

사장교의 개선된 초기형상 해석법

An Improved Method for Initial Shape Analysis of Cable-Stayed Bridges

김 문 영¹⁾ · 경 용 수²⁾ · 이 준 석²⁾

Kim, Moon Young Kyung, Yong Soo Lee, Jun Sok

요약 : 사장교의 정확한 초기형상을 결정하기 위하여 초기부재력법과 TCUD법을 효과적으로 결합시킨 개선된 해석방법을 제시한다. 먼저 사장재, 주탑 그리고 주형을 모델링하기 위하여 무응력길이의 변화를 고려한 탄성현수선요소, 보-기둥요소의 힘-변형관계식과 접선강성행렬 산정법을 간략히 제시한다. 이제 케이블의 무응력길이를 변수로 취급하여 교량 전체의 접선강성행렬을 산정하고, 경계조건 이외에 케이블 개수만큼의 절점변위를 설계자의 초기형상에 가깝게 되도록 추가적으로 절점변위를 구속하여 절점변위 및 무응력길이의 증분을 산정하고 이를 토대로 케이블 부재력과 주형 및 주탑의 부재력을 산정한다. 이렇게 계산된 부재력으로부터 불평형하중을 산정하고 수렴이 될 때까지 다시 반복계산이 이루어진다. 수렴이 되었을 때 사장교의 주탑 및 주형의 축방향 변위를 제거하기 위하여 초기부재력법을 적용한다. 결론적으로, 케이블의 무응력길이를 변수로 추가함으로써 사장재 주형정착부의 수직변위와 주탑의 수평변위를 설계목적에 적합하도록 제어하여 휨모멘트를 최소화할 수 있었고, 초기부재력법을 결합시켜 주형, 주탑의 축방향변위가 발생하지 않는 해석결과를 얻었다.

ABSTRACT : The extended tangent stiffness matrices and force-deformation relations of the elastic catenary element were initially derived through the addition of the unstrained length of cables to unknown nodal displacements. A beam-column element was then introduced to model the deck and pylon of cable-stayed bridges. The conventional geometric nonlinear analysis, initial force method, and TCUD method were summarized, with an effective method combining two methods presented to determine the initial shapes of cable-stayed bridges with dead loads. In this combined method, TCUD method was applied to eliminate vertical and horizontal displacements at cable-supported points of decks and on top of pylons, respectively. The initial force method was also adopted to eliminate horizontal and vertical displacements of decks and pylons. Finally, the accuracy and validity of the proposed combined method were demonstrated through numerical examples.

핵심용어 : 초기형상, 사장교, 탄성현수선 케이블, 초기부재력법, TCUD법

KEYWORDS : initial shape, cable-stayed bridge, elastic catenary cable, initial force method, TCUD method

1. 서 론

사장교는 일반적인 교량에 비해 미적인 측면과 기능적인 측면에서 매우 큰 비중을 차지하고 있으며, 현재 전세계적으로 많은 교량이 건설되고 있다. 특히 현대사회에서는 미적인 측면을 부각시키므로 인해 다양한 형태의 사장교의 모델이 등장하고 있다.

사장교는 주탑에 연결된 케이블로 보강형을 지지하는 구조물로서, 구조특성상 주탑 및 보강형에 큰 압축력과 케이블에는 장력이 발생하기 때문에 기하학적 비선형성이 크고, 구조적 거동이 매우 복잡하기 때문에 구조물의 거동을 해석하는데 매우 어렵다. 또한 교량자체의 규모가 거대해지고 길이집에 따라 정확하고 실질적인 해석기법을 요구하고 있는 실정이다.

1) 정회원, 성균관대학교 토목환경공학과 교수

(Tel. 031-290-7514, Fax. 031-290-7549, E-mail:kmye@skku.ac.kr)

2) 학생회원, 성균관대학교 토목환경공학과 박사과정(sosory@mail.skku.ac.kr)

3) 학생회원, 성균관대학교 토목환경공학과 박사과정(junsok73@yahoo.co.kr)

본 논문에 대한 토의를 2003년 10월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

일반적으로 초기형상결정이라 함은 완성된 구조계에서 고정 하중에 의해 발생하는 케이블 지지교량의 주형 및 주탑에 발생하는 휨모멘트와 변위가 최소화되면서 고정하중과 평형을 이룰 수 있는 케이블 장력과 무응력길이를 결정하는 것으로, 초기형상결정방법에는 시산법(Trial & Error), 초기부재력법, 그리고 TCUD해석법등이 있다. 시산법은 케이블 장력을 알기 위해 설계자가 케이블 장력을 변화시켜가며, 반복계산을 수행하는 방법으로 많은 시간이 필요하지만 비교적 정확한 초기형상을 구현하기가 어렵다.(Karoumi, 1999) 초기부재력도입방법은 해석 처음 단계에서는 초기부재력이 없는 상태에서 비선형 해석을 수행하고, 그후 단계부터는 전 단계 비선형 해석을 통하여 얻어지는 부재력을 초기부재력으로 가정하여 해석 모델에 도입한 후 다시 비선형 해석을 반복하여, 가정한 초기부재력에 의하여 원하는 초기형상을 찾아질 때까지 비선형해석을 반복하는 해석방법을 의미한다. 이후 탄성현수선과 박벽보-기둥요소를 사용하여 모델링하고 실제에 가까운 초기 장력값을 구하여 사장교의 초기형상을 결정하는 개선된 초기부재력법을 개발하였다.(김과장, 1999) 그러나 초기부재력법을 이용한 해석법은 초기 장력크기에 민감하다는 단점이 있다. 한편, TCUD해석법은 탄성현수선요소와 보-기둥요소를 이용하였다. 이 방법은 초기부재력 방법과는 달리, 케이블의 무응력길이를 변수로 추가하고 그 개수에 해당하는 절점변위를 구속하여 초기형상해석을 수행하였다.(Kim & Lee, 2001) TCUD해석법은 수렴속도가 빠르고 초기 장력크기에 민감하지 않지만 주형과 주탑의 압축력으로 인한 변위를 제거할 수 없다.

본 연구에서는 사장교의 정확한 초기형상을 결정하기 위하여 초기부재력법과 TCUD해석법의 장점을 효과적으로 결합시킨 개선된 해석방법을 제시한다. 1) 먼저 케이블은 트러스요소, 주형과 주탑은 3차원 보-기둥요소를 사용하여 모델링하고 기하학적 비선형해석을 수행하여 장력의 초기값을 가정한다. 2) 이제 케이블의 무응력길이를 변수로 취급하여 교량 전체의 접선강성행렬을 산정하고, 경계조건 이외에 케이블 개수만큼의 절점변위를 설계자의 초기형상에 가깝게 되도록 추가적으로 절점변위를 구속하여 절점변위 및 무응력길이의 증분을 산정하고 이를 토대로 케이블 부재력과 주형 및 주탑의 부재력을 산정한다. 이렇게 계산된 부재력으로부터 불평형하중을 산정하고 수렴이 될 때까지 다시 반복계산을 한다. 3) 단계 2)의 반복계산과정이 수렴한다 하더라도 사장교는 주탑, 주형이 압축력을 받아 변위를 일으킨다. 이러한 축방향 변위를 추가로 제거하기 위하여 초기부재력법 즉, 주형, 주탑의 압축력과 케이블장력은 수렴된 값을 가지고 모든 절점좌표를 처음 위치로 환원시킨 상태에서 다시 비선형 반복계산을 수행하는 방법을

적용하여 설계자가 의도하는 초기형상에 가장 근접한 결과를 얻는다. 본 해석 알고리즘의 타당성과 정확성을 검증하기 위하여 수치예제를 통해 설명한다.

