



## 고유변형율의 개념을 이용한 열가공공정 시 판 변형 예측

손 광 재\* · 양 영 수\*\* · 장 상 균\*

\*전남대학교 대학원 기계공학과

\*\*전남대학교 기계공학과

### Estimation of Plate Deformation in Thermal Processing using the Eigenstrain Concept

Kwang-Jae Son\* · Young-Soo Yang\*\* and Sang-Gyun Chang\*

\*\*Dept. of Mechanical Engineering, Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

#### Abstract

In the present work, a formula for plate deformation produced by line heating, in terms of process parameters such as heat input and plate dimensions, is developed analytically using an eigenstrain concept. The residual deformation that was due to thermal process was depends on the magnitude and region of plastic strains at heating zone. The magnitude of plastic strains was determined by disk model and its region was calculated using the Rosenthal's solution. The vertical displacement of the plate was analyzed by using an infinite laminated plate theory to consider a cuboidal inclusion with an eigenstrain. Comparison of the calculated results and experimental data shows the accuracy and validity of proposed method.

(Received June 27, 2002)

Key Words : Eigenstrain, Plastic strain, Circular model

#### 기 호 설 명

|  |   |                   |  |
|--|---|-------------------|--|
| $x_1, x_2, x_3$                                | Plate-fixed rectangular coordinate system | $\epsilon_r^*$    | Radial eigenstrain of the disk         |
| $\xi, x_2, x_3$                                | Moving rectangular coordinate system      | $\epsilon_\theta$ | Tangential strain of the disk          |
| $T$  | Temperature                               | $\epsilon_{pm}$   | Plastic strain of the disk             |
| $T_0$  | Initial temperature                       | $\sigma_r$        | Radial stress of the disk              |
| $T_c$  | Critical temperature                      | $\sigma_\theta$   | Tangential stress of the disk          |
| $Q$  | Heat flux                                 | $\sigma_{yt}$     | Yield stress of the plastic region     |
| $k$  | Thermal conductivity                      | $E_1$             | Young's modulus of the disk            |
| $\lambda$                                      | Thermal diffusivity                       | $E_2$             | Young's modulus of the plate           |
| $v$  | Travel speed of heat source               | $a$               | Radius of the plastic region           |
| $R = (\xi^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$            |   | $\alpha$          | Thermal expansion coefficient          |
| $R_n = [(\xi^2 + x_2^2 + (2nh - x_3))]^{1/2}$  |   | $\nu$             | Poisson's ratio                        |
| $R'_n = [(\xi^2 + x_2^2 + (2nh + x_3))]^{1/2}$ |   | $\nu_1$           | Poisson's ratio of the disk            |
| $\epsilon^*$                                   | Residual plastic strain                   | $\nu_2$           | Poisson's ratio of the plate Equivale  |
| $\epsilon_r$                                   | Radial strain of the disk                 | $K$               | Spring constant                        |
|  |   | $u_3$             | Out of plane displacement of the plate |
|  |   | $\delta_{kl}$     | Kronecker delta                        |
|  |   | $b$               | Minor axis of ellipsoid                |

