

## 응력해석을 통한 치형수정에 관한 연구

이경원\*, 반재삼\*, 김규하\*, 조규종\*\*

### Stress Analysis for Tooth Modification

Kyung Won Lee\*, Jae Sam Ban\*, Gyu Ha Kim\*, Kyu Zong Cho\*\*

#### ABSTRACT

This paper is the study on stress analysis for tooth modification of high speed gear using a finite element method. Gear drives constitute very important mechanisms in transmitting mechanical power processes which compromise several cost effective and engineering advantages. The load transmission which occurred by the contacting surfaces arises variable elastic deformations evaluated through finite element analysis. The automatic gear design program was developed to model gear shape precisely. This developed gear design system was used by pre-processor of FEM packages. The distribution of stresses at contacting surfaces was examined when gear tooth contacts. And this paper proposes a method for the tooth modification after carrying out stress analysis using a finite element method.

**Key Words** : Gear tooth(기어 치), Finite element method(유한요소법), Tooth modification(치형수정), Stress analysis(응력 해석), Contact(접촉)

#### 1. 서론

기어는 큰 하중의 물체를 운반하거나 속도가 빠른 운송수단이 발달함에 따라 중요성은 더욱 높아지고 있다. 그러나 설계자들이 접촉하고 있는 치의 접촉 상태나 치에 발생하는 응력상태를 예측할 수 없다면 쉽게 기계 고장을 일으킬 수 있다.

기어전동 장치에 있어서 주된 문제점은 진동과 소음이라 할 수 있다. 기어의 소음은 동하중(dynamic load), 치 강도(tooth stiffness), 치 마찰(tooth friction), 치 윤활(tooth lubrication) 등과 같은 여러 가지 요인들이 복합적으로 결합되어 발생하므로 해석하기가 매우 어려운 것이 현실이다.<sup>1)</sup> 그러

나 가장 근본적인 문제는 기어가 서로 맞물리는 동안 주기적인 변화를 일으키는 치하중 변화<sup>2)</sup>에 의한 진동과 그로 인한 소음이라 할 수 있다. 이러한 이유로 현재는 기어의 소음을 감소시키기 위한 최선의 치형 선택으로 인벌류트 곡선을 사용하고 여기에 치형수정 방식으로 기어의 진동 및 소음을 줄이려는 연구가 많이 시도되고 있다.

최근에 기어의 하중 전달과 진동 특성에 대해 Kubo<sup>3)</sup>, R. W. Cornell<sup>4)</sup>, Umezawa<sup>5)</sup>, 박찬일<sup>6)</sup>, G. D. Bibel<sup>7)</sup>, A. H. Elkholy<sup>8)</sup> 허경재<sup>9)</sup> 등의 연구가 있었으며, 배명호<sup>10)</sup>는 압력각 수정과 비틀림각 수정을 동시에 고려한 치형수정에 대해, 윤구영<sup>11)</sup>은 3차 스프라인 곡선을 이용한 치형수정에 대해, Conry<sup>11)</sup>는

2002년 7월 19일 접수

\* 전남대학교 대학원 기계공학과

\*\* 전남대학교 기계시스템공학부

헬리컬 기어의 치면하중을 줄이는 방법으로 Kato<sup>12)</sup>와 Sundaresan<sup>13)</sup>은 전달오차를 최소화하는 방식으로 치형수정에 대해 연구를 하였다. 현재 고속 기어는 공기 압축기용, 철도차량용, 항공 산업용 등에서 사용이 급속히 증가되고 있으나 국내의 기존 기어제조기술로는 고속에서의 진동, 소음, 내구성 등을 수준이상으로 설계제작 하는데 아직 미흡한 상태이다.

Winter와 Gerber<sup>14)</sup>는 접촉비가 낮은 기어에 있어서 접촉하는 기어 치의 운동적용상의 메쉬 강성의 변화는 스피어나 헬리컬 기어에 있어서 소음 발생의 주요한 원인이 됨을 발표하였다. 따라서 치에 발생하는 치응력의 감소와 안정화가 필요하다.

