동개념을 포함시킨 것이다. 즉, 곡선을 구성적으로 정의하였기 때문이다.

한편, 이러한 정의방법은 수학에서의 논증방식과 철학자들의 사유에 적지 않은 영향을 끼쳤다. 위에서 언급한 수학자 중에 한 사람이며 미적분의 기본 정리의 실질적인 발견자인 Barrow는 발생적 정의, 곧 구성적 정의를 다음과 같이 평가하였다.

> 기하학자들 중에 누구도 어떤 도형의 발생을 가능하게 하는 운동을 사용해 그 도형을 정의하는 것에 대해 반대하지 않는다. 이 정의는 아주 정당할 뿐만 아니라 최고이다. 왜냐하면, 이 정의는 정의되는 양(magnitude)의 성격을 설명할 뿐만 아니라 동시에 존재성을 보여주며 그것의 구성방법을 알려준다. 이 정의는 이것이 무엇인지를 기술할 뿐만 아니라 실험에 의해 그렇게 될 수 있음을 증명한다. 그리고 어떻게

이것이 그렇게 되는가에 대한 의심을 없앤다.(Mancosu, 1996, p. 98)

또한, Hobbes나 Spinoza는 구성적 정의를 인과적 정의로 보고 그 역할을 강조하고 있으며, 과학의 영역에서 발생적이지 않은 정의를 배제하고 있다. Hobbes는, 과학은 발생적 정의의 힘을 필요로 한다는 것을 다음과 같이 말하였다.

따라서 정의로 돌아가 보자. 어떤 사물의 원인과 발생이 그의 정의에 들어가야 하는 이유는 다음과 같다. 과학의 목적은 사물의 원인과 발생을 기술하는 것이다. 이러한 원인과 발생이 정의에 들어 있지 않다면, 이 정의에서 이끌어낸 첫 번째 논리적 결론에서 이들(원인과 발생)을 찾아 볼 수 없을 것이다. 첫 번째 결론에 이들이 없다면, 이로부터 연역되는 다른 모든 결론들에도 이들은 없다. 이렇게 하다보면, 우리는 결국 과학에 이를 수 없게 될 것이다. 이는 논증을 하는 의도에 반하는 것이다.
(Mancosu, 1996, p. 99)

지금까지의 내용에 비추어 볼 때, 구성적 방법은 '수학의 산물'이라고 말할 수 있을 것 같다. 이전에 언급한 동의적 방법과 예시적 방법은 용어의 의미를 가르치기 위해 사용된다는 측면이 강하다. 대체로, 학교수학에서 개념을 지도하기 위해 학습자를 고려하여 사용되는 방법이라고 볼 수 있다. 반면에, 구성적 방법은 수학적인 논증이나 사유 방식과 관련되어 있는 것으로 보인다. 다시 말해, 구성적 방법을 사용하는 사람들은, 어떤 개념을 가르치는 것보다는, 수학 문제를 해결하거나 수학적인 체계를 만드는 데 더욱 관심이 있었던 것으로 보인다. 이런 점을 감안할 때, 동의적 방법이나 예시적 방법과, 구성적 방법을 동일선상에서 평가하는 것은 바람직하지 않다고 생각된다. 전자의 방법은 일상에서 사용되는 방법인 반면에, 후자는 학문의 세계에서 사용된 방법이기 때문이다. 따라서, 후자의 방법을 사용하여 개념을 정의한다는 것은, 용어의 의미를 가르친다는 차원을 넘어, 수학적인 문제 해결, 수학적인 체계를 염두에 둔 활동이라고 보아야 할 것이다. 한편, 이후에 살펴보게 될 분석적 방법이나 종합적 방법도, 구성적 방법과 마찬가지로 '수학의 산물'로 보아야 할 것이다.

마. 분석적 방법

이 방법의 대표적인 예는 '류와 종차에 의한 정의'이다. 논리학에서 이 정의방법은 '논리적 정의'라고 부를 만큼 정의의 모범으로 여겨지고 있다. 이 정의방법을 설명할 때 흔히 인용되는 예는 '인간은 이성적 동물이다'라는 문장이다. 여기에서 '동물'은 인간을 포함하는 류, 그것도 최근류며, '이성적'이라는 것은, 동물에 속하는 여러 가지 대상들과 인간을 구별시켜 주는 특성으로 종차에 해당한다. 이를 기호로 표현하면, 'A는 B이다'에서 A는 피정의항(definiendum)이며, B는 정의항(definiens)으로 종차와 최근류가 나타나 있는 것이다.

