한국게임학회 논문집
제2권 제1호 2002년 5월

게임알고리즘

Sharp Shape를 유지하는 trimmed NURBS 곡면의 삼각화 방법

조두연* 김인일** 이규열*** 김태완****
* 서울대학교 조선해양공학과 대학원
** (주) 대우조선해양
*** 서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템공학연구소
**** 세종대학교 디지털컨텐츠학과
whendus1@snu.ac.kr, kinl7@dsme.co.kr, kylee@plaza.snu.ac.kr, tkim@sejong.ac.kr

Trimmed NURBS surface tessellation with sharp shape constraint

Doo-Yeoun ChoO* In-Ill Kim** Kyu-Yeul Lee*** Tae-Wan Kim****
* Dept. of Naval Architecture & Ocena Engineering, Seoul National University
* Daewoo Shipbuilding & Marin Engineering Co., Ltd.
* Dept. of Naval Architecture & Ocean Engineering and
Research Institute of Marine Systems Engineering, Seoul National University
* Dept. of Digital Contents, Sejong University

요 약

본 연구에서는 기존의 곡면 삼각화 방법들이 많은 수의 삼각형 메쉬를 사용하면서도 정확하게 표현하기가 힘들었던, 날카로운 모서리를 가지는 곡면을 처리할 수 있는 trimmed NURBS 곡면 삼각화 방법을 제안, 구현하였다. 기존의 매개변수영역에서의 삼각화의 문제점인 3차원공간상의 삼각형 메쉬를 계산할 때의 왜곡현상을 해결하기 위해서 곡면의 펼친영역을 근사적으로 계산하여 삼각화 하는 방법을 사용했다. 곡선, 곡면의 날카로운 점과 모서리를 자동으로 인식하기 위해서 1차미분 연속조건을 이용하였고, 이를 제약조건으로 constraint Delaunay 삼각화방법을 사용하여 곡면의 날카로운 형상(sharp shape)을 유지하면서 삼각화를 수행할 수 있었다. 제안된 삼각화 방법은 기존의 삼각화 방법에 비하여 적은수의 삼각형 메쉬로 곡면의 날카로운 모서리를 보다 정확하게 표현 할 수 있는 장점을 가지고 있어서 삼각형의 개수에 따라 가시화 성능이 큰 영향을 받는 컴퓨터게임 같은 분야에 도움을 줄 수 있으리라 예상된다.

Abstract

This paper presents a method for tessellating trimmed NURBS surface with preserving sharp shape. Although several existing approaches need a large number of triangular meshes to represent sharp shape of surface, resulting triangular meshes may not reflect sharp edges properly. In this study, we first detect the sharp shape of NURBS surface automatically using C1 continuous condition and then use constraint Delaunay triangulation method to present exact sharp shape with the minimum triangular meshes. And we also use approximated developed surface domain as triangulation domain of trimmed NURBS surface. In this way, the shape of triangular elements on the triangular domains is approximately preserved and can avoid distortion when mapped into three-dimensional space. Finally, we show examples that demonstrate the effectiveness of the proposed scheme in terms of reducing the number of triangular meshes and preserving sharp shape of surface more exactly.

Keywords: *NURBS surface, tessellation, constraint Delaunay triangulation, Sharp shape*

1. 서 론

복잡한 3차원 물체를 표현하고 모델링하기 위하여 현재 널리 사용되는 방법은 파라메트릭 곡선(parametric curve)과 trimmed 곡면(surface patch)를 이용하는 방법이다. 그러나, 이렇게 모델링된 3차원 물체에 대하여 유한요소해석(FEM), 형상모델링 시스템간의 안정적인 자료교환, 안정적인 형상계산(geometric calculation), 가시화(visualization) 등의 작업을 수행하기 위해서는 trimmed 곡면에 대한 삼각화(tessellation) 과정이 필수적이다.

