

비균질 Pasternak지반 위에 놓인 면내력을 받는 후판의 진동해석

Free Vibration Analysis of Thick Plate Subjected to In-plane Force
on Inhomogeneous Pasternak Foundation.

이 용 수¹⁾ · 김 일 중²⁾ · 오 속 경³⁾
Lee, Yong Soo · Kim, Il Jung · Oh, Soog Kyoung

요약 : 최근 건축물의 대형화로 구조물의 기초는 비균질지반에 지지된다. 본 연구는 면내력을 받는 후판의 진동해석을 한 것이다. 장방형판은 등방, 균질의 선형 탄성재료로 구성되었다. 장방형 후판의 진동해석은 8절점과 9절점을 이용한 장방형 유한요소를 사용하여 행하였다. 본 연구에서 기초를 수직스프링으로 이상화한 Winkler지반에 전단지반층을 추가한 Pasternak지반으로 이상화하였다. 지반의 강성을 달리한 비균질 Pasternak지반에 지지된 판을 해석하기 위해 중앙부분과 가장자리 부분의 Winkler지반계수를 WFP1과 WFP2로 선택하였다.(그림 4.) Winkler지반계수 WFP1과 WFP2는 0, 10, 10², 10³으로 변화시키고 전단지반강성은 0, 5, 10으로 하였다. 후판의 좌굴응력(σ_{cr})에 대한 면내력의 비는 각각 0.4, 0.8에 대해 적용하였다.

ABSTRACT : Recently, as the size of buildings structure becomes larger, increases, their mat area of building structure is supported only by an inhomogeneous foundation. This paper presents a vibration analysis on thick plates subjected to in-plane force is presented in this paper. The rectangular plate is isotropic, homogeneous, and composed of a linearly elastic material. A vibration analysis of the rectangular thick plate was done by using of a rectangular finite element with 8 nodes and 9 nodes. In this study, the foundation was idealized as a Pasternak foundation model. A Pasternak foundation has a shear layer on Winkler's model, which idealizes the foundation as a vertical spring. In order to analyze the vibration of a plate supported on by an inhomogeneous Pasternak foundation, the value of the Winkler foundation parameter of the central and border zones of the plate were chosen as WFP1 and WFP2. (Figure 4.). The Winkler foundation parameter of WFP1 and WFP2 is varied from 0 to 10, 10², and 10³ and the shear foundation parameters were 0, 5, and 10. The ratio of the in-plane force to the critical load was applied as 0.4, to 0.8

핵심용어 : 유한요소법, 고유진동 변수, 후판, Pasternak 지반

KEYWORDS : Finite Element Method, Natural Frequency Parameters, Thick Plate, Pasternak Foundation

1. 서론

최근 지진이나 건설현장의 발파, 항타, 굴착 등에 의해 발생하는 지반진동은 인접 건축물의 기초를 통해 건물에 동적 영향을 끼친다. 지반을 통해 전달되는 동적영향은 새로운 응력파의 발생으로 지반과 기초 또는 지하 벽체에 영향을 주고 그

영향은 다시 구조물의 동적응답에 영향을 미치게 된다. 이러한 현상을 지반-구조물 상호작용이라고 한다. 지반-구조물의 상호작용에 대한 해석은 진동 제어분야의 중요한 연구대상이 되고 있다.

건축물이 대규모화됨에 따라 이질 지반에 놓이게 될 확률도 높아져 지반-구조물간의 상호 작용에 영향을 미치는 인자에

1) 정회원, 원광대학교 건축학부 정교수
(Tel.063-850-6709, Fax.063-843-0782, E-mail:struct@wonkwang.ac.kr)
2) 정회원, 전북과학대학 건축·토목계열, 조교수(platepro@dreamwiz.com)
3) 정회원, 원광대학교 박사수료, 전주대 겸임교수(osk0921@dreamwiz.com)

본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

대해 실질적인 고려가 더욱 필요하게 되었다.

1950년대 D. Young¹⁾, G. B. Warburton²⁾, R. F. S³⁾. Hearmon, A. W. Leissa⁴⁾⁵⁾에 의해 등방질 판의 자유 진동에 대한 연구가 이루어졌으며, 1984년 P. A. A. Laura⁶⁾와 R. H. Gutierrez는 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 비균질 지반에 지지된 판의 동적 해석을 하였다. 같은 해 J. A. G. Horenberg와 J. G. M. Kerstens⁷⁾는 Modal Constraint 법을 이용하여 판의 동적 해석을 하였다. 1997년 K. N. saha, R. C. Kar, P. K. Datta⁸⁾ 등은 Galerkin법을 이용하여 비균질 지반에 지지된 판의 동적 문제를 다루었고, Mecit Celik 와 Ahmet Saygun⁹⁾는 반복법을 이용하여 Two-Parameter 지반에 의해 지지된 판을 해석 하였다. 2000년 Hiroyki Matsunaga¹⁰⁾가 탄성지반에 지지된 후판의 진동과 안정 해석에 대해 발표하였다.

