

진동모드를 이용한 링 구조물의 결함 탐지

Fault Detections of Ring Structures using Vibration Modes

김 석 현* 장 호 식**
Kim, Seock-Hyun Jang, Ho-Sik

Abstract

A damage detection algorithm using vibration modes is applied to the ring structures and the modal behaviors of the slightly asymmetric rings are examined. Mode shape change, MSER(modal strain energy ratio) and MCR(modal curvature ratio) are investigated to identify the locations of faults or damages. The above fault detection parameters are calculated and compared by the finite element analysis on rings with designed local damages. Damages are modeled as a reduced stiffness in the analysis. The results show that MSER and MCR can be proper parameters to detect local damages in the ring structures.

키워드 : 결함탐지, 모드 변형률 에너지비, 모드 곡률비

Keywords : *Fault detection, Modal strain energy ratio, Modal curvature ratio*

1. 서론

구조물내의 결함이나 손상을 탐지하는 여러 방법중에서 진동모드변수를 이용하는 방법은 기존의 모드시험 장비와 모드추출 S/W를 활용할 수 있는 경제적인 이점 때문에 많은 관심을 모으면서 최근 이에 관한 이론 및 실험적 연구가 수행되고 있다. 현재까지의 연구에 의하면, 진동수나 감쇠치 또는 변위모드의 변화를 가지고는 탐지하기 어려운 정도의 작은 초기 결함이나 손상을 탐지하거나 안전성을 평가하는데, 곡률모드나 모드별 변형률 에너지의 변화를 이용하여 결함의 위치와 크기를 탐지하는 것이 가능하다고 보고되고 있다. Pandey등[1]은 직선 보 구조에서 곡률모드의 변화를 이용하

여 결함을 탐지할 수 있음을 보였으며, Wahab와 Roeck[2]는 이러한 곡률모드의 변화 정보를 교량 구조의 결함탐지에 응용한 바 있다. Luo와 Hanagud[3]는 구조물의 국부적 손상 부위를 찾는 데 있어, 곡률모드의 유용성을 이론적으로 입증하고, 국부적인 절삭부(saw cut)를 갖는 보 구조의 손상탐지 방법을 제시한 바 있다. 한편, Shi와 Law등[4]은 결함 유무에 따른 변형률에너지의 변화를 결함탐지의 척도로 사용하여 트러스 구조물의 결함 탐지에 적용하였다. Cornwell과 Doebling 등[5]은 변형률에너지 비를 결함 탐지 인자로 사용하여 모드의 정규화 방식에 무관하도록 무차원화시켜 평판 구조물에 적용한 바가 있다. 현재까지는 보나 트러스 및 평판과 같이 비교적 단순한 구조물에 적용시켜 이론을 검증하고 실험상의 문제점을 제시하는 단계이다.

