전력시장 해석을 위한 Bi-matrix 게임의 이산화 알고리즘

論 文
52A-1-9

A Discretization Algorithm for Bi-Matrix Game Approach to Power Market Analysis

李 光 浩*
(Kwang-Ho Lee)

Abstract-An important aspect of the study of power system markets involves the assessment of strategic behavior of participants for maximizing their profits. In models of imperfect competition of a deregulated electricity system, the key task is to find the Nash equilibrium. In this paper, the bimatrix approach for finding Nash equilibria in electricity markets is investigated. This approach determines pure and mixed equilibria using the complementarity pivot algorithim. The mixed equilibrium in the matrix approach has the equal number of non-zero property. This property makes it difficult to reproduce a smooth continuous distribution for the mixed equilibrium. This paper proposes an algorithm for adjusting the quantization value of discretization to reconstruct a continuous distribution from a discrete one.

Key Words : Market Analysis, Nash Equilibrium, Bi-matrix Game, Mixed Strategy, Discretization, Lemke Algorithm

1. 서 론

전력거래에서의 입찰 전략을 해석하기 위해서 게임이론을 적용한 많은 연구가 발표되고 있다.[1-6] 전력거래참여자의 이득 극대화를 위한 전략은 최적화 문제로 표현된다. 하지만 경쟁 개방형 전력시장 구조에서는 수직통합형의 고전적 최적화 문제와는 다른 형태를 갖는다. 개별적인 전략의 목적이 상호 의존적 특성을 갖게 되어 균형점 조건을 만족하는 전략을 찾는 문제가 된다. 전력시장에서의 불완전 경쟁을 해석하기 위해 여러 가지의 모형(Cournot, Stackelberg, Bertrand, 공급함수기법)들이 사용되고 있지만 가장 중요한 부분은 내쉬 균형점을 찾는 것이다.[7]

내쉬 균형점을 찾기 위한 현재 시도되고 있는 방법은 크게 4가지로 대별된다. 수리계획법을 이용한 해석적 기법[2], 광역 최적점을 구하기 위해 진화 알고리즘을 사용하는 Co-evolutionary 기법[8], 최적대응함수(best response function)들의 공간전체를 탐색하는 소모적(exhaustive) 탐색법[9], 그리고 각 참여자의 이득(payoff) 행렬을 이용해서 균형점을 찾는 기법[5]이 그것이다.

균형점이 단순전략(pure strategy)으로 나타나는 문제에서는 연속적인 전략변수에 대해서 적용이 가능한 것으로 평가받는다. 이론적으로는 2인 이상이 참여하는 게임에서도 단순전략을 구하기 위해서 적용이 가능하지만 계산상의 어려운 점이 있다. 전력거래를 해석할 때는 송전선로 허용전력 등의 제약조건이 고려되며 이 경우에 전력거래 모형에는 단순전략의 균형점이 나타나지 않고 복합전략(mixed strategy)이 존재할 수가 있다. 복합전략만이 나타나는 경우는 이득함수가 볼록(Convex)함수 성질을 잃게 되어 수리계획법은 지역적(local) 탐색을 할 수 밖에 없으며 확률적 분포를 갖는 복합전략은 구할 수가 없다.

진화 알고리즘을 사용하는 방법은 비볼록(non-convex) 함수에서의 광역 극대점을 찾기 위해 많이 사용되고는 있지만 복합전략의 확률분포를 계산할 수는 없다. 또한 소모적 탐색법에서도 복합전략을 구하는 것은 기대할 수가 없다.

이득행렬을 이용하는 방법에서는 전력거래에서의 연속적인 전략변수를 이산화(discretize)하여 각 전략변수들로 이루어지는 조합에 대해 이산적인 이득 값을 구하여 이로부터 내쉬 균형 조건을 해석한다. 따라서 2인이 참여하는 게임에서는 2차원의 이득 값들이 행렬로 표현되며 2개의 이득행렬이 나타나므로 'Bi-matrix Game'이라고 불린다. 2인-행렬 게임 기법은 광역해를 구할 수 있고 이산화된 전략변수로서 전략의 확률분포가 표현되기 때문에 복합전략의 해를 구할 수가 있다.[10]

2인-행렬 게임 기법을 적용하여 복합전략의 확률분포가 계산되면 이를 해석하기 위해 초기의 연속적인 전략변수로 환원해야 한다. 하지만 2인-행렬게임에서의 복합전략은 "동일 개수 특성" (equal-number of nonzero elements)을 갖기 때문에 연속변수로의 환원 과정에서 불연속 점들이 발생하게 된다. 복합전략을 해석하는 경우에 발생 가능한 이러한 현상의 해결 방안에 대해서 아직까지 연구 발표된 바 없다.

본 연구에서의 핵심 내용은 동일개수 특성에 대한 유도와 연속변수 환원과정에서의 문제점, 그리고 문제 해결을 위한 이산화 구간의 조정 알고리즘에 대한 것이다.

