

홀 확장 판재의 피로균열 발생수명 예측에 관한 연구

이동석*, 이준현**

A Study on the Prediction of Fatigue Crack Initiation Life of Hole Expansion Plate

Dong Suk Lee*, Joon Hyun Lee**

ABSTRACT

The fatigue life of a structure can be enhanced by improving the mechanical and metallurgical aspects to strengthen the material around regions of high stress. Coldworking of holes in structures is one of the mechanical methods of strengthening material. The material for this research is Al2024-T351 which is used for the primary member of aircraft. Specimens were tested under constant amplitude loading and residual stresses measured by X-ray diffraction technique. Fatigue crack initiation life was evaluated by a strain-life equation which was considered initial residual stress and residual stress relaxation exponent as a function of the strain amplitude. The predictions on fatigue crack initiation life were compared with experimental results. A wide range of discrepancies between them was found.

Key Words : Cold working(냉간가공), Residual stress(잔류응력), Relaxation exponent(이완지수)

기호설명

- σ_0 = Mean stress
 σ_f = fatigue strength coefficient
 ε_f = fatigue ductility coefficient
 b = fatigue strength exponent
 c = fatigue ductility exponent

1. 서론

산업현장에서의 구조물, 기계부품, 자동차 및 항공기 부재 등은 안전이 보장되게 설계되어야 하며 재료의 절감을 위하여 고강도화, 경량화 설계방법을 도입하고 있다. 부재내부의 미소결함, 재료중

의 불순물, 기공 등의 초기결함과 노치, 필렛, 체결을 위한 홀 등의 설계상의 불가피한 응력집중부에서 낮은 응력하에서도 계속적인 반복하중의 작용으로 피로균열이 발생, 전파되어 최종파단에 도달하게 된다. 또한 피로하중이 작용하는 부재에 대하여 피로수명을 증가시키기 위한 여러 방법이 제안되었으며, 대표적인 것이 속트피이닝(shot peening)⁽¹⁾에 의한 방법과 냉간가공(cold working)⁽²⁾ 등이 있다. 홀 부위의 내구성(durability) 향상을 위하여 가장 보편적으로 적용되는 방법이, 홀 확장을 이용한 냉간가공이다. 실제로 여러 연구자들이 홀 확장에 따른 잔류응력에 대한 이론 해석을 하였으며, Poolsuk와 Sharpe⁽³⁾는 이러한 이론들을 실험적으로 평가·비

2002년 4월 10일 접수

* 부산대학교 대학원

** 부산대학교 기계공학부

교하였다. 또한 보다 신뢰성 있는 운용을 위하여, 내부결합의 검출을 위한 비파괴 검사기법과 피로균열의 발생, 진전 및 파단수명의 예측을 위한 연구가 계속되고 있다^(4,5,6).

본 연구에서는 항공기용 주 부재로 많이 사용되고 있는 Al2024-T351에 대하여, 냉간가공을 실시하여 피로시험 통한 피로강도 효과를 제시하였다. 또한 냉간가공을 수행한 시험편의 피로수명예측을 위하여 초기잔류응력 및 잔류응력 이완지수를 적용하여 피로수명을 예측하였으며, 피로시험으로부터 획득한 초기균열발생수명과 평가·비교하였다.

2. 본론

2.1 변형률 범위와 수명관계

재료의 탄성한계 이내의 낮은 하중이 작용하는 구조물에서는 일반적으로 응력-반복수곡선(S-N curve)으로 피로수명을 평가한다. 그러나 노치나 기하학적인 형상으로 인하여 응력집중이 발생하는 부위에서는 소성변형이 지배적이어서 변형률-반복수곡선(ϵ -N curve)이 수명예측의 기본자료가 된다.

Neuber는 특정노치의 기하학적 형상을 분석하여, 이론응력집중 계수 K_t 를 변형률집중 계수 K_ϵ 와 국부 응력집중계수 K_o 의 관계식⁽⁷⁾을 다음과 같이 제안하였다.

$$K_t = \sqrt{K_o \cdot K_\epsilon} \quad (1)$$

Neuber법칙에 의한 피로수명은 일반적으로 보수적인 경향이 있다고 알려져 있으며, 이러한 보수적인 문제를 해결하기 위하여, 식(1)에서의 이론응력집중계수 K_t 를 피로노치계수(fatigue notch factor) K_f 로 대체시키는 방법이 제시되었다⁽⁸⁾. 수정된 Neuber법칙은 다음과 같다.

$$K_f = \sqrt{K_o \cdot K_\epsilon} \quad (2)$$

피로노치계수인 K_f 는 일반적으로 다음의 Peterson식⁽⁷⁾으로부터 구할 수 있다.