본 연구에서는 이제까지 연구된 변형률에너지와 곡률 모드에 근거한 결함탐지 방법을 링 구조에 적용할 때 발생 가능한 문제점을 고찰해 보고, 탐

* 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 교수, 공학박사

** (주)세방인터내셔널 연구원

지 방법상의 문제점을 제시하여 추후 측정데이터의 처리에 적용하고자 한다. 이제까지의 연구에서는 결합이 없는 정상 구조물로부터 구한 초기치와 손상된 구조의 모드 특성치 사이의 차이를 결합탐지의 인자로 사용하고 있다. 그러나, 많은 경우, 초기의 정상적인 구조물의 모드데이터를 확보하기 어려우므로, 본 연구에서는 손상된 구조의 변형률 에너지와 곡률만을 가지고 결합을 탐지하는 방안을 검토해 보았다. 링 구조는 토목 건축에서 다양하게 사용되는 원통형 셸, 종, 자이로링등의 기본 구조로 널리 이용된다. 제작과정에서 불가피하게 미세한 비대칭성을 갖는 것이 보통이고, 결합의 존재도 미소 비대칭의 요인이 된다. 이 경우, 원주모드에서 미세한 주파수 차이를 갖고 위상이 상이한 모드쌍이 발생하며[6], 그 결과 종의 맥놀이와 같은 흥미로운 현상을 발생시키기도 한다[7]. 이러한 모드쌍은 이제까지 연구된 링 구조나 직선보 구조에서는 발생하지 않으므로, 링 구조상의 결합탐지 시 예상치 못한 문제가 발생되어 결합의 탐지를 어렵게 만들 수가 있다. 본 연구에서는 링 구조에 진동모드를 이용한 결합탐지 방법을 적용시킴과 동시에, 결합으로 인한 미소 비대칭성이 변위모드, 변형률 에너지의 분포 및 곡률모드에 미치는 효과가 규명한다.

2. 변형률에너지 및 곡률 관계

2.1 모드 변형률 에너지비(Modal Strain Energy Ratio)

Euler-Bernoulli 보에서, 변형률 에너지(strain energy)와 곡률(curvature)의 관계는 다음과 같다 [8].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (1)$$

여기서 E, I 는 각각 탄성계수와 단면 2차모멘트를, w 는 보의 횡 변위를 의미한다. 모드별 변형률 에너지는 다음과 같이 변위모드 ϕ_i 에 대하여 개별적으로 표시된다.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (2)$$

j 번째 요소내에서의 변형률에너지는 다음과 같다.

$$U_v = \frac{1}{2} \int_{a_j}^{a_{j+1}} (EI)_j \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (3)$$

본 연구에서는 국부적인 결합을 해당 요소의 탄성계수 E 값을 감소시켜 모델링하였다. 국부 결합을 갖는 링 구조의 변위모드와 모드별 변형률 에너지의 분포는 유한요소해석 프로그램(ANSYS 5.5)을 사용하여 계산하였다. 해석 결과나 측정 데이터를 처리할 때 유의할 점으로, 변형률 에너지는 변위모드 계산 과정에서의 정규화 방식에 따라 그 크기가 다르게 나온다. Shi등[5]은 손상된 경우의 에너지 값을 손상되지 않은 구조의 요소 별 변형률 에너지로 나누어 무차원화 시키는 것을 제안하였으나, 질점 부근에서는 손상 유무에 무관하게 매우 큰 값이 나오는 문제가 발생한다. Cornwell은 [4] 요소별 변형률 에너지를 구조물 전체의 총에너지로 나누어 무차원화 시킴으로써, 정규화 방식에 영향을 받지 않는 변형률 에너지 비(Modal Strain Energy Ratio)를 다음과 같이 제시한 바 있다.

$$MSER_v = \frac{U_v}{U_i} \text{ and } \sum_{j=1}^n MSER_v = 1 \quad (4.5)$$

2.2 모드 곡률비(Modal Curvature Ratio)

유한요소내에서 강성이 일정하다고 보고 평균곡률을 적용하면, 다음과 같이 변형률에너지와 모드 곡률 사이의 관계가 표시된다.

$$U_v = \frac{1}{2} (EI)_j \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (6)$$

따라서 요소별 평균 곡률은 다음과 같이 근사적으로 결정된다.

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)_j \approx \sqrt{\frac{2U_v}{a_j (EI)}} \quad (7)$$

곡률모드에서도 정규화방법에 무관하도록, 다음과 같이 요소별 곡률을 모드별 평균곡률로 나눈 후, 이를 모드 곡률비(Modal Curvature Ratio)로 정의하여 곡률 분포를 평가하는 척도로 사용한다.