본 연구는 자체 개발한 치형 자동설계 프로그램으로 치형을 구현하고 유한요소 프로그램의 전처리 과정으로 사용하였으며, 실제 기어 움직임을 구현하기 위하여 불기어와 피니언을 모델링한 다음, 불기어에 부하를 걸어 불기어의 움직임에 따라 피니언의 물림상태를 접촉문제로 정의하여 보다 신뢰성 있는 치의 응력해석을 수행하였다. 본 연구에서 치형수정은 유한요소 해석을 통해 기어 치에 발생하는 응력을 고찰한 후, 응력이 안정적으로 나타나기 시작하는 부분까지 불기어와 피니언의 치끝 수정량을 결정하였다. 소음의 원인이 되는 치 끝부위의 간섭량에 대한 치형 수정을 통해 치의 강성변화의 감소와 소음의 감소를 꾀하였다.

### 2. 시험용 기어 초기실험

피니언의 잇수를 21개, 불기어를 354개로 하여 회전수 비를 약 1:16.857로 기어의 시제품을 제작하였다. 따라서 불기어는 최대 3,600rpm으로 회전하고 피니언은 60,000rpm으로 회전하도록 제작하였다. 또한 고속으로 회전할 때 치맞침 현상을 최소화하고 물림율을 높이기 위하여 헬리컬 기어로 설정 제작하였다. 기어의 완전한 회전을 위하여 초기 실험 제품의 경우 전위계수는 약 +0.1671로 하여 제작하였다. 기어 주요 제원은 Table 1에 나타난 바와 같다.

본 실험은 Fig. 1에서 보이는 바와 같이 금호 타이어 무향실험실에서 Front Level과 Side Level의 소음을 측정하였다. 저속으로 기어를 구동하여 치 접촉 상태를 확인하고 일반 감속기의 치 접촉 기준에

Table 1 Data of gear system

	Bull gear	Pinion
number of teeth	354	21
pressure angle	20°	
module	1	
contact ratio	1.54	
torque( $kg_f \cdot mm$ )	10059	
Young's modulus ( $kg_f \cdot mm$ )	21000	
Poisson's ratio	0.3	

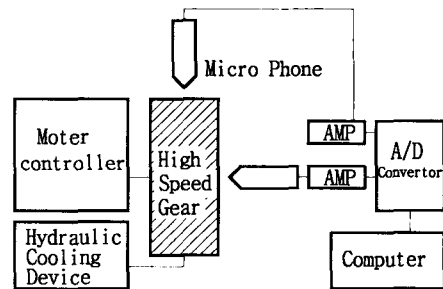


Fig. 1 Constitution of experimental equipment

대비 양호하게 판단되어 피니언의 회전수를 기준으로 0~42,100 rpm까지 러닝을 실시하였다.

그 결과 회전이 빠를 수록 소음이 점차적으로 증가하였고 러닝 시간이 많아질 수록 기어소음이 심해지는 현상이 나타났으며 주원인은 치간섭에 의한 것으로 판단되었다.

치간섭이 클 경우 자유상태에서 원활하게 회전이 가능 할 지라도 이러한 상태로 장시간 고속 운전시에는 기어의 열변형량 및 중량효과 등에 의하여 축부가 약한 기어쪽으로 하중이 부가되어 굽힘 변형을 일으켜서 소음에 원인을 제공할 뿐만 아니라 치강도에도 영향을 주므로 운전조건에 가장 적합한 치간섭량을 제거해야 한다.

### 3. 수치해석

기어가 회전력에 의해 맞물려 돌아갈 때 불기어의 회전력이 피니언에 전달되어 돌아간다. 실제적인 기어 구동상태를 구현하기 위하여 불기어에 부

하를 걸어 불기어의 움직임에 따라 피니언의 물림 상태를 접촉문제로 정의하고, 헬리컬 기어의 치 각각 형상인 인벌류트 치형으로 2차원 평면 응력문제로 취급하였다.