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{\rho}{r}} \quad (3)$$

재료의 결정입자 크기와 관계가 있는 ρ 는 재

료상수이며, r 은 노치선단의 반경(radius of notch root)이다. 주기적 응력범위와 변형률범위의 관계는 노치가 있는 구조에서, Neuber식은 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽⁹⁾.

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon = \frac{(K_f \Delta S)^2}{E} \quad (4)$$

여기서 $\Delta S = S_{max} - S_{min}$ 로 작용응력범위, $\Delta\varepsilon$ 은 전체변형률이며, E 는 탄성계수이다. 응력집중효과에 따른 영향을 고려하여 국부응력-변형률을 얻기 위해, 탄-소성의 주기적 응력-변형률 이력선도는 다음과 같이 적용한다.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n'} \quad (5)$$

여기서 K' 는 반복강도계수이며, n' 은 반복변형률 경화지수이다. 식(4)를 식(5)에 대입하여 정리하면, 식(6)과 같다.

$$\Delta\sigma \left[\frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n'} \right] = \frac{(K_f \Delta S)^2}{2E} \quad (6)$$

총 변형률은 두 개의 성분, 탄성변형률 ($\Delta\varepsilon_e$)과 소성변형률 ($\Delta\varepsilon_p$)로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (7)$$

$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$ 로 탄-소성변형률 범위이며, 국부응력을 받은 재료의 탄-소성 변형률 범위와 피로수명의 관계를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (8)$$

여기서, σ'_f 은 피로강도계수, b 는 피로강도지수, ε'_f 은 피로연성계수, c 는 피로연성지수이며 $2N_f$ 는 파괴까지의 반복수이다. 평균응력 (σ_o)의 영향을 고려한, 탄성변형률이 지배적인 변형률과 균열발생수명의 관계는 Morrow식⁽⁷⁾으로 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_o}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (9)$$

Manson과 Halford⁽⁷⁾는 평균응력으로부터 탄성-소성 변형률의 비를 독립적으로 유지하기 위하여, 탄성과 소성항을 식(10)과 같이 모두 수정하였다.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_o}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f \left(\frac{\sigma'_f - \sigma_o}{\sigma'_f} \right)^{(c/b)} (2N_f)^c \quad (10)$$

Smith, Watson 및 Topper(SWT)⁽⁷⁾는 평균응력의 효과를 설명하기 위하여, 완전교변하중에 대하여 다음의 또 다른 식(11)을 제안하였다.

$$\sigma_{max} = \frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (11)$$

그리고 변형률-수명관계식에 이 항을 적용하면, 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{max} \frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (12)$$

이 식을 적용하기 위하여, σ_{max} 은 다음과 같이 평가된다⁽⁷⁾.

$$\sigma_{max} = \frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_o \quad (13)$$

피로하중에 의한 반복응력은 피로수명증가에 유효한 압축잔류응력을 이완시킨다. 따라서 초기간 열발생 및 균열진전수명을 감소시켜, 피로강도를 저하시킨다⁽¹⁰⁾. 이러한 잔류응력 이완효과를 Topper에 의해 제안된 평균응력 이완식⁽¹¹⁾을 이용하여, 다음 식을 피로수명예측식에 적용하였다.

$$\sigma_{rc} = \sigma_{ri} (2N_f)^k \quad (14)$$

여기서 σ_{ri} 는 냉간가공후의 초기 잔류응력, σ_{rc} 는 임의의 반복하중 상태에서의 잔류응력이며, k 는 잔류응력 이완지수(Relaxation exponent)이다. 식(14)를 적용한 Morrow식은 식(15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_o}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c - \frac{\sigma_{ri}}{E} (2N_f)^{b+k} \quad (15)$$

3. 실험

3.1 재료 및 시험편

본 연구에 사용된 재료는 항공기 구조용으로 많이 사용되고 있는 Al2024-T351이며, 기계적 성질은 Table 1과 같다. 또한 시험편의 채취방향은 균열진진방향이 이에 수직인 L-T방향이다.