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right) = \sum_j \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)_j \quad (8)$$

$$MCR_v = \frac{\left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)_j}{\left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial s^2} \right)} \quad (9)$$

전술한 모드별 에너지비와 곡률비는 결합의 위치 에 따라, 모드별로 큰 차이를 보이므로 특정 모드만

의 평가치로 결합의 위치 및 크기를 판단하는 것은 위험하다. 따라서, 다수 모드에 대한 변형률에너지비의 평균치인 AMSER(Averaged Modal Strain Energy Ratio)과, 모드 곡률비의 평균치 AMCR (Averaged Modal Curvature Ratio)을 다음과 같이 정의하여 사용한다.

$$AMSER_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N MSER_{ij} \quad (10)$$

$$AMCR_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N MCR_{ij} \quad (11)$$

여기서, N 은 평균화에 사용하는 모드의 수이다

3. 링구조물의 모드특성

3.1 진동모드

본 연구에 사용된 링모델의 제원과 물성치는 Table 1 및 Fig.1에 보인다.

Table 1 Specification of ring model.

Young's Modulus E	210GPa
Mass density ρ	7800kg/m ³
Outer radius R	1.112m
Width b	0.450m
Thickness h	0.170m

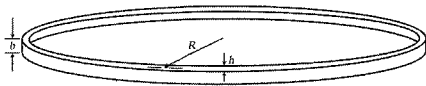


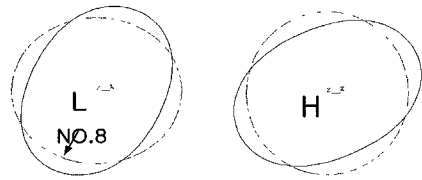
Fig. 1 Ring model.

자유상태의 완전 축대칭 링구조물은 다음과 같이 쌍으로 존재하는 원주모드를 갖는다[9].

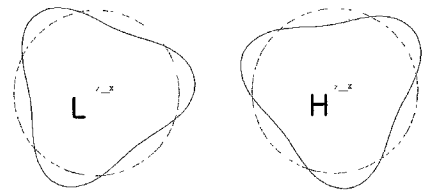
$$w(\theta) = W \sin n(\theta - \alpha) \quad \alpha = 0, \pi/2n \quad (12)$$

여기서, W 는 반경방향의 변위 진폭, θ 는 원주상 위치, α 는 모드쌍을 구분하는 위상이고, 이 모드는 원주상에서 $2n$ 개의 절점(node)을 갖는다. 미세 비대칭에 의하여, 모드쌍은 미세한 진동수의 차이를

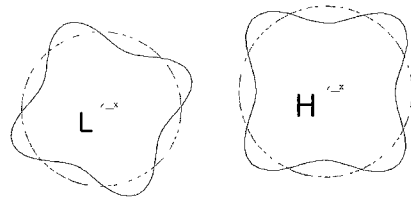
가지며, 원주상에서 $\pi/2n$ 의 위상차를 갖는다 Fig.2는 링모델의 유한요소해석(ANSYS5.5) 결과이다. 미세 비대칭성의 영향을 확인하기 위하여 8번 요소의 탄성계수 값을 0.1% 만큼 감소시켰다. 그 결과, 각 모드쌍은 8번 요소가 배(antinode)에 위치하는 L모드와 절점에 위치하는 H모드로 구성된다. 여기서, $n=1$ 모드는 변형이 없는 강제 모드이므로 검토에서 제외시켰다. $n=2$ 이후의 각 모드쌍에서 미세하게 낮은 진동수의 모드를 L모드, 높은 진동수의 모드를 H모드로 표기한다



a) n=2



b) n=3



c) n=4

Fig.2 Displacement modes by FEM.

3.2 모드별 변형률 에너지의 분포

유한요소해석을 통하여 얻은 모드별 변형률에너지의 분포를 Fig.3에 보인다. 검을수록 변형률에너지가 크다는 것을 의미한다. L모드는 배에서 변형률에너지의 최대치를, 절점 부근에서 영의 변형률 에너지를 보이고, H모드는 이와 반대의 분포를 보인다.