논리학에서의 '정의'라는 관념을 생각해 낸 사람은 Plato과 Aristoteles라고 한다. 이 중 Aristoteles는 논리학에서의 정의에 대해 우리가 상식적으로 받아들이는 생각들을 한 최초의 사람이기도 하다. 예를 들어, 앞에서 말한 '정의는 류와 종차에 의해 표현되어야 한다'라는 주장을 한 사람이 Aristoteles이다. 그는 특히, 정의에는 본질이 담겨야 한다고 보았다. 정의항에는 피정의항을 분석하여 얻은 본질을 담아야 한다는 것이다. 본질을 찾는 한 가지 방법으로 류와 종차에 의한 방법을 제안하였던 것 같다. 예를 들어, 인간을 정의할 경우, 인간의 본질을 찾기 위해 인간이 포함되어 있는 최근류를 알아본다. 그것이 바로 동물이다. 이번에는 동물에 속하는 다른 대상들과 인간 사이의 차이점을 살펴본다. 그것이 바로 이성적 특성이다. 비

로소 인간의 본질이 파악된 것이며 '인간은 이성적 동물이다'라는 정의가 완성된 것이다.

정의에 담게 되는 본질과 관련하여 제기되는 한 가지 의문은, 피정의항이 지닌 여러 가지 속성들 중에서 유독 그 속성만이 본질로 선정되어 정의의 권좌에 오를 수 있는가라는 점이다. 인간에 대한 정의의 경우, 인간은 여러 가지 속성들을 가지고 있다. 그 중에서 '이성적'이라는 속성이 왜 본질로 선택되었는가? 동물 내에서 인간을 다른 대상들과 구별짓는 속성으로 '이성'이 파악되기는 하였지만 우리가 찾으려고 애를 쓴다면 다른 속성이 있어 인간과 다른 대상들을 구별짓는 요소가 될 수 있을 것이다. 이렇게 볼 때, 한 속성을 본질로 파악할 때에는 그렇게 정의 내리는 사람의 의도가 개입되어 있다고 보아야 할 것이다. 그 의도는 무엇일까? 솔직히 말해, 필자는 이 질문에 대해 속시원한 답을 할 수 없다. 다만, 이 질문을 수학의 정의에도 던질 수 있다는 점에서 필자에게 나름대로 의의가 있을 뿐이다.

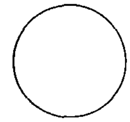
수학적 정의 전부는 아니더라도 일부를 분석적 정의로 볼 수 있을까? 먼저, '류와 종차에 의한 정의'를 분석적 정의의 대표적인 예로 볼 때, 수학, 특히 기하에서의 많은 용어들은 이런 형태를 취하고 있다. 예를 들어, '삼각형은 세 변으로 둘러싸인 도형', '평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행인 사각형', '원은 일정한 거리에 있는 점들의 모임' 등이 있다. 이런 예들을 볼 때, 수학적 정의는 위에서 언급한 분석적 방법을 선호하는 것으로 보일 수 있다.

그런데, 앞에서 Aristoteles에 따르면, 분석적 정의에는 본질이 담겨야 한다고 말하였다. 그렇다면, '세 변으로 둘러싸인 도형', '두 쌍의 대변이 평행', '일정한 거리에 있는 점들의 모임'이라는 것은 각각 삼각형, 평행사변형, 원의 본질인가? 특히, 평행사변형의 경우, '두 쌍의 대변이 평행인 사변형'과 동치인 속성들이 여러 가지 있다. 이러한 속성들을 두고 유독 그것이 본질로 선정된 이유는 무엇일까? 삼각형의 경우, '내각의 합이 180° 인 도형'으로 정의할 수 있다. 그런데도, 세 변으로 둘러싸인 도형을 삼각형의 본질로 보는가? 그 의도는 무엇일까? 짐작컨대, 수학적 정의는 체계화와 관련을 맺고 있다. 체계화란 일련의 내용들을 순차적으로 질서정연하게 배열하는 것이다. 특히 수학에서 체계화는 보이고자 하는 바를 이전에 이미 보여진 내용들을 사용하여 연역적으로 전개한다는 것을 큰 특징으로 삼고 있다. 이렇게 볼 때, 담겨질 내용들을 연역적으로 전개하는 것을 가능케 하는 정의가 선택될 것이다. 곧, 체계화를 순조롭게 가능케 하는 속성이 정의의 권좌에 오르게 되는 것이다. 모르긴 해도, 동치인 여러 가지 속성들 중에서 '두 쌍의 대변이 평행인 사각형'을 정의로 택하게 된 데에는 수학적 체계화에 대한 고려가 있었을 것이다.

