

## 전제의 해석 유형이 아동의 수학적 추론 결과에 미치는 영향 분석

전 평 국 (한국교원대학교)

정 재 숙 (한국교원대학교 대학원)

본 연구의 목적은 초등학생들이 자신의 전제 해석 유형에 따라 일정한 추론 결과를 내는가를 알아봄으로서, 초등학생들이 일정한 법칙에 따라 사고하는가를 알아보고자 하는데 있다. 지필 검사와 면담을 통해 24명의 대상아동 중 20명(83%)이 자신의 전제 해석 유형에 따라 일정한 추론 결과를 내고 있음을 알 수 있었다. 이를 통해 초등학생의 추론 과정은 일정한 법칙을 따르고 있다는 것을 알 수 있었다. 산발적이라고 생각되는 초등학생의 답일지라도 면밀히 관찰해 보면 그들 나름의 일정한 법칙에 의해 산출한 답이었다. 이러한 사실은 사고의 결과 뿐 아니라 사고의 과정에 대한 깊은 관심이 필요하다는 것을 시사한다.

### I. 서론

#### A. 연구의 필요성 및 목적

정보 처리 심리학자들은 대학생들을 대상으로 한 범주형 삼단 추론 실험을 통해 인간이 추론에서 오류를 범하는 4가지 대표적인 원인들을 밝혀 내었고 그를 통해 인간은 논리 산출 체계가 있어, 연령이나 능력에 상관없이 논리적인 추론을 할 수 있다라는 것을 밝혀 내고자 했다. 그 4가지의 원인 중 대표적인 원인이 범주형 삼단 논법에서의 전제의 해석 유형이었다. 인간이 삼단 추론을 해 나아감에 있어서 각자가 가지고 있는 해석 유형에 따라 일정한 패턴의 추론 결과를 내게 된다는 것이다. 만일 인간에게 논리적인 능력이 아예 없다면, 그 사람이 가지고 있는 전제의 해석 유형과는 상관없이 무작위적인 추론 결과를 낼 터이지만 범주형 삼단논법이라는 일정한 규칙에 따라서 자신이 가지고 있는 해석 유형에 따라 일정한 추론 결과를 내었다면, 그것이 비록 오답일지라도, 논리적 능력의 증거가 될 수 있다는 것이다.

우리나라 초등학생을 대상으로 한 수학적 추론 문제에서 초등학생이 지니고 있는 전제의 해석 유형과 추론 결과 사이에 일정한 관계가 존재한다면, 그것은 초등학생의 논리 산출 체계의 존재에 대한 증거가 될 수 있을 것이다. 만일, 초등학생이 지니고 있는 전제의 해석 유형과 추론 결과 사이에 일정한 관계가 없다면, 그 원인을 밝혀 봄으로써, 학습자의 사고 과정에 대한 면밀한 관찰을 할 수 있을 것이다.

B. 연구 문제

본 연구의 목적은 아동이 가지고 있는 전제의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일정한 관계가 있는가를 알아봄으로써 아동이 논리적 사고 능력을 가지고 있는가를 알아보고자 하는 데 있다. 이를 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 주어진 전제에 대하여 아동은 어떠한 유형으로 해석하는가?
2. 전제의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이의 일관성에 대하여
  - 2-1. 아동의 전제 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에는 일관성이 있는가?
  - 2-2. 전제의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일관성이 없는 경우 그 원인은 무엇인가?
3. 아동의 전제의 해석 유형은 수학적 추론 결과와 일치하고 있는가?

C. 용어의 정의

1. 전제

본 연구에서의 전제란 범주형 삼단 논법에서의 4가지 형태의 A, I, O, E형의 전제를 말한다.

A형 - 모든 x는 y이다.	I형 - 어떤 x는 y이다.
O형 - 어떤 x는 y가 아니다	E형 - 모든 x는 y가 아니다.

2. X와 Y의 포함 관계

전제 속의 x와 y의 집합 X, Y의 포함 관계 다섯 가지를 말한다. X와 Y의 포함 관계는 다음과 같다.

X와 Y가 같다( $\odot^{\odot}$ ).	X가 Y에 포함된다( $\odot^{\ominus}$ ).	X와 Y가 일부 겹친다( $\odot^{\odot}$ ).
Y가 X에 포함된다( $\ominus^{\odot}$ ).	X와 Y가 완전히 다르다( $\odot^{\odot}$ ).	

3. 전제의 해석 유형

X, Y의 포함 관계 다섯 가지 중 아동이 주어진 전제에 대하여 타당하다고 생각하는 포함 관계를 말한다.

