

## CCT시편의 형상과 하중조건이 J 적분에 미치는 영향

이역섭\*, 김종호\*\*

### The Effects of CCT Specimen Geometry and Loading Condition on the J-Integral

Ouk Sub Lee\*, Jong Ho Kim\*\*

#### ABSTRACT

The effects of specimen geometry, and loading conditions on the J-integral for CCT (center cracked tension) specimens are investigated by using FEM. It is found that the J-integral tends to decrease according to the parallel tensile loading to crack line. Furthermore, it is verified that the compressive parallel loading to crack line is likely to increase the J-integral. A stress ratio of length to width of the center CCT specimen is confirmed to affect the J-integral significantly.

**Key Words** : J-Integral(J 적분), CCT Specimen(CCT 시편), Loading Condition(하중조건), FEM(유한요소법), Nonlinear Elastic Materil(비선형 탄성재료)

#### 1. 서론

선형탄성 파괴역학(Linear Elastic Fracture Mechanics: LEFM)은 재료의 소성 변형이 일어나는 영역이 균열 선단 주위의 작은 부분에 국한되어질 때만 유효하다<sup>[1]</sup>. 여러 가지 재료나 기계 구조물의 내부에 존재하는 균열 선단에서 발생하는 소성영역의 크기가 어느 한계보다 커지면 선형탄성 파괴역학의 이론으로서 이들 재료나 기계 구조물의 파괴 거동을 정확하게 규명하지 못하게 된다. 따라서 이 경우에는 탄소성 파괴역학의 이론을 적용해야 한다. 탄소성 파괴역학 매개변수(parameter)로는 J 적분<sup>[2]</sup>, 균열선단 개구변위(Crack Tip Opening Displacement: CTOD)<sup>[3]</sup>, 균열선단 개구각(Crack Tip Opening Angle: CTOA)<sup>[4]</sup>, 찢김 계수<sup>[5]</sup> 등이 알려져

있으며, 이들 중 J 적분은 물리적인 정의가 분명하고 실험적으로 측정하기도 비교적 쉬워서 탄소성 재료의 파괴 거동을 특징 지우는 매개변수로 가장 널리 사용되고 있다.

J 적분값을 결정하는 방법에는 수치적인 방법 및 실험적인 방법으로 크게 나눌 수 있는데, 실험적인 방법은 콤프라이언스의 변화 양상을 이용하는 간접적인 방법과 코스틱스<sup>[6][7]</sup>를 이용하는 직접적인 방법들이 있다.

J 적분값을 탄소성 파괴역학의 파라메타로 응용하는 경우에는 비선형 탄성재료의 거동을 전제로 한 J 적분값의 이론적인 배경이 탄소성 균열선단에서 발생하는 소성제하(plastic unloading) 재료거동과는 차이가 있다는 사실을 숙지하면서 J 적분의 응용 한계에 대한 각별한 주의가 필요하다<sup>[8]</sup>. 최근에

2002년 6월 18일 접수

\* 인하대학교 기계공학부

\*\* 인하대학교 대학원 기계공학과

는 탄성 균열선단의 응력장에 미치는 균열과 평행인 응력성분의 영향이 시편의 형상에 따라 매우 큰 차이가 난다는 사실이 밝혀졌고<sup>[9][10][11]</sup>, 이것과 동일한 개념의 연구가 Shih 등에 의해서 탄소성 균열선단의 응력장에 대해서 이루어졌다<sup>[12][13]</sup>. 또한 탄소성 균열선단 부근의 응력장에 미치는 파라메타를 FEM과 수정 경계층 이론(modified boundary layer analysis)을 이용하여 산정하였다<sup>[14]</sup>. 이들의 연구 결과들에는 시편의 형상이나 외력의 조건들이 J 적분값에 미치는 영향들을 뚜렷하게(explicitly) 구분하지 않았다.