(2) 사례 : 원의 정의 방법

초·중·고 교육과정을 통해 원 개념에 대해서 다음과 같은 두 가지 정의가 등장한다.

· 초등학교 2학년 1학기
그림과 같이 본을 뜬 동그란 모양을 원이라고 합니다.



· 중학교 1학년
평면 위에서 한 점 O로부터 일정한 거리에 있는 점들로 이루어진 도형을 원이라고 한다.

편의상 위의 정의들을 각각 초등용 정의, 중등용 정의라고 이름 붙이기로 하자.

우선, 초등용 정의는 일상 용어인 '동그란 모양'이 쓰이고 있다는 점에서 동의적 방법을

사용하고 있다고 볼 수 있다. 일상에서 '동그란 모양'은 둥그스름한 모든 것을 포괄하기 때문에, 수학에서 타원으로 분류하는 도형도 '동그란 모양'으로 볼 수 있는 것이다. 일상적 용어로서의 '동그란 모양'에는 여러 가지 의미가 수반될 수 있다. 반면에 수학적인 용어들은 대체로 한 용어에 한 의미가 수반된다. 여기에서 지적할 수는 있는 것은, '한 단어에 한 가지 의미'라는 규칙을 따르는 수학적 상황에 일상적 상황에서 사용하던 단어를 도입함으로써 수학적으로 올바른 개념 형성에 장애가 발생할 수 있다는 점이다.

한편, 2-1학기에서 초등용 원의 정의를 배우기 전인 1학년에서는 여러 가지 구체물을 제시하고 그 중에서 네모, 세모, 동그라미 모양을 알아보도록 하고 있다. 이 용어와 함께 각각의 모양에 해당하는 그림이 제시되어 있는 데, 아동의 눈이 아닌 성인의 눈으로 볼 때, 각각은 직사각형, 삼각형(정삼각형), 원에 해당한다. 교사용 지도서에서는 이런 식의 모양만을 동그란 모양으로 본다는 것에 주의하여 지도하여야 한다고 적고 있다. 예를 들어 타원은 배제되고 있는 것이다. 동그라미 모양, 실질적으로는 원을 다루고 있는 1-1학기 내용은 예시적 방법을 통하여 원을 정의하고 있다고 볼 수 있다. 이는 2-1학기에서 다룰 '동그란 모양'의 개념에 대비한 활동으로 볼 수 있다.

학교수학에서 개념을 도입하기 위해 사용하는 예시적 방법이나 동의적 방법은, 무엇보다 인지적으로 성숙하지 않은 학습자에게 개념을 이해시키기 위한 준비로서의 성격을 지닌 것으로, 직관적인 것이다. 여기서 주목해야 할 것은, 예시적 방법과 동의적 방법 등을 사용하여 정의를 할 경우, 이러한 정의방식을 통하여 학습자가 할 수 지적활동은 예인 것과 예 아닌 것을 구분하는 정도인 것이다. 정의는 비단 예인 것과 예 아닌 것을 구별하는 역할만을 위해 만들어진 것이 아님이 중등용 정의에서 분명히 드러날 것이다.

중학교에서의 원의 정의는 '평면 위에서 한 점 O로부터 일정한 거리에 있는 점들로 이루어진 도형'이다. '도형'을 류(類), '한 점…'을 종차(種差)로 본다면, 이 정의는 분석적 정의의 형태를 띄고 있다고 말할 수 있을 것이다. Aristoteles에 따르면, 정의항에는 본질이 담겨져야 한다. 그렇다면, '한 점 O로부터 일정한 거리에 있다'는 속성이 원의 본질에 해당하는 것이다.

중학교에서 이 정의를 도입한 후, 이어지는 관련 개념들은 원의 넓이, 한 원과 직선의 위치관계(접선), 삼각형의 내접원과 외접원, 두 원의 위치관계, 원주각 등이다. 이 중에서 원과 직선의 위치관계를 좀더 살펴보자.

<현의 성질>
원의 중심에서 현에 내린 수선은 현의 중점을 지난다. 원의 한 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.
<접선의 길이>
원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.

