

구체적 조작물을 이용한 도형 프로그램이 아동의 문제 해결력, 수학적 자기효능감, 수학불안에 미치는 효과를 알아보기 위한 분석적 연구¹⁾

김 영 남 (숙명여자대학교 대학원)

The goal of this study is to find out how the concrete-object-manipulation education program can improve the children's mathematical ability by way of action research experimentation.

The main problems to resolve in this study are as follows:

First, how much effect can the participation to figure-education program make on the ability in solving figure problem?

Second, how much effect can the participation to figure-education program make on the mathematical self-efficacy?

Third, how much effect can the participation to figure-education program make on decreasing the fear of mathematics?

Fourth, are there any relationships among the children's problem solving ability, mathematical self-efficacy and the fear of mathematics?

The objectives of this study were the 3rd, 4th and 5th graders of elementary school(located in AnYang, KyoungGi province) and the subjects were all 519.

To verify the result of this study, we used several tests such as problem-solving test, mathematical self-efficacy test and the test of fear of mathematics. And the author administered above three tests before and after the figure-education program, to measure how much the program make effect on the improvement of problem-solving ability to identify the changes before-after experimentation.

To analyze the result in statistically and to verify the differences, we use t-test, ANCOVA, Paired t-test and correlation test.

The summation of the results of this study are as follows :

First, after participating figure-education program, the experimental group got significantly higher points at geometry test than comparison group in every 3rd, 4th and 5th graders.

Second, after participating figure-education program, the experimental group got significantly higher point at mathematical self-efficacy test than comparison group in every 3rd, 4th and 5th graders.

Third, after participating figure-education program, the experiment group showed significantly less fear of mathematics than comparison group in every 3rd, 4th and 5th graders.

Based on the result and the statistical verification, we can conclude that figure-education program can improve the mathematical self-efficacy, lessen the fear of mathematics and improve the problem-solving ability at figures, thus it can help children develop concept about figures efficiently.

1) 숙명여자대학교 아동복지학과 아동심리 김영남 박사학위 청구논문(2002. 2)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학은 수학적 발견의 근원인 직관으로부터 시작하여, 시행착오와 반성, 분석, 종합하는 인간활동을 통해서 정리되는 과정의 결과라고 볼 수 있다. 그렇지만, 오늘날 수학교육의 현상을 살펴보면, 대다수의 아동들은 그 배경이나 원리는 충분히 이해하지 못한 채 문제풀이에만 집중하여 수학을 어렵고 재미없는 과목으로 인식하고 있는 것이 현실이며, 특히 수학의 영역 가운데 수나 연산에 비하여 초등학교 수업에서 소홀히 다루어지며, 아동들이 학습저항을 많이 느끼는 영역이 도형이다.

도형은 기하학의 기초 개념을 소개하는 영역이므로 아동의 도형 개념과 공간 개념을 육성시켜 주며, 직관력과 논리적 사고력을 향상시키고, 발전적·창조적인 사고를 길러주는 영역이다. 그러나 우리가 생활하면서 항상 접하게 되는 하늘, 땅, 도로, 집, 건물, 가구 등 모든 공간과 사물이 도형과 밀접하게 연결되어 있음에도 불구하고, 아동들은 이를 어려워 할 뿐 아니라, 도형의 지식을 실제 생활에 잘 적용시키지 못하고 있다.

수학교육이 사람들의 생활에 필요한 수학적 기술을 습득시키고, 창조적 사고력을 신장시키며, 보다 나은 생활을 건설할 수 있도록 하므로, 첨단과학기술의 장래를 주도해 나아갈 고급인력육성의 필요성이 급격히 증대하고 있는 오늘날, 미래에 적극적으로 대처하기 위하여 아동에 대한 보다 효과적인 수학교육의 중요성은 더욱 절실하다고 하겠다. 특히 미국 노동 통계국은, 2000년대에는 직업의 80% 이상이 수학과 과학에 숙련된 자를 필요로 한다고 보고하고 있으며(Sprung, 1996), 그 중 특히 지각 능력과 기하학적인 능력은 컴퓨터 그래픽, 시뮬레이션 등을 활용하는 많은 직업 분야에서 필요로 하는 능력인 것이다(이경우, 홍혜경, 신은수, 진명희, 1997).

수학교육의 대표적인 전문단체이면서 수학개혁운동을 주도하고 있는 NCTM(National Council of Teachers of Mathematics)(1989)은 「수학의 교육과정과 평가기준」에서, '기하학은 아동의 세계에 연결되어 있으며, 본질적으로 흥미 있는 것이며, 공간적 감각을 증진시킨다. 또한 기하학은 수학적 개념을 발전시키는 하나의 수단이며, 동시에 수학적 문제를 풀기 위한 풍부한 자료이다'라고 하며 기하의 내용이 수학에서 주된 역할을 담당해야 하는 이유를 들고 있으며, 1980년 ICMI(International Counseling of Mathematics Education) 보고서에서는 수학 교육 목표의 하나로써 공간 지각력이 개발되어야 한다고 지적하고 있다.

공간적 감각을 증진시킬 수 있는 기하 학습의 영역에서는 그 내용을 풍부하게 하고, 학습 효과를 극대화하기 위해서 여러 가지 다양한 자료의 활용이 필요한데, 교수·학습 자료의 적절한 활용은 학생의 사고 활동을 배가시키고 흥미를 유발시킬 수 있다. 그 한 방법으로 구체적 조작물을 수학 수업에 이용할 수 있는데, 구체적 조작물이란 학생들이 만지고 움직이고 조작할 수 있는 물체로, 수학적 개념을 구체화한 것이다. 구체적 조작물을 이용한 활동을 통해 기본개념이나 원리를 발견적으로 학

습할 수 있으며, 조별 활동이 용이해지고, 토론과 대화의 매개물로 사용될 수도 있다.

아동의 공간적 사고에 대한 연구는 Piaget 아래 본격적으로 다루어지기 시작하였고, 그와 그 추종자들에 의해 공간에 대한 사고의 발달과정 및 특성을 밝히려는 노력들이 이어져 왔다. 또한 Vigotsky, Leont'ev 등도 공간적 사고란 현실의 일반화된 반성으로서 실제 세계의 명백한 사실이나 사건을 인식하게 하는 것으로 보고 교육 및 심리분야에서도 연구과제로 다루었다(Yakimanskaya, 1991).

NCTM(1989)에서는 수학 교육의 새로운 목표로, 수학의 가치를 이해하고, 자신의 능력에 대해 자신을 가지며, 수학적 문제 해결자가 되어 수학적으로 의사소통을 하고 추론하는 것을 제시하고 있다. 이러한 수학 교육 목표의 의도는 학생으로 하여금 문제해결을 위해 수학적 방법을 다양하게 사용하고, 탐구하고, 추측하고, 논리적으로 추론하는 개인의 능력으로서 수학적인 소양을 갖추게 하는 것이다. 그 방향은 반복적인 연습이나 훈련을 통하여 숙달시키는 소극적인 방법에서 탈피하여 학습자가 능동적인 구성적 과정을 통합함으로써 학습이 이루어진다는 구성주의적 방법을 지지하고 있다. 또한, 보통 수업에서는 교과서에 주어진 문제를 해결하는 데 그치는 경우가 많은데, 아동이 하나의 문제를 해결한 다음 이와 연관된 문제를 스스로 해결할 수 있도록 하는 활동이야말로 지금 학습하고 있는 아동이 성숙한 사회인이 되는 미래의 세계에서 여러 가지 복잡한 문제에 적면하게 될 때, 현실의 문제해결능력을 충분히 발휘하게 될 것으로 본다.