국내에서는 1996년 이수곤¹¹⁾ 등이 유공 정방형판의 안정 해석에 대해 발표하였고, 1999년 이용수¹²⁾ 등은 탄성 스프링으로 지지된 보강판의 좌굴 및 진동 해석을 행하였다. 1999년 이병구에 의해 Pasternak 지반에 지지된 곡선보의 자유진동 해석에 대한 연구가 진행되어 왔으며, 2000년 비균질 Pasternak 지반에 의해 지지된 박판의 동적 해석에 대한 연구 결과를 발표한 바 있다.

건축물의 지하실 바닥은 면내력을 받고 탄성지지되어 있는 후판으로 볼 수 있으므로 면내력을 받는 후판의 진동해석은 지하실 바닥구조설계에 적용될 수 있다.

본 연구에서는 지하실 바닥과 같이 면내력을 받고 탄성지지되어 있는 후판의 진동에 관한 해석을 통하여 지하구조물의 동적 거동 특성을 파악함으로써 기초 구조물 설계의 기본자료를 얻는데 그 목적이 있다.

후판 해석시 Mindlin판 이론을 적용하고, 8절점 Serendipity요소계와 9절점 Lagrangian 요소계를 이용한 유한요소해를 비교한후 두 요소계 중 더욱 정확한 8절점 요소계를 이용하여 면내력을 받는 후판의 진동해석을 행하였다. 판을 지지하는 지반은 Winkler 지반 모형에 전단 지반층을 추가한 Pasternak 지반 모형¹⁵⁾을 사용하였다.

2. 후판의 유한요소해석

2.1 후판의 진동해석

판 요소의 운동 에너지 T_e 와 변형 에너지 U_e , 외력에 의한 일 W_p 를 구하여 각 요소를 조합하고 이들의 변분을 쉼으로 놓아 고유치 방정식을 얻을 수 있다.

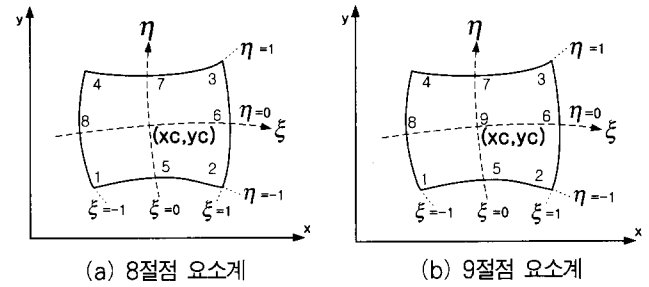


그림 1. 유한요소해석을 위한 요소계

판 요소의 크기를 $2\bar{a} \times 2\bar{b}$ 로 할때 그림 1과 같이 무차원 좌표계 $\xi = (x - x_c) / \bar{a}$, $\eta = (y - y_c) / \bar{b}$ 를 이용한 8절점 Serendipity 요소와 9절점 Lagrangian 요소를 사용하는 경우 요소 내의 임의의 위치에 대한 변위를 행렬형태로 나타내면

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [N] \{ \delta_e \} \quad (1)$$

여기서

w : 판요소의 수직변위, θ_x, θ_y : 판요소의 회전각

$$\{ \delta_e \} = [w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \dots, w_k, \theta_{xk}, \theta_{yk}]^T$$

$w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$: i 절점의 수직변위 및 회전각

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_k & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_k & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

8절점 Serendipity 요소계의 경우 (2)식에서 요소의 형상 함수 N_i 는 다음과 같다.

$$N_i = \frac{1}{4} \xi_i^2 \eta_i^2 \xi \eta (\xi + \xi_i)(\eta + \eta_i) + \frac{1}{4} \{ (1 - \xi_i^2)(1 + \eta_i \eta)^2 (1 - \xi^2) + (1 - \eta_i^2)(1 + \xi_i \xi)^2 (1 - \eta^2) \}$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, 8$

9절점 Lagrangian 요소계의 경우 (2)식에서 요소의 형상 함수 N_i 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_i = \frac{1}{4} \{ (3\xi_i^2 - 2)\xi^2 + \xi_i \xi + 2(1 - \xi_i^2) \} \times \{ (3\eta_i^2 - 2)\eta^2 + \eta_i \eta + 2(1 - \eta_i^2) \}$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, 9$

판 요소의 운동에너지 T_e 는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_A \rho (h\dot{w}^2 + \frac{h^3}{12} \theta_x^2 + \frac{h^3}{12} \theta_y^2) dA \quad (3)$$

여기서 ρ : 단위 체적당 판의 질량

h : 판요소의 두께

\dot{w} , θ_x , θ_y : 판요소 변위 및 회전각의

시간에 따른 변화율

$$dA = dx \cdot dy$$

(1)식을 이용하여 (3)식을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_e = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \int_A \rho [M]^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} [M] dA \{\delta_e\} \\ = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [M_e] \{\delta_e\} \quad (4)$$