대부분의 파라메트릭 곡면을 위한 삼각화방법은 단위매개변수 영역(unit parameter domain)에서 삼각화를 먼저 수행한 후, 이를 곡면식을 통하여 계산하여 3차원상의 메쉬를 얻게된다[1-6]. 그러나 이러한 방법은 매개변수 영역에서의 삼각화의 품질이 아무리 좋더라도 곡면식을 통하면서 왜곡이 발생할 가능성이 높아, 3차원 공간에서의 메쉬의 품질을 보장할 수 없는 단점이 존재하였다. 이에 Cho 등은 곡면의 조정점으로 이루어진 surface net를 이용하여 곡면을 근사적으로 펼친 영역(approximate developed surface domain)을 계산한 후, 이 영역에서 삼각화를 수행하여, 매개변수영역과 곡면사이의 왜곡현상을 최대한 제거하려고 하였다[7-9]. Cho 등은 곡면을 근사적으로 펼친영역에서의 삼각화를 위하여 딜로니 삼각화(Delaunay tessellation) 방법을 이용하였는데, 초기 딜로니 삼각화를 수행한 후에, 주어진 곡면과의 최대오차를 위반하는 삼각형에 대해서는 삼각형의 보로노이 정점(Voronoi vertex)에 새로운 점을 삽입하는 방법을 이용하여 굴곡이 심한 곡면부위는 좀 더 많은 삼각형으로 표현하여 메쉬의 품질을 높일 수 있었다. 그러나, 날카로운 모서리(sharp edge)를 갖는 곡면의 경우, 이러한 딜로니 삼각화 방법으로는 날카로운 부분을 표현하기 위해서는 수많은 삼각형이 사용되어야 하기 때문에 메쉬를 구성하는 삼각형의 개수를 증가시키며, 그럼에도 날카로운 모서리 부분을 정확히 표현하기는 힘든 단점이 존재한다. 컴퓨터 게임과 같이 가시화 성능이 중요한 분야에서는 최소한의 삼각형 메쉬로 물체의 보다 정확한 형상을 표현해야 하기 때문에 이러한 문제점을 해결하는 것이 중요하다.

본 연구에서는 곡선과 곡면의 연속조건을 이용하여, trimmed NURBS 곡면에 존재하는 날카로운 모서리를 인식한 후, 이를 제약조건으로 하여 항상 날카로운 모서리를 유지할 수 있도록 constraint 딜로니 삼각화 방법을 사용하여, 적은 수의 메쉬로 정확한 형상을 표현 할 수 있도록 하였다. 그림 1에는 날카로운 모서리를 유지할 수 있도록 trimmed 곡면을 삼각화 하는 전체과정을 나타낸 것이다. 2장에서는 연속조건을 이용해서 날카로운 모서리를 인식하는 방법에 대해서 기술하고, 3장에서는 곡면을 근사적으로 펼친 영역을 구하는 과정을, 4장에서는 constraint 딜로니 삼각화 방법을 이용하여 곡면을 삼각화하는 과정에 대해서 기술하고 그 결과를 보여주고, 마지막으로 5장에서는 결론과 추가적으로 필요한 연구에 대해서 간략하게 언급한다.

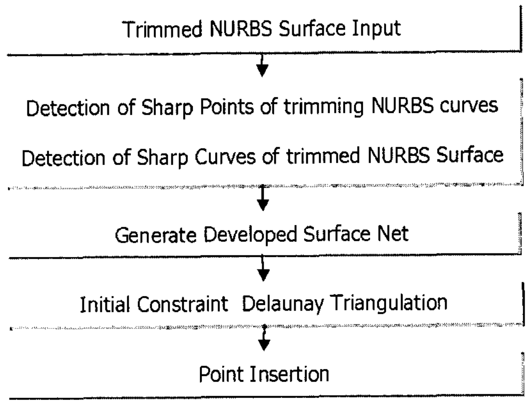


그림1 Sharp Shape를 유지하는 삼각화 과정

2. Sharp shape 인식

곡선과 곡면의 날카로운 점, 또는 날카로운 모서리는 여러 가지 관점에서 정의를 다르게 할 수 있다. 본 연구에서는 모델링 과정에서 의도하지 않는 성질인 cusp point 등은 대

1. Detecting *subdividing knot whose multiplicity* ≥*degree*
2. Check the *tangent vector* or *tangent direction* at the subdividing knot

$$C^1 : \frac{w_{0_2}}{\Delta_0}\Delta V_{0_2} = \frac{w_{0_3}}{\Delta_1}\Delta V_{0_3} \qquad G^1 : \Delta V_{0_2} = \Delta V_{0_3}$$