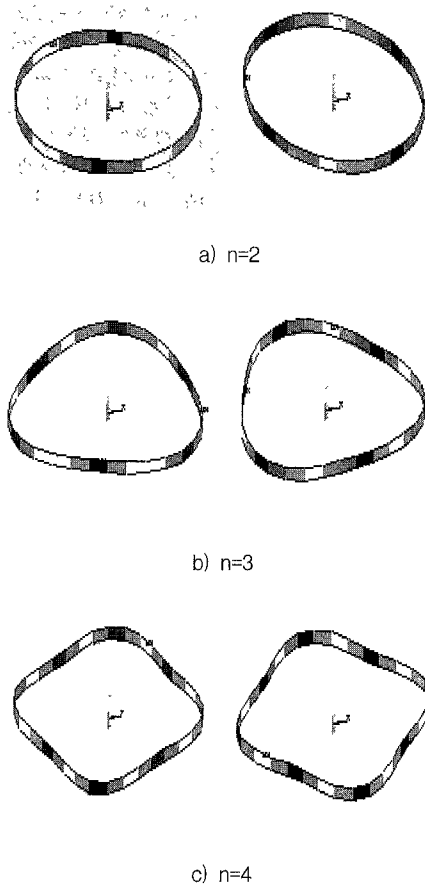


Fig.3 Modal strain energy distribution.

4. 결함을 갖는 링 구조물

4.1 진동수 및 변위모드의 변화

모델링의 편의를 위하여, 결함은 원주상에서 32 등분된 선형 보 요소중, Fig.2의 8번 요소의 탄성 계수를 10%, 30%, 50%, 70% 및 90% 만큼씩 감소시켜 만들었다. 각각의 경우, 6차 변위 모드까지 해석하였다. Fig. 4는 고유진동수의 변화를 보이는데, n=2 모드에서 90%결함까지 뚜렷한 변화가 관찰되지 않으며 고차로 가면서 진동수의 감소가 조금씩 탐지된다. 결함에 의한 변위모드의 변화를 확인하기 위하여, 결함 유무에 따른 MAC (Modal Assurance Criteria)[10]을 계산해 보았다. Fig.5는 70% 결함 링과 정상 링 사이의 MAC을 보인다. 대각 요소가 모두 1에 가깝고, 비대각 요소가 모두 영을 보이는 것으로 보아 70% 결함시

에도 변위모드의 변화는 거의 없음을 확인할 수 있다. 이러한 결과로부터, 진동수나 변위모드만으로는 결함 탐지가 용이하지 않음을 알 수 있다.

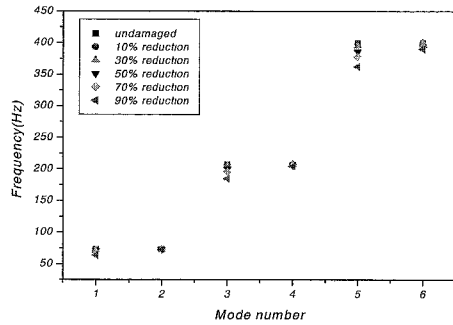


Fig.4 Change in natural frequencies.

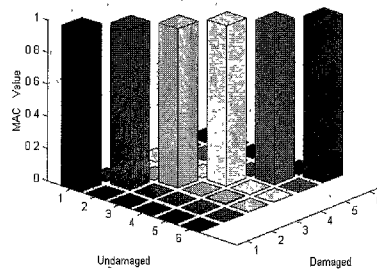


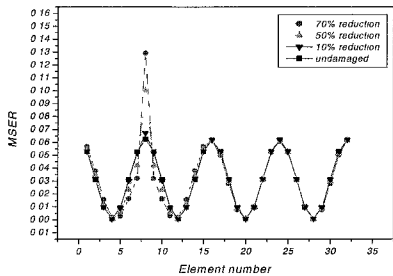
Fig.5 MAC of undamaged and 70% damaged cases.