### 3.1 유한요소 모델링과 요소분할

기어 치 형상은 자체 개발한 기어 자동 설계 프로그램에 의해 제원에 따른 기어를 자동 설계하여 모델링한 다음 유한요소 해석을 위해 불기어와 피니언을 각각 치 3개씩 선택하였다. 요소분할에 있어서 탁계래<sup>15)</sup>는 요소수, 요소의 크기를 변화시켜 가며 응력값의 변화를 조사했는데 요소의 크기를 치뿌리 부분에서 치 높이의 3% 이하로 하였을 때 치 뿌리 응력값이 수렴함을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서도 탁계래의 제안처럼 치 높이의 3% 이하로 치면을 따라 요소를 분할하여 해석을 수행하였다. 그리고 해석의 신뢰성 확보를 위해 사각형 요소를 사용하였다.

Fig. 2는 개발된 기어 자동설계 프로그램에 의해 기어를 자동 모델링한 기어 형태이다. 모델링된 기어에 대해 상용프로그램인 Mentat330으로 절점과 요소를 형성하였다.

그리고 실제 기어가 구동될 때 피동기어에 전달 하중을 가하는 형상과 똑같은 방식으로 시뮬레이션을 하기 위하여 불기어에 회전력을 가하여 피니언에 전달되도록 접촉문제로 해석을 수행하였으며 불기어에 회전력을 주기 위해 빔 요소를 사용하여 Marc7.3에서 해석을 수행하였다. 이때 사용된 절점수는 총 5707개이며, 요소 수는 4670개, 빔 요소 수는 74개로 하였다. 기어의 탄성계수  $E$ 와 포아송

비  $\nu$ 는 각각  $206 \text{ GPa}$  ( $2.1 \times 10^4 \text{ kg}_f/\text{mm}^2$ ), 0.3으로 등방성을 갖는 균일한 재료로 생각하여 해석을 수행하였다.

### 3.2 응력 해석

해석은 하나의 치가 물림이 시작될 때부터 끝날 때까지의 구간을 불기어를 기준으로 0.2도씩 회전 시켜가며 해석을 수행하였다. 불기어가 3560rpm으로 회전시 피니언이 60,000rpm으로 회전하는데 이 때 피니언에 전달되는 회전력은  $10059 \text{ kg}_f \cdot \text{mm}$ 이다.

Fig. 3은 기어의 최대 회전력이 발생될 때의 모듈 1인 기어에 분포되어 있는 응력상태를 보여주는 그림이다. Fig. 4는 각 모듈 1에 대해 기어가 회전할 때 나타나는 최대 표면 응력 분포를 나타내는 그래프이다.

모듈이 1인 경우인 Fig. 4를 보면, 주로 50~60  $\text{kg}_f/\text{mm}^2$ 으로 나타나지만 치 끝이 맞물리는 치의 뿌리부분에 닿는 부분에서 급격한 응력 상승의 결과를 볼 수 있다. 모듈이 1.5인 경우, 약 25~40  $\text{kg}_f/\text{mm}^2$  정도에서 응력이 분포함을 알 수 있었고 모듈이 2인 경우는 약 15~25  $\text{kg}_f/\text{mm}^2$  정도에서 응력이 분포하고 있음을 알 수 있었다.

이들의 결과로부터 모듈에 따라 치 표면 응력 분포가 다르게 나타나고 있음을 알 수 있었고 또한 모듈이 커지면 최대 표면 응력분포의 폭이 감소하여 안정적으로 응력분포가 형성됨을 알 수 있었다.