3. If *parallel*, exit, *else*, store *the knot*

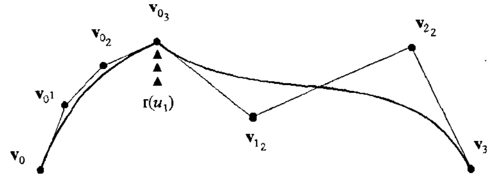


그림2 B-spline Curve의 sharp point 인식과정

상에서 제외하고, 스플라인 곡선 또는 곡면의 C1 또는 G1 연속조건을 만족하지 않는 점, 모서리를 날카로운 점, 모서리로 정의하였다.

그림2는 B-spline 곡선의 날카로운 점을 인식하는 과정을 나타낸 것이다. 먼저, knot가 중첩된 회수를 조사하여 곡선이 분할된 지점을 찾고, 그 지점에서의 곡선의 1차 미분 연속조건을 검사하여 날카로운 점인지 아닌지를 결정하게 된다.

NURBS 곡면에 대해서도 곡선과 마찬가지로 u, v 방향으로 knot가 중첩된 부분을 찾아 1차미분 연속조건을 검사하게 되는데, 이때 knot 가 중첩된 부분은 유리 베이지어 곡면(rational bezier surface)의 일부로 생각할 수가 있다. 따라서 유리 베이지어 곡면의 1차미분 연속조건을 적용하면 된다. 그러나, 유리 베이지어 곡면의 1차 미분 조건은 단순히 곡면의 조정점만으로 간단히 표현하기가 힘들어 계산이 복잡해질 우려 때문에 본 연구에서는 4차원 homogenous 공간의 베이지어 곡면의 1차미분 연속조건을 이용하였다.

1. Detecting *subdividing knot whose multiplicity* $\geq$*degree*
2. Check the *tangent vector* or *tangent direction* at the subdividing knot

$$C^1: \frac{w_{0_2}}{\Delta_0}\Delta V_{0_2} = \frac{w_{0_3}}{\Delta_1}\Delta V_{0_3} \qquad G^1: \Delta V_{0_2} = \Delta V_{0_3}$$

3. If *parallel*, exit, *else*, store *the knot*

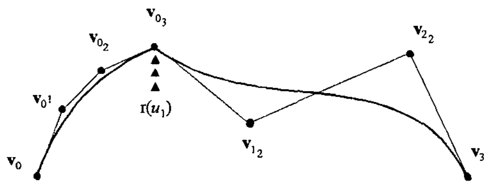


그림3 유리 베이지어 곡면의 1차미분 연속조건 검사

4차원 homogenous 공간에서의 1차미분 연속조건은 원래의 유리 베이지어 곡면의 연속조건에 비해서는 좀더 엄격한 조건이지만, 계산이 간단한 장점을 가지고 있다. 그림 4는 입력된 trimmed NURBS 곡면에 대하여 날카로운 모서리를 인식하여 곡면의 매개변수 공간에 굵은 파란색 점과 직선으로 표현한 모습이다.

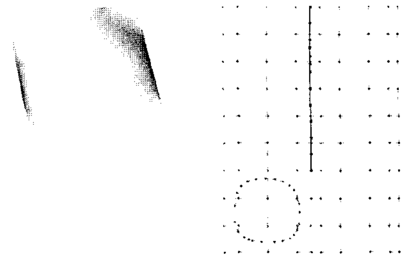


그림4 trimmed NURBS 곡면의 날카로운 모서리를 인식한 모습

3. 삼각화를 위한 곡면의 펼친영역 계산

기존의 많은 곡면삼각화 연구들은 곡면의 매개변수 영역에서 삼각화를 수행하였다. 그러나, 이러한 방법의 문제점은 매개변수영역의 삼각형 메쉬가 곡면식을 통하여 3차원 공간상의 메쉬로 변환될 때, 수치적으로 문제를 발생시키는 날카롭거나 뾰족한 형상으로 왜곡될 수 있다는 점이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 Cho 등은 가능한 3차원 곡면에 위상, 형상적으로 가까운 왜곡이 적은 삼각화 영역을 생각해내었는데, 그것이 곡면의 펼친영역(developed surface domain)이다. 그러나, 일반적으로 곡면의 펼친영역을 정확히 계산하기는 힘들기 때문에, 곡면의 조정점으로 이루어진 surface net을 펼침으로써 곡면의 펼친영역을 근사적으로 계산하였다[7-9].