4.2 변형률 에너지의 변화

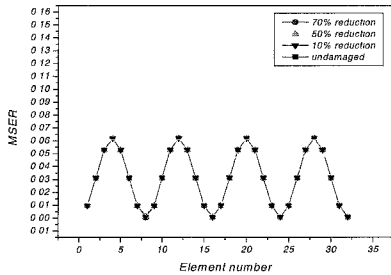
Fig.6은 8번 요소에 결함을 주었을 때, 모드별 변형률에너지의 분포를 보인다. 변위모드와는 달리, 결함부근에서 L모드의 변형률 에너지가 크게 증가하는 것을 확인할 수 있다. 결함이 없는 경우, 모든 모드에서 에너지비는 배에서 최대, 절점에서 최소인 주기적 분포를 보인다. 그러나 결함 위치가 배가 되는 L모드에서는 변형률 에너지비의 증가가 뚜렷하게 나타나는데 비해서, 결함 요소가 절점상에 오는 H모드에서는 거의 변화가 보이지 않는다. 이러한 결과는 모드 선택에 따라 결함이 탐지될 수도 있고 안될 수도 있음을 의미한다. L모드에서 에너지비 값의 변화는 결함의 크기에 부응하여 증가하며, 그 경향은 고차 모드보다는 저차 모드에서 더욱 뚜렷한 것이 흥미롭다. 요소 분할상의 문제일

가능성을 감안하여 요소를 2배 및 4배로 증가시켜 자유도를 높여 모델링하여도 이러한 경향은 동일하게 나왔다. 결론적으로, 특정 모드에 대한 에너지 분포만을 고려하는 경우, 절점 부근에서는 결함이 있어도 그 모드의 에너지비의 변화는 탐지되기 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 식(10)의 AMSER을 사용하였다.

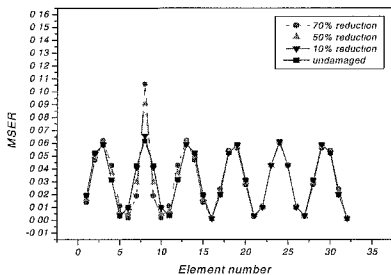
Fig. 7은 $n=1, 2, 3$ 모드쌍의 6개 모드에 대하여 AMSER을 구한 결과이다. 결함이 없는 위치에서는 평균화되어 일정한 에너지 분포를 보이나, 결함을 갖는 8번 요소에서는 결함의 크기에 비례하는 에너지 피크를 보인다. 링 구조물에서 흥미로운 점은 L,H 모드쌍을 평균화에 반드시 함께 고려하여야 이러한 결과를 얻을 수 있다는 점이다.



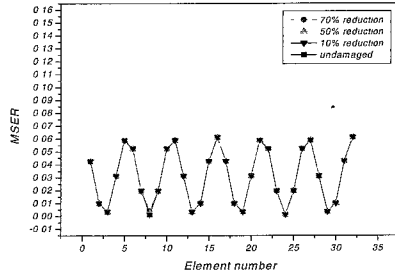
a) mode(n=2,L)



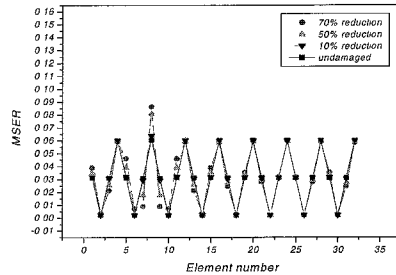
b) mode(n=2,H)



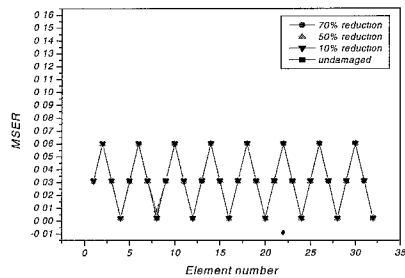
c) mode(n=3,L)



d) mode(n=3,H)



e) mode(n=4,L)



f) mode(n=3,H)

Fig.6 Modal strain energy ratios.