본 연구에서는 최대 표면 응력이 높고 큰 폭으

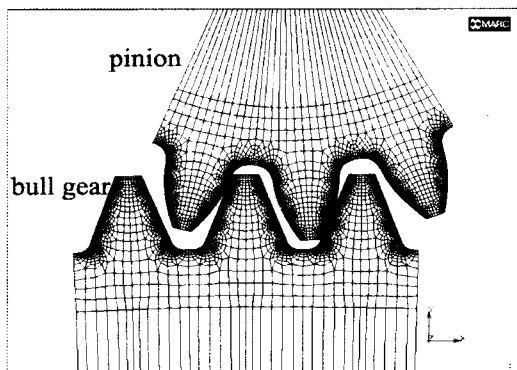


Fig. 2 Modeling and elements of gear tooth

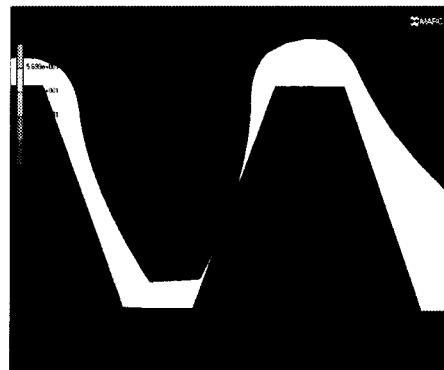


Fig. 3 Contact stress distribution in module 1

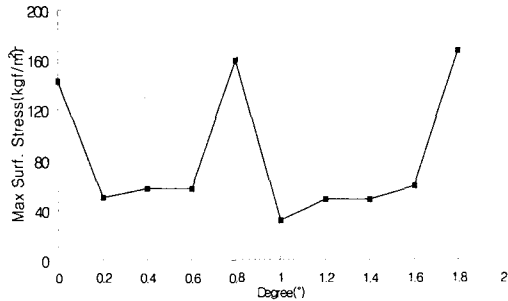


Fig. 4 Stress distribution in module 1

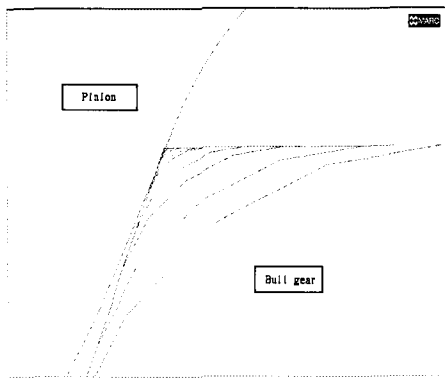


Fig. 5 Bull gear tooth modification

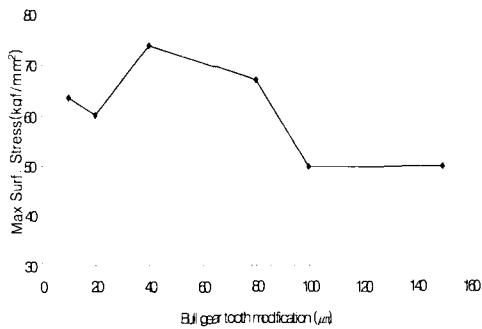


Fig. 6 Stress distribution of modified bull gear

로 변하고 있는 모듈이 1인 경우에 대하여 연구를 수행하였다. 기어 구동시 기어의 치 끝이 치 뿌리면을 파고 들어가는 언더컷 현상이 발생하게 되어 진동 및 치강도에 악영향을 주게 된다. 따라서 본 연구에서는 기어가 최대 회전속도인 60,000rpm으로 회전할 때 언더컷이 최대 발생하는 위치를

기어 회전 시물레이션을 수행하여 찾은 후 최대 발생 지점을 기준으로 치 끝을 수정하였다.

Fig. 5에 나타난 바와 같이 치의 수정 방법은 언더컷이 발생하는 불기어의 치 끝을 10, 20, 40, 80, 100, 150 μm까지 수정해 가며 응력분포를 고찰해 보았다. Fig. 6에 나타난 해석 결과를 보면, 치 끝의 수정량을 약 100 μm로 수정할 경우 응력은 약 50 kg/mm<sup>2</sup>으로 감소하게 되며 그 이상의 수정은 응력 감소에 별다른 영향이 없음을 보여주고 있다. 따라서 불기어의 경우 치 끝 수정량은 약 100 μm 정도가 적당한 것으로 판단된다.

불기어의 경우에서와 같이 피니언의 치 끝이 불기어의 치 뿌리면을 약화시키는 언더컷이 최대 발생하는 회전 각도를 결정하여 피니언 치 끝의 수정을 수행하였다. Fig. 7과 같이 피니언의 경우도 치 끝을 10, 20, 40, 80, 100 μm까지 수정해 가며 응력분포를 고찰해 보았다.