2. 2인 보수행렬 게임

2.1 전력시장 모형과 행렬 게임

개방형 전력거래시장의 일반적 모형인 양방향 입찰방식(TWBP)에서 발전 공급자와 사용자는 자신의 이득과 효용 극대화를 위한 전략으로 입찰을 한다. 제출된 양측의 입찰 상태에 따라 거래가격과 거래량이 결정된다. 다수의 참여자가 완전경쟁을 하는 경우 균형점은 기본적으로 수요-공급(비용)의 교차점에 해당되지만 제한된 발전 공급자가 경쟁하는

* 正 會 員 : 檀國大 電氣電子컴퓨터工學部 副敎授 · 工博
接受日字 : 2002年 7月 16日
最終完了 : 2002年 11月 10日

우에는 불완전경쟁 중에서도 과점(oligopoly)형태의 전략에 른 균형점이 다르게 나타난다.

발전 공급자의 전략의 수단으로는 거래량, 거래가격, 공급 수 등이 있으며 공급함수란 실제의 발전비용함수 대신에 윤 극대화를 위한 전략적인 대외적 비용함수를 의미한다. 급함수의 일반적 형태를 분석하기도 하지만 일반적으로 2 함수로 가정하고 절편과 기울기를 전략변수로 둔다.[2][5] 제학과 산업조직론[7] 분야에서 가장 일반적으로 사용되는 략변수는 생산량이다. 생산량 전략변수에 대해 게임이론에 한 균형점을 해석하는 것이 Cournot 모형이다.

전력거래 문제를 2인-행렬 게임으로 변환하는 과정을 설 하기 위해 하나의 모선에 2개의 발전 공급자 G1, G2와 1 의 사용자가 존재하는 경우를 살펴본다. 문제의 단순성을 해 G1과 G2의 발전 한계비용은 각각 \$2/MWh, \$4/MWh 두고 최대발전 용량은 모두 6MW로 가정한다. 사용자의 요특성은 가격 p, 사용량 d에 대해 p=10-0.5d 의 수요 역 수 곡선으로 표현된다. 따라서 공급자의 이득 π1, π2는 공 량 q1, q2에 대해 각각 π1=(p-2)q1, π2=(p-4)q2 로 계산된 . 이때의 거래가격은 수요곡선에 의해 결정되며 =10-0.5(q1+q2) [\$/MWh]로 계산된다.

전략변수인 생산량은 실제로 연속변수이지만 거래균형을 하기 위해 2인-행렬 게임 기법을 적용하는 경우 전략변수 이산화가 필요하다. 여기서는 2MW 단위로 이산화한 2, , 6 MW를 전략변수로 고려한다. 따라서 각 공급자가 3개 에서 선택하게 되면 전체 9개의 경우가 발생한다. 이러한 체 경우에 대해 각 공급자의 이득을 계산하여 행렬로 나타 것을 보수행렬(payoff matrix)이라 한다. 예제에 대한 보 행렬을 나타내면 표 1과 같다.

표 1 사례계통에서의 보수행렬

Table 1 Payoff matrices of the sample system

G1 \ G2	2 MW	4 MW	6 MW
2 MW	\$12 / \$8	\$10 / \$12	\$8 / \$12
4 MW	\$20 / \$6	\$16 / \$8	\$12 / \$6
6 MW	\$24 / \$4	\$18 / \$4	\$12 / \$0

두 공급자에 대해 각각의 보수행렬이 존재하지만 편의상 하나의 표로 나타내었다. G1이 6MW를 선택하고 G2가 MW를 선택하는 경우 시장가격은 수요곡선에 의해 \$5가 되 고 공급자의 이득은 각각 \$18과 \$4로 계산되며 이를 \$18/\$4 로 표시하였다.

게임의 참여자는 상호 독립적으로 자신의 전략을 선택하 지만 상대방의 전략에 따라 자신의 이득이 달라지므로 자신 의 선택을 바꿀 유인(incentive)이 존재하지 않을 때까지 선 택을 수정할 것이다. 이러한 개념을 구체화한 것이 내쉬균형 Nash equilibrium)이다.[7][10] 생산량이 전략변수인 경우의 균형을 특히 Cournot-내쉬 균형이라고 한다. 표1에서는 G1 이 6MW를 G2가 2MW를 선택할 때 전략 수정의 유인이 사 라지므로 이때가 Cournot-내쉬 균형점이 된다. 이와 같이 각 참여자가 단일 전략을 선택하는 균형점을 단순전략 균형이라 하고 *가위-바위-보 게임에서 1/3의 확률*[1]로 *3개의 전략을* 선택하는 균형점을 복합전략이라고 한다.