여기서 $\{\delta_e\}$: 판요소의 절점변위

$\{\delta_e\}$: 판요소 절점변위의 시간에 따른 변화율

$$[M_e] = \int_A \rho [M]^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} [M] dA$$

Winkler지반 강성과 전단지반 강성을 고려한 판요소의 변형에너지 U_e 는 다음과 같다.

$$U_e = \frac{1}{2} \int_A [M]^T \{\chi\} dA + \frac{1}{2} \int_A [Q]^T \{\phi\} dA \\ + \frac{1}{2} \int_A k_w w^2 dA \quad (5) \\ + \frac{1}{2} \int_A k_g \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dA$$

여기서 $[M]$: 모멘트,

$[Q]$: 전단력,

$\{\chi\}$: 곡률,

$\{\phi\}$: 전단변형각,

k_w : Winkler지반강성 k_g : 전단지반강성.

(1)식을 (5)식 우변 첫째 항에 대입하면

$$\frac{1}{2} \int_A [M]^T \{\chi\} dA = \frac{1}{2} \int_A \{\chi\}^T [D_f]^T \{\chi\} dA \\ = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \int_A [B_f]^T [D_f]^T [B_f] dA \{\delta_e\} \quad (6) \\ = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [K_{ef}] \{\delta_e\}$$

여기서 $\{\chi\} = [B_{f1}, B_{f2}, \dots, B_{f8}] \{\delta_e\} = [B_f] \{\delta_e\}$

$[B_f]$: 곡률과 변위의 관계를 나타내는 행렬

$$[D_f] = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

ν : 포와송비

$$[K_{ef}] = \int_A [B_f]^T [D_f]^T [B_f] dA$$

(1)식을 (5)식 우변 둘째 항에 대입하면

$$\frac{1}{2} \int_A [Q]^T \{\phi\} dA = \frac{1}{2} \int_A \{\phi\}^T [D_s]^T \{\phi\} dA \\ = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \int_A [B_s]^T [D_s]^T [B_s] dA \{\delta_e\} \\ = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [K_{es}] \{\delta_e\} \quad (7)$$

여기서 $\{\phi\} = [B_{s1}, B_{s2}, \dots, B_{s8}] \{\delta_e\} = [B_s] \{\delta_e\}$

$[B_s]$: 전단변형각과 변위의 관계 행렬

$$[D_s] = \frac{Eh}{2(1+\nu)\alpha} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 6/5$: 전단 보정 계수

$$[K_{es}] = \int_A [B_s]^T [D_s]^T [B_s] dA$$

(5)식 우변 셋째항도 마찬가지로 정리하면

$$\frac{1}{2} \int_A k_w w^2 dA = \frac{1}{2} \int_A k_w \{w_e\}^T [\bar{N}]^T [\bar{N}] \{w_e\} dA \\ = \frac{1}{2} \{w_e\}^T [W_{Fe}] \{w_e\}$$

여기서 $\{w_e\}$: 판요소의 수직변위

$$[W_{Fe}] = \int_A k_w [\bar{N}]^T [\bar{N}] dA \quad (8)$$

$$[\bar{N}] = [N_1, N_2, \dots, N_k]$$

$k=8$: Serendipity 요소

$k=9$: Lagrangian 요소

(5)식 우변 넷째 항은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_A k_g \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dA \\ & = \frac{1}{2} \{ w_e \}^T \{ [S_{xe}] + [S_{ye}] \} \{ w_e \} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $[S_{xe}] = \int_A k_g \frac{\partial [\overline{M}]^T}{\partial x} \frac{\partial [\overline{M}]}{\partial x} dA$

$[S_{ye}] = \int_A k_g \frac{\partial [\overline{M}]^T}{\partial y} \frac{\partial [\overline{M}]}{\partial y} dA$

(6), (7), (8), (9)식을 (5)식에 대입하면 변형에너지는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2} \{ \delta_e \}^T \{ [K_{ef}] + [K_{es}] \} \{ \delta_e \} \\ &+ \frac{1}{2} \{ w_e \}^T \{ [W_{fe}] + [S_{xe}] + [S_{ye}] \} \{ w_e \} \\ &= \frac{1}{2} \{ \delta_e \}^T [K_e] \{ \delta_e \} + \frac{1}{2} \{ w_e \}^T [K_f] \{ w_e \} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $[K_e] = [K_{ef}] + [K_{es}]$

$[K_f] = [W_{fe}] + [S_{xe}] + [S_{ye}]$

외력에 의한 일은 1방향압축만을 고려하면 다음과 같다.

$$W_P = \frac{1}{2} \int_A P_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dA \quad (11)$$

(1)식과 면내력 $P_x = \sigma h$ 을 (11)식에 대입하면 다음과 같다.

$$W_p = \frac{1}{2} \{ w_e \}^T [K_g] \{ w_e \} \quad (12)$$

여기서 $[K_g] = h \int_A [\overline{M}]^T \sigma [\overline{M}] dA$

(4), (10), (12)식을 전체 판요소에 대해 조합하고 가상일의 원리를 적용하면 다음과 같은 고유치 방정식을 얻을 수 있다.