인간이 어떻게 행동하는가는 그들이 실제로 할 수 있는 것보다는 자신의 가능성에 대해 갖는 신념에 의해 더 잘 예측되어 왔다. 왜냐하면, 이런 신념들은 그들이 지난 지식과 기술을 가지고 해야 할 것에 대한 개인의 결정을 도와주기 때문이다. 애매하고 예측할 수 없으며, 어느 정도 긴장되는 요소들이 포함되어 있는 특수한 상황에서 개인이 얼마나 행동을 잘 조직하고 이행할 수 있는가에 대한 판단이 수학적 자기효능감인데, 사회학습이론가인 Bandura(1977)는 아동의 자아인지발달은 아동이 자신에게 주어진 과제를 얼마나 성공적으로 수행할 수 있는 능력을 가지고 있는가를 스스로 평가하는 수학적 자기효능감에 의해 결정된다고 하였다. 어떤 상황에 직면했을 때 사람은 자신이 그 상황에 대처할 수 있는 능력이 없다고 여길 때는 그 상황을 회피하지만, 자신이 그 상황에 대처할 수 있는 능력이 있다고 여길 때는 자신을 갖고 이에 직면한다(Bandura, 1977; Bandura, Adams, Hardy & Howells, 1980). 따라서 수학적 자기효능감은 현재 진행중인 행동에 영향을 미칠 뿐만 아니라 미래의 행동에도 영향을 미치는데, Bandura(1986)는 수학적 자기효능감이 행동의 선택, 노력의 정도, 지구력 및 성취도에 강한 영향을 미친다고 보았다. 또한 Schunk(1984)도 어려움에 직면했을 때 학습에 대해 높은 수학적 자기효능감을 지닌 아동들은 자신의 능력을 의심하는 아동들보다 더 분발하고, 더 오랫동안 학습을 지속하며, 수행의 수준이 높다고 하였다. 따라서, 수학적 자기효능감이 수학적인 문제해결력에도 상당한 영향을 미칠 것으로 예측해 볼 수 있다.

수학불안은 수량처리와 관계되는 사고 및 활동 장면에서 지각하게 되는 위험에 대한 정서적 반응을 의미하는 것으로 수학에 대해 아동들이 느끼는 염려, 긴장 또는 고민으로, Brash(1978)는 수학불안의 수준이 높을수록 수학에 대해 부정적인 태도를 갖는다고 보고하고, Cemen(1987)은 수학에 대한

자신감이 있으면 수학불안을 느끼지 않는다고 하였다.

따라서 본 연구에서는 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램을 문제해결력, 수학적 자기효능감과 수학불안과의 관계를 살펴봄으로써 아동의 수학 능력을 향상시키는 데 있어서의 구체적 조작물의 효과를 알아보고자 한다.

2. 연구문제

아동의 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램의 참여 여부가 문제해결력, 수학적 자기효능감, 수학 불안과 어떠한 관계가 있는지 알아보기 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1. 도형프로그램 참여 여부가 문제해결력에 어떠한 영향을 미치는가?
2. 도형프로그램 참여 여부가 수학적 자기효능감에 어떠한 영향을 미치는가?
3. 도형프로그램 참여 여부가 수학불안에 어떠한 영향을 미치는가?
4. 아동의 문제해결력, 수학적 자기효능감, 수학불안 간에는 어떠한 상관관계가 있는가?

3. 용어의 정의

본 연구에서 사용한 용어를 정의하면 다음과 같다.

(1) 구체적 조작

구체적 조작은 수학의 추상적 아이디어를 구체화 한 것으로써 학생들이 직접 다루어 보도록 하여 그 아이디어를 이해하고 실세계와 수학적 세계의 연결을 피하는 것으로 볼 수 있다. 본 연구에서 구체적 조작은 수·도형교육에 사용할 수 있는 모든 물건을 사용하는 것을 말한다.

(2) 문제해결력

문제해결력이란 수학 학습과 관련된 주어진 문제를 다양한 전략을 사용하여 해결할 수 있는 능력을 말한다. 본 연구에서는 수학학습 중 도형 부분의 해결에 관한 것으로 한다.

(3) 수학적 자기효능감

자기효능감이란 Bandura(1977)가 정의한 효능기대, 즉, 결과를 얻기 위해서 필요한 행동을 성공적으로 수행할 수 있다는 신념을 말한다. 본 연구에서는 구체적인 상황을 수학으로 제한함으로써 수학적 자기효능감의 영역을 수학적 자기효능감으로 제한한다.

(4) 수학불안

수학불안은 수량처리와 관계되는 사고 및 활동 장면에서 지각되는 위협에 대한 정서적 반응을 의

미한다. 그러나, 본 연구에서 수학불안이란 Fennema-Sherman이 말하는 ‘수학학습과 관련된 불안감, 두려움, 신경 및 신체적 증세의 정도’로 정의한다.

II. 도형프로그램 구성의 원리와 절차

1. 도형프로그램 구성의 원칙

- ① 종래의 도형교육의 문제점을 분석한 것을 토대로 도형교육의 목적에 부합하는 프로그램으로 한다.
- ② 교수방법은 Gagné의 위계학습프로그램의 교수모형을 토대로 만든다.
- ③ 학습의 흥미, 문제해결력, 창의성, 미적 감각 등을 높이기 위하여, 원리를 이해할 수 있는 작업(작도, 만들기)을 통해 직접 경험할 수 있도록 한다.
- ④ 우리 나라 6차 교육과정안을 토대로 구성한다.

2. 도형프로그램의 내용 및 구성

우리 나라 6차 교육개정안에서 수학과 내용 중 3학년, 4학년, 5학년 각 학년별로 지도해야 할 개념을 도형 영역을 중심으로 구성하였으며, 그 내용은 다음과 같다.

- 3학년 - 직선, 선분, 각, 삼각형, 사각형, 다각형
- 4학년 - 삼각형, 사각형
- 5학년 - 정육면체

3. 교수모형

본 연구에서 사용한 도형프로그램의 내용은 Gagné의 위계학습이론과 Bloom의 이론을 근거로 해서 구성하였다.