그림 5는 이와 같은 개념을 간략하게 나타내고 있다.

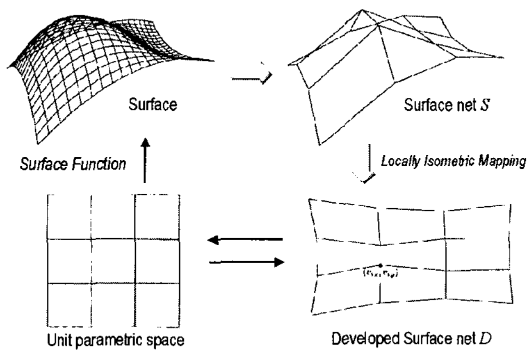


그림5 곡면의 펼친영역을 계산하는 과정

곡면이 평면으로 근사적으로 펼쳐질 수 있으려면, 곡면상의 임의의 점 근처의 arc length가 평면상의 대응점 근처의 arc length와 일치해야 한다. Cho는 이를 locally isometric mapping 관계로 정의하고, 이러한 관계를 만족하는 곡면의 펼친영역을 계산하기 위하여 곡면의 조정점으로 이루어진 surface net과 계산하려고 하는 이 surface net을 펼친영역사이의 길이의 차이의 제곱의 합으로 나타내어지는 맵핑 에러 함수(mapping error function)를 제안하였다[7-9]. 이러한 맵핑 에러 함수를 최소화하는 surface net의 펼친영역을 계산하기 위해서는 좋은 초기값이 필요한데, 이를 계산하는 방법은 다음과 같다(그림 6 참조).

먼저 곡면의 조정점으로부터 surface net을 구성하여, 이를 매개변수의 u 방향과 v방향을 고정시켜 펼친 후, 이 둘을 평균한 것을 초기값으로 맵핑 에러 함수를 최소로 하는 최적화루틴을 수행하여 최종의 곡면의 펼친영역을 근사적으로 계산하게 된다. 이 때, 곡면의 펼친영역을 구성하는 각 조정점에 해당하는 매개변수 영역상의 점은 graville abscissas를 이용하면 쉽게 알아낼 수 있다. 이를 반대로 이용하면, 주로 매개변수공간에서 정의되는 trimming 곡선들도 곡면의 펼친영역으로 맵핑할 수 있다. 그림7은 그림4의 trimmed NURBS 곡면의 펼친영역을 계산한 결과이다.

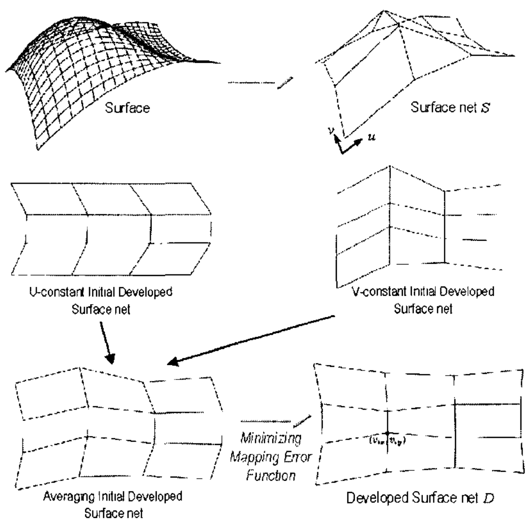


그림6 곡면의 펼친영역을 위한 초기값을 계산하는 과정

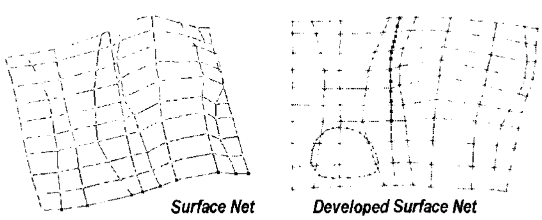
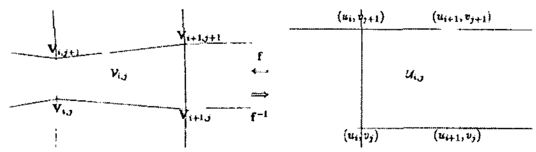