$$[K_E] - \sigma [K_G] - \omega^2 [K_M] = 0 \quad (13)$$

여기서

$[K_E]$: $[K_e]$, $[K_f]$ 를 판요소 전체에 대해 조합한 전체 요소강성행렬

$[K_M]$: $[M_e]$ 를 판요소 전체에 대해 조합한 전체 질량행렬

$[K_G]$: 면내응력을 1로 한 경우 전체판의 기하 강성 행렬

ω : 판의 고유 원 진동수

(13)식에서 면내응력 $\sigma = 0$ 인 경우는 Pasternak지반 위에 놓인 후판의 자유진동문제를 다루는 식이 되며, $\omega = 0$ 로 놓으면 Pasternak지반 위에 놓인 후판의 정적 안정문제를 다루는 식이 된다.

(13)식에서 좌굴응력보다 작은 면내응력을 가지값으로 하면 다음과 같은 고유치 방정식을 얻을 수 있다.

$$[[K_E] - \sigma [K_G]] - \omega^2 [K_M] = 0 \quad (14)$$

(14)식에서 좌굴응력 이하의 면내응력을 받는 후판의 고유 진동수 ω 를 구할 수 있다.

2.2 유한요소해석 프로그램

본 유한요소법에 의해 개발된 프로그램의 흐름도는 그림 2와 같다. 프로그램의 언어는 FORTRAN POWER STATION ver.4.0을 사용하였다.

프로그램 흐름도에서 NE는 판요소번호, NEP는 판요소수를 나타낸다. STIFPB에서 판요소의 휨, 전단, 지반강성행렬을 구성하고 면내응력 σ 을 받는 판요소의 기하강성 행렬은 GEOMPb $\times\sigma$ 에서 질량행렬은 MASSPB에서 구성된다. 위와 같은 과정을 통해 강성행렬들을 전체요소에 대해 조합한 후 (14)식의 고유치 문제를 EIGG에서 풀어 면내력을 받는 후판의 고유 진동수를 구한다.

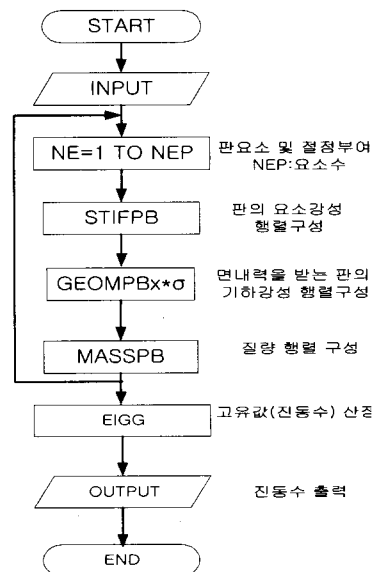


그림 2. 컴퓨터 프로그램 흐름도

3. 비교 분석 및 적용

8절점 Serendipity 요소계와 9절점 Lagrangian 요소계를 이용하여 유한요소 해석 프로그램을 개발하고 기존 이론해와 비교하여 두 요소계의 정확성을 검토 하였다. 판 해석시 Shear Locking현상과 Zero energy mode에 대한 개선을 위해 전단 강성 행렬을 감차적분하고 그 이외의 강성행렬은 정상 행렬을 사용하는 선택적 적분을 이용하여 강성행렬을 구 하였다. 판의 대칭성을 고려하여 그림3.에서와 같이 판의 1/4만을 5×5 mesh로 분할하여 해석하였다.

3.1 비교분석

균질지반에 대해 면내력이 없는 경우 고유 진동수와 지반에 지지되지 않고 면내력이 있는 경우 고유 진동수비를 구하여 기존 해석해와 비교하였다.

비교분석을 위한 판의 제 계수들은 다음과 같다.

탄성계수(E) : $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

판의 크기 : $100\text{cm} \times 100\text{cm}$

판의 두께 : 20cm

포와송비(ν) : 0.3

판 지지상태 : 4변 단순지지

판의 단위 체적당 질량($\bar{\rho}$) : $7.981413 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^3$

판의 단위 면적당 질량 : $\rho = \bar{\rho}h$

면내응력 : $0.2\sigma_{cr} \sim 0.8\sigma_{cr}$ (σ_{cr} : 좌굴응력)

Winkler지반변수 : $WFP = \frac{k_w a^4}{D}$ ($= 0, 10, 10^2, 10^3, 10^4$)