위의 정리들을 증명하는 데 중요한 근거 중에 한 가지는, 바로 위에서 언급한 원의 본질이다. 거리가 일정하다는 원의 본질이 곳곳에서 핵심적인 역할을 하고 있다는 것은 쉽게 확인할 수 있다. 요컨대, 원을 '한 점에서 …도형'으로 정의하였기 때문에 원과 직선, 원과 원 등의 관계를 탐구하고 그 관계를 연역의 사슬로 연결시킬 수 있는 것이다. 인간은 이성적 동물이라고 정의할 때, '이성'이라는 것이 인간을 이해하는 데 본질적인 역할을 수행하듯이, 원 자체 또는 다른 기하학적 대상과의 관계를

탐구하는 데 '한 점에서 일정한 거리에 있다'라는 속성이 중요하게 쓰이기 때문에 원의 정의에 쓰이는 것이다.

결론적으로, 초등용 정의로 할 수 있는 것은 예인 것과 예 아닌 것을 구분하는 정도라면, 중등용 정의로는 그것은 물론이요, 원 자체의 탐색이나 원과 다른 기하학적 대상과의 관계 탐색이 가능해지며, 최종적으로 수학적인 체계화가 가능해진다. 두 정의 방법 사이의 이와 같은 중요한 차이점을 중시하여, 원에 대한 초등용 정의는 '상식적 정의'로, 중등용 정의는 '학문적 정의'로 이름 붙일 수 있을 것이다.

III. 요약 및 결론

지금까지 정의방법 다섯 가지를 살펴보았다. 이 분류가 유용한 지 알아보기 위해, 독자는 교과서에서 진술하고 있는 정의를 하나 떠올리고 그 정의는 과연 어떤 정의방법에 속할 지를 생각해 보게 될 것이다. 위의 정의방법이 수학 교과서에 등장하는 모든 정의를 포괄하지는 못한다. 또한, 하나의 정의는 반드시 한 가지 방법만을 사용하고 있다고 볼 수도 없다. 게다가 본 논문에서 미처 생각하지 못한, 수학교육에 유익한 또 다른 정의방법이 있을 것으로 짐작된다. 후속 연구를 통해 미비한 점을 보충해야 할 것이다.

본 논문에서는, 학교수학에서 핵심적인 관심사인 사고교육과 관련하여, 학교수학에 제시된 정의 방법을 논하고자 하였다. 편의상, 사고를 구체적, 경험적, 직관적 양식과 추상적, 논리적, 형식적 양식으로 나누고, 이러한 사고 양식이 학교수학에 제시된 정의 방법 면에서는 어떻게 드러나는지를 살펴보고자 하였다.

먼저, 학교기하, 특히 교과서에 한정하여, 동의적 방법, 예시적 방법, 암묵적 방법, 구성적 방법, 분석적 방법 등의 정의 방법을 추출하여 그 성격을 살펴보았다. 이들은 크게 보아 상식적 정의방법과 학문적 정의방법으로 나눌 수 있으며, 동의적 방법, 예시적 방법, 암묵적 방법 등을 상식적 정의방법으로, 구성적 방법, 분석적 방법, 종합적 방법 등을 학문적 정의방법으로 구분해 보았다.

이어서 초중고 교육과정에서 한 용어가 반복되어 나오면서 그 용어를 정의하는 방법이 달라지는 경우로, 원의 예를 살펴보았다. 초등학교와 중학교에 제시된 상이한 원의 정의를 통하여, 이른바 상식적 정의방법에서 학문적 정의방법으로 옮아가는 과정을 살펴보았다. 이러한 방법의 변화 이면에는, 단어의 의미를 가르치는 것으로부터 수학적인 체계화나 수학적인 문제 해결을 지도하려는 것으로 이행하려는 의도가 숨어 있다고 해석할 수 있다. 일상에서 개념을 획득하고 사용하던 방식에서 벗어나, 이제는 수학적, 학문적, 과학적인 세계에서의 개념 획득과 사용방법을 획득하기를 우리는 학습자에게 기대하고 있는 것이다.

상식적 정의 방법은 지적으로 성숙하지 않은 아동의 수준을 고려한 방법으로 단어의 의미를 가르쳐 주는 데 목적이 있다. 이를테면, 원을 동그란 모양으로 설명하거나 또는 그림이나 실물로 보여주는 것과 같은 것이다. 학문적 정의방법의 역할은 의미를 가르쳐 주는 것 이상이다. 앞에서 살펴본 대로, 구성적 방법과 분석적 방법은 수학적인 문제의 해결이나 논증, 체계화에 소용되는 정의 방법들이다. Dewey의 '과학적 정의'에 대한 다음과 같은 설명은 학문적 정의방법에 적용될 수 있을 것이다.