본 연구에서는 FEM(ANSYS 5.0)으로 CCT(Center Cracked Tension) 시편에 대한 J 적분값을 결정할 때, 시편의 길이(h), 균열의 길이(a), 균열과 평행하는 하중( $\sigma_x$ )들이 J 적분값 결정에 미치는 영향을 체계적으로 규명하여, J 적분값 측정을 위하여 CCT 시험편을 설계할 경우, 시편 형상과 하중 조건을 결정할 때 유용하게 사용될 기술적인 정보를 제공하였다.

## 2. 이론

### 2.1 경로-독립 J 적분

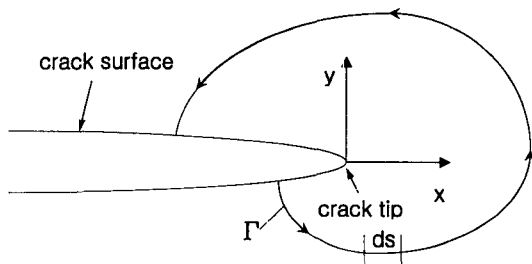


Fig. 1 An arbitrary counterclockwise contour for the J-integral around the tip of an elastic-plastic crack

Fig. 1에 나타나 있듯이, 균열 선단 부근의 임의의 반시계 방향의 윤곽선  $\Gamma$  를 따라서 J 적분은 다음과 같이 정의된다.

$$J = \int_{\Gamma} (w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds) \quad (1)$$

여기서  $w$ 는 변형 에너지 밀도,  $T_i$ 는 트래クション(traction) 벡터 성분,  $u_i$ 는 변위 벡터 성분,  $ds$ 는 경로  $\Gamma$  를 따르는 미소길이이며, 변형 에너지 밀도는 다음과 같이 정의된다.

$$w = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_{ij}$ 는 응력 텐서,  $\epsilon_{ij}$ 는 변형률 텐서이며, 트래クション(traction) 벡터  $T_i$ 의 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (3)$$

여기서  $n_j$ 는 적분 경로  $\Gamma$  에 수직인 단위 벡터의 성분이다.

Rice<sup>[2]</sup>는 J 적분값이 비선형 탄성재료의 정지 균열 주위에서는 적분의 경로에 영향을 받지 않는다는 사실을 밝혔으나 소성 제하(plastic unloading)가 발생하는 안정 성장 탄소성 균열 선단의 응력과 변형률장 문제에 적용할 경우에는 소성 제하(plastic unloading)가 J 적분값의 정의에 미치는 영향을 고려하여야 한다.

### 2.2 FEM에 의한 J 적분값 결정

Fig. 2와 같이 균열이 직각 좌표계 X-Y 평면에 있으며, X축에 평행할 때 J 적분 식(1)은 식(4)와 같이 단순화된다.

$$J = \int_{\Gamma} w dy - \int_{\Gamma} (t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial y}) ds \quad (4)$$

여기서,  $\Gamma$  는 균열 주위의 임의의 시계 반대 방향 경로,  $w$ 는 변형 에너지 밀도,  $t_x$ 는 x축으로의 트래クション 벡터 ( $= \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$ ),  $t_y$ 는 y축으로의 트래クション 벡터 ( $= \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$ ),  $\sigma$  는 응력성분,  $n$ 은 적분 경로  $\Gamma$  의 바깥 방향으로 수직인 단위 벡터,  $u$ 는 변위 벡터,  $s$ 는 경로  $\Gamma$  를 따르는 거리이다.