예제에서는 간단한 경우에 대한 2인-행렬 게임의 표현과 균형점을 제시하였지만 이러한 접근방식은 복잡한 계통상태와 Cournot, 공급함수 기법 등의 해석모형과 송전선 제약 등의 각종 제약조건과 송전선 혼잡 계약 등의 시장특성에 대해서 제한을 받지 않는다. 다양한 특성들이 보수행렬을 계산할 때 모두 반영되므로 균형점의 계산이 특별히 어려워지지는 않는다. 다만 게임의 참여자가 2인을 초과하는 경우는 다른 접근방식이 필요하게 된다. 다수 참여자 게임에서 비볼록 특성의 보수행렬에 대한 일반적 해법에 대해서는 게임이론을 적용하고 있는 모든 분야에서 해결하지 못하고 있는 실정이다.[9]

2.2 균형 전략(Equilibrium Strategy)

일반적인 2인 행렬 게임은 비영합(nonzero-sum) 게임이며 균형점 해석은 Lemke 알고리즘[11]으로 구해진다. 3인 이상이 참여하는 게임에서는 행렬로 표현되지 못할 뿐 아니라 Lemke 알고리즘과 같은 일반적인 해법이 아직 알려져 있지 않다.

2인 행렬 게임의 표현과 균형전략에 대해 살펴본다. 게임 참여자 N1과 N2가 각각 m개와 n개의 전략을 갖는다. 전력거래 해석을 Cournot 모형으로 해석하는 경우 참여자들은 전력의 거래량에 대한 선택을 하게 되며 이를 각각 m개와 n개로 이산화한 것으로 해석할 수 있다. Bertrand 모형으로 해석한다면 전략변수는 이산화된 입찰 가격이 된다.

각 참여자가 얻는 이득은 (m×n) 차원의 행렬, $A=[a_{ij}]$, $B=[b_{ij}]$로 표현된다. 여기서 a_{ij}는 N1이 i를 선택하고 N2가 j를 선택할 때 N1에게 주어지는 이득을 나타낸다. 따라서 N1이 선택 i에 대해 x_i의 확률을 갖는 복합전략을 열벡터 x라 하고, N2의 복합전략을 열벡터 y라 할 때, N1과 N2의 이득은 각각 x^tAy, x^tBy이 된다. 이러한 전략 (x^*, y^*)가 균형을 이루기 위한 조건은 다음식과 같다.

$$x^{*t}Ay^* \ge x^tAy^*,\quad \forall x\in R^m,\ s.t.\ x^te_m=1,\ x\ge 0 \tag{1}$$

$$x^{*t}By^* \ge x^{*t}By,\quad \forall y\in R^n,\ s.t.\ y^te_n=1,\ y\ge 0 \tag{2}$$

여기서 e_m과 e_n은 모든 원소가 1의 값을 갖는 각각 m과 n 차원의 열벡터이다.

2.3 상보(Complementarity) 문제로의 변환

균형조건식 (1)과 (2)는 모든 x 혹은 y에 대한 부등식이기 때문에 직접 균형점을 구할 수는 없다. 따라서 다음의 과정을 통해서 계산이 가능한 선형상보(linear complementarity) 문제로 변환하여 계산한다. 모든 원소의 값이 1인 행렬 E를 $E=e_me_n^t \in R^{m\times n}$로 정의하면 kE-B>0, kE-A>0의 조건을 만족하는 상수 k가 존재한다. 상수 k의 값은 균형점의 값에는 영향을 주지 않는다.

행렬 A'와 B'를 각각 A'=kE-A, B'=kE-B로 정의하면 식 (1)과 (2)는 다음 식(3),(4)로 표현된다.

$$B'^tx^* - e_n \ge 0,\ x^*\ge 0,\ y^{*t}(B'^tx^* - e_n)=0 \tag{3}$$

$$A'^ty^* - e_m \ge 0,\ y^*\ge 0,\ x^{*t}(A'^ty^* - e_m)=0 \tag{4}$$

식(3),(4)에서의 부등식에 슬랙변수 w와 u를 도입하면 다음 식(5)와 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & B'^{t} \\ A' & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e_{n} \\ e_{m} \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix}\geq 0,\ \begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix}\geq 0,\ \begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix}=0 \qquad (5)$$

이와 같이 변수 (x,y)와 (u,w)가 상보(complementarity)의 성질을 갖는 선형상보문제로 변환된다. 모든 x와 y에 대한 부등식의 표현에서 음수가 아닌 조건과 상보의 조건을 갖는 등식조건으로 바꿈으로서 해를 구할 수가 있다. 식(5)의 계산은 Lemke 알고리즘에 의해 이루어지며 선형문제의 심플렉스(Simplex) 기법에서 사용하는 피봇 방식과 유사한 상보 피봇(complementary pivot) 방식이 사용된다.

3. 복합전략 내쉬 균형

3.1 핵심전략(kernel strategy)의 정의

N1과 N2가 각각 m개와 n개의 전략을 갖지만 확률분포로 나타나는 복합전략에서 일부의 전략만이 영이 아닌 확률을 갖는다. 즉 일부의 전략만이 확률적으로 선택되는 것이다. 이렇게 내쉬균형에서 영이 아닌 확률값으로 선택되는 전략을 핵심전략(kernel strategy)이라고 한다.