그림7 그림4의 trimmed NURBS 곡면의 surface net으로부터 developed surface net을 계산한 예

그림 8은 곡면의 펼친영역과 곡면의 매개변수영역간의 맵핑관계를 보다 자세히 나타내고 있다. 매개변수 영역에서 4개의 점으로 둘러싸인 직사각형 영역 Ui,j는 1차 번스타인(berstein) 다항식에 의하여 곡면의 펼친 영역의 Vi,j으로 대응시킬 수 있다. 반대로 곡면의 펼친영역상의 점에 대하여 대응 f를 역으로 적용하면 매개변수 영역상의 점을 구할 수 있다.



$$\mathbf{f} = \mathbf{f}(u, v) = \sum_{p=0}^{1}\sum_{q=0}^{1} \mathbf{V}_{i+p,j+q} B_{p,1}(u^*) B_{q,1}(v^*)$$

그림8 곡면의 developed surface net과 매개변수 영역사이의 mapping 관계

4. Constraint Delaunay Tessellation을 이용한 곡면의 삼각화 방법

Cho 등은 곡면을 근사적으로 펼친영역에서의 삼각화를 위하여 일반적인 딜로니 삼각화방법을 이용하였는데, 초기 딜로니 삼각화를 수행한 후에, 주어진 곡면과의 최대오차를 위반하는 삼각형에 대해서는 삼각형의 보로노이 정점에 새로운 점을 삽입하는 방법을 이용하여 굴곡이 심한 곡면부위는 좀 더 많은 삼각형으로 표현하여 메쉬의 품질을 높일 수 있었다. 그러나, 날카로운 모서리를 갖는 곡면의 경우, 일반적인 딜로니 삼각화 방법으로는 날카로운 부분을 표현하기 위해서는 수많은 삼각형이 사용되어야 하기 때문에 메쉬를 구성하는 삼가형의 개수를 증가시키며, 그럼에도 날카로운 모서리 부분을 정확히 표현하기는 힘든 단점이 존재한다. 컴퓨터 게임과 같이 가시화 성능이 중요한 분야에서는 최소한의 삼각형 메쉬로 물체의 보다 정확한 형상을 표현해야 하기 때문에 이러한 문제점을 해결하는 것이 중요하다. 따라서, 본 연구에서는 곡선과 곡면의 연속조건을 이용하여, trimmed NURBS 곡면에 존재하는 날카로운 모서

리를 인식한 후, 이를 제약조건으로 하여 항상 날카로운 모서리를 유지할 수 있도록 constraint 딜로니 삼각화 방법을 사용하여, 적은 수의 메쉬로 정확한 형상을 표현 할 수 있도록 하였다. 그 과정은 다음과 같다.

먼저, 3장에서 계산한 곡면의 펼친 영역에 2장에서 언급한 방법을 통하여 인식한 곡면의 날카로운 모서리를 표시를 해둔 후, 이들과 trimming 곡선을 제약조건(constraint)로 constraint 딜로니 삼각화 방법으로 초기 삼각화를 수행한다 (그림 9참조).

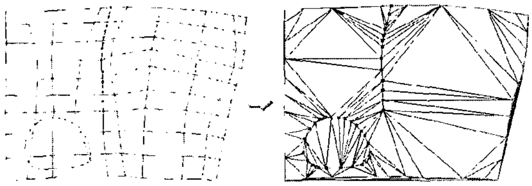


그림9 Constraint Delaunay 삼각화방법을 이용하여 초기 삼각화를 수행한 모습

그림 9을 보면 constraint 딜로니 삼각화 방법에 의하여 곡면의 날카로운 모서리가 유지되고 있음을 알 수 있다.