Fig. 8에서 보는 바와 같이 피니언의 치 끝을 10 μm 이내로 수정하였을 경우는 수정에 따른 별다른 응력 감소 효과를 볼 수 없었으며, 최소 20 μm 이상 수정 할 때부터 응력 집중 현상이 급격하게 해소되는 현상을 볼 수 있다. 따라서 피니언의 치 끝 수정을 기어에 적당한 응력 범위로 낮추기 위해서는 Fig. 8에서 볼 수 있는 것처럼 약 80 μm 정도를 수정해야 함을 알 수 있다.

Fig. 9는 치형 수정 전, 후에 치가 접촉되었을 때 최고 표면 응력이 나타나는 부분 주위를 따라 분포하는 응력을 나타낸다. Fig. 9를 보면, 치형 수정 전의 응력보다 치형 수정 후의 응력이 현저히 감소했음을 알 수 있다.

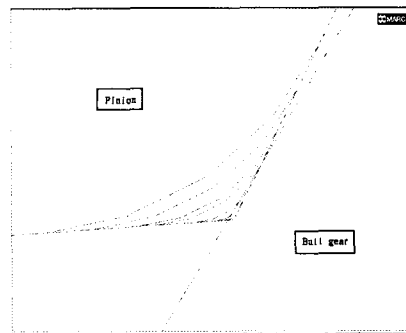


Fig. 7 Pinion tooth modification

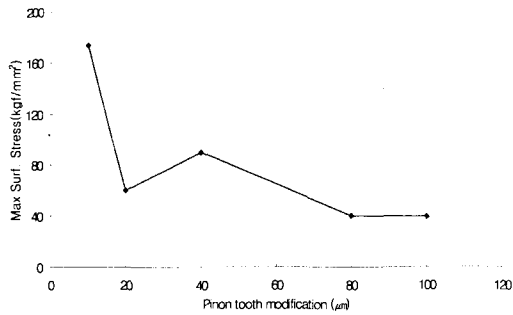


Fig. 8 Stress distribution of modified pinion

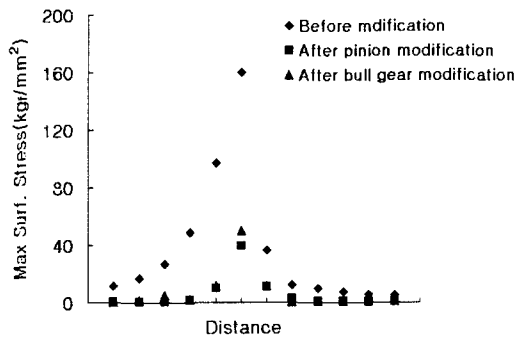


Fig. 9 Stress distribution around max surf. stress point

#### 4. 치형 수정 후 기어 재실험

치형 수정 후에 기어를 다시 러닝시켜 실험을 하였다. 기어 응력해석을 통하여 결정된 수정량을 불기어와 피니언의 치끝 수정에 적용하여 치를 가공한 후 다시 러닝시켜 기어의 소음을 측정했을 때

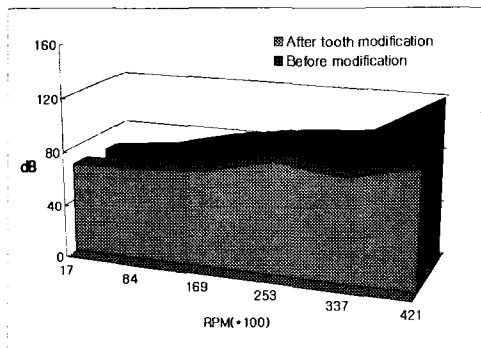


Fig. 10 Comparison between before modification and after tooth modification

Fig. 10에서와 같이 소음이 감소함을 알 수 있었다. Fig. 10을 보면, 42,100 rpm까지 러닝시켰을 때 소음이 약 30%정도 감소했음을 볼 수 있다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 개발한 자동 기어설계 프로그램으로 치형을 창성하여 유한요소 프로그램의 전처리 과정으로 사용하였으며, 실제 기어 움직임을 구현하기 위하여 불기어와 피니언을 모델링한 다음, 불기어에 부하를 걸어 불기어의 움직임에 따라 피니언의 물림상태를 접촉문제로 정의하여 보다 신뢰성 있는 치의 응력해석을 수행하였다. 이에 의해 기어 모듈에 따라 치에 분포하는 표면 응력이 달리 나타나고 있음을 알 수 있었다.