핵심전략은 복합전략을 구하는데 있어 중요한 역할을 한다. N1의 m개 전략 중에서 어느 전략이 핵심전략이 되는지를 상보문제의 계산을 하기 전에 알 수는 없다. 만약 핵심전략을 사전에 알 수 있다면 복합전략의 확률분포를 계산하는 것은 역행렬의 계산과 같이 간단한 문제가 된다. 즉 상보문제을 계산한다는 것은 핵심전략을 찾는 과정이라고 할 수 있다. 이는 선형문제의 심플렉스 기법에서 기본해(basic solution)을 찾는 것과 유사한 의미를 갖는다.

3.2 핵심전략의 특성

2인 행렬 게임에서의 핵심전략은 이득행렬의 부분정방행렬(square sub-matrix)에 해당한다.[12][13] 따라서 2인 게임에서의 핵심전략의 개수는 동일하다. 이러한 특성은 이산화된 전략변수에 대해 구해진 복합전략을 연속변수로 환원할 때 주의깊게 고려되어야 한다.

Lemke 알고리즘에서는 식(5)를 심플렉스법과 유사하게 테이블로 표현하여 계산한다. 심플렉스법과의 차이점은 목적함수가 존재하지 않는 점과 2개의 변수 그룹인 (x,y)와 (w,u) 사이에 상보 조건이 존재한다는 것이다. 식(5)를 확장변수 z=[w,u,y,x]에 대한 형태로 나타내면 다음과 같이 (m+n)×2(m+n) 차원으로 표현된다.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} I_n & 0 & 0 & -B'^{t} \\ 0 & I_m & -A' & 0 \end{array}\right)$$

확장변수에 대한 해를 기본해 z_B와 나머지 해(non-basic solution) z_D 로 구분할 수 있다. 행렬 M_B를 확장행렬 중에서 기본해에 해당하는 벡터로 이루어진 기본 행렬이라 하면 행렬 M_B는 정방행렬이고 비특이(non-singular) 행렬이다. 행렬 M_B를 재정렬하여 블록 대각화하면 다음과 같다.

$$M_B' = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}$$

행렬 M_1에서의 열벡터는 변수 w와 x 중에서의 기본해에 해당되고 행렬 M_2에서의 열벡터는 변수 u와 y 중에서의 기본해에 해당된다. 즉 행렬 M_1은 부분행렬 $[I_n, -B'^{t}]$에서 추출된 것이고 M_2는 부분행렬 $[I_m, -A']$에서 추출된 것이다. N1의 핵심전략 개수가 p이고 N2의 핵심전략 개수가 q 이라면 변수 w, u, y, x에서 기본해로 선택되는 변수의 개수는 각각 n-q, m-p, q, p 이다. 이는 w와 y가 서로 상보관계이고 u와 x가 서로 상보관계이기 때문이다. 따라서 행렬 M_1의 차원은 n×(n-q+p)이고 행렬 M_2의 차원은 m×(m-p+q)이다. 행렬 M_B가 비특이(non-singular) 행렬이므로 부분행렬 M_1과 M_2도 비특이 행렬이다. 또한 M_B가 정방행렬이므로 M_1과 M_2의 차원은 각각 n×n, m×m 이어야 한다. 따라서 핵심전략의 개수 p와 q는 같다.

3.3 공급함수 입찰 모형 사례

공급함수 입찰 모형에서 거래의 결정은 제시된 공급곡선을 한계비용곡선으로 간주하여 완전경쟁 개념에 의해 수요의 잉여를 최대화하고 전략적 비용을 최소로 하는 점에서 이루어진다. 여기서는 선형의 공급함수를 가정하고, 입찰은 일차함수의 기울기는 고정하고 절편을 변경하는 형태로 정의하였다. 즉 참여자 N1과 N2에서의 입찰공급함수를 g1, g2라 할 때 g1(q1)=k1+m1*q1 , g2(q2)=k2+m2*q2로 정의했으며, 발전 공급자는 절편 파라메터 k1과 k2를 결정하여 이득을 극대화하는 방식이다.

가격의 결정은 입찰 공급함수 g1, g2에 의해 이루어지고 이득은 결정가격과 실제의 비용함수에 의해 계산된다. 따라서 발전기업은 높은 가격을 유도하기 위해서 k1과 k2를 증가시키려 할 것이다. 하지만 수요곡선에 의한 수요량이 감소하게 되어 적정한 균형점으로 수렴하게 된다.

여기서는 부록의 그림A1과 같이 2개의 발전기업이 1개의 송전선로를 통해 부하를 공급하고 송전선에 한계용량이 존재하는 경우[2]의 공급함수 내쉬-균형을 살펴본다. 입찰 파라메터 k1과 k2는 1.1~1.6 사이 값을 0.01 간격으로 이산화하였으며 따라서 50*50 크기의 보수행렬이 구성된다. 송전선 제약조건으로 인해 보수행렬의 분포는 비볼록(non-convex) 형태를 띠고 균형점 계산 결과 그림1과 같은 복합전략이 나타난다. 그림에서 알 수 있듯이 N1과 N2의 균형전략은 각각 2개의 전략을 확률적으로 선택하는 것이다.