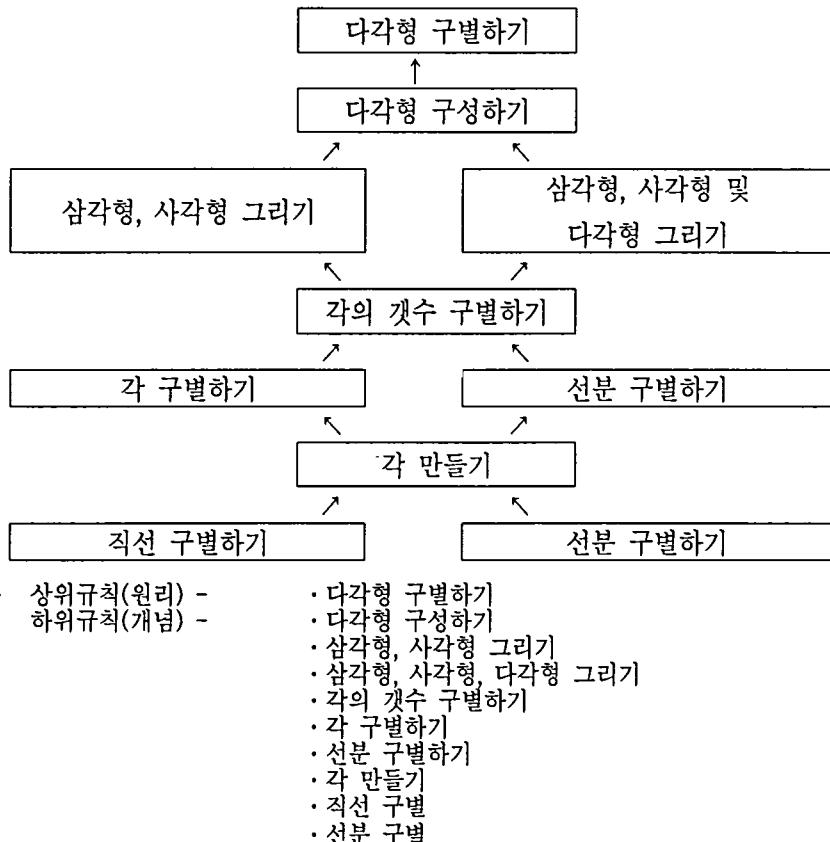
도형교육에 있어서 가장 중요한 것은 개념학습이다. 개념학습은 한 번에 성취되는 것이 아니라, 하나의 개념이 형성되어 점차 확고하고, 깊게 더 큰 인지구조를 통합하는 전 과정이다(김옹태의, 1984, 수학교육학 개론). 특히 아동의 개념발달은 위계적이고, 누가적인 과정을 거쳐서 이루어진다. 또한 아동의 개념발달은 구체적이거나 체계적으로 이루어지는 것이 아니기 때문에 하나의 개념을 학습하는데 기초가 되는 다른 개념들을 정확히 파악해야 한다. Gagné는 인간능력 또는 학습은 단순한 것에서 복잡한 것으로, 단편적인 것에서 일반적인 것으로, 저차원에서 고차원으로 나아가는 위계를 이루고 있으며, 한 단계의 학습 또는 능력은 다음 단계의 학습에 필수적인 선행조건이 되고 있다고 한다 (Gagné, 1977).

이와 같은 개념학습의 위계이론을 Bloom(1979)의 교육목적분류론에서도 강조하고 있고, 따라서 학습이 위계를 이루고 있다는 것은 문제해결을 위해서는 원리학습이 되어야 하고, 원리학습은 개념학습을 전제로 한다.

도형개념을 획득하기 위해선 Gagné의 위계학습이 적합하다고 생각되어 개념이론을 근거로 한 Gagné의 위계학습이론을 중심으로 프로그램을 구성하였다. 각 학년에 실시한 실험수업모형은 <표-1>, <표-2>, <표-3>과 같다.

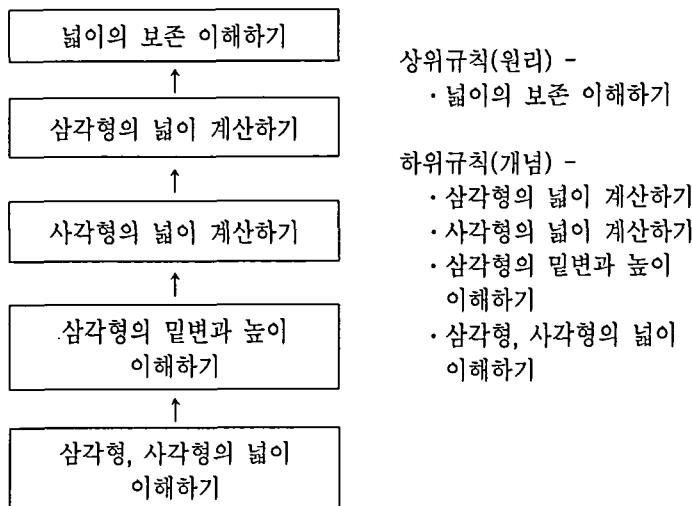
<표-1> 3학년 도형프로그램 모형

도형문제해결목표 : 다각형 구별하기



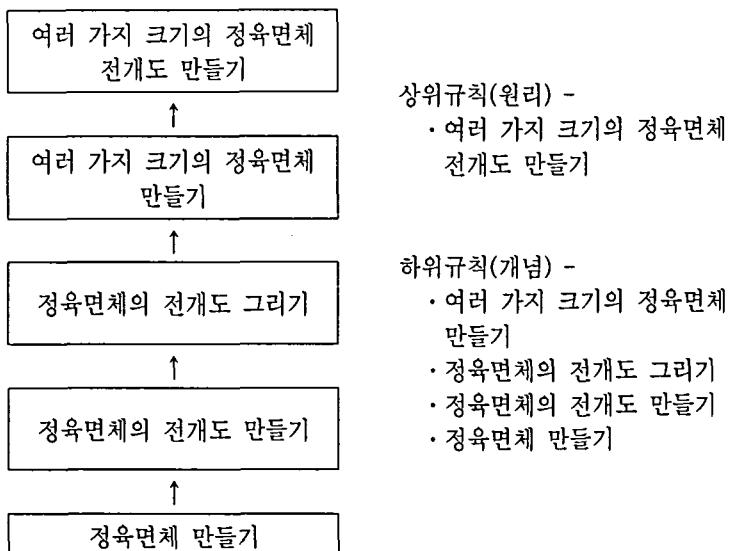
<표-2> 4학년 도형프로그램 모형

도형문제해결목표 : 넓이의 보존 이해하기



<표-3> 5학년 도형프로그램 모형

도형문제해결목표 : 여러 가지 크기의 정육면체 전개도 만들기



III. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구는 경기도 안양시에 위치한 B초등학교 3, 4, 5학년의 각 4학급씩 총 519명을 대상으로 실시하였으며, 자료가 누락되거나 실험에 끝까지 참여하지 못한 아동을 제외한 508명의 자료를 최종 분석에 사용하였다. 프로그램의 효과를 알아보기 위한 예비학습진단 결과, 각 학년의 학업성취수준은 학급별로 비슷한 수준의 평균과 표준편차를 보였으므로, 각 학년 2반은 비교집단, 2반을 실험집단으로 구성하였다.

2. 측정도구

본 연구에서 사용한 도구는 다음과 같다.

(1) 문제해결력 검사

문제해결력 검사는 본 연구자가 연구의 목적에 맞게 아동의 문제해결력을 측정하는 문항으로 구성하였다. 문항의 구성은 전문가 6인의 자문을 받아 검증한 후 구성하였다.