본 연구에서 치형수정은 유한요소 해석을 통해 기어 치에 발생하는 응력을 고찰한 후, 응력이 안정적으로 나타나기 시작하는 부분까지 불기어와 피니언의 치끝 수정량을 결정하는 방법을 제안하였다. 이 방법으로 치형수정 한 후 러닝 실험을 통하여 치 끝부위가 치 표면 응력에 어떤 영향을 주고 있는지 관찰함으로써 치 끝부위가 소음에만 영향을 주는 것이 아니라 표면 응력에도 큰 영향을 줄 수 있었다.

소음의 원인이 되는 치 끝부위의 간섭량에 대한 치형 수정을 통해 치의 강성변화의 감소와 소음을 약 30%정도 감소시킬 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 BK21 사업에서 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. 윤구영, 박왕준, "저소음 치차설계를 위한 치형 수정에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제13권, 제4호, pp. 129-135, 1996.
2. 이경원, 반재삼, 김규하, 조규중, "FEM을 이용한 스퍼기어 응력 해석에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제19권, 제2호, pp. 171-176, 2002.
3. Kubo. A., "Stress Condition, Vibrational Exciting Force, and Contact Pattern of Helical Gear with

- Manufacturing and Alignment Error," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 100, pp. 77-84, Jan., 1978.
4. R. W. Cornell, "Compliance and Stress Sensitivity of Spur Gear Teeth," Journal of mechanical design, Vol. 103, pp. 447-459, 1981.
  5. Umezawa, K., "The performance Diagrams of Helical Gears," Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, pp. 399-408, 1989.
  6. 박찬일, 이장무, "치형오차를 가진 헬리컬기어의 진동특성에 관한 연구," 대한기계학회논문집(A), 제20권, 제5호, pp. 1534-1542, 1996.
  7. G. D. Bibel, S. K. Reddy, M. Savage and R. F. Hardschuh, "Effects of Rim Thickness on Spur Gear Bending Stress," Journal of mechanical design, Vol. 116, pp. 1157-1162, 1994
  8. A. H. Elkholy, "Tooth Load Sharing in High Contact Ratio Spur Gears," Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design, Vol. 107, pp. 11-16, 1985.
  9. 허경재, 박수진, "평기어 치의 변형 후 치간섭 방지를 위한 치형 수정에 관한 연구," 한국정밀 공학회지, 제16권, 제3호, pp. 208-214, 1999.
  10. 배명호, 박노길, "기어 변속기의 소음저감을 위한 치형수정 설정방법에 관한 고찰," 한국자동차 공학회논문집, 제6권, 제6호, pp. 243-251, 1998.
  11. Conry, T.F. and Seireg, A., "A Mathematical Programming Technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modifications for Gear systems," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, pp. 1115-1122, 1973.
  12. Kato, S. et al., "Analytical Procedure for Gear Tooth Surface Modification Reducing Gear Noise." SAE Paper 852273, 1985.
  13. Sundaresan, S. et al., 1991, "Design of Helical Gears with Minimum Transmission Error under Manufacturing and Operating Variances," Proceedings of the International Conference on Motion and Power Transmission, MPT'91, Hiroshima, pp. 92-97, 1991.
  14. Winter, H. and Gerber, H., "Investigations on the excitation of Vibration and Noise at Spur and Helical Gears," ASME Power Transmission Conference, Vol. 2, pp. 765-772, 1989.
  15. 탁계래, 최상훈, 윤갑영, "인벌류우트-圓弧 合成 齒形기어의 응력해석," 대한기계학회논문집, 제 11권, 제2호, pp. 198-204, 1987.