2. 탄성현수선 케이블요소

사장교는 주부재로 사장재 케이블, 주형과 주탑으로 구성된다. 본 장에서는 사장재를 모델링하기 위하여 탄성현수선 케이블요소의 장력 산정식과 접선강성행렬의 유도과정을 간략히 제시한다. 특히, 케이블요소의 증분방정식을 유도하는 경우에 케이블의 무응력길이를 추가적인 변수로 간주하는 확장된 증분평형방정식을 유도한다.

탄성현수선 요소는 자중을 받는 정적 케이블거동을 염밀하게 파악할 수 있다(안상섭, 1990). 그럼 1와 같이 케이블은 두 개의 고정된 점 p와 q의 사이에 걸려있다고 가정한다. 탄성현수선 케이블요소는 기본적으로 무응력길이 L_0 와 케이블의 각각의 장력성분을 미지수로 사용하여 해석한다. 이때 케이블요소의 적합방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} L_x &= -\frac{F_1}{EA_0}L_0 + \frac{F_1}{w}\left(\sinh^{-1}\left(\frac{F_3-wL_0}{H}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{F_3}{H}\right)\right) \\ L_y &= -\frac{F_2}{EA_0}L_0 + \frac{F_2}{w}\left(\sinh^{-1}\left(\frac{F_3-wL_0}{H}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{F_3}{H}\right)\right) \\ L_z &= -\frac{F_3}{EA_0}L_0 + \frac{wL_0^2}{2EA_0} + \frac{1}{w}(T_q - T_p) \end{aligned} \quad (1a-c)$$

여기서,

$$T_p = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}, \quad T_q = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (F_3 - wL_0)^2}, \quad H = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1d)$$

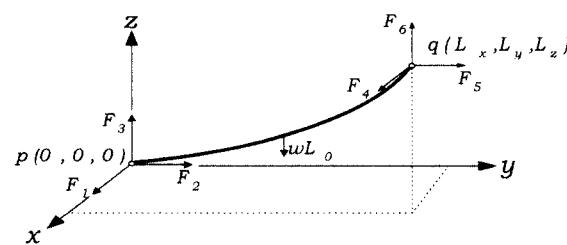


그림 1.(a) 자중을 받는 탄성현수선 케이블요소

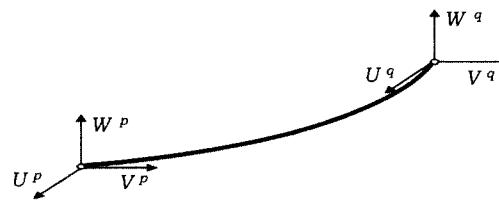


그림 1.(b) 탄성현수선 케이블요소의 부재변위 벡터

식 (1a-c)을 비선형 함수 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_x &= L_x(F_1, F_2, F_3, L_0) \\ L_y &= L_y(F_1, F_2, F_3, L_0) \\ L_z &= L_z(F_1, F_2, F_3, L_0) \end{aligned} \quad (2)$$

한편, 요소 양단 p, q의 상대변위의 변화량과 절점력 변화량의 관계를 나타내기 위해 식 (2)의 양변을 편미분하면, 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} dL_x &= \frac{\partial L_x}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial L_x}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial L_x}{\partial F_3} dF_3 + \frac{\partial L_x}{\partial L_0} dL_0 \\ dL_y &= \frac{\partial L_y}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial L_y}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial L_y}{\partial F_3} dF_3 + \frac{\partial L_y}{\partial L_0} dL_0 \\ dL_z &= \frac{\partial L_z}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial L_z}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial L_z}{\partial F_3} dF_3 + \frac{\partial L_z}{\partial L_0} dL_0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} dL_x &= dU^q - dU^p, \quad dL_y = dV^q - dV^p \\ dL_z &= dW^q - dW^p \end{aligned} \quad (4)$$

윗 식을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} dL_x \\ dL_y \\ dL_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{14} \\ f_{24} \\ f_{34} \end{bmatrix} dL_0 \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} f_{11} &= -\frac{L_0}{EA_0} + \frac{F_1^2}{wH^2} \left(\frac{F_3}{T_p} - \frac{F_3 - wL_0}{T_q} \right) \\ &\quad + \frac{1}{w} \left[-\sinh^{-1} \left(\frac{F_3}{H} \right) + \sinh^{-1} \left(\frac{F_3 - wL_0}{H} \right) \right] \\ f_{12} &= \frac{F_1 F_2}{wH^2} \left(\frac{F_3}{T_p} - \frac{F_3 - wL_0}{T_q} \right) \\ f_{13} &= \frac{F_1}{w} \left(-\frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_q} \right), \quad f_{14} = -\frac{F_1}{EA_0} - \frac{F_1}{T_q} \\ f_{21} &= f_{12} \\ f_{22} &= -\frac{L_0}{EA_0} + \frac{F_2^2}{wH^2} \left(\frac{F_3}{T_p} - \frac{F_3 - wL_0}{T_q} \right) \\ &\quad + \frac{1}{w} \left[-\sinh^{-1} \left(\frac{F_3}{H} \right) + \sinh^{-1} \left(\frac{F_3 - wL_0}{H} \right) \right] \\ f_{23} &= \frac{F_2}{w} \left(-\frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_q} \right), \quad f_{24} = -\frac{F_2}{EA_0} - \frac{F_2}{T_q} \\ f_{31} &= f_{13}, \quad f_{32} = f_{23} \\ f_{33} &= -\frac{L_0}{EA_0} + \frac{1}{w} \left(-\frac{F_3}{T_p} + \frac{F_3 - wL_0}{T_q} \right) \end{aligned}$$

$$f_{34} = -\frac{F_3}{EA_0} + \frac{wL_0}{EA_0} - \frac{F_3 - wL_0}{T_q} \quad (6)$$

이를 강성행렬을 구하기 위하여 유연도 행렬 f_{ij} 의 역행렬을 취한후, 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} dL_x \\ dL_y \\ dL_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{14} \\ f_{24} \\ f_{34} \end{bmatrix} dL_0 \right) \quad (7)$$

여기서, k_{ij} 는 유연도행렬 f_{ij} 의 역행렬 성분이다.

그럼 1a에 나타난 자중을 받는 탄성현수선 요소의 절점력에 대한 평형조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_1 + F_4 &= 0 \\ F_2 + F_5 &= 0 \\ F_3 + F_6 &= wL_0 \end{aligned} \quad (8)$$

이제 케이블 상대변위를 나타내는 식 (4)와 식 (7), (8)을 고려하면, 탄성현수선요소의 증분방정식을 얻을 수 있다.

$$\Delta \mathbf{F}_c = \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{U}_c + \mathbf{K}_{cu} \Delta \mathbf{L}_o \quad (9)$$

여기서, $\Delta \mathbf{F}_c$ = 증분 절점력벡터; \mathbf{K}_c = 탄성현수선요소의 강성행렬; $\Delta \mathbf{U}_c$ = 증분 변위벡터; \mathbf{K}_{cu} = 무응력 길이의 변화에 의한 강성행렬을 각각 나타낸다.