예를 들어, “모든 x는 y이다”라는 전제에 대하여 아동이 X, Y의 포함 관계 중 “X와 Y가 같다( $\odot^{\odot}$ )”, “X가 Y에 포함된다( $\odot^{\ominus}$ )”를 타당하다고 했다면, 이 아동의 “모든 x는 y이다”라는 전제에 대한 해석 유형은 “X와 Y가 같다( $\odot^{\odot}$ )와 X가 Y에 포함된다( $\odot^{\ominus}$ )”가 되는 것이다.

4. 수학적 추론 결과

본 연구에서 수학적 추론 결과라 함은 각 전제에 관한 수학적 추론 문제에서 각 전제 속에 “x”에 해당되는 “네모 속의 성질”과 각 전제 속에 “y”에 해당되는 “내(선택지의 도형)”가 가지고 있는 성질”

을 비교하여 추론을 해 나아가 타당하다고 선택한 것을 말한다. 아래의 예시문제에서 아동의 수학적 추론 결과는 “나는 이등변삼각형입니다와 나는 정삼각형입니다”이다.

예)전제 “모든 x는 y이다”에 관한 수학적 추론 문제(\*x:네모 안의 성질 \*y:각 도형의 성질)

# 나는 네모 안의 모든 성질을 가지고 있는 도형입니다.

- \* 세 개의 변으로 둘러 싸여 있습니다.
- \* 두 밑각의 크기가 같습니다.

나는 무엇일까요?

다음 문장이 맞으면 ( )안에 ○, 틀리면 ×표하십시오.

- ① 나는 삼각형입니다. ( )
- ② 나는 이등변삼각형입니다. ( ○ )
- ③ 나는 정삼각형입니다. ( ○ )
- ④ 나는 한 각의 크기가 60° 인 직각삼각형입니다. ( )
- ⑤ 나는 원입니다. ( )

**5. X와 Y의 포함 관계와 일치하는 선택지, 일관성**

(1) X와 Y의 포함 관계와 일치하는 선택지

수학적 추론 문제에서 “네모 안의 성질”과의 포함 관계가 X와 Y의 포함 관계와 일치하는 성질을 가지고 있는 도형이 들어있는 선택지를 말한다. X와 Y의 포함관계와 일치하는 선택지는 다음과 같다.

X와 Y의 포함 관계	삼각형에 관한 수학적 추론 문제에서 X와 Y의 포함관계와 일치하는 선택지	사각형에 관한 수학적 추론 문제에서 X와 Y의 포함관계와 일치하는 선택지
X와 Y가 같다. (xy)	나는 이등변삼각형입니다.	나는 사다리꼴입니다.
X가 Y에 포함된다. (x⊂y)	나는 정삼각형입니다.	나는 평행사변형입니다.
X와 Y가 일부 겹친다. (x∩y)	나는 직각삼각형입니다.	나는 정육각형입니다.
Y가 X에 포함된다. (y⊂x)	나는 삼각형입니다.	나는 사각형입니다.
X와 Y가 완전히 다르다. (x∩y=∅)	나는 원입니다.	나는 삼각형입니다.

(2) 일관성

4가지 전제에 관한 수학적 추론 문제 모두에서, 아동의 각 전제에 대한 해석 유형 속의 X와 Y의 포함 관계와 일치하는(울고 그룹에 관계없이) 선택지만을 선택하였을 때 일관성이 있다고 한다.

**6. 재배치한 선택지**

전제의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일관성이 없는 아동이 분석한 도형의 성질과 “네모 속의 성질”의 포함관계를 X와 Y의 포함관계에 일치하도록 다시 배치한 선택지를 말한다.

예를 들어, 한 아동이 삼각형에 관련된 추론 문제에서 정삼각형이 네모 안의 성질 중 하나와 여타의 다른 성질 하나를 가지고 있다고 생각하고, 사각형에 관련된 추론 문제에서 평행사변형이 네모

안의 성질 중 하나와 여타의 다른 성질을, 정육각형은 네모 안의 성질 중 하나도 가지고 있지 않다고 생각하였다고 하자. 이 아동에 있어서 X와 Y의 포함 관계에 일치하는 선택지는 다음과 같다.

X와 Y의 포함 관계	삼각형에 관련된 추론 문제에서 X와 Y의 포함관계와 일치하는 재배치한 선택지	사각형에 관련된 추론 문제에서 X와 Y의 포함관계와 일치하는 재배치한 선택지
X와 Y가 같다. (XV)	나는 이등변삼각형입니다.	나는 사다리꼴입니다.
X가 Y에 포함된다. (㉠)		
X와 Y가 일부 겹친다. (㉡)	나는 직각삼각형입니다. 나는 정삼각형입니다.	나는 평행사변형입니다.
Y가 X에 포함된다. (㉢)	나는 삼각형입니다.	나는 사각형입니다.
X와 Y가 완전히 다르다. (㉣)	나는 원입니다.	나는 삼각형입니다. 나는 정육각형입니다.