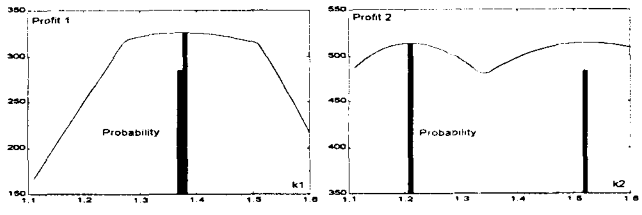

그림 1 공급곡선경쟁의 복합전략 균형점

Fig. 1 Mixed Strategy of Supply Curve Equilibrium

동일한 사례에 대해 수리계획법을 이용하여 계산한 기존 의 연구결과[2]에서는 N1은 k1=1.372의 단순전략을 취하고 N2는 k2=1.246을 0.56의 확률로, k2=1.525를 0.44의 확률로 취하는 복합전략을 나타낸다. 이는 본 연구에서 제시된 결과 (그림1)와 N1의 전략에서 약간의 차이를 보인다. 이러한 차이는 4.4절에서 전략변수의 이산화 과정에 대한 튜닝 알고리즘을 통해 설명된다.

3.4 Cournot 모형 사례

Cournot 모형의 간단한 사례는 이미 2.1절에서 소개하였다. 송전선 제약조건이 있을 때의 균형점 특성을 살펴보기 위해서 부록 A.2와 같은 3모선 계통 조건[5]과 경우1에 대해서 Cournot 해석 모형을 적용한다. 전략변수인 발전량 q1, q2를 1~60MW 범위에서 1MW로 이산화하면 60*60 크기의 보수행렬이 구성된다. 보수행렬의 분포를 나타내면 그림2와 같다.

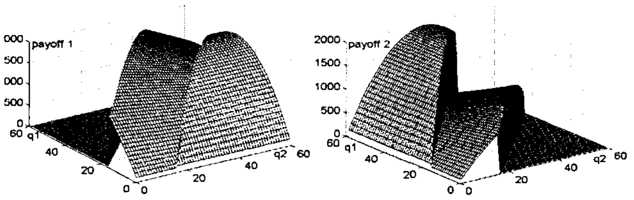

그림 2 Cournot 모형에 의한 보수행렬 분포
Fig. 2 Payoff Distribution for the Cournot Model

그림2에서 불연속이 나타나는 이유는 송전선 제약이 영향을 미치기 때문이다. 모선1과 모선2 사이 선로의 한계용량이 15MW이므로 제약조건은 $-15 \le q1-q2 \le 15$ 이고 그림에서의 불연속 구간에 해당된다. 보수행렬이 전구간에서 연속이고 미분가능하면 내쉬균형은 단순전략이 존재한다.[10] 하지만 그림2와 같이 미분 불가능 부분이 존재하면 단순전략 균형의 존재는 보장되지 않으며 일반적으로 복합전략만이 존재한다.

본 연구에서 Lemke 알고리즘으로 계산한 복합전략은 그림3과 같은 확률분포로 나타난다. 영이 아닌 확률값을 갖는 구간에서 기대 이득이 동일한 최대값을 갖는 것은 각 참여자가 그때의 확률적 전략을 수정할 유인(incentive)이 존재하지 않음을 의미하며 이것이 내쉬 균형의 정의이다.

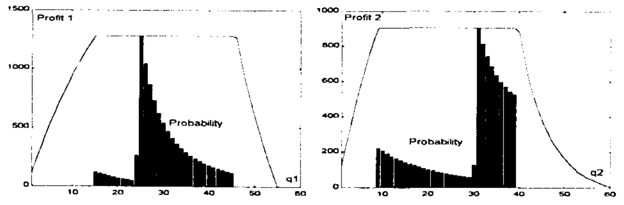

그림 3 Cournot 모형에 복합전략
Fig. 3 Mixed Equilibrium for the Cournot Model

내쉬 균형 복합전략에서 N1은 14~45 사이의 값을 그리고 N2는 8~39 사이의 발전량을 확률적으로 선택한다. 전략변수 60개 중에서 두 참여자가 선택하는 전략은 32개로 동일함을 알 수 있으며 이는 3.2절에서 증명한 성질에 의한 것이다. 이때 선택되는 각각 32개의 전략이 핵심전략이다.

4. 이산화 튜닝(Tuning of Discretization)

4.1 복합전략의 연속변수 환원

그림3의 복합전략에 대해서 연속적인 전략변수의 분포로 환원하기 위해 내삽(interpolation)법을 사용하면 그림4와 같은 연속확률분포가 된다. 이와 같이 내삽법으로 연속적인 분포가 계산되는 경우도 있으나 항상 보장되는 것은 아니다.