초기 삼각화를 수행한 후에는 삼각형 메쉬의 품질을 향상시키기 위해서 추가적인 정점을 삽입하게된다. 초기 삼각화 메쉬를 구성하는 모든 삼각형에 대해서, 곡면과의 거리(deviation)가 허용오차를 초과하는지를 검사해서 허용오차 조건을 초과하는 삼각형의 무게중심위치에 정점을 추가하도록 하였다. Cho는 이 삼각형의 외접원의 중심(Voronoi vertex)에 정점을 삽입하였지만, 본 연구에서는 삼각형 내부에 확실하게 존재하는 무게중심점에 정점을 추가하였다. 그림 10은 곡면과의 거리(deviation) 오차에 근거하여 정점을 삽입한 후의 삼각화 메쉬를 보여주고 있다. 여전히 곡면의 날카로운 모서리를 유지하고 있으며, 곡면의 굴곡이 심한 부분에는 정점이 삽입되어 원래의 곡면의 형상을 잘 표현해줌을 알 수 있다.

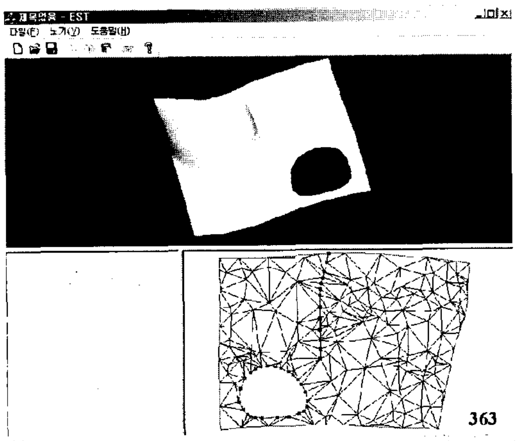


그림10 날카로운 모서리를 유지하도록 삼각화한 결과 (삼각형의 개수: 363개)

이에 반하여, 곡면의 날카로운 모서리를 인식하지 않고 삼각화를 수행한 결과(그림 11)에서는 삼각형 메쉬의 수가 더 많음에도 불구하고 곡면의 날카로운 모서리를 제대로 표현하고 있지 못함을 알 수 있다.

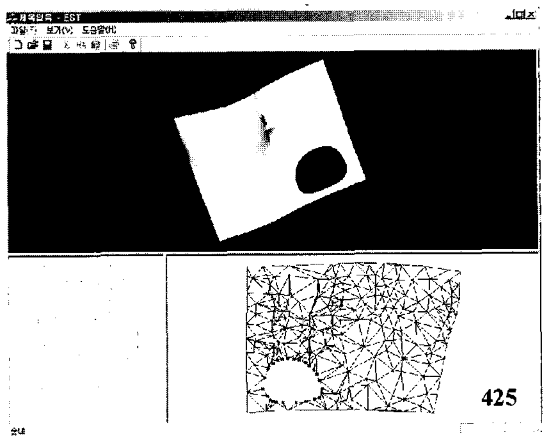


그림11 날카로운 모서리를 무시한 삼각화 결과 (삼각형의 개수: 425개)

5. 결론

본 연구에서는 기존의 곡면 삼각화 방법들이 많은 수의 삼각형 메쉬를 사용하면서도 정확하게 표현하기가 힘들었던, 날카로운 모서리를 가지는 곡면을 처리할 수 있는 trimmed NURBS 곡면 삼각화 방법을 제안, 구현하였다.

기존의 매개변수영역에서의 삼각화의 문제점인 3차원공간상의 삼각형 메쉬를 구할 때의 왜곡현상을 해결하기 위해서 Cho등이 제안했던 곡면의 펼친영역을 근사적으로 계산하여 삼각화 하는 방법을 사용했다.

곡선, 곡면의 날카로운 점과 모서리를 자동으로 인식하기 위해서 1차미분 연속조건을 이용하였고, 이를 제약조건으

로 constraint 딜로니 삼각화방법을 사용하여 곡면의 날카로운 모양을 유지하면서 삼각화를 수행할 수 있었다. 제안된 삼각화 방법은 기존의 삼각화 방법에 비하여 적은수의 삼각형 메쉬로 곡면의 날카로운 모서리를 보다 정확하게 표현 할 수 있는 장점을 가지고 있어서 삼각형의 개수에 따라 가시화 성능이 큰 영향을 받는 컴퓨터게임 같은 분야에 도움을 줄 수 있으리라 예상된다.