3. 보-기동요소

본 장에서는 보-기동 요소의 접선강성행렬을 유도하고 부재력 산정방법을 제시한다.

3.1 보-기동요소의 접선강성행렬

그럼 2는 보-기동요소의 절점변위와 절점력벡터를 나타낸다. 보-기동요소의 전체 포텐셜에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pi = \Pi_E + \Pi_G - \Pi_{ext} \quad (10)$$

여기서 Π_E , Π_G 와 Π_{ext} 는 각각 선형탄성에너지와 증분부재력에 의한 비선형 탄성에너지, 그리고 외력에 의한 포텐셜에너지를 나타낸다.

$$\begin{aligned}\Pi_E &= \frac{1}{2} \int_o^L [EAU_x'^2 + EI_3 U_y''^2 \\ &\quad + EI_2 U_z''^2 + GJ \theta'^2] dx_1 \\ \Pi_G &= \frac{1}{2} \int_o^L [{}^0F_1 (U_y'^2 + U_z'^2) + {}^0M_p \theta'^2 \\ &\quad + {}^0F_2 U_z' \theta - {}^0F_3 U_y' \theta + {}^0M_1 (U_z' U_y'' + U_z'' U_y') \\ &\quad + {}^0M_2 (U_y'' \theta - U_y' \theta') + {}^0M_3 (U_z'' \theta - U_z' \theta')] dx_1\end{aligned}\quad (11)$$

$$\Pi = \mathbf{U}_e^T \mathbf{F}_e$$

여기서, \mathbf{U}_e 와 \mathbf{F}_e 는 각각 6개의 성분으로 구성되는 변위 벡터와 부재력ベ터를 나타낸다.



그림 2.(a) 보-기동요소의 변위 벡터

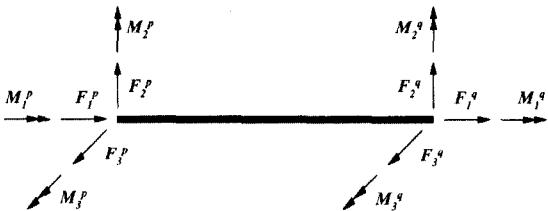


그림 2.(b) 보-기동요소의 부재력 벡터

보-기동요소를 유한요소로 나누어 요소의 변위장은 요소변위벡터에 관한 Hermitian 다항식으로 나타낸다. 식 (12)에 보는 바와 같이 축방향변위 및 비틀회전각에 대해서는 1차, 두 직각방향의 횡변위에 대해서는 3차 Hermitian 다항식을 각각 사용하여 탄성 및 기하학적 강성행렬을 유도한다.

$$\begin{aligned}U_x &= n_1 \cdot U^p + n_2 \cdot U^q \\ U_y &= h_1 \cdot V^p + h_2 \cdot L \cdot \omega_3^p + h_3 \cdot V^q + h_4 \cdot L \cdot \omega_3^q \\ U_z &= h_1 \cdot W^p - h_2 \cdot L \cdot \omega_2^p + h_3 \cdot W^q - h_4 \cdot L \cdot \omega_2^q \\ \theta &= h_1 \cdot \omega_1^p + h_3 \cdot \omega_1^q\end{aligned}\quad (12)$$

여기서, $n_1 = 1 - \beta$, $n_2 = \beta$, $\beta = x_1/L$

$$\begin{aligned}h_1 &= 2\beta^3 - 3\beta^2 + 1, \quad h_2 = \beta^3 - 2\beta^2 + \beta \\ h_3 &= -2\beta^3 + 3\beta^2, \quad h_4 = \beta^3 - \beta^2\end{aligned}$$

식 (12)을 식 (11)에 대입하여 적분을 행하면 다음과 같이

증분 평형방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned}{}^t\mathbf{K}_e \mathbf{U}_e &= {}^{t+4t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F}_e \\ \mathbf{U}_e^T &= \langle U^p, V^p, W^p, \omega_1^p, \omega_2^p, \omega_3^p, \\ &\quad U^q, V^q, W^q, \omega_1^q, \omega_2^q, \omega_3^q \rangle \\ {}^t\mathbf{F}_e^T &= \langle {}^tF_1^p, {}^tF_2^p, {}^tF_3^p, {}^tM_1^p, {}^tM_2^p, {}^tM_3^p, \\ &\quad {}^tF_1^q, {}^tF_2^q, {}^tF_3^q, {}^tM_1^q, {}^tM_2^q, {}^tM_3^q \rangle\end{aligned}\quad (13)$$

여기서 ${}^t\mathbf{K}_e$ 는 부재좌표계에서 12×12 접선강성행렬을 나타내며 구체적인 계산결과는 표 1과 같다.

표 1. 12×12 Tangent stiffness ${}^t\mathbf{K}_e$ of Space frame element

$${}^t\mathbf{K}_e = \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{matrix} a_1 & \cdot \\ a_2 & \cdot & -e & v & b_1 & \cdot & -a_2 & \cdot & f & -v & b_1 \\ a_3 & -e' & -b_2 & v & \cdot & \cdot & -a_3 & f' & -b_2 & -v \\ m & -h' & h & \cdot & e & e' & -m & g' & -g \\ c_1 & \cdot & \cdot & -v & b_2 & g' & d_1 & w \\ c_2 & \cdot & -b_1 & -v & -g & -w & d_2 & d_2 \\ \hline \text{Sym} & & & & & & & & & & & \end{matrix} & \begin{matrix} a_1 & \cdot \\ a_2 & \cdot & -f & v & -b_1 & & & \\ a_3 & -f' & b_2 & v & & & & \\ m & -i' & i & & & & & \\ c_1 & & & & & & & \\ c_2 & & & & & & & \end{matrix} \\ \hline \end{array}$$

$$a_1 = EA/L,$$

$$a_3 = 6F_1^p/5L + 12EI_2/L^3$$

$$b_1 = F_1^p/10 + 6EI_3/L^2, \quad b_2 = F_1^p/10 + 6EI_2/L^2,$$

$$c_1 = 2F_1^p L/15 + 4EI_2/L$$

$$c_2 = 2F_1^p L/15 + 4EI_3/L,$$

$$d_1 = -F_1^p L/30 + 2EI_2/L$$

$$d_2 = -F_1^p L/30 + 2EI_3/L, \quad e = -(M_2^p)/L,$$

$$f = (M_2^q)/L, \quad g = -(M_2^p + M_2^q)/6,$$

$$h = (2M_2^p - M_2^q)/6, \quad i = -(M_2^p - 2M_2^q)/6$$

$$m = (I_2 + I_3)F_1^p/AL + GJ/L,$$

$$v = -M_1^p/L,$$

$$a_2 = 6F_1^b/5L + 12EI_3/L^3, w = -M_1^b/2$$

여기서 $e' \sim i'$ 는 $e \sim i$ 의 식들에 M_2^b 대신 M_3^b , M_2^q 대신 M_3^q 를 대입하여 얻는다.