내용은 3학년 4개 영역에 7문항, 4학년 3개 영역에 8문항, 5학년 3개 영역에 9개 문항으로 구성되어 있다.

문제해결력 검사는 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램의 효과를 검증하기 위하여 실시하였다.

(2) 수학적 자기효능감 검사

이 연구에 사용한 수학적 자기효능감 검사는 Sherer와 Maddux(1982)의 수학적 자기효능감 척도를 참고로 정택희(1987)가 개발한 도구를 사용하였다. 검사내용은 활동 시작능력 기대 관련문항 2개, 활동 지속능력 기대 관련문항 3개, 활동 수행능력 기대 관련문항 14개, 협오경험 극복능력 기대 관련문항 7개 등 총 26문항으로 구성되어 있다. 각 문항은 리커트식 4단계 평정척도로 되어 있다.

반분신뢰도는 Sperman-Brown검사로 .87이고 수정계수는 $r=.93$ 으로 나타나서 매우 높은 신뢰도를 보였다.

수학적 자기효능감 검사는 도형프로그램에 참여할 실험집단과 비교집단의 사전검사와 사후검사시의 수학적 자기효능감 정도를 파악하기 위하여 실시하였다.

(3) 수학불안 검사

Fennema와 Sherman(1976)이 제작한 수학불안 척도(Mathematics Anxiety Scale: MAS)를 우리

나라 설정에 맞도록 신임철(1987)이 수정 변안한 것을 초등학생에게 맞도록 수정하여 사용하였다.

이 검사는 수학과 관련된 불안감, 두려움, 신경증세 및 신체증세를 측정하는 것으로, 12문항으로 구성되어 있다. 채점은 5점 리커트 척도법을 사용하였으며, 12문항 중 6개의 문항은 부정 방향으로 채점하도록 되어 있다.

반분신뢰도는 수정 전 $r=80$ 이고 Spearman-Brown검사에 의해서 수정후 $r=.88$ 로 나와서 상당히 만족스러운 신뢰도를 보였다.

수학불안검사는 도형프로그램에 참여하는 실험집단과 참여하지 않는 비교집단의 사전검사와 사후 검사시의 수학 불안 정도를 파악하기 위하여 실시하였다.

3. 실험설시 및 자료수집

본 연구는 실험연구로서 2001년 6월 15일부터 7월 15일까지 본 연구자와 3명의 보조교사가 함께 참여하여 수업시간 중 매주 2시간씩 실시하였다.

(1) 자료

아동의 개념발달은 직접적인 경험을 기초로 했을 때, 바람직하게 이루어지기 때문에 구체적인 자료의 제공이 바람직하다. 따라서 본 연구의 실험자료로는 직접 사용하고 조작 활용할 수 있는 자료, 예컨대, 가위, 풀, 색지, 직각삼각자, 마닐라지, 모양이 그려진 종이 등을 제공함으로써 손으로 직접 조작하는 경험을 하도록 하였다.

(2) 학급의 조직과 실험시간

각 학급별로 6명이 1조가 되어 진행하였다. 한 번에 한 시간씩 2주에 걸쳐 3시간 실험을 실시하였다. 실험시간은 3, 4, 5학년 모두 한 단계가 끝나면 다음 단계로 계속 진행하였다.

실험시간의 활용은 연구자와 보조교사 3명이 함께 참여하였다.

4. 실험수업안

본 연구를 위한 실험수업은 3, 4, 5학년별로 각각 다르게 작성하여 적용하였으며, 다음 <표-4>와 같다.

<표-4> 실험집단과 비교집단의 실험수업안

		2.5 시간 사전검사	3 시간 실험	1.5 시간 사후검사
3 학 년	실험 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	<ul style="list-style-type: none"> • 직선과 선분 구별하기 • 각 만들기 • 각과 선분 구별하기 • 각의 개수 구별하기 • 삼각형, 사각형 그리기 • 다각형 구성하기 • 다각형 구별하기 	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사
	비교 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	실험집단에 실시한 것과 같은 내용을 교사들의 기준 수업방식으로 진행	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사
4 학 년	실험 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	<ul style="list-style-type: none"> • 넓이 이해하기 • 삼각형의 밑변과 높이 이해하기 • 사각형의 넓이 계산하기 • 삼각형의 넓이 이해하기 • 삼각형 넓이의 보존 이해하기 	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사
	비교 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	실험집단에 실시한 것과 같은 내용을 교사들의 기준 수업방식으로 진행	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사
5 학 년	실험 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	<ul style="list-style-type: none"> • 정육면체 만들기 • 정육면체 전개도 만들기 • 여러 가지 크기의 정육 면체 만들기 • 전개도 그려보기 	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사
	비교 집단	예비조사 문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사	실험집단에 실시한 것과 같은 내용을 교사들의 기준 수업방식으로 진행	문제해결력검사 수학적 자기효능감검사 수학불안검사

* 실험의 자세한 내용은 부록 참조.

5. 자료분석

본 연구에서 수집된 자료는 SAS 통계프로그램을 이용하여 다음과 같이 분석하였다.

첫째, 문제해결력 사전검사에 대한 실험집단과 비교집단의 동질성을 검증하기 위해 각 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였다. 프로그램이 문제해결력의 향상에 효과가 있는지 알아보기 위해 문제해

결력 사후검사에 대한 집단간 t 검증 및 공변량분석을 실시하였다. 또한 프로그램의 실시후 집단내 문제해결력의 변화정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였다.

둘째, 수학적 자기효능감 사전검사에 대한 실험집단과 비교집단의 동질성을 검증하기 위해 각 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였다. 프로그램이 수학적 자기효능감 향상에 효과가 있는지 알아보기 위해 수학적 자기효능감 사후검사에 대한 집단간 t 검증을 학년별로 실시하였다. 또한 프로그램의 실시 후 집단내 수학적 자기효능감의 변화정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였다.

셋째, 수학불안 사전검사에 대한 실험집단과 비교집단의 동질성을 검증하기 위해 각 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였다. 프로그램이 수학불안 감소에 효과가 있는지 알아보기 위해 수학불안 사후검사에 대한 집단간 t 검증을 실시하였다. 또한 프로그램의 실시후 집단내 수학불안의 변화정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였다.

넷째, 3, 4, 5학년의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및 수학불안과의 변인별 상관관계를 알아보기 위해 상관분석을 실시하였다.

IV. 연구결과 및 해석

1. 문제해결력에 대한 프로그램의 효과

프로그램의 실시전 집단간 문제해결력 하위영역별 사전검사에 차이가 있는지 알아보기 위해 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였고 그 결과는 <표-5>에 제시한 바와 같다.