모드쌍은 배와 절점의 위치가 서로 반대이므로, 결함이 없는 위치에서의 에너지는 평균화 과정에서 효과적으로 감소되어 평탄하게 나타나고, 결함 부근에서만 뚜렷한 에너지 피크를 보이게 된다. 이러한 특성은 Fig 8에서 평균화에 사용되는 모드수를 증가시키면서 구한 AMSER에서 확인된다. $N=2,4,6$ 처럼 L,H 모드쌍을 모두 고려하는 경우, 결함 부근에서 AMSER의 피크는 더욱 뚜렷하며, 다른 위치에서는 평탄하게 나타난다. 그 효과는 고차 모드까지 고려할 필요없이, $n=2$ 모드의 L,H 모드쌍만으로도 충분히 나타난다. 그러나 L,H모드중 어느 하나만고려해서는 탐지가 불가능해질 수도 있다.

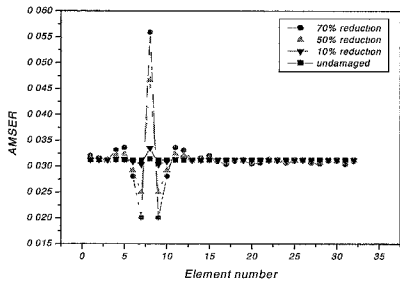
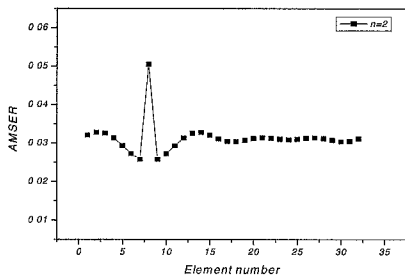
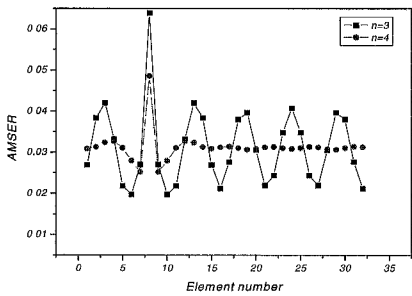


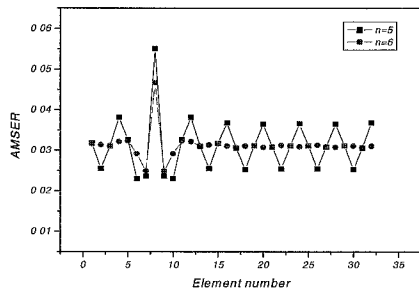
Fig.7 Averaged modal strain energy ratios.



a) N=2



b) N=3,4



c) N=5,6

Fig.8 AMSEER v.s. number of modes.

이러한 평균화 방법을 이용하면 고차모드까지 측정할 때 드는 비용과 시간을 상당부분 절약할 수 있다. 결함이 2개 이상 존재하는 경우에도 이러한 특성은 그대로 나타난다. Fig.9는 8번과 18번 요소에 각각 70% 및 50%의 결함을 주었을 때의 $n=2$, L,H모드쌍만 고려한 AMSEER값을 보인다. 이 경우는 결함이 특정모드의 배나 절점상에 오지 않는 보편적인 상황을 반영한다. 해당요소에서 뚜렷한 피크를 보이는 것로부터 AMSEER은 결함 탐지를 위한 평가인자로 활용이 가능함을 알 수 있다.