3.2 보-기동요소의 부재력 산정

보-기동요소의 부재력 산정시 Updated Lagrangian co-rotational formulation에 근거한 반복계산에서 총부재력은 이전 단계에서 부재력에 충분부재력을 더하여 구한다.(김문영 등, 1997)

4. 사장교의 초기형상 해석법

사장교와 같은 케이블 지지교량은 거더교, 아치교 등과는 달리 케이블에 막대한 장력이 도입된 후에야 구조적 평형상태에 도달한다. 이는 설계자는 케이블의 초기장력 또는 무응력길이를 사전에 알아야 한다는 것을 의미한다. 이와 같은 이유로 사장교의 초기형상해석이라 함은 완성된 구조계에서 고정하중에 의해 발생하는

- 1) 주형의 수직처짐과 휨모멘트, 주탑의 수평변위와 휨모멘트를 최소화하면서
- 2) 고정하중과 평형을 이를 수 있는 케이블의 장력과 무응력길이를 결정하는 것을 말한다.
- 3) 이때 케이블이 정착되는 주형의 수평위치, 주탑의 수직위치가 변하지 않아야 한다.

이와 같이 정의되는 초기형상해석은 일반 기하학적 비선형 해석과 유사하지만 통상적인 경계조건에 의한 절점변위 이외에 초기형상가정에 의한 추가적인 절점변위 값이 결정되어 있다는 점에서 큰 차이가 있다.

서론에서 언급한 바와 같이 최근에 개발된 사장교의 초기형상해석법은 초기부재력법과 TCUD법으로 두 가지 방법으로 대별할 수 있다. 초기부재력법은 처음 단계에서는 초기부재력이 없는 상태에서 비선형 해석을 수행하고, 그 후 단계부터는 전 단계에서 수렴된 해석을 통하여 얻어지는 부재력을 초기부재력으로 해석 모델에 도입한 후 다시 비선형해석을 반복하여, 가정한 초기부재력에 의하여 목적하는 초기형상을 찾아질 때 까지 비선형해석을 반복하는 해석방법을 의미한다. 이에 반하여 TCUD법은 케이블 무응력길이를 추가적인 변수로 미지수를 증가시키는 대신에 그 개수만큼 미지 절점변위를 초기형상 목적에 부합하도록 값을 부여하는 방법이다. 본 장에서는 각각의 방법을 간략히 요약하고 장단점을 언급한 후에, 이 두 방법

을 결합시킨 효과적인 해석법을 제시한다.

4.1 기하학적 비선형 해석법

일반적으로 기하학적 비선형 유한요소해석은 총 해석의 범위를 몇몇의 증분단계로 나누어 해석한다. 이때 각각의 증분단계별 반복계산은 아래 식과 같이 Newton-Raphson 방법을 사용하여 불평형하중을 구하고, 평형조건을 만족할 때까지 반복해석을 수행한다. 아래의 식은 일반적인 기하학적 비선형 해석 과정을 보여주고 있다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}K^{(i-1)} \Delta U^{(i)} &= {}^{t+\Delta t}R - {}^{t+\Delta t}F^{(i-1)} \\ {}^{t+\Delta t}U^{(i)} &= {}^{t+\Delta t}U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \quad (14) \\ i &= 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{초기조건} : {}^tU^{(0)} &= {}^tU; {}^tK^{(0)} = {}^tK; \\ {}^tF^{(0)} &= {}^tF \quad (15) \end{aligned}$$

여기서, 첨자 $(i) = (i)$ 번째 반복계산 과정; tK = 구조물의 접선강성행렬; tU 와 ΔU = 구조물의 총 절점변위와 증분 절점변위벡터; ${}^{t+\Delta t}R$ = 외력벡터; tF = 부재력으로 인한 절점력벡터를 나타낸다. 시산법 또는 초기부재력법을 적용하는 경우에, 반복계산시 케이블 부재의 장력 또는 무응력길이가 일정하다는 가정 하에 고정하중을 받는 사장교의 기하학적 비선형 응답해석을 수행할 필요가 있다. 아래 식에 근거하여 고정하중 R 을 일시에 받는 사장교의 기하학적 비선형 해석과정을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} K^{(i-1)} \Delta U^{(i)} &= R - F^{(i-1)} \quad (16) \\ U^{(i)} &= U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \end{aligned}$$

$$i = 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned} \text{초기조건} : U^{(0)} &= 0; K^{(0)} = K(^0F); \\ F^{(0)} &= 0 \quad (17) \end{aligned}$$

여기서, 0F = 케이블의 초기장력 만으로 구성된 절점력벡터; $K^{(0)} = {}^0F$ 에 의존하는 강성행렬이다.

4.2 초기부재력법

일반적으로 앞 절의 고정하중을 받는 사장교의 기하학적 비선형해석 방법을 적용하는 경우에 주형, 주탑이 수평 및 수직 방향의 변위를 수반하기 때문에 설계목적에 부합하는 초기형

상을 찾기 어렵다. 사장교에 적용하는 초기부재력법은 이러한 변위를 최소화하기 위하여 기하학적 비선형해석에 의하여 수렴한 부재력 즉, 케이블 장력, 축력 및 휨모멘트 등을 다시 초기 부재력으로 사용하고, 모든 절점변위는 영으로 취한 상태에서 고정하중의 작용하의 새로운 평형형상을 결정하는 비선형 해석을 재차 수행한다. 이렇게 하여 가정한 초기부재력에 의하여 원하는 초기형상이 찾아질 때까지 비선형해석을 반복하게 되며, 이와 같은 과정을 몇 번 반복하면 주형의 처짐과 주형 및 주탑의 휨모멘트가 감소하여 완성계의 초기형상 가정에 근접하는 해를 얻을 수 있다. 이 방법은 초기형상에 근접하는 초기 케이블 장력 값을 얻을 수 있어야 정확도를 향상시킬 수 있다. 그리고 축방향 변위를 감소시키기는 용이하지만 휨모멘트로 인한 변형을 감소시키기가 어려운 단점이 있다.

본 연구에서는 초기부재력법을 이용하여 주형과 주탑의 축방향변형을 감소시키고자 한다. 이 경우의 초기부재력법은 $k-1$ 번째 단계에서 수렴된 주형과 주탑의 축방향력을 외력과 부재내력에 추가하여, 절점좌표를 초기위치로 바꾸고 고정하중 R 을 변화시키지 않은 상태에서 k 번째 단계의 반복계산을 행한다. 이를 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^k\mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} &= \mathbf{R} - {}^k\mathbf{F}^* - {}^k\mathbf{F}^{(i-1)} \\ {}^k\mathbf{U}^{(i)} &= {}^k\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)} \quad (18) \end{aligned}$$

$i = 1, 2, \dots ; k = 1, 2, \dots$

초기조건 : ${}^k\mathbf{U}^{(o)} = \mathbf{0}$; ${}^k\mathbf{K}^{(o)} = K({}^k\mathbf{F}^*)$;
 ${}^k\mathbf{F}^{(o)} = \mathbf{0}$ (19)

여기서, 첨자 k = 수렴 후에 고정하중을 다시 재하한 회수; 첨자 (i) = k 번째 단계에서 내부의 반복계산 회수; ${}^k\mathbf{F}^*$ 는 $k-1$ 번째 단계에서 수렴된 주형과 주탑의 축방향력으로 구성되는 절점력벡터이다.