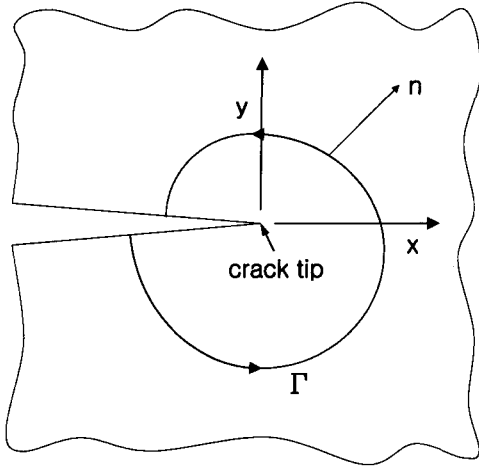


Fig. 2 A Cartesian coordinate system at the crack tip and a contour for the J-integral

2차원(2-D)에서 FEM으로 J 적분값을 산정하는 단계를 요약하면 다음과 같다.

< 2-D에서 J 적분을 계산하는 순서 >

1. FEM 계산 결과로부터 각 요소마다의 부피와 변형 에너지를 읽어들이어서 각 요소마다의 변형 에너지 밀도를 계산한다.
2. 선적분을 하기 위해 균열주위에 적당한 네 절점을 지정하여 J 적분 직선 경로를 정의한다.
3. 1단계에서 요소마다 얻어진 변형 에너지 밀도를 2단계에서 지정된 경로에 맞게 배치하여 그것을 y에 대해 적분한다. 이것은 식 (4)의 첫째 부분이다.
4. 경로에 있는 응력성분  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ 를 배치하고, 경로에 수직인 단위 벡터를 정의한 후, 식 (4)에 나타난 표현을 이용해서  $t_x, t_y$ 를 계산한다.
5. 변위 벡터를 미분 ( $\partial u_x / \partial x$  와  $\partial u_y / \partial y$ ) 하기 위해 경로를 x의 양의 방향, 음의 방향으로 조금씩 이동시킨다.
6. 4, 5단계에서 계산된 값들을 이용해서, J의 둘째 부분에 있는 적분식을 계산하고, 이것을 경로 거리 s에 대해 적분한다. 이것은 식 (4)의 둘째 부분이다.
7. 3단계와 6단계에서 계산된 양을 이용해서, 식 (4)에 따라 J 적분값을 계산한다.

### 3. FEM 해석

#### 3.1 시편 재료의 기계적 특성 및 시편의 형상

시편 재료는 AISI 1040 강이며, 이 재료의 기계적 성질을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Material property of AISI 1040 steel

Young's Modulus	Poisson's Ratio	Yielding Stress( $\sigma_0$ )	Ultimate Stress
203.6 GPa	0.27	821 MPa	940 MPa

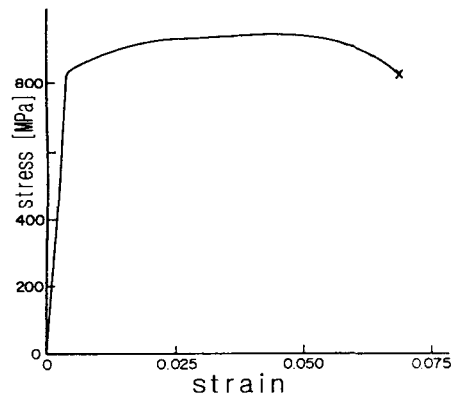


Fig. 3 Engineering stress-strain curve of AISI 1040 steel ( $\dot{\epsilon} = 10^{-1} s^{-1}$ )

이 재료의 공칭응력-공칭변형률 선도는 Fig. 3과 같으며<sup>[15]</sup>, 시편의 모양은 Fig. 4와 같은 Center Cracked Tension(CCT) 형상이며 2w는 시편의 가로 길이, 2h는 세로 길이, 2a는 균열 길이를 각각 나타낸다.