참고문헌

[1] Rockwood, A., Heaton, K., and Davis, T., "Real-Time Rendering of Trimmed Surfaces", Computer Graphics, Vol. 23, No. 3. pp. 107-116 ,1989

[2] Kumar. S, Monocha, D., "Efficient rendering of trimmed NURBS surfaces", Computer-Aided Design. Vol. 7, pp. 509-521, 1995

[3] Piegl, L. and Richard, A.M.,"Tessellating trimmed NURBS Surfaces", Computer-Aided Design. Vol. 27, pp. 15-26, 1995

[4] Piegl, L. and Tiller, W., " Geometry-based triangulation of trimmed NURBS surfaces", Computer-Aided Design. Vol. 30, pp. 11-18, 1998

[5] Luken, W.L., "Tessellation of trimmed NURBS surfaces", Comuter-Aided Geometric Design, Vol. 13, pp. 163-177, 1996

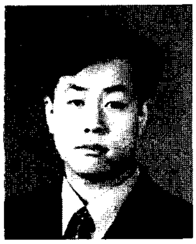
[6] Kumar. R.,Srinivasan, P., Shastry, K.G. and B.G. Prakash, "Geometry based triangulation of multiple trimmed NURBS surfaces", Computer-Aided Design. Vol. 33, pp. 439-454, 2001

[7] Cho. W., Patrikalakis, N.M. and J. Peraire, "Approximate development of trimmed patches for surface tessellation", Computer-Aided Design, Vol. 30, pp. 1077-1087, 1998

[8] Cho, W., Maekawa, T., Patrikalakis, N.M. and Peraire, J., "Topologically reliable approximation of trimmed polynomial surface patches", Graphical Models and Image Processing, 61(1), pp. 34-109, 1999

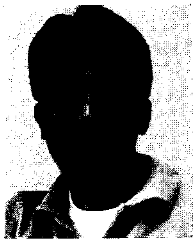
[9] Cho, W., Maekawa, T., Patrikalakis, N.M. and Peraire, J., "Robust tessellation of trimmed rational B-spline surface patches", In Computer Graphics International '98, ed. F.-E.Wolter and N.M. Patrikalakis, IEEE Computer Society, pp. 543~555, 1998

[10] Stuik, D.J., Lectures on Classical Differential Geometry, Addison-Wesly, Cambridge, MA, 1950



조두연

1997년 서울대학교 조선해양공학과 학사
1999년 서울대학교 조선해양공학과 석사
1999년 - 현재 서울대학교 조선해양공학과 박사과정
관심분야: Computer Graphics, Virtual Reality, Computer-Aided Geometric Design

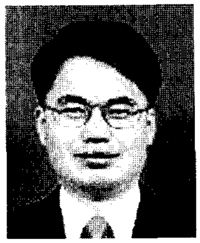


김인일

2000년 서울대학교 조선해양공학과 학사
2002년 서울대학교 조선해양공학과 석사
2002년 - 현재 (주)대우조선해양 정보기술연구팀
관심분야: Mesh Generation, CAD/CAE Interface

이규열

1971년 서울대학교 공과대학 조선공학과 학사
1975년 독일 하노버 공과대학 조선공학 석사(Dipl.-Ing.)
1982년 독일 하노버 공과대학 조선공학 박사(Dr.-Ing.)
1975년 - 1983년 독일 하노버 공과대학 선박설계 및 이론연구소, 주정부 연구원
1983년 - 1994년 한국기계연구원 선박해양공학연구센터, 선박설계, 생산자동화 연구사업(CSDP)단장
1994년 - 2000년 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 부교수
2000년 - 현재 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 교 수
관심 분야 : 최적설계, 형상모델링, CALS



김태완

1985년 한양대학교 산업공학사
1993년 Arizona State Univ. 컴퓨터과학석사
1996년 Arizona State Univ. 컴퓨터과학박사
1996년~1999년 SDRC, USA 소프트웨어 엔지니어
1999년~2001년 서울대학교 특별연구원
2001년 ~ 현재 세종대학교 디지털콘텐츠학과 학과장
관심분야: NURBS 곡선 및 곡면, 컴퓨터그래픽스, 디지털콘텐츠