4.3 TCUD 해석법

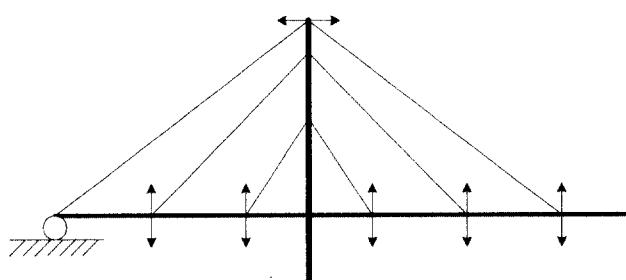


그림 3. 사장교의 TCUD법에 의한 기하학적 구속조건

기존의 초기부재력법은 케이블지지교량을 모델링할 때, 초기 무응력길이를 기정하고 비선형방정식을 사용하여 초기형상을 결정하였다. TCUD 해석법은 케이블지지 구조물에서 절점변위 이외에 케이블의 초기장력이나 무응력길이를 미지수로 추가하므로, 평형방정식의 수보다 미지수의 수가 더 많은 부정방정식이 된다. 따라서 케이블의 요소 개수만큼의 기하학적으로 제어시킨 조건식이 필요하다. 따라서 케이블 부재 개수만큼 특정한 절점변위를 구속하고 Newton-Raphson 반복법을 적용하여 미지의 무응력길이와 장력을 결정한다.

케이블 및 보-기둥부재의 증분방정식 (9), (13a)를 이용하고 직접강성법을 적용하면 사장교 전체의 증분평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{U} + \mathbf{K}_l \Delta \mathbf{L}_0 \quad (20)$$

여기서, $\Delta \mathbf{F} = n \times 1$ 증분외력 또는 불평형하중벡터; $\mathbf{K}_t, \mathbf{K}_l$ = 각각 구조물의 $n \times n$ 접선강성행렬과 무응력길이에 대응하는 $n \times m$ 강성행렬; $\Delta \mathbf{U}, \Delta \mathbf{L}_0 = n \times 1$ 절점변위벡터, $m \times 1$ 무응력길이벡터; $n =$ 절점의 총 수 $\times 6$; $m =$ 케이블부재의 개수이다. 위 식은 조건식에 비하여 미지수가 케이블부재 개수인 m 만큼 많으므로 이 숫자만큼 절점변위를 구속할 수 있다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{K}_{tu} \Delta \mathbf{U}_u + \mathbf{K}_{ts} \Delta \mathbf{U}_s + \mathbf{K}_l \Delta \mathbf{L}_0 \quad (21)$$

여기서, $\Delta \mathbf{U}_u, \Delta \mathbf{U}_s =$ 각각 미지수인 $(n - m) \times 1$ 절점변위, 구속되는 $m \times 1$ 절점변위벡터를 나타낸다. 따라서 식 (21)에서 세 번째 항은 사라지고, 나머지 두 개의 항으로 구성되는 수정강성행렬은 비대칭 강성행렬이 된다.

$$\Delta \mathbf{F} = [\mathbf{K}_{tu} \mathbf{K}_l] \left(\begin{array}{c} \Delta \mathbf{U}_u \\ \Delta \mathbf{L}_0 \end{array} \right) \quad (22)$$

여기서, m 개의 미지수 L_0 에 대응하여, m 개의 구속조건을 도입한다. 구속조건을 대입하면, 그 부분의 변위는 영이 되며, 이때 각 케이블에 대응하는 미지수 L_0 를 구속조건에 일대일 대응시킨다. 일대일 대응시킨 식을 이용하여 연립방정식을 풀면, 각각의 p 와 q 의 위치와 현재의 길이 L_0 를 결정할 수 있다. 이때 결정된 좌표와 무응력길이를 가지고 Newton-Raphson 방법을 이용하여 각각의 절점력을 구한다.

그림 3은 사장교의 경우에 케이블 부재 개수에 대응하여 구

속시키는 특정 절점변위를 나타낸 것이다. 맨 좌측 케이블에 대응하여 구속조건으로 주탑 꼭대기의 수평변위를 구속하는 것을 제외하면 원칙적으로 각 경사 케이블은 주형 정착부의 수직변위를 구속시킨다. 그렇게 함으로써 주탑 및 주형의 휨모멘트를 최소화 시킬 수 있다. 그러나 주탑, 주형의 축방향 변위를 없앨 수는 없다.

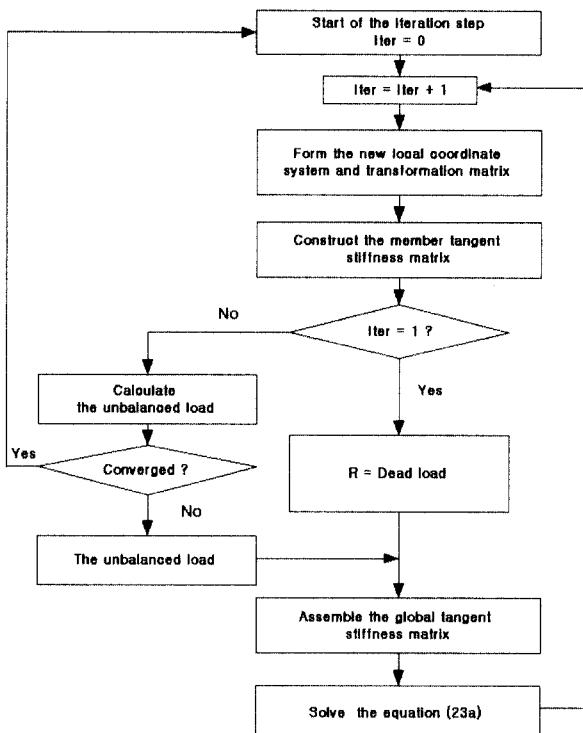


그림 4. TCUD법 알고리즘

TCUD 해석법을 적용하는 증분평형방정식은 식 (22)를 고려하여 다음 식과 그림 4의 흐름도로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_u^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}_u^{(i)} + \mathbf{K}_l^{(i-1)} \Delta \mathbf{L}_0^{(i)} &= \mathbf{R} - \mathbf{F}^{(i-1)} \\ \mathbf{U}_u^{(i)} &= \mathbf{U}_u^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}_u^{(i)} \quad (23) \\ \mathbf{L}_o^{(i)} &= \mathbf{L}_o^{(i-1)} + \Delta \mathbf{L}_o^{(i)} \\ i &= 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{초기조건 : } \mathbf{U}_u^{(o)} &= \mathbf{0} ; \quad \mathbf{K}_u^{(o)} = \mathbf{K}_u(^o\mathbf{F}) ; \\ \mathbf{F}^{(o)} &= \mathbf{0} ; \quad \mathbf{K}_l^{(o)} = \mathbf{K}_l(^o\mathbf{F}) \quad (24) \end{aligned}$$

4.4 초기부재력법과 TCUD법의 결합법

4.2, 4.3절에서 살펴본 바와 같이 초기부재력법은 수렴후 비선형해석시 축방향력만을 초기부재력으로 사용하면, 다른 조건들을 적절히 고려한 경우에 주형 및 주탑의 축방향변형을

제거할 수 있다. 또한, TCUD법은 주형 및 주탑의 휨변형을 최소화시킬 수 있다. 따라서 본 연구에서는 사장교의 정확한 초기형상을 결정하기 위하여 초기부재력법과 TCUD법을 효과적으로 결합시킨 개선된 해석방법을 제시한다. 본 연구에서 제시한 초기형상결정 알고리즘을 보다 구체적으로 나타내면 다음과 같다.