전단 지반 변수 : $SFP = \frac{k_s a^2}{D}$ ($= 0, 10$)

a : 판의 길이

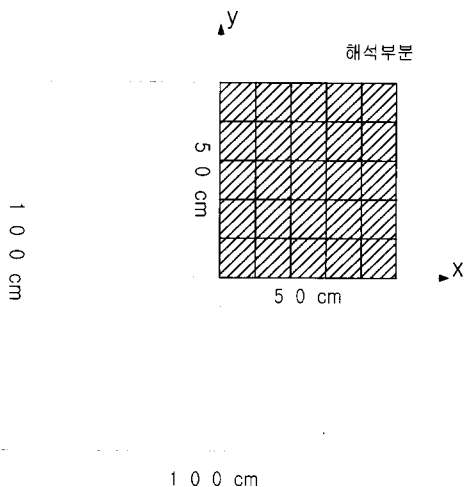


그림 3. 판의 요소분할

표 1은 Winkler지반 변수(WFP)와 전단지반 변수(SFP)의 변화에 따라 Serendipity요소계와 Lagrangian요소계를 사용했을 경우 본 해석해를 참고문헌 [9]와 비교한 것이다. 표 1에 의하면 Serendipity요소계는 0.216% 이하의 오차를 나타내었고 Lagrangian요소계는 0.292% 이하의 오차를 보인다. Serendipity요소와 Lagrangian요소 모두가 높은 정밀도를 보임을 알 수 있으나 대체로 Serendipity요소가 Lagrangian요소보다 더욱 정밀함을 알 수 있다.

표 1. 지반 강성 변화에 따른 무차원 고유진동수 비교

($\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$), () : 오차율%

SFP	WFP	참고문헌 [9]	본 해석	
			8-node	9-node
0	0	17.4486	17.4345 (-0.081)	17.4112 (-0.214)
	10	17.7208	17.7071 (-0.077)	17.6844 (-0.205)
	10^2	20.0042	19.9952 (-0.045)	19.9749 (-0.146)
	10^3	35.5028	35.5161 (+0.037)	35.5053 (+0.007)
	10^4	98.5331	98.7452 (+0.215)	98.8207 (+0.292)
10	0	22.2117	22.1956 (-0.072)	22.1717 (-0.180)
	10	22.4261	22.4104 (-0.070)	22.3865 (-0.177)
	10^2	24.2698	24.2580 (-0.049)	24.2359 (-0.140)
	10^3	38.0638	38.0741 (+0.027)	38.0612 (-0.007)
	10^4	99.4473	99.6619 (+0.216)	99.7031 (+0.257)

표 2. 면내 응력을 받는 판의 무차원 고유 진동수비 ($\bar{\omega}/\omega_e$)

$\bar{\omega}$: 면내응력의 진동수, ω_e : 판 고유 진동수, () : 오차율%

		본해석진동수비 ($\bar{\omega}/\omega_e$)	참고문헌 [3]
0	8절점	1	1
	9절점	1	
$0.2\sigma_{cr}$	8절점	0.8945 (+0.001)	0.8944
	9절점	0.8947 (+0.034)	
$0.4\sigma_{cr}$	8절점	0.7747 (+0.013)	0.7746
	9절점	0.7749 (+0.039)	
$0.6\sigma_{cr}$	8절점	0.6324 (-0.016)	0.6325
	9절점	0.6327 (+0.032)	
$0.8\sigma_{cr}$	8절점	0.4466 (-0.134)	0.4472
	9절점	0.4466 (-0.134)	

표 2는 면내응력을 받는 판의 무차원 고유 진동수비 ($\bar{\omega}/\omega_e$)에 대해 참고문헌 [3]과 비교한 것이다. 면내응력이 0일 경우 즉 면내응력이 없는 경우 본 해석해와 참고문헌 [3]이 일치함을 알 수 있고 면내응력이 좌굴 응력에 가까워질수록 참고문헌 [3]과의 오차가 커짐을 알 수 있다. Serendipity요소계와 Lagrangian요소계 모두 0.134% 이하의 오차를 보이고 있으나 Serendipity요소계가 Lagrangian요소계보다 표 1에서와 마찬가지로 더욱 정밀함을 알 수 있다.

3.2 유한요소법의 적용

앞 절에서 8절점 Serendipity 요소계와 9절점 Lagrangian요소계에 대해 기존해와 본 해석해를 비교한 결과 8절점 Serendipity 요소계가 약간 더 정밀함을 보였다. 따라서 본 장에서는 8절점 Serendipity요소계를 적용하여 유한요소 해석을 하였다. 해석을 위해 적용한 판은 그림 4와 같은 비균질 Winkler지반 변수를 갖는 후판에 대해 면내력이 가해진 경우 고유 진동수를 구하였다. 후판의 해석시 필요한 계수는 대부분 전 절(3-1)의 계수값들을 그대로 사용하고 상이한 계수들만 나타내면 다음과 같다.