<표-5> 문제해결력 하위영역별 사전검사의
집단간 차이검증 (N= 508)

영역		집단		
		실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	선분	1.24(1.19)	.69(.66)	3.70***
	각도	2.39(1.71)	2.11(1.14)	1.25
	기본각형	2.48(1.83)	2.22(1.84)	.91
	응용	3.27(1.07)	3.31(1.16)	-.23
	총점	9.38(3.30)	8.33(3.28)	2.09*
4학년	밑변과 높이	3.53(2.01)	2.55(1.30)	3.82***
	넓이보존	5.53(3.02)	5.51(3.72)	.05
	넓이의 이해	5.40(4.24)	6.66(4.75)	-1.84
	총점	14.47(7.11)	14.72(7.75)	-.22
5학년	정육면체의 기초	3.28(1.80)	2.70(1.64)	2.14*
	정육면체의 이해	2.16(1.65)	2.44(2.01)	-.97
	정육면체의 응용	1.77(1.42)	1.99(1.49)	-.96
	총점	7.21(3.81)	7.13(4.13)	.13

***p<.001 *p<.05

<표-5>에 나타난 바와 같이 사전검사시 각 학년별 실험집단과 비교집단의 문제해결력은 3학년의 경우 선분영역과 총점에 차이가 있는 것으로 나타났고, 4학년은 삼각형개념영역에서, 5학년은 전개도 상 영역의 문제해결력의 사전검사에서 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다.

프로그램의 실시후 프로그램의 효과로 문제해결력 사후검사의 집단간 평균차이가 있는지 알아보기 위해

첫째, 사전검사에서 유의한 차이를 보이지 않는 영역에서 문제해결력 사후검사에 대한 집단간 차이검증을 실시하였다.

둘째, 사전검사에서 차이를 보이는 문제해결력 영역에 대한 공변량 분석을 실시하여 집단간 차이가 있는지 알아보았다.

<표-6>은 문제해결력 사후검사에 대한 평균과 표준편차를 산출한 다음 사전검사시 유의한 차이를 보이지 않은 영역에서의 집단간 차이 검증 결과를 제시한 것이다.

<표-6> 문제해결력 하위영역별 사후검사의
집단별 차이검증 (N=508)

집단 영역		실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	각도	6.09(1.93)	2.34(1.06)	15.62***
	기본각형	5.29(2.30)	2.40(1.67)	9.38***
	응용	7.15(2.36)	3.47(1.35)	12.39***
	선분	3.17(1.55)	.63(.68)	.
총점		21.70(5.12)	8.84(2.78)	.
4학년	밀변과 높이	5.60(1.76)	2.71(1.40)	.
	넓이보존	8.35(3.42)	5.81(4.24)	4.32***
	넓이의 이해	10.20(5.17)	7.36(5.60)	3.47***
총점		24.16(7.65)	15.88(9.06)	6.50***
5학년	정육면체의 기초	4.34(1.16)	2.66(1.54)	.
	정육면체의 이해	5.74(2.42)	3.09(2.59)	6.74***
	정육면체의 응용	2.76(1.25)	1.79(1.31)	4.81***
총점		12.84(3.72)	7.54(4.04)	8.70***

***p<.001

<표-6>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 사전검사시 차이가 나타나지 않았던 문제해결력의 각 하위영역별로 사후검사 평균의 집단간 차이검증을 실시한 결과 3, 4, 5학년 모두 통계적으로 유의

한 차이가 나타났다. 즉, 프로그램 실시후 3, 4, 5학년 실험집단의 문제해결력은 비교집단의 문제해결력에 비해 월등히 높게 나타났다. 따라서 프로그램이 아동의 문제해결력을 높이는 데 긍정적 효과가 있음을 알 수 있다.

다음은 사전검사시 유의한 차를 보인 문제해결력 하위영역에서의 사후검사에 대한 공변량 분석을 실시하였고 그 결과는 학년별로 <표-7>, <표-8>, <표-9>에 제시한 바와 같다.

<표-7> 3학년의 문제해결력 선분영역과 총점의
사후검사 점수에 대한 공변량분석 결과 (N=173)

변량원	SS	DF	MS	F
선분	집단(주효과)	232.63	1	232.63 174.28***
	사전검사(공변인)	7.98	1	7.98 5.99**
	오차	226.92	169	226.92
	전체	514.14	172	514.14
총점	집단(주효과)	6220.42	1	6220.42 528.74***
	사전검사(공변인)	819.91	1	819.91 69.69***
	오차	1999.99	170	11.76
	전체	9953.17	172	

***p<.001 **p<.01

<표-7>에 나타난 바와 같이 3학년의 문제해결력 선분영역($F=174.28$, $p<.001$)과 총점($F=528.74$, $p<.001$)에 있어 사전검사의 효과를 제거하고서도 사후검사 점수는 집단에 따라 다른 것으로 나타났다. 즉, 프로그램 실시후 3학년 아동 실험집단의 문제해결력 선분영역과 전체 총점이 비교집단보다 높게 나타났고 이는 프로그램이 3학년 아동의 문제해결력의 모든 하위영역에서 긍정적 효과가 있음을 알 수 있다.

<표-8> 4학년의 문제해결력 밑변과 높이영역의
사후검사 점수에 대한 공변량분석 결과 (N=173)

변량원	SS	DF	MS	F
밑변과 높이	집단(주효과)	196.44	1	196.44 169.47***
	사전검사(공변인)	235.67	1	235.67 203.31***
	오차	197.06	170	1.16
	전체	795.45	172	

***p<.001

<표-8>에 나타난 바와 같이 4학년의 문제해결력 밑변과 높이 영역에 있어 사전검사의 효과를 제거하고서도 사후검사 점수는 집단에 따라 다른 것으로 나타났다($F=169.47$, $p<.001$). 즉, 프로그램 실

시후 4학년 아동 실험집단의 문제해결력의 하위영역인 밀변과 높이에 대한 이해도가 비교집단에 비해 높게 나타났고 이는 프로그램이 아동의 문제해결력의 모든 하위영역에서 긍정적 효과가 있음을 알 수 있다.

**<표-9> 5학년의 문제해결력 정육면체의 기초 영역
사후검사 점수에 대한 공변량분석 결과 (N=162)**

변량원	SS	DF	MS	F
정육면체의 집단(주효과)	74.01	1	74.01	72.33***
기초 사전검사(공변인)	133.64	1	133.64	130.62***
오차	162.68	159	1.02	
전체	410.48	161		

***p<.001

<표-9>에 나타난 바와 같이 5학년의 문제해결력 정육면체의 기초 영역에 있어 사전검사의 효과를 제거하고서도 사후검사 점수는 집단에 따라 다른 것으로 나타났다($F=74.01$, $p<.001$). 즉, 프로그램 실시후 5학년 아동 실험집단의 문제해결력의 하위영역인 정육면체의 기초 개념에 대한 이해도가 비교집단에 비해 높게 나타났고 이는 프로그램이 아동의 문제해결력 모든 하위영역에서 긍정적 효과가 있음을 알 수 있다.

프로그램 실시후 각 집단에서의 학년간 문제해결력의 사전-사후검사의 변화 정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였고 그 결과는 <표-10>에 제시한 바와 같다.