1) 케이블 장력의 초기값 산정:

먼저 케이블을 트러스요소, 주형과 주탑은 3차원 보-기둥요소를 사용하여 모델링하고 고정하중하에서 기하학적 비선형해석을 수행하여 장력의 초기값을 결정한다.

2) TCUD법에 근거한 평형반복계산:

i. 케이블의 무응력길이를 변수로 취급하여 사장교 전체의 접선강성행렬을 산정한다. 이때 강성행렬은 비대칭행렬이 된다.

ii. 경계조건 이외에 케이블 개수만큼의 절점변위를 설계자의 초기형상에 가깝게 되도록 추가적으로 절점변위를 구속하여 절점변위 및 무응력길이의 증분을 산정한다. 이때 구속되는 절점의 자유도는 그림 3에 표시되어있다. 특히, 지점부에 연결된 케이블에 대응하는 구속변위는 주탑상부의 수평변위가 된다.

iii. i과 ii를 토대로 케이블 부재력과 주형 및 주탑의 부재력을 산정한다. 특히 탄성현수선 케이블요소를 적용하는 경우에, 무응력길이와 케이블 양 절점의 상대적인 위치가 ii.로부터 결정되므로 식 (1)을 사용하여 케이블 부재력을 결정한다.

iv. 구조물 전체의 증분평형방정식으로부터 부재력과 불평형하중을 산정하고,

v. 수렴이 될 때까지 다시 반복계산을 한다.

3) 초기부재력법 적용:

수렴이 되었을 때 형상은 주탑, 주형이 압축력을 받아 변위를 일으킨다. 이때 축방향변위를 제거하기 위하여 초기부재력법 즉, 주형 및 주탑의 압축력과 케이블장력은 수렴된 값을 가지고 모든 절점좌표를 처음 위치로 환원시켜서 다시 TCUD법에 근거한 비선형 반복계산을 수행한다. 이때 초기부재력으로 취하는 주형 및 주탑의 압축력은 k 번째 단계의 (i) 번째 반복계산시 주형 및 주탑의 초기변형이 영인 상태에서 압축력으로 간주한다. 이를 아래 식 (25)과 그림 5로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^k \mathbf{K}_u^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}_u^{(i)} + {}^k \mathbf{K}_g^{(i-1)} \Delta \mathbf{L}_0^{(i)} \\ = \mathbf{R} - {}^k \mathbf{F}^* - {}^k \mathbf{F}^{(i-1)} \end{aligned}$$

$$U_u^{(i)} = U_u^{(i-1)} + \Delta U_u^{(i)} \quad (25)$$

$$L_o^{(i)} = L_o^{(i-1)} + \Delta L_o^{(i)}$$

초기조건 : $U_u^{(0)} = 0 ; K^{(0)} = K(^oF) ;$
 $KF^{(0)} = 0 \quad (26)$

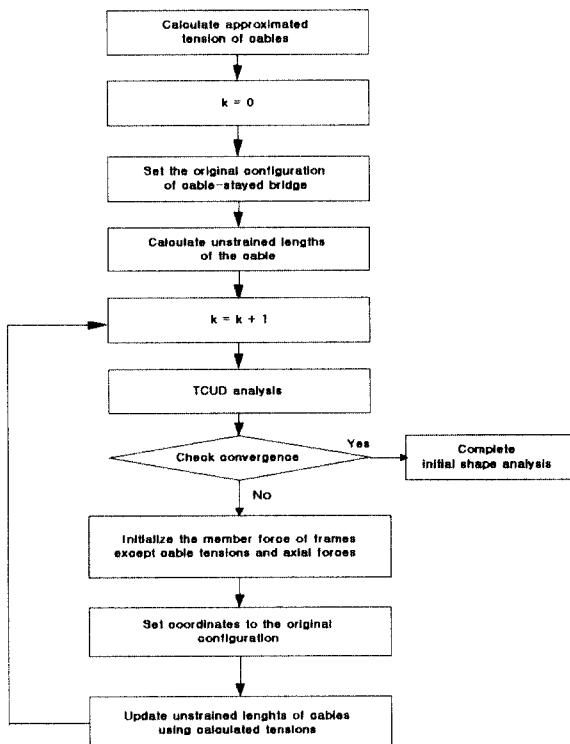


그림 5. 초기부재력법과 TCUD법의 결합

5. 수치해석

본 논문에서는 사장케이블의 경우 탄성현수선 케이블요소를 사용하였으며, 주탑 및 주형은 보-기둥요소를 사용하여 모델링 한다. 또한 Wang 등(1993, 1996)과 김과 장(1999)에서 선택한 예제의 해석결과들을 서로 비교함으로써, 초기부재력법과 TCUD법을 결합한 개선된 초기형상 알고리즘의 효율성과 정확성을 보인다.

5.1 Fan Type의 2차원 사장교

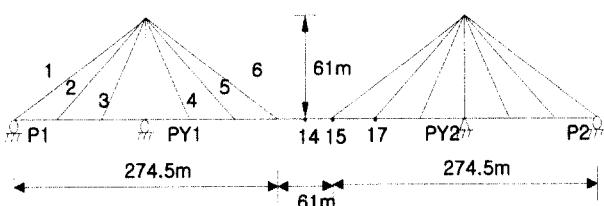


그림 6. 2차원 Fan Type 사장교 모델

본 예제는 그림 6과 같이 Wang 등의 연구에서 사용된 12개의 사장케이블로 지지된 Fan Type의 모델을 적용하였다. 교량의 총 길이는 610m이며, 주탑의 높이는 주형으로부터 61m이다. 주형과 주탑은 각각 26개 및 12개의 보-기둥요소로 나누었으며, 케이블은 각각 하나의 탄성케이블요소로 구성되었다. 구속조건을 살펴보면, 주형과 주탑의 교차지점중 PY2는 교축방향 변위를 구속하였으며, 나머지 부분은 교축방향 변위가 자유롭다. 또한 양측부분 교대의 교축방향 변위도 자유로 우며, 전 지지점에 대해 회전이 자유롭다. 해석시 사용한 사장교 모델의 단면상수 및 물성값은 표 3과 같다.

표 2. Fan Type 사장교 모델의 단면상수 및 물성값

Member	E(GPa)	A(m^2)	I(m^4)	w(KN/m)
Exterior cable	207	0.042	-	3.2
Interior cable	207	0.016	-	1.2
Deck	207	0.320	1.131	87.5
Pylon(20.3m)	207	0.269	0.432	-
Pylon(40.6m)	207	0.228	0.345	-
Pylon(61m)	207	0.203	0.211	-

케이블에 작용하는 장력에 대한 해석결과를 비교할때, Wang 등(1993, 1996)은 Fan Type 사장교의 사장재 해석 시 Ernst의 등가탄성계수를 적용하였으며, 초기부재력법을 적용하여 해석하였다. 본 연구에서는 초기평형상태의 수렴조건으로 불평형하중/총고정하중로써 0.1을 적용한다. 케이블의 정확한 장력을 산정하기 위하여 표 3와 표 9의 본 연구결과에 의한 탄성현수선요소의 최종장력값은 다음 식에 의하여 결정 한다.

$$T = F_1 CA + F_2 CB + (F_3 - w L_o / 2) CC \quad (27)$$

여기서, CA, CB, CC 는 각각 케이블의 p, q단을 연결하는 직선의 방향코사인을 나타낸다. (그림 1참조)

이에 반하여 Kim & Lee(2001)는 장력 결과값을 $T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}$ 로 산정한다.