$u, v(x, y)$ 방향 비균질 지반경계값) = 30cm×30cm
(그림 4 참조)

판의 지지상태 : 4변 단순지지, 4변 고정지지
Winkler 지반 변수(WFP1, WFP2) : 0, 10, 10², 10³
전단지반변수(SFP) : 0, 5, 10
면내응력 : 0.4σ_{cr}, 0.8σ_{cr}

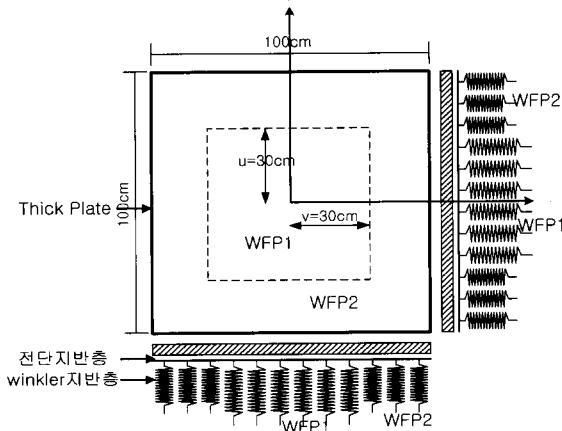


그림 4. 비균질 지반을 갖는 판

표 3은 비균질 Pasternak 지반 위에 놓인 4변 단순지지 후판에 0.4σ_{cr}, 0.8σ_{cr}의 면내응력이 가해진 경우 Winkler

지반 변수, 전단지반변수 값에 따라 후판의 무차원 진동수 $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{(\rho/D)}$ 를 구한 것이다. 표 3에서 지반 변수들이 증가하면 무차원 고유진동수 λ^2 이 증가하고 면내응력이 증가하면 무차원 고유진동수 λ^2 이 감소하는 것을 알 수 있다.

표 3. 4변단순지지판의 무차원진동수 $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$

Winkler 지반 변수 (WFP)		$\sigma = 0.4\sigma_{cr}$			$\sigma = 0.8\sigma_{cr}$		
		전단지반 변수(SFP)					
WFP1	WFP2	0	5	10	0	5	10
0	0	15.1437	18.0498	20.5509	8.7410	13.2199	16.5283
	10	15.2045	18.1015	20.5954	8.8480	13.2911	16.5837
	10 ²	15.7413	18.5560	20.9980	9.7458	13.9015	17.0772
	10 ³	20.1420	22.4278	24.4983	15.8745	18.7304	21.2035
10	0	15.4077	18.2757	20.7464	9.1930	13.5242	16.7685
	10	15.4686	18.3265	20.7904	9.2918	13.5938	16.8239
	10 ²	15.9957	18.7749	21.1886	10.1498	14.1921	17.3122
10 ²	0	20.3462	22.6114	24.6646	16.1356	18.5302	21.3976
	10	17.6191	20.1746	22.4375	12.5515	15.9964	18.8220
	10 ²	17.6721	20.2194	22.4804	12.6252	16.0536	18.8712
10 ³	0	18.1422	20.6321	22.8514	13.2755	16.5704	19.3129
	10	22.1068	24.2062	26.1338	18.3048	20.8279	23.7193
	10 ²	32.1123	33.5821	34.9905	29.6190	31.2451	32.7893
10 ³	10	32.1443	33.6131	35.0199	29.6533	31.2783	32.8204
	10 ²	32.4310	33.8860	35.2819	29.9681	31.5741	33.1011
	10 ³	35.0315	36.3825	37.6853	32.7768	34.2437	35.6516

그림 5와 그림 7에서 점선으로 나타나 있는 단순지지 후판의 경우 WFP1(내측 Winkler 지반계수)이 일정하고 WFP2(외측 Winkler 지반계수)가 증가할 경우 고유진동수의 증가율이 커짐을 알 수 있다. 또 WFP2=10, WFP1=10²인 경우와 WFP1=10², WFP2=10일 경우를 비교해보면 후자의 경우가 큰 무차원 진동수를 가지므로 비균질 지반일 경우 단순지지 후판의 고유진동수는 외측지반보다 내측지반의 Winkler지반계수가 커질 경우 큰 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 면내응력이 0.8σ_{cr}인 경우에도 그림 6과 그림 8의 점선을 비교하면 면내응력이 0.4σ_{cr}인 경우와 동일한 양상을 보임을 알 수 있다.

표 4는 비균질 Pasternak 지반위에 놓인 4변 고정지지후판에 0.4σ_{cr}, 0.8σ_{cr}의 면내응력이 가해진 경우 지반 변수값에 따른 후판의 무차원 고유진동수 λ^2 을 구한 것이다.

지반변수들이 증가하면 무차원 고유진동수 λ^2 이 증가하고 면내응력이 증가하면 λ^2 이 감소하는 양상이 4변단순지지 후판의 경우와 동일함을 알 수 있다. 그림 5와 그림 7에서 실선으로 나타나있는 고정지지 후판의 경우도 4변단순지지 후판과

동일한 양상을 보여 WFP1이 WFP2보다 후판의 고유진동수에 더 민감한 영향을 보임을 알 수 있다. 4변단순지지의 경우와 마찬가지로 면내응력이 $0.8\sigma_{cr}$ 인 경우도 그림 6과 그림 8의 실선을 비교해보면 면내응력이 $0.4\sigma_{cr}$ 인 경우와 동일한 양상을 보임을 알 수 있다.