**<표-10> 문제해결력의 집단 내 학년간 변화에 대한
짜지은 t 검증(Paired t-test) (N=508)**

	사전검사 M(SD)	사후검사 M(SD)	집단내변화 t(사전-사후)
3학년	9.38(3.30)	21.70(5.12)	-23.08***
	8.33(3.28)	8.84(2.78)	-2.57*
4학년	14.47(7.11)	24.16(7.65)	-17.64***
	14.72(7.75)	15.88(9.06)	-2.52*
5학년	7.21(3.81)	12.84(3.72)	-13.09***
	7.13(4.13)	7.53(4.04)	-1.77

***p<.001 *p<.05

<표-10>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 실험집단의 문제해결력 수준은 3, 4, 5학년 모두에서 프로그램 실시 전보다 유의하게 높아졌다($p<.001$). 비교집단은 3, 4학년에서 유의한 변화를 보였고($p<.05$), 5학년의 문제해결력에는 변화가 없었다. 그러나 실험집단의 문제해결력 변화의 정도가 비

교집단에 비해 훨씬 더 유의하게 나타나 따라서 도형프로그램이 아동의 문제해결력을 증진시키는 데 효과가 있음을 알 수 있다.

2. 수학적 자기효능감에 대한 프로그램의 효과

프로그램의 실시전 집단간 수학적 자기효능감 사전검사에 차이가 있는지 알아보기 위해 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였고 그 결과는

<표-11>에 제시한 바와 같다.

<표-11> 수학적 자기효능감의 집단간 사전검사 차이 검증
(N=508)

	실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	74.08 (12.18)	71.85 (11.57)	1.24
4학년	74.02 (12.77)	74.71 (11.76)	-.37
5학년	72.26 (9.16)	73.84 (11.51)	-.97

<표-11>에 나타난 바와 같이 사전검사시 각 학년별 실험집단과 비교집단의 수학적 자기효능감에는 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다. 따라서 수학적 자기효능감에 대해 집단간에 무선할당 되었음을 알 수 있다.

프로그램의 실시후 수학적 자기효능감 사후검사에 차이가 있는지 알아보기 위해 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였고 그 결과는 <표-12>에 제시한 바와 같다.

<표-12> 수학적 자기효능감의 집단간 사후검사 차이검증 (N=508)

	실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	77.41(15.24)	72.68(13.13)	2.19*
4학년	76.39(13.78)	74.72(11.62)	.85
5학년	74.56(11.13)	74.44(11.64)	.07

*p<.05

<표-12>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 실험집단과 비교집단의 수학적 자기효능감수준은 3학년의 경우 통계적으로 유의한 차이($t= 2.19$, $p<.05$)를 보였으나 4, 5학년은 유의한 차이를 보이지 않았다. 즉, 프로그램 실시후 3학년 실험집단의 수학적 자기효능감 평균은 77.41로 비교집단의 수학적 자기효능감 평균 72.68보다 유의하게 높았다.

프로그램 실시후 각 집단내에서 수학적 자기효능감의 사전-사후검사의 변화 정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였고 그 결과는 <표-13>에 제시한 바와 같다.

**<표-13> 수학적 자기효능감검사의 집단의 학년간 변화
짝지은 t 검증(Paired t-test) (N=508)**

	사전검사 M(SD)	사후검사 M(SD)	집단내변화 t(사전-사후)
3학년	74.08(12.18)	77.41(15.24)	-2.58**
	71.85(11.57)	72.68(13.13)	-.95
4학년	74.02(12.77)	76.39(13.78)	-2.56*
	74.71(11.76)	74.72(11.62)	-.01
5학년	72.26(9.16)	74.56(11.13)	-2.92**
	73.84(11.51)	74.44(11.64)	-.50

**p<.01 *p<.05

<표-13>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 실험집단의 수학적 자기효능감 수준은 3, 4, 5학년 모두에서 유의하게 높아졌으나 비교집단은 유의한 변화를 보이지 않았다. 따라서 도형프로그램은 아동의 수학적 자기효능감을 높여주는 데 효과가 있음을 알 수 있다.

3. 수학불안에 대한 프로그램의 효과

프로그램의 실시전 집단간 수학불안 사전검사에 차이가 있는지 알아보기 위해 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였고 그 결과는 <표-14>에 제시한 바와 같다.

<표-14> 수학불안 사전검사의 집단간 차이검증 (N=508)

	실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	41.39 (9.04)	40.05 (7.91)	1.03
4학년	42.15 (8.99)	41.22 (7.48)	.73
5학년	39.35 (6.93)	40.29 (8.71)	-.75

<표-14>에 나타난 바와 같이 사전검사시 각 학년별 실험집단과 비교집단의 수학불안에는 차이가 없는 것으로 나타났다. 따라서 수학불안에 대해 집단간 무선할당 되었음을 알 수 있다.

프로그램의 실시후 수학불안 사후검사에 차이가 있는지 알아보기 위해 학년별로 집단간 t 검증을 실시하였고 그 결과는 <표-15>에 제시한 바와 같다.

<표-15> 수학불안 사후검사의 집단간 차이검증 (N=508)

	실험집단 M(SD)	비교집단 M(SD)	t
3학년	39.16(9.81)	40.78(8.97)	-1.13
4학년	40.27(11.15)	41.73(8.81)	-.95
5학년	37.36(8.52)	40.16(9.36)	-1.99*

*p<.05

<표-15>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 실험집단과 비교집단의 수학불안수준은 5학년의 경우 통계적으로 유의한 차이($t = -1.99$, $p < .05$)를 보였으나 3, 4학년은 유의한 차이를 보이지 않았다. 즉, 프로그램 실시후 5학년 실험집단의 수학불안 평균은 37.36으로 비교집단의 수학불안 평균 40.16 보다 유의하게 낮았다.

프로그램 실시후 각 집단내에서 수학불안의 사전-사후검사의 변화 정도를 알아보기 위해 짹지은 t 검증(Paired t-test)을 실시하였고 그 결과는 <표-16>에 제시한 바와 같다.

<표-16> 수학불안검사의 집단내 변화
짜지은 t 검증(Paired t-test) (N=508)

	사전검사 M(SD)	사후검사 M(SD)	집단내변화 t(사전-사후)
3학년	실험집단 41.39(9.04)	39.16(9.81)	2.43*
	비교집단 40.05(7.91)	40.78(8.97)	-.81
4학년	실험집단 42.15(8.99)	40.27(11.15)	2.18*
	비교집단 41.22(7.48)	41.73(8.81)	-.75
5학년	실험집단 39.35(6.93)	37.36(8.52)	3.04**
	비교집단 40.29(8.71)	40.16(9.36)	.20

** $p < .01$ * $p < .05$

<표-16>에 나타난 바와 같이 프로그램 실시후 실험집단의 수학불안 수준은 3, 4, 5학년 모두에서 유의하게 낮아졌으나 비교집단은 유의한 변화를 보이지 않았다. 따라서 도형프로그램은 아동의 수학불안을 감소시키는 데 효과가 있음을 알 수 있다.

4. 문제해결력, 수학적 자기효능감, 수학불안의 변인별 상관관계

본 연구에서는 아동의 도형을 이용한 수학 프로그램 실시전 사전검사를 실시하여 문제해결력, 수학적 자기효능감 및 수학불안과의 상관관계를 학년별로 살펴보았고, 그 결과는 <표-17>에 제시한 바와 같다.