> 과학적 정의를 내리는 데 선택하는 기준들은 인과(causation), 생성(generation) 등이다. …인과적 정의, 발생적 정의 등 과학적 정의는 어떤

대상이 구성되는 방식을 정해 놓은 것이다. … 요컨대, 과학적 정의는 직접적으로 인식되는 속성에 근거한 것이 아니며 또한 직접적으로 유용한 특성들에 근거한 것도 아니다. 다시 말해, 과학적 정의는 관계를 나타내고 있다. 우리의 개념이 최고의 명확성과 동시에 최고의 일반성(또는, 적용)을 획득한다는 것은, 다른 한편으로 생각해 보면, 사물들이 어떻게 서로에게 의존하고 있으며 또는 서로에게 어떻게 영향을 미치고 있는지를 보여주는 정도에 달려 있다.…과학적 개념들로 이루어진 이상적 체계는, 어떤 사실과 의미로부터 다른 것들로 옮겨가는 데 있어서의 변환이 좀더 연속적이며 자유롭고 유연한, 그런 성질을 가진 체계이다.

(Dewey, 1933, pp. 163-164)

정의를 내릴 때, 상식적 방법은 '직접적으로 인식되는 속성', '직접적으로 유용한 특성'들을 선택하는 반면에, 과학적(학문적) 방법은 '사물들이 어떻게 서로에게 의존하고 있으며 또는 서로에게 어떻게 영향을 미치고 있는지를 보여주는', '인과', '생성', 혹은 '관계'를 선택한다. 따라서, 후자의 방법으로 인하여, 흩어져 있던 사실들을 관련성 속에서 파악할 수 있게 되는 것이다.

본 논문의 논의를 통하여 우리는 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다. 교과서의 정의문장을 대할 때 우리가 경계해야 할 점 중에 한 가지는, 그들을 동일선상에서 파악해서는 안 된다는 점이다. 학교 수학교과서의 정의문장은 대체로 "…을 …라고 한다"라는 동일한 형식을 취하고 있다. 원의 경우만 보더라도, "동그란 모양을 원이라고 한다", "한 점에서 일정한 … 도형을 원이라고 한다"는 외형상 동일한 형식이다. 그런데, 아동들의 논리적 사고 수준이나 개념 형성의 효율성, 의사소통의 용이성 등을 고려한 전자의 방법과, 학문적 필요를 충족하기 위해 후자의 방법은 질적으로 다른 깊이를 지닌다. 따라서, 극단적인 생각이지만, 어느 순간 학교기하에서 "한 점에서 일정한 …도형을 원이라고 한다"라는 정의를 사용하지 않기로 결정한다면, 이는 비단 이 정의의 삭제에 그치는 것이 아니라 그 정의가 지닌 그 만큼의 깊이를 포기하는 것이다. 이러한 사정은 학교수학에 등장하고 있는 또 다른 많은 정의에 적용될 수 있을 것이다. 가르치는 사람은 각각의 정의가 지닌 깊이를 인식할 필요가 있다.

참고문헌

교육부(1999). 수학1-1. 대한교과서 주식회사.

교육부(1999). 수학2-1. 대한교과서 주식회사.

박두일, 신동선, 강영환(1994). 중학교 수학 1. 교학사.

_____(1994). 중학교 수학 2. 교학사.

_____(1994). 중학교 수학 3. 교학사.

박종홍(1983). 일반논리학. 박영사.

이용률(1997). 초등수학교육론. 경문사.

이항(1974). 파스칼 小品集. 정음사.

Borasi, R. (1992). *Learning mathematics through inquiry*. Portsmouth: Heinemann..

Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process.* Boston: D. C. Heath and Company.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics.* Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: D, Reidel Publishing Company.

Katz, V. J. (1933). *A history of mathematics: An introduction.* New York: Harper Collins College Publishers.

Mancosu, P. (1996). *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century.* Oxford: Oxford University Press.

Robinson, R.(1954). *Definition.* Oxford: Clarendon Press.

The Different Definition-Methods in School Geometry and the Didactical Implications

Heung-Gyu Kang (Hanseung Science High School)
Young-Mi Cho (Inchon National University of Education)

In this article we drew out five definition-methods in school geometry. They are called synonymous method, denotative method, implicative method, constructive method, analytic method. And we analyzed them theoretically. On our analysis we tried to identify the level of common sense and the level of science in definition-methods. Practically, we applied identification of those two levels on the definition-methods of circle. While the definition-method in elementary school could be regarded as the level of common sense, that in middle school could be considered as the level of science.

Finally, we made the following didactical comments. Definitions in school mathematics might have the levels as regard to their roles. Thus, Mathematics teachers, curriculum developers, and text authors all need to recognize the subtle differences in the level of definition-methods.