Fig. 1은 본 실험에 사용된 시험편의 형상으로 폭(W)은 25.4mm이다. 시험편의 냉간가공은 Fig. 2에서와 같이 가공될 홀에 맨드렐(mandrel) 및 스파릿 슬리브(split sleeve) 등을 이용하여 수행하였으며, 리이머(reamer)를 이용하여 홀 마감처리를 하였다.

Table 1 Mechanical properties of Al2024-T351

Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Young's modulus (MPa)	Elongation (%)	Poisson's ratio
289.7	441.4	73,798.7	12.0	0.33

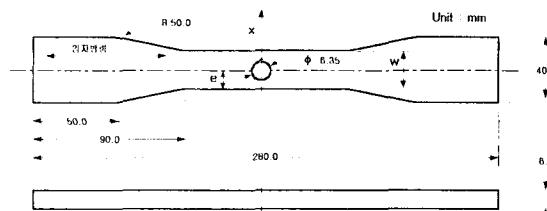


Fig. 1 Specimen configuration

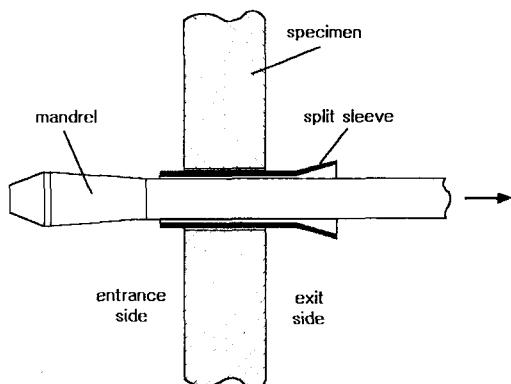


Fig. 2 Schematic representation of cold working process of hole

3.2 실험방법

3.2.1 잔류응력측정

냉간가공 실시 후, 시험편 표면의 초기 잔류응력과 작용응력변화 및 반복사이클 증가에 따른 잔류응력변화를 측정하기 위하여 X-선 회절법을 이용한 측정방법(TEC사, Model 1603-3)를 이용하였으며, X-선 회절장비의 측정조건은 Table 2와 같다. Table 2에서의 Ψ 는 X-선의 입사각이다. 초기 잔류응력측정은 홀 에지(edge)부터 시험편 폭 방향의 한쪽 끝단까지 홀에 반경방향 및 접선방향에 대하여, 일정간격으로 측정하였다. 또한 작용응력에 대한 잔류응력이 완정도를 측정하기 위하여, 각 응력조건에서 일정 피로사이클 간격으로 0.25mm의 초기 균열발생까지 피로수명에 지배적인 홀에 접선방향의 잔류응력을 측정하였다.

Table 2 Measuring condition of residual stress

X-Ray diffraction	Condition	
X-Ray source	Target	Cr
	Voltage	35.0kV
	Current	1.5mA
Effective focus	$\phi 2.0\text{mm}$	
Ψ	$-15^\circ, 0^\circ, 15^\circ$	
Calculation method	$\sin^2\Psi$	

3.2.2 피로시험

본 실험에서 사용된 피로시험기는 최대용량이 25Ton인 유압식 재료시험기(MTS사, Model 810)이다. 시험은 상온에서 주파수 10Hz, 응력비 $R=0.01$ 인 사인파 형태의 하증재어 방식으로 시험을 수행하였다. 이때 균열길이는 0.01mm까지 측정 가능한 이동현미경(PIKA사, Model PRM-D2XY形)을 이용하였다.

4. 실험결과 및 검토

4.1 잔류응력측정

시험편의 냉간가공에 따른 홀 확장률은 약 3.2%였으며, 이러한 홀 확장률은 냉간가공효과에 직접적인 영향을 주게된다. 일반적으로 효과적인 냉간가공을 위해서 최대 6%의 홀 확장률까지 피로수명증가의 효과를 나타낼 수 있으며, 최적의 홀 확장률은 약 4%이하로 보고되고 있다⁽¹²⁾.