표 4. 4변고정지지판의 무차원진동수 $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$

Winkler 지반 변수 (WFP)	$\sigma = 0.4\sigma_{cr}$			$\sigma = 0.8\sigma_{cr}$			
	전단지반 변수(SFP)						
WFP1	WFP2	0	5	10	0	5	10
0	0	27.7142	29.6529	31.7572	16.5816	19.5081	22.0310
	10	27.7281	29.6656	31.7692	16.5997	19.5252	22.0452
	10^2	27.8471	29.7790	31.8781	16.7707	19.6737	22.1805
	10^3	28.9780	30.8607	32.9202	18.3401	21.0599	23.4463
10	0	27.8811	29.8084	31.8998	16.8585	19.7465	22.2381
	10	27.8938	29.8214	31.9117	16.8771	19.7630	22.2524
	10^2	28.0127	29.9335	32.0207	17.0451	19.9102	22.3862
	10^3	29.1366	31.0093	33.0588	18.5935	21.2815	23.6415
10^2	0	29.3336	31.1669	33.1729	19.1929	21.7698	24.0516
	10	29.3460	31.1791	33.1846	19.2092	21.7837	24.0646
	10^2	29.4591	31.2869	33.2900	19.3583	21.9182	24.1895
	10^3	30.5363	32.3242	34.2943	20.7402	23.1761	25.3606
10^3	0	41.1054	42.4186	43.8897	34.7892	36.2063	37.6070
	10	41.1154	42.4277	43.8986	34.7983	36.2155	37.6164
	10^2	41.2003	42.5115	43.9822	34.8802	36.3019	37.7016
	10^3	42.0189	43.3212	44.7866	35.6698	37.1210	38.5067

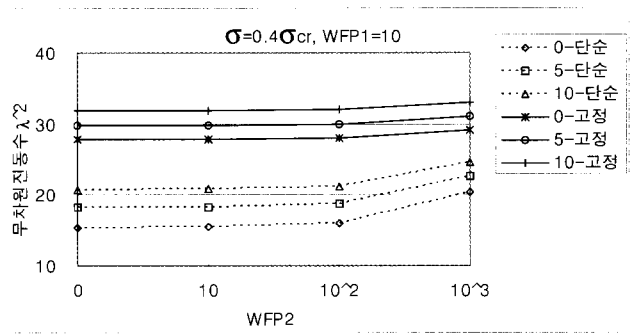


그림 7. $\sigma = 0.4\sigma_{cr}$, WFP1=10 일 경우 무차원진동수(λ^2)

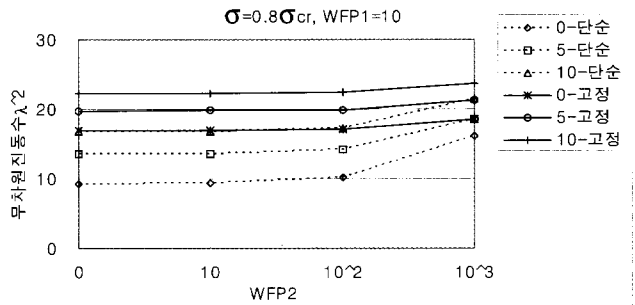


그림 8. $\sigma = 0.8\sigma_{cr}$, WFP1=10 일 경우 무차원진동수(λ^2)

그림 5와 그림 6은 면내응력이 각각 $0.4\sigma_{cr}$, $0.8\sigma_{cr}$ 인 경우 무차원고유진동수를 나타낸 것으로 그림 5를 살펴보면 점선의 단순지지 후판과 실선의 고정지지 사이에 무차원진동수가 뚜렷한 차이가 남을 알 수 있다. 그러나 그림 6에서는 SFP=10인 단순지지와 SFP=0인 고정지지의 무차원 고유진동수가 거의 같은 값을 보이고 있다.

그림 7과 그림 8의 경우도 유사한 양상을 보여 단순지지후판과 고정지지후판 사이의 무차원 고유진동수에 대한 차이가 면내응력이 커지면 감소하는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 지반강성이 다른 두 개의 이질지반에 놓인 후판에 면내응력이 작용된 경우 진동해석을 한 것이다. 이질지반 내측부분의 크기는 30cm×30cm로 하고 Winkler지반계수를 내측과 외측에 각각 0, 10, 10^2 , 10^3 , 전단지반계수를 전체판의 0, 5, 10을 적용시켜 면내응력이 $0.4\sigma_{cr}$, $0.8\sigma_{cr}$ 이해진 경우 고유진동수를 구하였다.