<표-17> 3학년의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및
수학불안의 변인별 상관관계 (N=173)

	1	2	3
1	—		
2	.21**	—	
3	-.08	-.52***	—
M	8.83	72.91	40.69
SD	3.32	11.88	8.47
	1. 문제해결력	2. 수학적 자기효능감	3. 수학불안

*** $p < .001$ ** $p < .01$

<표-17>에 나타난 바와 같이 3학년 아동의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및 수학불안의 변인별 상관관계는, 문제해결력과 수학적 자기효능감의 변인간 정적인 상관관계를 보였고, 수학불안과는 상관관계를 보였으나 거의 무상관관계에 가까워서 문제해결력과 수학불안과는 관계가 없는 것으로 나타났다. 즉, 3학년 아동은 문제해결력이 높을수록 수학적 자기효능감은 높게 나타났고, 수학불안은 낮게 나타났다. 수학불안과 수학적 자기효능감 간에는 비교적 높은 부적인 상관을 보여서 수학적 자기효능감이 높을수록 수학불안감은 낮을 가능성이 높다는 것을 의미한다.

<표-18> 4학년의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및
수학불안의 변인별 상관관계 (N=173)

	1	2	3
1	—		
2	.38***	—	
3	-.25***	-.64***	—
M	14.59	74.36	41.69
SD	7.41	12.25	8.27
	1. 문제해결력	2. 수학적 자기효능감	3. 수학불안

***p<.001

<표-18>에 나타난 바와 같이 4학년 아동의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및 수학불안의 변인별 상관관계는 문제해결력과 수학적 자기효능감의 변인간 정적인 상관관계를 보였으나, 수학불안과는 부적인 상관관계를 보였다. 즉 4학년 아동은 문제해결력이 높을수록 수학적 자기효능감이 높게 나타났고, 수학불안 수준은 낮게 나타났다.

<표-19> 5학년의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및
수학불안의 변인별 상관관계 (N=173)

	1	2	3
1	—		
2	.32***	—	
3	-.31***	-.71***	—
M	7.17	73.04	39.81
SD	3.96	10.38	7.85
	1. 문제해결력	2. 수학적 자기효능감	3. 수학불안

***p<.001

<표-19>에 나타난 바와 같이 5학년 아동의 문제해결력, 수학적 자기효능감 및 수학불안의 변인별

상관관계는 문제해결력과 수학적 자기효능감의 변인간 정적인 상관관계를 보였으나, 수학불안과는 부적인 상관관계를 보였다. 즉 5학년 아동은 문제해결력이 높을수록 수학적 자기효능감이 높게 나타났고, 수학불안 수준은 낮게 나타났다.

V. 논의 및 결론

1. 논의

본 연구는 「구체적 조작물을 이용한 도형프로그램」이 아동의 도형 문제해결력 향상에 어떠한 영향을 미치는지를 알아보기 위하여, 아동의 도형프로그램 참여여부와 문제해결력, 수학적 자기효능감, 수학불안과의 관계를 살펴보았다. 결과를 바탕으로 다음 몇 가지 논의를 하고자 한다.

첫째, 「문제해결력에 대한 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램」의 효과를 검증한 결과, 도형프로그램에 참여한 실험집단의 경우 문제해결력이 크게 향상되었다. 이러한 결과는 도형 개념 학습에 있어서 구체적 조작물의 효과를 입증하는 것이라 할 수 있다. 이는 Piaget(1967)가 아동의 능동적인 조작의 구성을 동반하였을 때 아동의 도형 개념에 대한 학습이 높아진다고 주장한 점을 고려할 때, 능동적 조작을 요구하는 구체적 조작물이 문제해결력에 효과가 있음을 나타낸 것이라 할 수 있다. 또한 Piaget(1967)는 아동의 도형 개념 학습에 있어서 교사가 아동에게 적절한 문제를 구성하여 아동이 문제의식을 갖고 연구하도록 이끌도록 해야 한다고 하였다. 따라서, 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램은 아동이 조작물을 통하여 연구할 수 있는 기회를 제공함에 따라 결과적으로 아동의 문제해결력의 향상을 가져온 것이라 생각된다.

둘째, 수학적 자기효능감에 대한 「구체적 조작물을 이용한 도형프로그램의 효과」를 검증한 결과, 실험집단의 수학적 자기효능감이 향상되는 결과를 나타냈다. 이러한 결과는 구체적 조작물을 이용하여 실제의 도형들을 조작하고 연구하는 동안 아동이 스스로의 수학 성취에 대한 성공적인 수행을 확신하는 정도가 높다는 것을 의미한다. 이러한 수학적 자기효능감은 문제를 해결할 수 있는 의지를 강하게 함에 따라 결과적으로 수학적 문제해결력을 향상시킬 수 있으며, 따라서 수학 학습 성취에도 영향을 미친다(Collins, 1982 : Hackett, 1985; Randhawa, Beamer & Lundberg, 1993)고 보고하고 있다. 그러므로, 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램은 아동의 수학적 자기효능감을 높임으로써 결과적으로 수학 학습 성취에도 영향을 미칠 것으로 예측된다.

셋째, 수학불안에 대한 「구체적 조작물을 이용한 도형프로그램의 효과」를 검증한 결과, 프로그램에 참여한 실험집단의 경우에 수학불안이 감소하는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 초등학교 고학년이 수학에 대한 태도 발달에 특히 중요하다(Aiken, 1976)는 점을 고려할 때, 본 연구의 대상이 초등학교 3학년에서 5학년이라는 점에서 이 시기에 구체적 조작물을 이용한 도형 개념 학습이 더욱 필요하다고 하겠다.

또한 수학불안에 대한 선행연구(Brush, 1978; Cemen, 1987; Meece et al., 1990)에서는 수학불안과 수학 성취도와 관계가 높다고 보고하였다. 이러한 선행연구의 결과와 비교하여 볼 때, 본 연구에서 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램이 수학불안을 감소시킨다는 점은 수학성취도를 높일 수 있음을 예측할 수 있다. 따라서, 아동의 수학불안 감소를 위한 구체적 조작물을 이용한 도형프로그램은 수학불안 감소뿐만 아니라 아동의 문제해결력도 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

Harper와 Smith는 일부 기하학 개념의 교육에서 놀이도구를 활용하는 것을 보여 주었고, 1967년 아테네에서 개최된 수학교육연구회에서 Pingry는 구체적인 자료를 경험하는 것이 얼마나 수학학습을 향상시켜주는가의 문제를 제기하면서, 기하학 영역을 부분적으로 살펴봄으로써 수학학습 영역의 모든 통찰이 이루어질 수 있을 것이고, 수학학습에서 그런 과정이 이루어진다면 문제를 더 잘 해결하게 될 것이라고 했다. Dewey는 구체물의 활용이 근본적인 이해를 확실하게 하는 것을 포함하는 수 많은 활동을 대처할 수 있는 훌륭한 방법이 된다고 했다. 정종윤(1989)은 우리나라 도형교육에 대하여 언급하면서, 도형의 개념을 활용한 작도와 구성에 대한 과제가 소홀히 취급되므로 이에 대한 보완이 필요하며, 개념학습에 필요한 자료를 적극적으로 개발하여야 하고, 기초적인 개념, 원리, 성질을 적용, 응용할 수 있는 문제의 개발 보급이 필요하다는 제안을 했다. Bruner는 기하학을 공부할 최적의 시간은 '요람에서 무덤까지'라고 했다. 이와 같이 심리적, 교육적, 수학적으로 고찰해 볼 때 도형 교육의 중요함을 알 수 있다.