Fig. 3은 냉간가공후, 홀에 대한 반경 및 접선방

향의 초기잔류응력과 0.25mm의 초기균열이 발생한 사이클에서의 잔류응력을 보여주고 있다. Fig. 3에서 횡축의 x 는 홀 에지(edge)로부터 폭의 끝단까지의 거리이며, r 은 홀의 반경이다. 초기 최대압축잔류응력은 접선방향의 잔류응력으로, 홀 에지에서 가장 인접한 약 1.0mm정도에서 나타났다. 반복 작용하중에 의한 압축잔류응력의 감소는 반경방향에 비하여 접선방향이 다소 크게 나타났다. 이것으로 냉간가공에 의한 피로수명증가에는 홀의 접선방향의 압축잔류응력이 지배적인 영향을 미치는 것임을 알 수 있다.

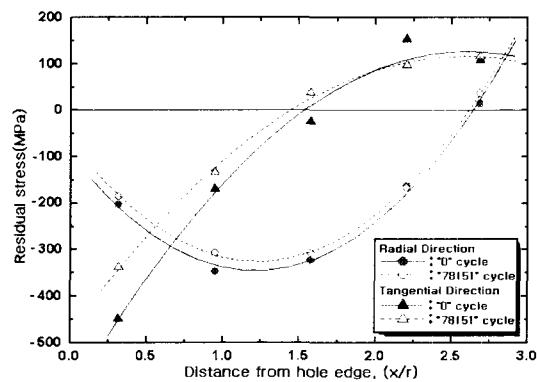


Fig. 3 Redistribution of residual stress caused by repeated stress

Fig. 4에서 종축은 홀 에지 부위에서의 초기최대압축잔류응력 (σ_{ini})과 반복작용하중에 의한 변화량 ($\Delta\sigma$)의 비(ratio)로써, 횡축의 반복사이클에 따른 감소량을 보여주고 있다.

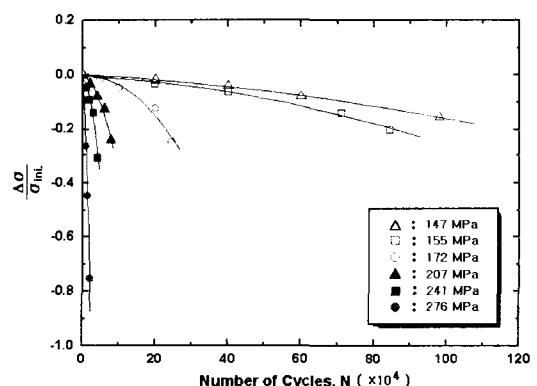


Fig. 4 Residual stress relaxation caused by repeated stress

잔류응력 이완지수는 피로수명에 지배적인 영향을 미치는 접선방향의 잔류응력을 0.25mm의 초기균열발생까지, 일정 피로사이클을 간격으로 측정하여 산출하였다. 따라서 Fig. 4에서의 각 작용응력 조건에서, 반복작용하중에 따른 초기압축잔류응력에 대한 변화량의 기울기가 잔류응력 이완지수(k)가 된다. 본 실험에서는 Fig. 4에서와 같이 비교적 높은 작용응력에서는 높은 잔류응력의 이완을 보였으나, 피로한도 정도의 작용응력에서는 아주 낮은 잔류응력이완을 보여주고 있다.

Lawrence⁽¹³⁾의 실험결과에서 잔류응력 이완지수는 일반적으로 변형률의 함수로 얻어지며, Al5183의 용접부에서는 -0.03~0.3정도로 보고되고 있다. Fig. 5는 각 작용응력 조건에 따른 잔류응력 이완지수를 나타낸 것으로, 변형률 진폭의 함수로 -0.09~-0.24정도로 나타났다.