표 3에서 1번 케이블의 초기 장력값은 9.35MN인데 반해 최종장력값은 10.87MN임을 알 수 있다. Wang(1993, 1996)과 Kim & Lee(2001)의 연구에서는 각각 11.34MN과 10.73MN, 그리고 11.38MN을 보인다. 또한, 표 3에서 보듯이 사장교의 초기형상 해석시 사장케이블이 주탑에 가까워질수록 장력값이 작아짐을 알 수 있다.

표 3. 케이블의 장력(MN)

Cable Number	Initial tension of this study	This study	Wang (1993)	Wang (1996)	Kim & Lee (2001)
1	9.35	10.87	11.34	10.74	11.38
2	8.60	8.50	7.37	8.27	8.26
3	3.88	4.98	5.29	4.80	4.85
4	5.13	5.15	5.00	4.55	5.11
5	8.96	6.83	6.77	7.81	6.79
6	8.17	12.28	12.08	11.31	12.55

주형의 모멘트를 살펴보면, 최대 정모멘트는 중앙지점에서 발생하며, 그 값은 20118.30KN-m이고, Wang(1993, 1996)과 Kim & Lee (2001)에서는 각각 16105.76 KN-m, 21409.04 KN-m 그리고, 17151.09 KN-m이다.

표 4. 주형의 모멘트(KN-m)

Node Number of Deck	This Study	Wang et al (1993)	Wang et al (1996)	Kim & Lee (2001)
14	20118.30	16105.76	21409.04	17151.09
15	-20556.23	-24568.77	-19265.49	-23523.43
17	-13073.89	-13898.89	-23028.56	-13083.64

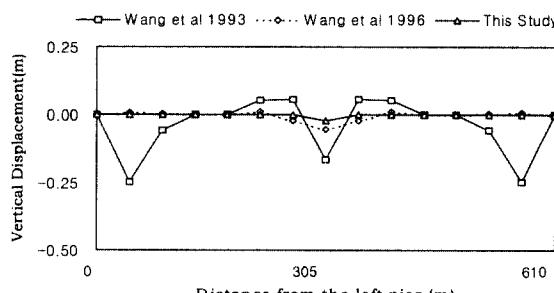


그림 7. 주형의 처짐

그림 7은 초기형상이 완료된 후에 주형의 처짐을 표시한 것이다. 해석결과에서 보면, Wang(1993, 1996)의 경우는 TCUD법에서처럼 각 절점에서 수직방향의 처짐에 대한 구속이 없기 때문에 최대 24.78cm의 처짐을 보이고 있다. 하지만 본 연구에서는 케이블 정착점의 수직처짐은 정확히 영이되고 중앙에서만 처짐이 발생한다. 이때의 최대 처짐은 2.1cm로 매우 작다는 것을 알 수 있다.

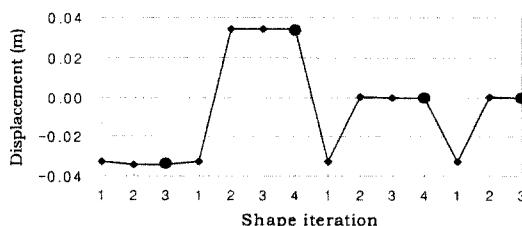


그림 8.(a) 주탑상부의 축방향변위 수렴도

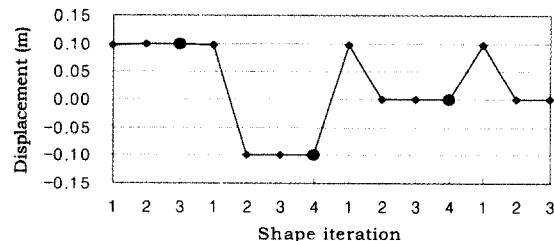


그림 8.(b) 주형(P1)의 축방향변위 수렴도

그림 8a와 8b는 각각 주탑상부(Pylon Top) 및 주형의 P1 위치에서 축방향변위의 수렴정도를 나타내고 있다. 그림은 4 단계의 초기부재력법을 적용한 결과를 굵은 원으로 나타내며, 각 단계내에서 TCUD반복법에 의한 변위값은 마름모로 표시 한다. 그림에서 보는 바와 같이 1 단계에서 TCUD법을 적용한 결과는 주탑상부 및 P1위치의 축방향변위가 각각 3.4, 9.9cm 였으며, 4 단계의 초기부재력법을 적용한 후에 두 위치의 변위는 모두 영이 됨을 알 수 있다. 이는 TCUD법 만으로는 주탑 및 주형의 축방향변위를 제거할 수 없지만, 본 연구에서처럼 초기부재력법을 함께 적용하면 주탑 및 주형의 변위가 거의 영이 되도록 제어할 수 있음을 보여준다.

5.2 Harp Type의 2차원 사장교

본 연구에서 사용된 2차원 예제는 그림 9와 같으며, 김파장(1999)의 논문에서 인용하였다. 예제에 적용된 물성값은 표 5과 같다.

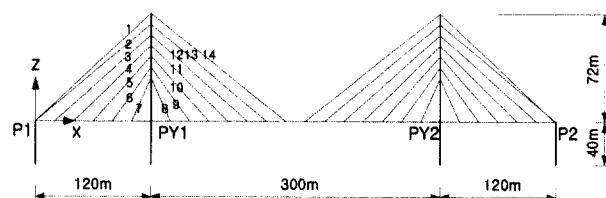


그림 9. Harp Type 사장교의 모델

표 5. 사장교 모델의 단면상수 및 물성값

Member	E(GPa)	A(m ²)	I(m ⁴)	w(KN/m)	부가사하중 (KN/m)
Cable	200	0.01	-	0.78	-
Deck	200	1.06	1.00	127.2	40
Pylon	200	1.21	1.30	145.2	-

본 2차원 예제는 28개의 케이블로 이루어졌고, 120 - 300 - 120m의 총길이 540m의 3경간 사장교로서 주탑의 높이는 112m이다. 주형 및 주탑은 각각 54개와 26개의 보-기둥요소

로 모델링하였으며, 각 케이블은 한 개의 탄성현수선으로 모델링하였다. 또한 주탑과 주형이 연결되는 지점인 PY2에서는 교축방향으로 구속하였으며 나머지 부분에서는 교축방향으로 이동이 가능하다. 또한 모든 지점에서 회전에 대해 자유롭다.

표 6은 Harp Type의 2차원 사장교 모델의 장력을 비교하였다. 이 해석결과에서 살펴볼때, 김과 장 등(1999)은 먼저 초기장력값의 산정을 위해서 선형 해석을 하였으며, 산정 방법은 김 등의 논문을 참조할 수 있다. 본 논문에서의 최종 수렴된 장력값과 초기부재력법 만을 적용한 김과 장 등(1999)의 장력값을 비교할 때 대체로 잘 일치함을 알 수 있다.