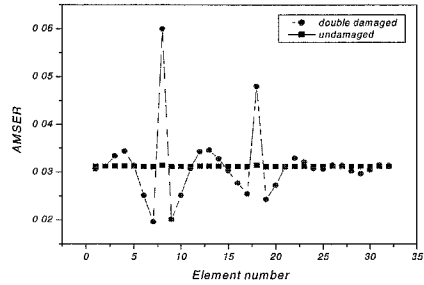
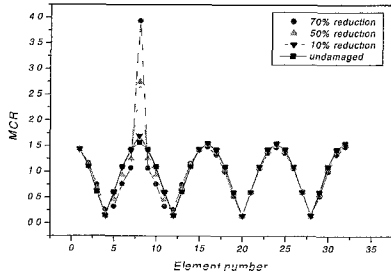


Fig.9 AMSEER for double damages.
(element 8 : 70% damaged,
element 18 : 50% damaged)

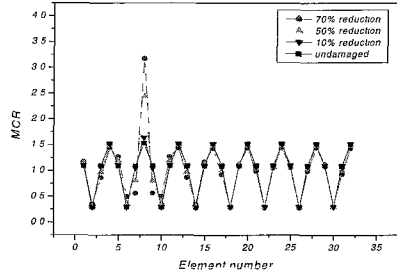
4.3 곡률의 변화

곡률은 식(7)에서와 같이 변형률 에너지의 제곱근과 비례하는 관계를 가진다. 따라서 변형률 에너지의 변화 특성과 같이 결함 부근에서 큰 변화를 보일 것이다. Fig.10은 모드별 곡률비의 변화이다. 예상대로 L모드에서는 배에서 곡률이 크고, 절점 부근에서는 영의 곡률을 갖는다. 그러나, 결함이 절점 부근에 오는 H모드에서는 곡률 변화를 탐지하기 어렵다. 결함 위치와 절점 사이의 관계에 무관하게 결함을 탐지하기 위하여 6개모드에 대한 평균 모드곡률비 AMCR를 구한 결과를 Fig.11에 보인다. 결함 부근에서 뚜렷한 피크가 발생하며, AMSEER에서와 같이, $n=2$ 의 L,H 모드쌍만을 고려하여도 6개의 모드를 고려하는 것과 별 차이가 없음을 확인하였다. Fig.12는 8번과 18번 요소에 70% 및 50%의 결함을 주었을 때의 $n=2$ 모드쌍만의 AMCR을 보인다. 두 개의 결함이 동시에 존재하는 경우에도, $n=2$ 모드쌍만의 AMCR을 사용하여 결함의 위치를 확인할 수 있다.

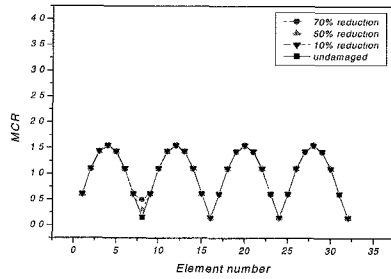
진동모드를 이용한 링 구조물의 결함 탐지



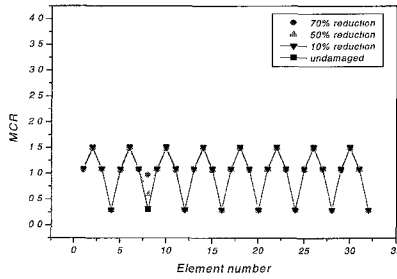
a) mode(n=2,L)



e) mode(n=4,L)

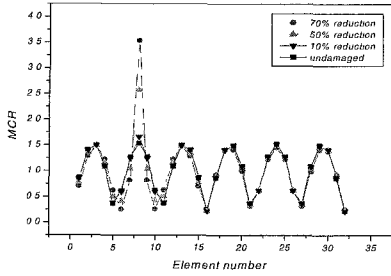


b) mode(n=2,H)



f) mode(n=4,H)

Fig.10 Modal curvature ratios.



c) mode(n=3,L)