## II. 연구 방법 및 절차

### A. 연구 대상

연구 대상은 서울 창동과 구로 지역의 2개 초등학교에서 6학년 6개 반의 아동 중 수학 성적 상위 10%이내 아동들로 구성하였다.

### B. 연구 방법

전제의 해석 유형 검사지와 수학적 추론 검사지를 이용한 지필 검사와 아동과의 1대 1 면담으로 아동이 가지고 있는 전제 해석 유형과 수학적 추론 결과를 알아보았다.

### C. 검사 도구

전제의 해석 유형 검사지는 3회의, 수학적 추론 검사지는 2회의 예비 검사를 통하여 수정, 보완하여 구성하였다. 전제의 해석 유형 검사지는 추상적 진술로 된 검사지와 구체적 진술로 된 검사지 2종으로 구성하였다. 전문가의 검토를 받아 타당도를 확인하였고, 검사지의 신뢰도 계수를 구한 결과, 추상적 진술의 전제의 해석 유형 검사지는 신뢰도 계수 0.81, 구체적 진술은 0.85였으며, 수학적 추론 검사지는 0.76으로 확인하였다.

### D. 검사 실시 및 자료 수집

수학 성적 상위 10%이상의 아동 24명을 대상으로, 지필 검사는 검사자와 피험자가 1대 1로 대면

하여 검사자가 피험자에게 검사의 목적 및 방법을 설명해 주고, 검사자가 지켜보는 가운데 전제의 해석 유형 검사지와 수학적 추론 검사지를 풀게 하였다. 이때 시간은 피험자가 충분히 생각할 수 있도록 제한을 두지 않았으나, 대개 30~40분 선이었다.

피험자가 푼 전제의 해석 유형 검사지와 수학적 추론 검사지의 결과를 바탕으로 하여 문제를 제대로 읽고 풀었는지, 또 왜 그렇게 풀었는지에 대한 원인을 분석하고자 하였다. 한 아동 당, 대략 1시간 정도 소요되었으며, 전제의 해석 유형 검사지인 경우 추상적 진술로 된 검사지의 1-4번 문항, 구체적 진술로 된 검사지의 1-4번 문항들을 대상으로 하여 면담을 실시하였다. 그 이유는 각 진술 상황에서 5-8번 문항은 1-4번 문항과 동형으로 같은 반응을 보였기 때문이다.

전제의 해석 유형검사와 수학적 추론 검사에 대한 지필 평가는 오전 자습 시간을 이용하였고, 면담은 당일의 방과 후 시간을 이용하였으며, 검사의 시기는 6월 18일부터 7월 18일까지 한 달 동안이었다. 면담의 전 과정은 녹음을 하는 것으로 하고 그 녹음한 자료를 통해 아동의 전제에 대한 해석 유형과 수학적 추론 과정을 분석하였다.

### III. 결과 및 논의

#### A. 결과

본 연구에서의 결과는 다음과 같다(단,  $X$ 는  $x$ 의 집합,  $Y$ 는  $y$ 의 집합).

##### 1. 연구 문제 1에 대하여

① 전제 “모든  $x$ 는  $y$ 이다”에 대하여, 전체 아동의 88%가 “ $X$ 와  $Y$ 는 같다,  $X$ 가  $Y$ 에 포함된다”라는, 전체 아동의 8%가 “ $X$ 와  $Y$ 가 같다”라는 해석 유형을, 전체 아동의 4%가 “ $X$ 와  $Y$ 는 같다,  $Y$ 가  $X$ 속에 포함된다”라는 해석 유형을 가지고 있었다.

② 전제 “어떤  $x$ 는  $y$ 이다”에 대하여, 전체 아동의 46%는 “ $X$ 와  $Y$ 는 같다,  $X$ 가  $Y$ 에 포함된다,  $X$ 와  $Y$ 가 일부분이 겹친다,  $Y$ 가  $X$ 에 포함된다”로, 전체 아동의 42%는 “ $X$ 와  $Y$ 가 일부분이 겹친다,  $Y$ 가  $X$ 에 포함된다”의 해석 유형을 가지고 있었다. 기타의 해석 유형으로, 전체 아동의 4%는 “ $X$ 와  $Y$ 가 같다”로, 전체 아동의 4%는 “ $Y$ 가  $X$ 속에 포함된다”의 해석유형을 가지고 있었다.