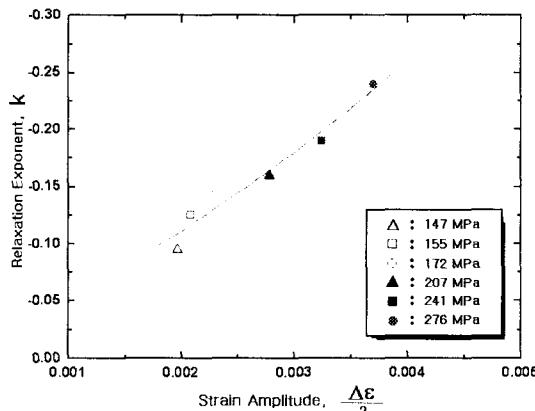


Fig. 5 Residual stress relaxation exponent as a function of the strain amplitude

4.2 피로시험

본 시험에서는 한 시험편에 대하여 동일한 작용응력 조건에서, 3개의 시험편을 적용하였다. 초기균열은 홀 에지로부터 0.25mm로 가정하여 측정하였으며, 이로부터 최종파단 사이클을 획득하여 응력-반복수명(S-N curve)을 Fig. 6과 같이 나타냈다. 이때 초기균열은 시험편의 앞·뒤면을 모두 관찰하여, 한쪽 면에서 균열길이가 0.25mm되는 반복사이클을 획득하여 초기균열 발생수명으로 정의하였다. 냉간가공 실시에 따른 내구강도는 냉간가공을 미실시한 시험편에 대하여 작용응력 172MPa에서 약

10배 이상 증가하였다. 또한 냉간가공을 수행한 시험편의 피로한도는 약 138MPa로 나타났으며, 냉간가공을 수행하지 않은 시험편의 피로한도는 약 138MPa로 나타났다. 따라서 냉간가공에 따른 피로한도는 약 31% 증가하였다. 또한 냉간가공에 따라, 총 피로수명(total fatigue life)에서 균열진전수명(crack propagation life)이 증가함을 알 수 있었다.

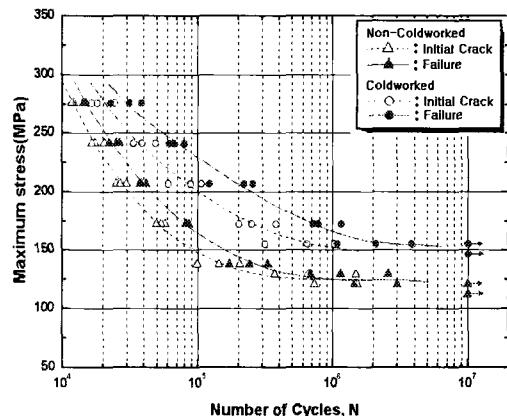


Fig. 6 S-N curve of non-coldworked and coldworked specimen for tension test

4.3 피로수명예측

본 시험에서 사용된 시험편인 Al2024-T351의 피로 특성치를 Table 3에 나타냈다.

Table 3 Fatigue properties of Al2024-T351

Fatigue strength coefficient, σ'_f (MPa)	134
Fatigue strength exponent, b	-0.113
Fatigue ductility coefficient, ϵ'_f (MPa)	0.409
Fatigue ductility exponent, c	-0.713
Cyclic strength factor, K' (MPa)	96
Cyclic strain hardening exponent, n'	0.07

본 연구에서의 피로수명예측은 탄성영역이 지배적인 S-N 시험결과에서의 초기균열발생수명을 예측하기 위하여, 변형율-수명(strain-life)식을 이용하여 시험결과와 비교·분석하였다. 예측된 피로수명과 비교하기 위하여, Fig. 6에서의 냉간가공 및 미냉간가공된 시험편에 대한 S-N시험결과에서, 초기균열발생수명까지의 반복수를 파단수명으로 하였다. 또한 냉간가공을 실시한 시험편의 피로수명

예측을 위하여 초기 압축잔류응력과 변형률 함수의 잔류응력 이완지수(k)를 적용하였다. Fig. 7은 냉간가공을 실시한 시험편과 미 실시한 시험편에 대한 수명예측을 위하여, 비교적 소성변형이 작고 탄성변형이 지배적인 경우에 잘 맞는 Morrow식을 적용하여 실험결과와 비교한 것이다. Fig. 7에서와 같이 냉간가공을 미 실시한 시험편의 경우 약 0.6~8.3배, 냉간가공을 실시한 경우는 약 0.4~1.5배 정도로 나타났다.