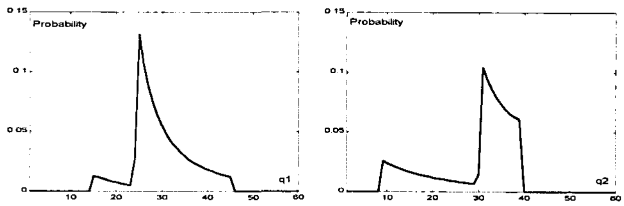

그림 4 복합전략의 연속적 분포
Fig. 4 Interpolated Probability Distribution

만약 선로 특성이 부록 A.2에서의 경우2와 같다면 동일한 선로용량에 대해서 선로제약조건은 $-20 \le q1-2*q2 \le 20$ 이 된다. 다른 조건은 3.4절에서와 동일하게 두고 보수행렬을 계산하면 분포는 그림2와 다르게 나타난다. 이 때에도 제약조건에 따른 불연속 구간이 존재하기 때문에 단순전략 내쉬 균형은 존재하지 않고 그림5와 같은 복합전략 내쉬 균형이 계산된다. 이때의 이산화는 q1: 1~70MW, q2: 1~50MHW 구간에 대해 1MW 단위로 하였다.

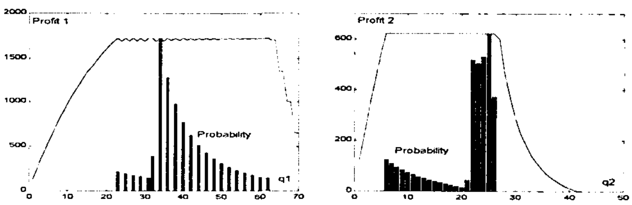

그림 5 경우2)의 복합전략 내쉬균형
Fig. 5 Mixed Equilibrium of the case2

이 때에도 N1과 N2의 핵심전략은 21개로 동일하다. N2는 6~26 사이의 전략을 연속적으로 선택하는 반면 N1은 23~63 사이의 전략 중에서 일부만을 선택하고 중간 중간에 선택되지 않는 부분이 존재함을 알 수 있다. 이러한 경우 연속적 전략변수로 환원을 하게 되면 그림6과 같이 톱니 모양의 평탄(smooth)하지 않는 분포가 생성되고 이는 균형 전략의 정상적인 분포라고 볼 수 없다.

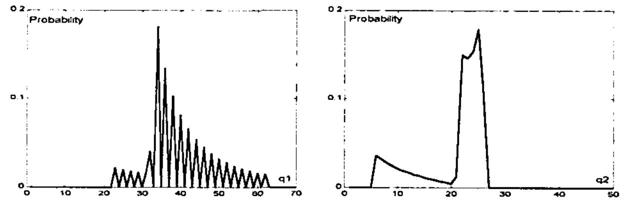

그림 6 경우2) 복합전략의 연속적 분포
Fig. 6 Interpolated Distribution of the case2

4.2 이산화 튜닝 알고리즘

그림6의 복합전략에서 연속확률분포가 그림2와는 다르게 불연속 형태로 나타나는 이유는 복합전략의 확률분포에서 유효너비(support width)가 양쪽 참여자에서 다르기 때문이다. 일례로 그림5에서의 유효너비는 각각 40(=63-23), 20(=26-6)이고 그림3에서의 유효너비는 각각 31(=45-14), 31(=39-8)이다. 따라서 그림3의 연속변수 환원은 연속형태로 나타나지만 그림5의 환원결과는 불연속 형태가 되는 것이다. 이러한 문제를 해결하기 위해 양쪽 참여자의 유효너비가 같아지도록 이산화의 간격을 조절하는 알고리즘을 제안한다. 본 연구에서 복합전략의 유효너비가 이산화 간격에 따라 달라짐이 분석되었다. 또한 두 참여자의 유효너비가 다르게 나타나는 경우 이산화의 간격을 유효너비에 비례하게 조정함으로서 정상적인 연속확률분포를 얻을 수 있음을 확인하였다.

4.3 Cournot 모형 사례의 이산화 튜닝 결과

그림6에서의 환원된 확률분포가 정상적 분포를 갖기 위해서는 그림5의 복합전략에서 N1의 유효너비가 N2에 비해 2배 크므로 q1의 이산화 간격을 q2에 비해 2배 크도록 조정하여야 한다. 즉 q1의 간격을 0.5MW, q2의 간격을 1MW로 하거나 q1의 간격을 2MW, q2의 간격을 1MW로 하는 두가지가 모두 가능하다. 여기서는 전자의 경우에 대한 계산결과를 소개한다.

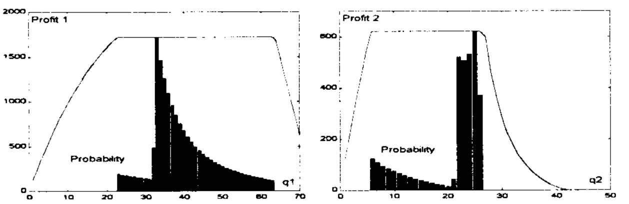

그림 7 이산화 튜닝에 의한 복합전략

Fig. 7 Mixed Equilibrium with adjusted discretization

그림7은 q2의 간격을 0.5MW로 조정하여 크기 70*100의 보수행렬을 구성하고 이에 대한 복합전략을 계산한 것이다. 계산결과 유효너비는 각각 40 (=63-23), 40 (=52-12)으로서 동일하게 나타남을 알 수 있다. 이것을 연속적인 발전량 구간으로 환원하면 그림8과 같이 연속적인 분포가 나타난다. 따라서 N1은 23~63MW 사이의 연속적인 발전량으로 입찰하고 N2도 연속적인 발전량으로 입찰함을 알 수 있다. q2의 간격이 0.5MW 이기 때문에 N2의 입찰전략 구간은 6~26MW 사이가 된다.