그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 균질지반에 대한 후판의 지반강성변화에 따른 무차원 고유진동수를 기존해와 비교한 결과 최대 0.292%의

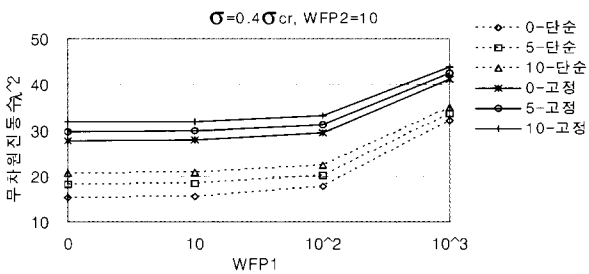


그림 5. $\sigma = 0.4\sigma_{cr}$, WFP2=10 일 경우 무차원진동수(λ^2)

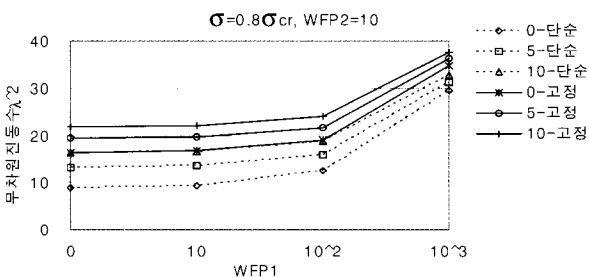


그림 6. $\sigma = 0.8\sigma_{cr}$, WFP2=10 일 경우 무차원진동수(λ^2)

오차를 보였고 면내응력이 가해진 경우 판의 고유진동수에 대한 면내응력의 진동수비는 최대 0.134%의 오차를 보였다.

- (2) 단순지지나 고정지지 후판 모두 외측 Winkler지반 계수(WFP2)보다 내측 Winkler 지반계수(WFP1)가 증가할 때 더욱 큰 고유진동수의 증가율을 보였다.
- (3) 면내응력이 커지면 단순지지후판과 고정지지후판 사이의 고유진동수 차가 적어진다.

이상의 결과에 의해 기초구조물 해석시 내측지반강성이 외측지반강성보다 더욱 큰 동적영향을 준다는 것과 면내력이 크게 작용되는 지하 깊숙이 위치한 기초판의 고유진동수는 면내력이 작게 작용되는 경우보다 기초판의 4변지지조건 변화에 따른 영향을 적게 받는다는 것을 알 수 있었다.

본 연구를 통하여 기초구조물의 동적특성을 일부 파악할 수 있었으며 본 연구를 기초로 하여 기초구조물의 내진설계시 직접 적용될 수 있는 기초판의 동적안정영역을 결정하는 연구가 이루어져야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 2002년도 원광대학교 교내연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

김선훈 외 (1998), "Mindlin 평판 유한요소의 개선", *전산구조공학* 제1권 제2호, pp. 83-89.

김선균 (1999), "Two-Parameter 탄성지반에 의해 지지된 탄성스프링을 가진 Timoshenko보-기둥의 동적 안정해석", 석사학위논문, 원광대.

백승목 (1999), "탄성스프링으로 지지된 정면내응력을 받는 보강판의 좌굴 및 진동해석", 석사학위논문, 원광대.

이수곤 외 (1999), "Stability of Rectangular Plates with Cutouts", *3rd Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics (APCOM-3)*, 16-18, September, 1996, Seoul Korea, pp. 479~484.

이용수 외 (1999), "탄성스프링으로 지지된 보강판의 좌굴 및 진동해석에 관한 연구", *한국전산구조공학회 학술발표논문집*, 제12권 2집 통권 제23호, pp. 35-42.

D.Young (1950), "Vibration of rectangular plates by the riz method" *J. appl. Mech.*17, pp. 448-453

G.B.Warburton (1553), "The vibration of retangular plates", *proc.Institute of Mechanical Engineers*, pp. 371-384.

R.F.S.Hearmon (1959), "The frequency of flexural vibration of rectangular orthotropic plates with clamped or supported edges", *J. appl. Mech. Trans. ASME*, pp. 537-540.

A.W.Leissa (1969), "Vibration of plates". NASA SP-160.

A.W.Leissa (1973), "The free vibration of plates", *J. Sound Vibr.* 31(3), pp. 257-293.

P. A. A Laura and R. H. Gutierrez (1984), "Vibration of Plates Elastically Supported on a Non-Homogeneous Foundation", *Journal of Sound Vibration*, Vol 95, No.4. pp. 531~536.

J.A.G. Horenberg & J.G.M.Kerstens (1985), "Transverse Vibrations of Rectangular Plates on inhomogeneous foundations Part II:Modal Constraint Method" *Computers and Structures*, Vol(101), pp. 317-324.

K. N.saha, R. C. Kar and P. K Datta (1997), "Dynamic Stability of a Rectangular Plate on Non-homogeneous Winkler Foundation", *JCS*, Vol.63, pp. 1213-1222.

Mecit Celik & Ahmet Saygun (1999), "A method for the analysis of plates on a two-parameter foundation", *computer and structure* , vol(36), pp. 2891-2915.

Hirayoki Matsunaga (2000), "Vibration and Stability of Thick Plates in Elastic Foundations", *Journal of Enginerring Mechanics*, pp. 27-34, January

(접수일자 : 2003. 2. 28 / 심사일 2003. 3. 17 / 심사완료일 2003. 5. 13)