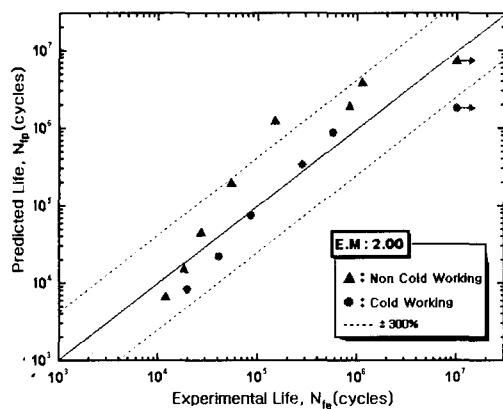


Fig. 7 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life (Morrow)

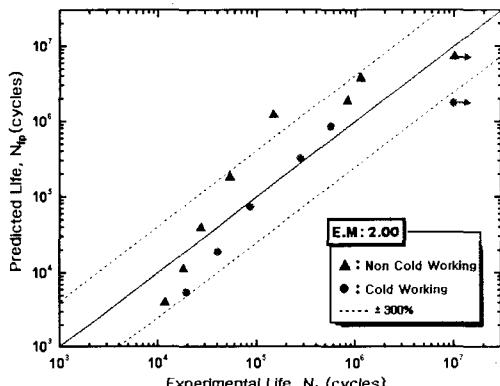


Fig. 8 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life (Manson and Halford)

Fig. 8은 평균응력으로부터 탄-소성변형률 비의 독립성을 유지하기 위하여 변형률-수명관계식에서 탄-소성의 모든 항을 수정한 Manson and Halford식을 적용하여 실험결과와 비교한 것이다. S-N시험에

서의 작용응력이 거의 탄성영역이므로, Fig. 7에서의 Morrow식에 의한 예측결과는 Fig. 8의 Manson and Halford식에 비하여 약 30,000사이클 이하에서 다소 낮게 나타났다. 이것은 Morrow식이 Manson and Halford식에 비하여 비교적 저주기 영역에서, 소성변형이 발생되는 경우에 평균응력 효과가 다소 크게 평가된 것으로 판단된다. 그러나 그 이상의 피로사이클 영역에서는 Morrow식의 결과와 거의 동일한 결과를 보여주고 있다. 또한 전 피로영역에서 냉간가공을 미 수행한 경우는 약 0.3~8.2, 냉간가공을 실시한 것은 약 0.3~1.5배 정도로 나타났다.

Fig. 9는 평균응력의 효과를 설명하기 위한 또 다른 식으로써, σ_{max} 이 양(+)인 경우에 적용될 수 있는 Smith, Watson and Topper(SWT)에 의해 제안된 식을 적용하여 실험결과와 비교한 것이다.

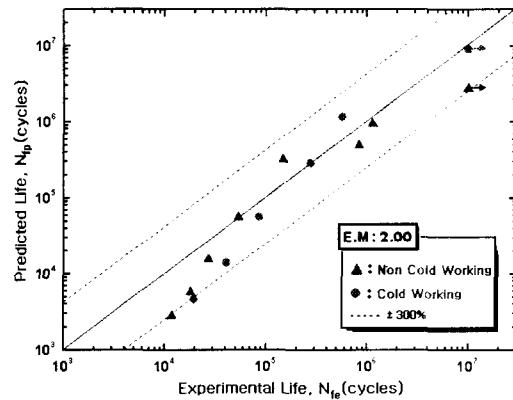


Fig. 9 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life (SWT)

냉간가공을 미 실시한 시험편의 경우 약 0.2~2.2배 정도, 냉간가공을 실시한 시험편에서는 약 0.3~2.0배 정도로 냉간가공 미 실시 및 실사한 시험편 모두 실험치에 대하여 예측치가 다소 낮게 나타났다. 또한 다른 적용식에 비하여 상대적으로 낮은 오차범위를 보였다.

냉간가공을 실시한 시험편의 수명예측에서, 초기 잔류응력 및 잔류응력 이완지수를 고려한 수명예측결과는, 냉간가공을 미 실시한 실험결과에 대한 예측수명의 오차와 거의 비슷한 경향을 보였으며, 실험치와 큰 오차를 보이지 않았다. 또한 탄성역이 지배적인 S-N시험에서의 초기균열발생수명을 변형률-수명관계식을 적용함으로써, 예측가능함을

알 수 있었다.

5. 결론

항공기 구조용 재료로 많이 사용되는 Al2024-T351의 시험편에 냉간가공에 따른 피로강도특성을 평가 하였으며, 피로수명예측을 위하여 변형률-수명관계식을 적용한 결과는 다음과 같다.