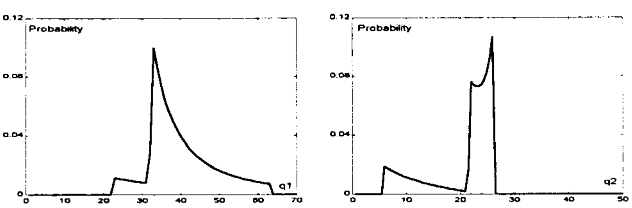

그림 8 복합전략(그림7)의 연속적 분포

Fig. 8 Interpolated distribution of Fig.7

4.4 공급함수 모형 사례의 이산화 튜닝 결과

수리계획법을 이용해서 구한 공급함수 모형에서의 복합전략 계산 결과[2]와 2인-행렬 게임 기법으로 구한 3.3절의 결과에 약간의 차이가 있다. N1에서의 전략에 있어 연구[2]에서는 단순전략이, 본 연구에서는 2개의 단순전략으로 구성된 복합전략이 계산되었다. 이러한 차이는 이산화 튜닝 알고리즘을 적용함으로서 동일한 결과로 해석이 가능하다.

그림1에서 N1의 유효너비는 1이고 N2의 유효너비는 30임을 알 수 있다. 이산화된 상태에서의 복합전략을 연속적인 전략변수로 환원하기 위해서는 이산화 구간의 비율이 유효너비의 비율과 같도록 이산화 구간을 조정해야 한다는 것이 본 연구에서 제시한 튜닝 알고리즘이다.

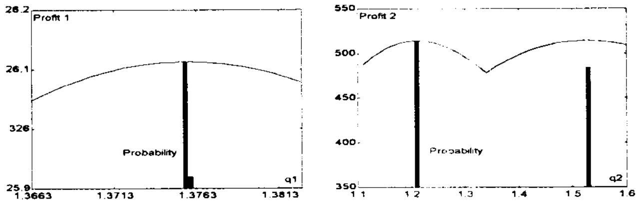

그림 9 이산화 튜닝에 의한 그림1의 복합전략

Fig. 9 Mixed Equilibrium of finer version of Fig.1

그림1에서의 이산화 구간이 각각 Δk=0.01 이었으므로 튜닝 알고리즘을 적용하면 k2의 구간은 고정시키고 k1의 구간을 0.00033으로 줄이거나 혹은 k1의 구간은 고정시키고 k2의 구간을 0.3으로 증가시켜야 한다. 하지만 후자의 경우는 전략변수의 해상도를 크게 낮아지기 때문에 전자의 경우로 튜닝함이 타당하다. 그림9는 튜닝 결과를 보인 것으로 N1의 전략이 k1=1.3756에서 1.0의 확률에 가깝게 나타난다. 그림1과 비교해 볼 때 연속변수 공간에서의 복합전략은 k1=1.3756 근방의 단순전략으로 수렴함을 알 수 있다.

사례 3.3절과 같이 내쉬 균형에서 한쪽은 복합전략을 선택하고 다른 한쪽은 단순전략을 선택하는 경우가 존재한다. 이러한 문제를 2인-행렬 게임으로 변환하여 Lemke 알고리즘으로 균형 전략을 계산하게 되면 핵심전략이 항상 같은 개수로 나타난다. 따라서 Lemke 알고리즘에 의한 계산 결과와 실제 문제의 해가 다를 수가 있다. 하지만 여기서 제안하는 이산화 튜닝 알고리즘을 적용하면 그림9의 해석에서와 같이 근사적으로 그러한 문제도 해결할 수 있게 된다.

5. 결 론

구조개편 이후의 전력거래 해석을 위해서는 내쉬균형의 계산이 필수적이다. 내쉬균형을 구하기 위해 수리해석법, 보수행렬법 등 여러 가지 기법들이 사용되고 있지만 복합전략을 구하기 위해서는 보수행렬법이 사용된다. 2인 게임에 보수행렬법을 적용할 때 내쉬균형 계산은 상보 피봇 연산을 수행하는 Lemke 알고리즘이 사용된다.

전력거래에서 기업이 전략적으로 선택하게 되는 변수는 전력거래량, 거래가격 등 거래의 모형에 따라 달라지지만 실제 연속변수에 해당한다. 보수행렬법을 적용하기 위해서는 이러한 연속변수를 이산화해야 하며 균형전략을 계산한 후 이를 연속변수 공간으로 환원할 때에 주의가 필요하다.