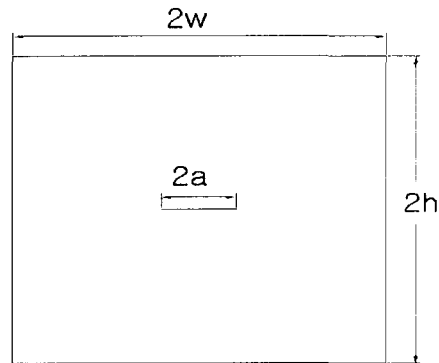


Fig. 4 Center cracked tension (CCT) specimen

### 3.2 FEM 모델링

이용된 요소는 6절점 삼각 요소(6-node triangular element)이고, 시편 두께가 3mm이어서 평면응력(plane stress) 조건으로 해석하였다. 또 대칭성을 이용하여 시편의 1/4만을 해석하였다. Fig. 5는 해석에 이용된 CCT 시편의 1/4모형이다. 이용된 시편에 따라 요소수를 420~706개 사이로 하였다.

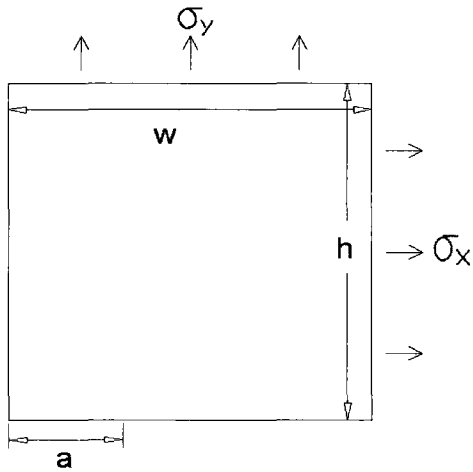


Fig. 5 Quarter FEM mode for CCT specimen

Fig. 6은 삼각형 요소를 이용한 FEM 모델을 나타낸 것이며 아래쪽의 보라색(진한) 부분은 Fig. 7의 소성 응력-변형률 선도가 적용된 소성 해석 영역이며, 그 외 부분은 탄성 해석 영역이다. Fig. 7은

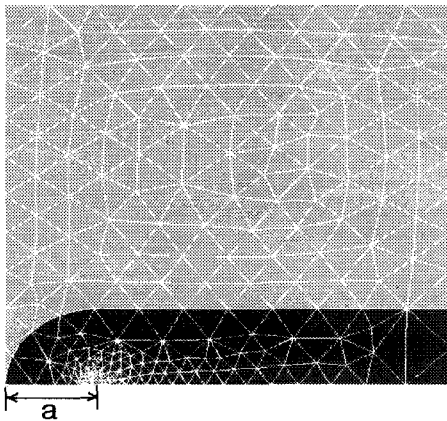


Fig. 6 Plastic modelling region in FEM

소성 해석을 위해 FEM에 입력한 응력-변형률 선도 데이터로서 Fig. 3에서 4개의 점들을 선정해 직선으로 근사화하여 사용하였다. 본 논문에서 사용한 FEM 해석과정의 정확성을 검증하기 위하여 잘 알려진 J-적분 해석 결과와 비교하여 오차가 5%이내임을 확인하였다<sup>[16]</sup>.

### 3.3 경계조건

균열의 길이 a, 시편의 길이 h, 응력비 b, 외력 sigma\_y가 J 적분값에 미치는 영향을 면밀히 규명하기 위하여 시편의 폭 2w를 100mm로 고정시키고, 여러 가지 경계 조건들을 Table 2와 같이 변화시키며 J 적분값을 산출하였다.

Table 2 Varying boundary condition for the J-integral

w (half specimen width) = 50 [mm]
a (half crack length) = 5, 10, 15, 20 [mm]
h (half specimen height) = 50, 75, 100 [mm]
b (ratio of perpendicular to horizontal stresses) = -2, -1, 0, 1, 2
sigma_y (perpendicular stress) = 80, 160, 240, 320 [MPa]

여기서,  $b = \frac{\text{수평응력}(\sigma_x)}{\text{수직응력}(\sigma_y)}$  이다(Fig. 5 참조).