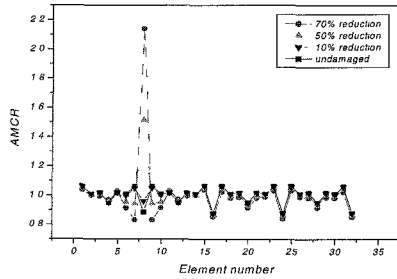
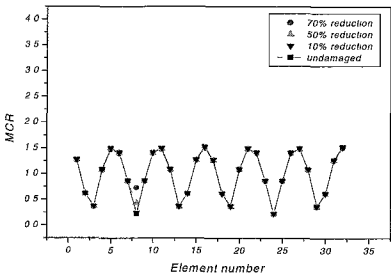


Fig.11 Averaged modal curvature ratio



d) mode(n=3,H)

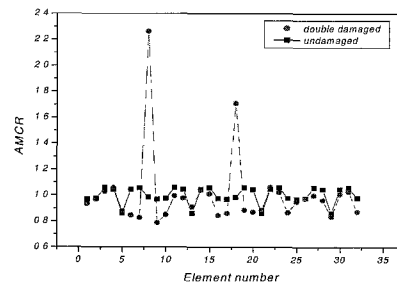


Fig.12 AMCR for double damages.

5. 결론

모드별 변형을 에너지와 곡률모드를 사용하여 구조물내의 결함 위치와 크기를 탐지하는 방법을 링형 구조물에 적용시켜 보았다. 연구결과는 다음과 같이 요약된다.

- 1) 고유진동수나 변위모드의 변화를 거의 발생시키지 않는 작은 결함의 경우에도 변형을 에너지비나 곡률모드에서는 결함의 효과가 뚜렷하게 발생한다.
- 2) 결함이 변위모드의 절점 부근에 오는 모드가 존재할 수 있으므로, 결함 탐지를 위해서는 반드시 모드변형을 에너지나 곡률모드 평균치를 산정하여 탐지에 사용하여야 한다.
- 3) 링 구조 진동의 특성상, 모드변형을 에너지나 모드곡률의 평균치를 구할 때, 다수의 고차 모드까지 고려하지 않고, $n=2$ 모드의 L,H모드쌍만을 고려하여도 결함탐지가 가능하다.

참고문헌

- [1] Pandey,A.K., Biswas,M. and Samman, M.M., "Damage detection from changes in curvature mode shapes, Journal of Sound and Vibration Vol.145(2), pp.321-332, 1991
- [2] Wahab, M.M.A. and Roeck, G.D., "Damage detection in bridges using modal curvatures: application to real damage scenario", Journal of Sound and Vibration Vol.226(2), pp.217-235, 1999
- [3] Luo,H. and Hanagud,S.H., "An Integral equation for changes in the structural dynamics characteristics of damaged structures, International Journal of Solid Structures, Vol.34, pp.457-479, 1997
- [4] Cornwell, P, Doebling,S.W. and Farrar C.R., "Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures", Journal of Sound and Vibration Vol.224(2), pp.359-374, 1999
- [5] Shi,Z.Y., Law,S.S. and Zhang,L.M., "Structural damage localization from modal strain energy change", Journal of Sound and Vibration Vol. 218(5), pp.825-844, 1998
- [6] Hong,J.S. and Lee, J.M., "Vibration of circular rings with local deviation", Journal of Applied Mechanics, Vol.61,No.2, pp.317-322, 1994
- [7] Kim,S.H., Soedel,W. and Lee,J.M., "Analysis of beating response of bell type structures", Journal of Sound and Vibration Vol.173(4), pp.517-536, 1994
- [8] T.J.Lardner and R.R.Archer, *Mechanics of solids: an introduction*, McGRAW-HILL, Inc., 1994
- [9] Soedel,W, *Vibrations of shells and plates*, 2nd ed Marcel Dekker, Inc., 1993
- [10] Maia,M. and Silva,J.M.M., *Theoretical and experimental modal analysis*, Research Studies Press, Ltd., 1997