Lemke 알고리즘의 계산 특성상 핵심전략의 개수가 항상 같기 때문에 이산화 구간의 설정이 맞지 않으면 연속변수로 환원된 분포가 불연속 형태를 띠어 실제의 경우와 다르게 나타난다. 본 연구에서는 이러한 현상을 해소하기 위해 핵심전략의 유효너비에 따라서 이산화 구간을 조정하는 알고리즘을 제안하였다.

이산화 튜닝 알고리즘은 보수행렬법을 적용하기 위해 이산화함으로서 발생하는 전략변수의 연속성 특성을 상실하는 문제를 보완할 뿐만 아니라 핵심전략 개수가 항상 같다는 Lemke 알고리즘의 약점을 근사적으로 해결함으로서 연속변수의 게임 문제를 해석하는데 기여를 할 것이다.

감사의 글

이 연구는 2002학년도 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.

참 고 문 헌

[1] 이광호, "전력거래에서 제약조건이 고려된 내쉬균형점의 복합전략 연구," 전기학회논문지 51A권 4호 pp. 196-201, April 2002.

[2] J.D. Weber and T.J. Overbye, "A Two-Level Optimization Problem for Analysis of Market Bidding Strategies," IEEE PES Summer Meeting, Vol.2, pp.682-687, 1999.

[3] B.F. Hobbs, "Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Market," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.2, pp.194-202, May 2001.

[4] R.W. Ferrero, S.M. Shahidehpour, and V.C. Ramesh, "Transaction Analysis in Deregulated Power Systems Using Game Theory," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.12, No.3, pp.1340-1347, August 1997.

[5] S. Stoft, "Using Game Theory to Study Market Power in Simple Networks," *IEEE Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets*, IEEE Press TP-136-0, pp.33-40, 1999.

[6] X. Guan, Y.C. Ho, D.L. Pepyne, "Gaming and Price Spikes in Electric Power Markets," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.3, pp.402-408, August 2001.

[7] D. W. Carlton, J.M. Perloff, *Modern Industrial Organization*, Addison-Wesley, 2000.

[8] T. Curzon Price, "Using Co-evolutionary Programming to Simulate Strategic Behavior in Markets," *Journal of Evolutionary Economics*, Vol.7, pp.219-254, 1997.

[9] L.B. Cunningham, R. Baldick, and M.L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory: Transmission Constrained Cournot Behavior," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.17, No.1, pp.166-172, February 2002.

[10] D. Fudenberg and J. Tirole, *Game Theory*, The MIT Press, 1991.

[11] C.E. Lemke and J.T. Howson, "Equilibrium Points of Bimatrix Games," *SIAM Journal of Applied Mathematics*12, pp.413-423, 1964.

[12] L.S. Shapley, R.N. Snow, "Basic Solutions of Discrete Games," *Contributions to the Theory of Games*, Vol.I, Princeton, pp.27-35, 1950.

[13] N.N. Vorobev, "Equilibrium Points in Bimatrix Games," *Theory of Probability and its Applications*, Vol.III, pp.297-309, 1958.

부 록 (사례계통 모형)

A.1 공급함수 모형 사례 (2모선 계통)

G1의 공급함수 : $C(s_1) = k_1(0.01 s_1^2 + 10 s_1)$

G2의 공급함수 : $C(s_2) = k_2(0.01 s_2^2 + 10 s_2)$

입찰 전략변수 : k_1, k_2

사용자 이득(Benefit) 함수 : $B(d_2) = -0.04 d_2^2 + 30 d_2$

송전선로 용량 : 80MW

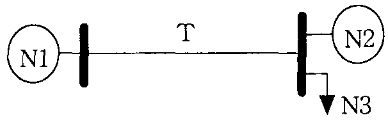

그림 A.1 공급함수 모형 적용 사례계통

Fig. A.1 Sample System for Supply Function Competition Model

A.2 Cournot 모형 사례 (3모선 계통)

G1의 한계비용 : $20/MWh

G2의 한계비용 : $40/MWh

사용자 이득(Benefit) 함수 : $B(d_3) = -0.25 d_3^2 + 100 d_3$

송전선로 x_{13}의 한계용량 : 5MW

송전선로 리액턴스 : 경우1) $x_{12} = x_{13} = x_{23}$

경우2) $x_{12} = x_{13} = 0.5 \cdot x_{23}$

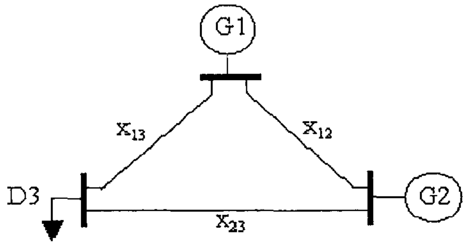

그림 A.2 Cournot 모형 적용 사례계통

Fig. A.2 Sample System for Cournot Model

저 자 소 개

이 광 호(李 光 浩)

1965년 12월 22일 생. 1988년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1995년 전력연구원 위촉연구원. 2001년 미국 Univ. of Texas (Austin) 방문교수. 1996~현재 단국대 공대 전기공학과 부교수.

Tel : 02-709-2868

E-Mail : khlee@dku.edu