표 6. 케이블의 장력(KN)

케이블 번호	김과 장(1999)		This Study	
	초기장력	최종장력	초기장력	최종장력
1	8199.68	8193.45	5893.18	8200.90
2	5648.11	5637.50	5758.48	5644.95
3	6827.13	6830.79	5765.63	6827.78
4	5129.70	5152.62	5492.87	5129.00
5	4674.68	4705.43	4803.00	4674.73
6	4003.60	3979.72	3455.68	4003.39
7	3553.14	3317.22	1263.33	3553.30
8	3551.18	3308.52	1413.49	3551.02
9	4013.69	3984.13	3790.67	4013.61
10	4630.72	4665.86	5385.12	4630.51
11	5317.88	5357.28	6228.30	5318.04
12	6032.54	6057.09	6390.51	6030.44
13	6741.40	6738.87	5883.96	6743.74
14	7447.25	7405.27	4766.11	7445.18

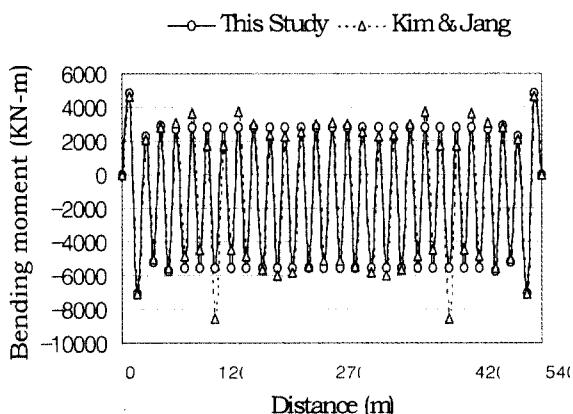


그림 10. 주형의 모멘트

고정하중 상태에서의 초기형상해석에 의한 주형의 모멘트는 그림 10에 보인다. 모멘트의 분포를 살펴보면 그림에서 보이듯 이 김 등의 결과보다 본 연구의 결과가 상대적으로 전 시간에 걸쳐 더욱 균등한 분포를 나타내고 있음을 알 수 있다.

그림 11(a)와 11(b)는 반복횟수에 따른 주탑상부와 P1지

점에서 축방향변위의 변화추이를 보이고 있다. 전 예제와 유사하게 TCUD법을 적용하는 1단계 해석결과는 주탑상부 및 P1 위치의 축방향변위가 각각 1.33, 3.83cm이며, 4단계 후에 변위는 모두 영이 됨을 알 수 있다. 따라서 TCUD법과 초기부재력법을 효과적으로 결합시킨 본 연구의 해석법을 적용하는 경우에 최종적으로 주형 및 주탑의 축방향변위는 거의 영으로 제어할 수 있음을 알 수 있다.

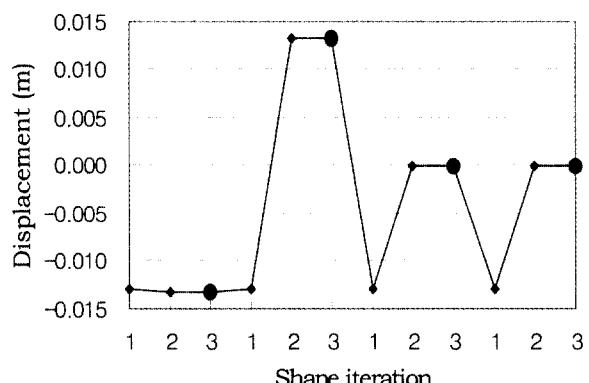


그림 11.(a) 주탑상부에서의 축방향 수렴도

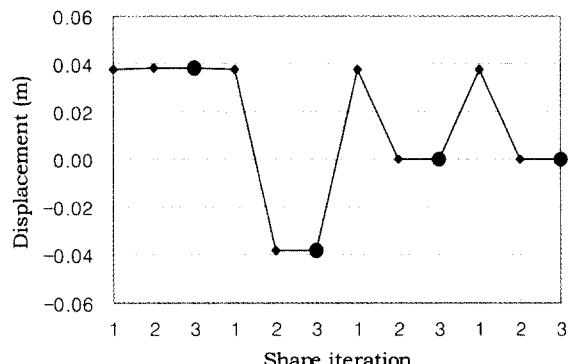


그림 11.(b) 주형(P1지점)에서의 축방향 수렴도

6. 결 론

유한요소법을 이용하여 사장교의 초기형상을 정확하게 결정하기 위하여 케이블요소는 탄성현수선요소, 주형 및 주탑을 모델링하기 위해서는 보-기둥요소를 각각 사용하였다. 본 연구에서는 케이블 부재를 트리스요소로 모델링하고 고정하중에 의한 기하학적인 비선형해석을 수행한 결과를 초기형상의 반복계산시 최초에 도입되는 케이블 장력값으로 사용하였다. 이때 사장교의 초기형상을 결정하기 위하여 초기부재력법과 TCUD법을 효과적으로 결합시킨 개선된 해석방법을 제시하였으며, 이 방법을 이용한 해석결과를 제시하였다. 이 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 첫 번째 단계에서 TCUD법을 적용하여 주형의 수직처짐, 주탑 상부의 수평변위를 완전히 제어할 수 있다. 따라서 주탑, 주형부의 휨모멘트를 최소화할 수 있으며, 비교적 균일한 사장재 장력값을 얻을 수 있다.
- (2) TCUD법을 적용한 이후에 반복적으로 주형 및 주탑의 축방향력만을 초기부재력을 취하여 초기부재력법을 적용하여 주형 및 주탑의 축방향 변위를 만족할 만한 정도로 제어할 수 있음을 확인하였다.
- (3) 결과적으로 TCUD법과 초기부재력법의 장점을 효과적으로 결합시킨 본 초기형상 해석법을 사용하여 설계자가 의도하는 가장 적절한 사장교의 초기형상결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 목적기초사업비(과제번호 : R01-2002-000-00265-0)에 의하여 연구되었기에 이에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

김문영, 안성원, (1997), 공간뼈대구조의 기하학적 비선형 유한

- 요소해석, 한국전산구조공학회지, 제10권 제1호, pp.20 1~211
 김제춘, 장승필, (1999), 초기부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정, 대한토목학회논문집, 제19권, I-3호, pp.377~386
 안상섭, (1990), 탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석, 석사학위논문, 서울대학교
 Karoumi R., (1999), Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges, *Computer & Structures* Vol.71, pp.397-412
 Kim, Ki-Seok, Lee, Hae-Sung, (2001), Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, *Computer & Structures*, Vol.79, pp.2681~2692
 Wang, P. H., Tseng, T. C. Yang, C. G., (1993), Initial shape of cable-stayed bridges, *Computer & Structures*, Vol.46 No.6, pp.1095-1106
 Wang, P. H., Tseng, T. C. Yang, C. G., (1996), Parametric studies on cable-stayed bridges, *Computer & Structures*, Vol.60 No.2, pp.243-260

(접수일자 : 2002. 12. 30 / 심사일 2003. 1. 18 /
 심사완료일 2003. 2. 3)