2. 결 론

이상에서 밝힌 바와 같이, 「구체적 조작물을 이용한 도형프로그램」은 수학적 자기효능감을 높이고, 수학불안을 감소시키며 문제해결력을 향상시킴에 따라 아동의 도형 개념 형성에 효과적임을 알 수 있다. 따라서 도형 개념 학습을 위한 구체적 조작물의 사용이 교육 현장의 교수법으로 적극 권장 됨이 바람직하다고 하겠다.

본 연구에 나타난 바와 같이 도형교육은 구체적 조작물은 이용한 효과가 상당히 크다는 것이 검증되었다. 도형은 간단히 수학시간에 문제풀이식 해결에만 영향을 미치는 것이 아니며, 우리가 생활하면서 접하게 되는 모든 사물, 영역과 밀접한 관련이 있다. 도형은 수학, 물리, 미술, 음악 등 거의 모든 과목과 밀접한 관계를 갖고 있으므로 도형교육의 성공여부가 아동을 창의적인 인간으로 육성하는 데 중요한 바탕이 될 수 있다. 본 연구자의 경험 등에 비추어 볼 때 딱딱하고 권위적이며, 일방적인 교사의 종래 수업방식에서 아동의 적극적인 참여와 흥미가 유발되는 수업으로의 전환이 시급하다고 생각된다. 이를 위해 도형의 개념, 원리, 성질을 적용, 응용할 수 있는 프로그램 개발이 절실히 요구되며 본 연구 프로그램이 기초가 되어 공간개념을 발달시킬 수 있는 프로그램개발연구가 계속되기를 바란다.

참 고 문 헌

- 강시중 (1986). 수학교육에서 직관과 논리의 역할, 원광대학교 석사학위논문.
- 강옥기 · 박영아 · 강문봉 (1989). 수학과 문제해결력 신장을 위한 교수-학습자료 개발연구. 연구보고 89, 11 서울: 한국교육개발원.
- 고동욱 · 오병승 · 유병립 (1997). 산수과 교육의 이론과 실제, 동명사.
- 고문섭 (1999). 초등학생들의 공간개념, 한국교원대학교 과학교육과 초등과학교육전공 석사학위논문.
- 김순택 (1977). 수업모형, 배영사.
- 김웅태 외 (1993). 수학교육학개론, 서울대학교 출판부, pp.170-183.
- 김종석 · 김언주 · 백숙현 (1992). 교수·학습의 이론과 실제, 성원사.
- 김학수 (1996). 현대교수학습론, 교육과학사.
- 김효정 (1995). 구체적 조작물을 이용한 활동지향적 수학수업에 관한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 동아출판사 백과사전부 (1983). 「동아 세계 대백과 사전 12」, (동아출판사), p.405.
- 백석윤 (1994). 초등수학의 비정형적 교수방법 : 종이접기를 통한 초등기하교육. 전주교육대학교 초등교육연구 4, pp.105-117.
- 신현성 (1986). 수학적 문제해결의 연구 동향 및 실제, 수학교육논총 4, pp.39-61.
- 안영옥 (1994). 국민학교 아동의 도형에 대한 오개념 분석, 한국교원대 석사학위논문.
- 이경우 외 (1997). 유아수학교육의 이론과 실제, 서울: 창지사.
- 이동일 (2000. 6). Dewey의 수학교육론에 대한 분석, 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 정은주 (1997). 협력학습의 짹 접검 모형이 수학불안 및 수학 학업성취에 미치는 효과, 이화여자대학교 석사학위논문.
- 정종윤 (1989). 도형개념형성의 지도에 관한 연구, 한양대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 허혜자 (1996). 수학불안 요인에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문.
- Aiken, L.R., Jr. (1976). Update an Attitudes and other affective variables in Learning mathematics. *Review of Educational Research* 46, pp.293-311.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy : Toward a unifying theory of behavior change, *Psychological Review* 84, pp.191-215.
- Bandura, A. (1986). *Social foundation of thought and action : A social cognitive theory*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.
- Bloom B.S. (1979). *Taxonomy of Educational Objectives*, Chicago University Press.
- Bloom B.S. (1987). *Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing*, : A Revision of Bloom's *Taxonomy of Educational Objectives*, New York: Academic Press.
- Bruner, J.S. (1968). 田浦武雄, 水越敏行 共譯. 教授理論の建設, 東京 : 黎明書房, p.65.

- Bruner, J.S. (1966). *The process of Education*, New York : Vintage Books, p.7.
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*, Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press, pp.40-41.
- Bruner, J.S. (1961). The act of discovery, *Harvard Educational Review* 31(1), pp.22-32.
- Collins, J.L. (1982). *Self-efficacy and ability in achievement behavior*, Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, New York.
- Gagné, E.D. (1977). *The condition of learning*, New York : Holt, Rinehart and Winston, 1977, pp.142-144.
- Gagné, E.D. (1977). *The cognitive psychology of school learning*, Boston: Little, Brown and Comp.
- Gillings, R.J. (1972). *Mathematics in the time of the pharaohs*, Cambridge(Mass.), London: MIT Press.
- Hackett, G. (1985). The role of mathematics self-efficacy in the choice of math-related major of college women and men : A path analysis. *Journal of Counseling Psychology* 32, pp.47-56.
- Meece, J.L.; Wigfield, A. & Eccles, J.S. (1990). Predictors of math anxiety and its influence on young adolescent's course enrollment and performance in mathematics, *Journal of Educational Psychology* 82, pp.60-70.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Reston Virginia: NCTM.
- Piaget. J. & Inhelder B. (1967). *The Child's Conception of Space*, New York : W. W. Norton & Company.
- Piaget. J. (1952). *The Child's conception of number*. London : Routledge & Kegan Paul.
- Piaget. J. (1953). How children learn mathematical concepts. *Scientific American* 189, pp.74-79.
- Piaget. J. (1964). How children learn mathematical concept. *Readings in Child Behavior and Development* New York : Harcourt. Brace & World. Inc. pp.319-332.
- Piaget. J. (1967). *Genetic epistemology*. New York : Columbia University Press.
- Pingry, Robert (1967). Summary of Discussion. *Journal of Research and Development in Education* I , pp.44-47.
- Randhawa, B.S.: Beamer, J.E. & Lundberg, I. (1993). Role of mathematics self-efficacy in the structural model of mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology* 85, pp.41-48.
- Schunk, D.H. (1984). Self-efficacy perspective on achievement behavior, *Educational Psychologist*, 19, pp.48-58.
- Smith, D.E. (1958). History of Mathematics, 2, New York: Dover.
- Sprung, B. (1996). Physics is fun, physics is important and physics belongs in the early childhood curriculum. *Young children* 51(5), pp.29-33.
- Yakimanskaya, I.S. (1991). *The development of spatial thinking in school children*, Reston, VA : NCTM.