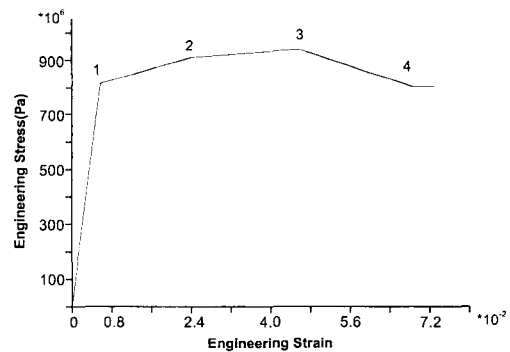


Fig. 7 Piecewise approximation of the stress-strain curve for plastic analysis

### 3.4 J 적분값 결정 경로

Fig. 8에서 보는 바와 같이 균열 주위에 소성영역 내에서 증가응력이 Fig. 7의 1점과 2점 사이에 있는 네 절점을 선정해주고 그 직선 경로에 따라 J 적분값을 산정하였다.

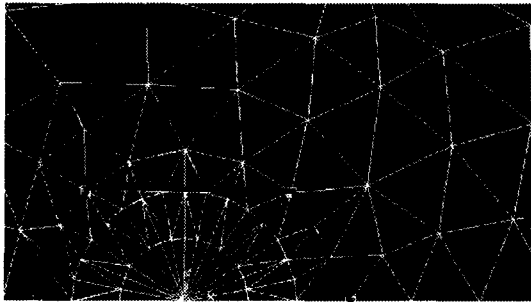


Fig. 8 Integration path for the J-Integral in FEM

## 4. 결과 및 검토

### 4.1 J 적분의 경계조건에 대응하는 결과

일반적인 결론을 도출시키기 위하여  $J$ 를 ( $\sigma_0 \cdot w$ )로 나누어 무차원화 시켰다.  $\sigma_0$ 는 이 재료의 항복응력(yielding stress)이며,  $2w$ 는 시편의 가로길이로서 100mm로 택하였다.

#### 4.1.1 균열 길이 a의 영향

일정한 하중아래서의 J 적분과 균열 길이 a의 관계를 살펴보면, 일반적인 예상과 같이 a가 증가함에 따라 J 적분값도 증가하였으며 Fig. 9에 나타난 바와 같이 a가 J 적분값에 거의 비례적으로 영향을 미치는 것을 알 수 있으며 a가 커질수록 응력비 b의 영향이 크게 되며 응력비가 음(-)일 때 a의 영향이 가장 크게 되며 증가할 것으로 예상된다. Fig. 10에서 보는 바와 같이 a가 짧을 경우에는 시편 길이 h는 J 적분값에 미치는 영향은 거의 없으나 a가 클수록 시편 길이의 영향이 크게 나타난다. Fig. 11에는 균열면에 수직하는 하중  $\sigma_y$ 의 영향을 나타내었으며 예측한 대로 a의 증가함에 따르는  $\sigma_y$ 의 J적분값에 미치는 영향은 더 현저하다.

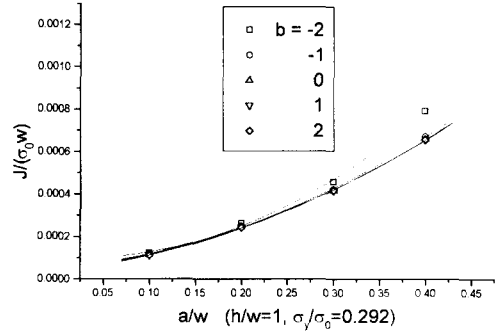


Fig. 9 Variation of J with respect to the change of b and a ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

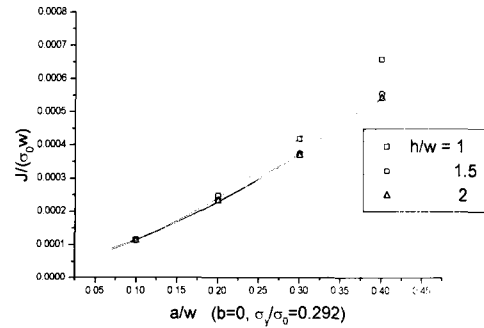


Fig. 10 Variation of J with respect to the change of h and a ( b=0, h=half specimen height )