(1) 냉간가공 실시에 따라 발생된 최대압축잔류응력은 훌에 대한 접선방향으로, 항복응력의 약 1.6배정도로 나타났다. 초기에 형성된 압축잔류응력은 피로하중에 따른, 작용 변형률 전폭의 감소에 따라 거의 선형적인 감소를 보였다.

(2) 냉간가공 실시에 따른, 피로한도는 약 33% 증가하였으며, 총 피로수명에서 균열전진수명이 증가하였다. 또한 냉간가공 및 미 냉간가공재의 S-N 시험결과에서, 초기균열발생 수명예측을 위하여 압축잔류응력이 존재하는 냉간가공재는 초기압축잔류응력 및 잔류응력 이완지수를 변형률-수명예측식에 적용한 결과는 유효하였다.

(3) 다양한 변형률 관계식을 이용한 피로수명예측에서 냉간가공을 미 실시한 경우는 약 0.2~8.3배, 냉간가공을 실시한 경우, 잔류응력이 완을 고려한 결과는 약 0.3~2.0배의 실험치와의 오차를 보였다. Morrow식에 비하여, Manson and Halford식이 저주기 영역에서는 Morrow식에 비하여 다소 낮게 나타났으나, 그 이상의 영역에서는 거의 차이가 없었다. 또한, SWT식은 실험결과에 대한 예측수명과 오차는 상대적으로 다른 변형률 관계식에 비하여 낮게 나타났다.

참고문헌

- 정석주, 백상도, "스프링 강의 피로특성에 미치는 쇼트피닝의 영향," 대한기계학회논문집, 제22권, 제6호, pp. 1009-1015, 1998.
- Rich, D. L. and Impellizzeri, L. F., "Fatigue Analysis of Cold-Worked and Interference Fit Fastener Holes," ASTM STP 637, pp. 153-177, 1977.
- Poolsuk, S. and Sharpe Jr., W. W., "Measurement of Elastic-Plastic Boundary around Cold Worked Fastener Hole," ASME J. Appl. Mech., Vol. 45, pp. 515-520, 1978.
- 김재훈, 김덕희, "전변형률 에너지밀도를 이용한 고강도 저합금강의 저주기 피로수명 예측," 한국정밀공학회지, 제19권, 제6호, pp. 166-175, 2002.
- Sang-Woo Choi, Joon-Hyun Lee, "Evaluation of Crack Size Around a Rivet Hole Using an Ultrasonic Lamb Wave Through a Neural Network," International Workshop on Sensing and Evaluation of Materials System, pp. 40-47, Sendai(Japan), 2000.
- 이현우, 김주환, 김현재, "용접 토우부의 국부적 변형률 측정을 통한 용접부의 정적 과하중에 따른 피로강도의 변화 평가," 한국정밀공학회지, 제18권, 제6호, pp. 59-66, 2001.
- Julie A. Bannantine, Jess J. Comer and James L. Handrock, "Fundamentals of Metals Fatigue Analysis," Prentice-Hall, Inc., pp. 40-87, 1990.
- 이석순, 최재봉, 최현오, "Al7075-T6 합금의 피로수명 예측에 관한 연구," 대한기계학회 춘계학술대회논문집 A, pp. 230-235, 1998.
- 최청호, 강수준, "항공기 구조설계를 위한 Cold Working 기술의 적용과 균열발생 및 성장해석에 관한 연구," 항공기 개발기술 심포지엄(국방과학연구소), 제6회, pp. 338-354, 1998.
- Özdemir, A. T. and Edwards, L., "Relaxation of Residual stresses at Cold-worked Fastener Holes due to Fatigue Loading," Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structure, Vol. 20, pp. 1443-1451, 1997.
- Jhansale H. R. and Topper T. H., "Engineering Analysis of The Inelastic stress Response of A Structural Metal Under Variable Cycle Strains," ASTM STP 519, pp. 246-270, 1973.
- Pavier, M.J., Poussard, C.G.C and Smith, D. J., "Effect of Residual stresses around Cold worked Holes on Fracture under Superimposed Mechanical Load," Engineering Fracture Mechanics, 63, pp. 751-773, 1999.
- F. V. Lawrence Jr., J. D. Burk, and J-Y Yung, "Influence of Residual Stress on the Predicted Fatigue Life of Weldments," ASTM STP 519, pp. 33-43, 1981.