③ 전제 “어떤  $x$ 는  $y$ 가 아니다”에 대하여, 전체 아동의 46%는 “ $X$ 와  $Y$ 가 일부분이 겹친다,  $Y$ 가  $X$ 에 포함된다,  $X$ 와  $Y$ 는 완전히 다르다”로, 전체 아동의 42%가 “ $X$ 와  $Y$ 가 일부분이 겹친다,  $Y$ 가  $X$ 에 포함된다”라는 해석유형을 가지고 있었다. 1명의 아동이 “ $X$ 가  $Y$ 에 포함된다,  $X$ 와  $Y$ 가 일부분이 겹친다,  $Y$ 가  $X$ 에 포함된다,  $X$ 와  $Y$ 는 완전히 다르다”라는 해석유형을 가지고 있었다. 기타로는, “ $Y$ 가  $X$ 에 포함된다”라는 해석 유형이 있었다.

④ 전제 “모든  $x$ 는  $y$ 가 아니다”에 대하여, 전체 아동의 92%가 “ $X$ 와  $Y$ 는 완전히 다르다”라는 해석 유형을 가지고 있었다.

## 2. 연구 문제 2에 대하여

2-1. 실험 결과 전체의 46%(11명)의 아동들이 전체의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일관성이 있었고, 64%(13명)의 아동들은 전체의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일관성이 없었다.

2-2. 일관성이 없는 13명의 아동들을 대상으로 전체의 해석 유형과 일관되지 않은 수학적 추론을 왜 하게 되는 지 면담을 통해 알아본 결과 다음과 같이 3가지로 분류되어진다.

- 도형이 가지고 있는 성질 파악에서의 오류
- 문제상황에 따라 도형이 가진 성질을 다르게 파악
- 전체에 대한 해석 의지 결여 및 경험에 입각한 수학적 추론 결과 선택

3. 연구 문제 3에 대하여 아동이 가지고 있는 전체의 해석 유형과 수학적 추론 결과 사이에 일관성이 있는 아동 11명과 일관성이 없는 아동들 중 전체의 해석 유형에 맞는 추론 결과를 낸 9명의 아동을 포함하여 20명의 아동(전체의 83%)이 전체의 해석 유형과 수학적 추론 결과가 일치했다.

## B. 논의

지필 검사에서의 추론 결과만을 보았을 때 자신의 전체 해석 유형에 맞는 추론 결과를 낸 아동들은 46%였다. 면담을 통해 자신이 가지고 있는 전체 해석 유형과 맞지 않는 추론 결과의 원인을 분석한 결과 그 원인의 대부분이 도형에 대한 개념적 오류였다. 아동들이 가지고 있는 도형에 대한 개념적 오류를 고려하여 추론 결과를 재분석한 결과 자신의 전체 해석 유형과 일치하는 수학적 추론 결과를 낸 아동이 전체의 83%였다. 이 아동들은 결국 일정한 법칙을 따라 사고한다는 것을 말한다. 다시 말하면, 초등학생의 추론 과정은 논리적이라는 것을 말하며, 이러한 사실은 초등학생의 추론 능력에 대한 좀 더 면밀한 관찰을 통해 사고의 결과뿐만 아니라 사고의 과정에 대한 좀 더 깊은 관심이 필요하다는 것을 시사한다.

## 참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학 3-1, 서울: 대한교과서 주식회사.  
 교육부 (1997). 수학 4-2, 서울: 대한교과서 주식회사.  
 교육부 (1997). 수학 5-1, 서울: 대한교과서 주식회사.  
 교육부 (1998). 수학과 교육과정, 서울: 대한교과서 주식회사.  
 구광조 (1988). 수학과 교육론, 서울: 갑을 출판사.  
 김용운 (1989). 집합론과 수학: 현대 수학의 철학적 배경, 서울: 우성문화사.  
 고동욱 · 오병승 · 유병림 (1991). 산수와 교육의 이론과 실제, 서울: 동명사.  
 Alan Garnham & Jane Oakhill (1994). *Thinking and Reasoning*. Oxford: Blackwell Publishers.

- Braine, M.D.S. (1978). On the relation between the natural logic of reasoning and standard logic. *Psychological Review* 85, pp.1-21.
- Cereso, J. & Provitera, A. (1971). Sources of error in syllogistic reasoning. *Cognitive Psychology* 2, pp.400-410.
- Chapman, L.J. & Chapman, J.P. (1959). Atmosphere effect reexamined. *Journal of Experimental Psychology* 58, pp.220-226.
- Henle, M. (1962). On the relation between logic and thinking. *Psychological Review* 69, pp.366-378.
- Howard, D.V. (1983). *Cognitive psychology*. NY: Macmillan Publishing Co.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, INC. 구광조 · 오병승 · 류희찬(공역) (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향, 서울: 경문사.
- Revlin, R.; Leirer, V.O.; Yopp, H. & Yopp, R. (1980). The belief-bias effect in formal reasoning: The influence of knowledge on logic. *Memory and Cognition* 8, pp.584-592.
- Revlis, R. (1975). Two models of syllogistic reasoning: Feature selection and conversion, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior* 14, pp.180-195.