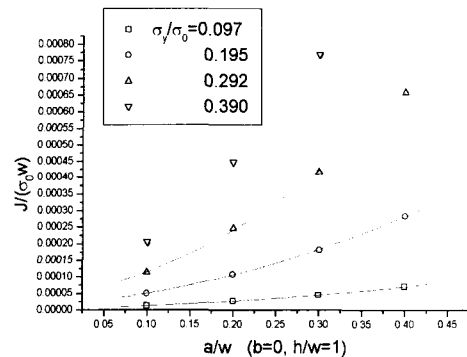


Fig. 11 Variation of J with respect to the change of  $\sigma_y$  and a ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

### 4.1.2 응력비 b의 영향

J 적분과 응력비 b의 관계를 살펴보면, b가 증가함에 따라 J 적분값은 다소 감소하는 경향이 있음을 알 수 있다. 여기서는 b를 -2에서 2까지 변화시키면서 응력비가 J 적분값에 미치는 영향을 관찰한 결과, 가로 방향의 인장력은 세로 방향의 인장력이 J 적분값에 미치는 영향을 감소시키나, 가로 방향의 압축력은 세로 방향의 인장력이 J 적분값에 미치는 영향을 증가시키는 효과가 있다는 사실이 규명되었다. 일반적으로 응력비가 J 적분값에 미치는 영향은 비교적 작으나(Fig. 12 참조) 균열 길이와 시편폭의 비 a/w가 0.4 이상이고 응력비가 음일 경우에는 응력비가 J 적분값에 미치는 영향이 크게 되므로 주의를 요한다. Fig. 13은 응력비와 시편길이의 영향을 상세하게 살펴보기 위한 결과이며, 모든 시편 길이에 거의 무관하게 응력비가 -2에서 -1까지 J 적분값의 변화 양상이 거의 동일한 것으로 나타내고 있다. 균열 표면에 수직한 외력  $\sigma_y$ 와 응력비가 J 적분값에 미치는 영향을 Fig. 14에 나타내었으며,  $\sigma_y/\sigma_0$ 가 0.4 이상이고 응력비가 -2 이하일 경우에는 그 영향이 현저하게 나타남을 밝혔다.

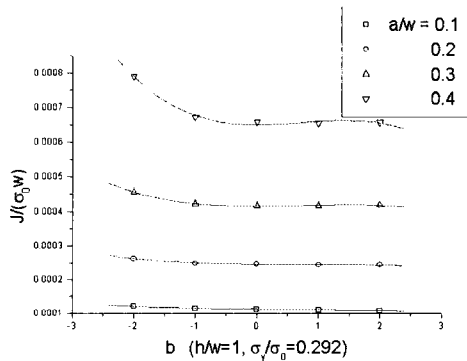


Fig. 12 Variation of J with respect to the change of a and b ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

### 4.1.3 시편길이 h의 영향

J 적분과 시편 길이 h와의 관계를 살펴보면, Fig. 15-Fig. 17에서 보인 바와 같이 시편 길이가 길어짐에 따라 J 적분값이 작아지는 경향이 있다. 또

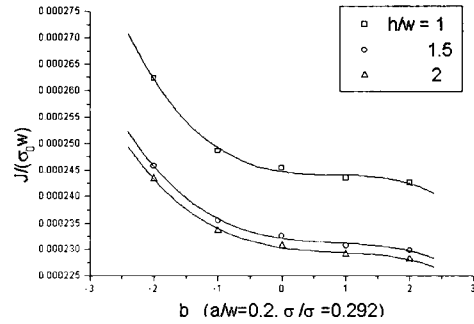


Fig. 13 Variation of J with respect to the change of h and b ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

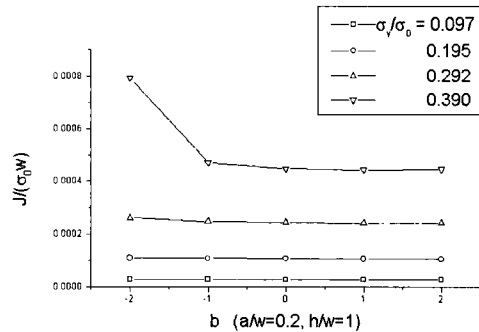


Fig. 14 Variation of J with respect to the change of  $\sigma_y$  and b ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

한 시편 길이와 폭의 비가 일정 이상이 되면( h/w > 1.5 ) 시편 길이의 영향이 거의 없음을 보여주고 있다. Fig. 15에서는 균열 길이 a가 작을수록 시편 길이의 영향이 더욱 미미함을 잘 나타내주고 있다. 특히 시편 균열과 폭의 비(a/w)가 0.2 이하일 때는 시편 길이의 영향은 거의 무시될 수 있음을 나타내주고 있다. Fig. 16에서는 시편 길이가 길어질수록 그 영향이 점점 작아지며 응력비가 -2 이하이고 외력이 클 때(  $\sigma_y/\sigma_0 = 0.39$  ) 다소 크게 나타나는 사실을 밝혔다. Fig. 17에서는 외력  $\sigma_y$ 에 크게 관계

없이, 시편 길이가 J 적분값에 미치는 영향은 무시할 수 있다는 점을 나타내었다.

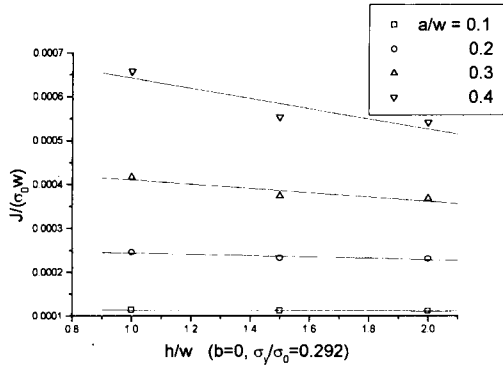


Fig. 15 Variation of J with respect to the change of a and h ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

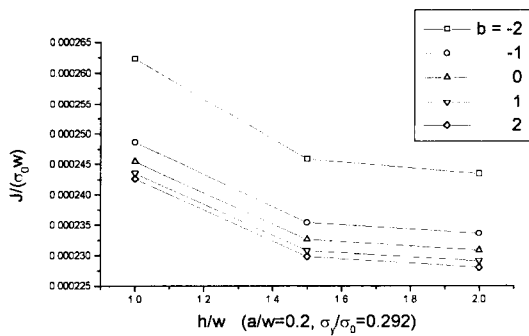


Fig. 16 Variation of J with respect to the change of b and h ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

### 5. 결론

본 연구에서는, CCT시편의 형상 및 하중조건이 J 적분값에 미치는 영향을 FEM으로 체계적으로 분석하였으며 그 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) 전반적으로 J 적분값에 가장 큰 영향을 주는 것은 균열면에 수직하게 작용하는 인장력  $\sigma_y$ 와 균

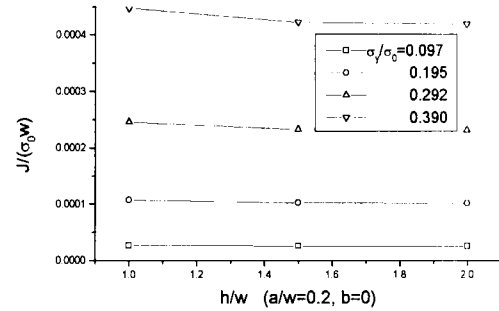


Fig. 17 Variation of J with respect to the change of  $\sigma_y$  and h ( b = ratio of perpendicular to horizontal stresses, a = half crack length,  $\sigma_y$  = perpendicular stress, h = half specimen height )

열 길이 a이며, 특수한 경우 (  $a/w > 0.4$ ,  $b < -2$ ,  $h/w < 1.0$ ,  $\sigma_y/\sigma_0 > 0.39$  ) 에는 응력비 b나 시편 길이 h가 J 적분값에 크게 영향을 미친다는 사실이 규명되었다.

(2) 비교적 외력이 클 경우 (  $\sigma_y/\sigma_0 > 0.39$  ) 나 시편 길이 h가 짧은 경우 (  $h/w < 1.0$  ) 에는, 음의 응력비 -b가 J 적분값에 적지 않은 영향을 미치므로, 이러한 형상의 CCT 시편을 사용하여 J 적분값을 측정해야 할 경우에는 균열선과 수평인 외력을 가해주면서 실험하여 음의 응력비에 의한 오차를 감소시켜야 한다.

(3) 균열 길이 a가 긴 경우 (  $a/w > 0.4$  ) 에는 음의 응력비 -b가 J 적분값에 더욱 큰 영향을 주므로 특히 유의해야 한다.

### 참고문헌

1. 이억섭, 김승권, "일정진폭 및 과대하중 하에서의 피로 균열 성장 수명 예측," 한국정밀공학회지, 제15권, 제10호, pp. 113-119, 1998.
2. Rice, J. R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks," Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, pp. 379-386, 1968.
3. Wells, A. A., "Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture," Proceedings

- of the Crack Propagation Symposium, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.
4. de Koning, A. U., "A Contribution to the Analysis of Slow Stable Crack Growth," The Netherlands National Aerospace Laboratory Report NLR MP 75035U, 1975.
  5. Paris et al, "The Theory of Intensity of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth," Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 668, American Society for Testing and Mechanics, pp. 5-36, 1977.
  6. Rosakis, A. J. "Experimental Determination of the Fracture Initiation and Dynamic Crack Propagation Resistance of Structural Steels by the Optical Method of Caustics," M. S. thesis Brown Univ., 1980.
  7. Lee, O. S. and Hong, S. K., "Determination of Stress Intensity Factors and J-Integral Using the Method of Caustics," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 44, No. 6, pp. 981-989, 1993.
  8. Landes, J. D. and Begley, J. A., "The Effect of Specimen Geometry on  $J_{IC}$ ," ASTM STP 514, ASTM, Philadelphia, pp. 24-29, 1972.
  9. Kirt, M. T., Dodds, R. H., Jr., and Anderson, T. L., "Approximate Techniques for Predicting Size Effects on Cleavage Fracture Toughness," Fracture Mechanics: 24th Volume, ASTM STP 1207, ASTM, Philadelphia, (in press).
  10. Hancock, J. W., Reuter, W. G., and Parks, D. M., "Constraint and Toughness Parameterized by  $T$ ," Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, ASTM, Philadelphia, pp. 21-40, 1993.
  11. Sumpter, J. D. G., "An Experimental Investigation of the  $T$  stress Approach," Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, ASTM, Philadelphia, pp. 492-502, 1993.
  12. O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., "Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter-I. Structure of Fields," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 39, pp. 898-1015, 1991.
  13. O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., "Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter-II. Fracture Applications," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 40, pp. 939-963, 1992.
  14. Anderson, T. L., Fracture Mechanics (2nd ed.), pp. 160-178, 1995.
  15. Boyler, H. E., Atlas of Stress-Strain Curves, ASM International p. 165.
  16. Hilton, P. D. and Gifford, L. N., "Elastic-Plastic Finite Element Analysis for Two-Dimensional Crack Problems," ASTM STP 803, pp. 256-273, 1983.