### 1. 서 론

자동차, 항공기, 선박 등 기계구조물의 제작에는 용접이나 절단공정과 같은 열가공공정이 매우 광범위하게 적용되고 있다. 재료에 국부적인 가열을 이용하는 열가공공정은 가공의 특성상 구조물에 잔류응력과 잔류변형이 존재하게 한다. 특히, 열가공에 의한 잔류변형은 구조물의 외관을 해치고 좌굴강도를 저하시키는 등 심각한 문제를 초래한다. 따라서, 열가공에 따른 잔류변형을 정확히 예측할 수 있으면 구조물의 강도 저하분 및 변형오차 등을 설계단계에서 적절히 고려할 수 있으므로 구조물의 강도 및 생산성 향상을 도모할 수 있다. 또한 선박을 건조할 때, 복잡한 형상의 선체 외판 가공에 적용되는 선상가열에 의한 변형량을 예측할 수 있어 곡면의 형상 계산에도 적용될 수 있다. 이러한 열가공공정에 의해 발생하는 잔류변형을 예측하기 위하여 Satoh 등은 용접변형에 대한 다양한 실험들을 실시하였고<sup>1)</sup>, Ueda 등은 유한요소법이나 경계요소법을 이용하여 열가공 시 발생하는 열탄소성 과정을 컴퓨터상에서 모사하였고<sup>2,3)</sup>, Tugio 등은 용접부에 남게 되는 소성변형율을 고유변형율로 정의하여 고전탄성이론을 바탕으로 해석하였다<sup>4,5)</sup>. 또한 Jang 등은 열가공부의 수축에 의해 변형이 발생한다고 가정하여 그에 해당하는 등가하중을 계산하여 탄성 유한요소해석만으로 변형을 계산하는 방법을 제안하였다<sup>6-8)</sup>.

본 연구에서는 이동열원에 의한 선상가열 열원이 임의의 길이를 가지고 이동할 때 판 전체가 가지는 변형량 중 열원 이동방향의 수직방향 및 수평방향의 면외 변형량을 고유변형율을 가진 입방형 개재물을 포함한 적층판의 변형이론<sup>9)</sup>을 이용하여 가열평판의 각변형량과 굽힘변형을 동시에 계산할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한 제안된 변형량 예측법을 이용하여 가열선이 임의의 위치에 임의의 길이를 가지고 존재하는 경우의 변형량을 예측하였고 중첩의 원리를 이용하여 임의의 위치에 가열선이 여러 가지로 조합 될 때의 판이 가지는 다양한 변형양상을 구하였고 실험을 통하여 제안된 방법의 타당성을 검증하였다.

## 2. 열가공공정에 의한 소성변형

### 2.1 소성변형영역

용접이나 절단 및 선상가열과 같은 열가공공정 시 발생하는 판 부재의 변형은 열의 유입에 의한 판 내부의 불균일 한 온도분포로 발생하는 소성변형의 결과이고 그것의 생성은 열원으로부터 판 부재로 유입되는 국부

적인 가열과 빠른 냉각과정이 주요한 원인이 된다. 열가공 시 소성변형은 매우 복잡한 과도 열탄소성 문제이기 때문에 그 크기와 영역을 결정하기가 힘들 뿐만 아니라 소성변형율의 분포양상 또한 복잡한 형태로 나타난다. 본 연구에서는 소성변형의 발생영역을 열가공 시 한계온도 이상까지 이르는 영역으로 가정하였다. 일반적인 철강재료의 기계적 물성치들은 온도가 상승함에 따라 변화하는 온도 의존적인 값들이다. 재료가 탄성영역에서 외력에 저항하는 능력인 탄성계수는 온도의 상승에 따라 감소하는 경향을 보이고, 탄성한계를 나타내는 항복강도 또한 비슷한 변화를 보이는데, 급격히 감소하는 온도영역이 존재한다<sup>10)</sup>. 따라서, 재료의 열적 기계적 물성치들 중 재료의 소성변형에 주된 영향을 미치는 탄성계수와 항복강도가 급격히 하락하는 온도를 한계온도로 정의하였다. 유한 두께, 무한 판에서 등속도로 운동하는 이동 점 열원에 대한 온도분포는 Rosenthal의 해에 의해 다음과 같이 표현된다<sup>11)</sup>

$$T - T_0 = \frac{Q}{2\pi k} e^{-\frac{vz}{2\lambda}} \left[ \frac{e^{-\frac{v}{2\lambda}R}}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{-\frac{v}{2\lambda}R_n}}{R_n} + \frac{e^{-\frac{v}{2\lambda}R'_n}}{R'_n} \right) \right] \tag{1}$$

### 2.2 소성변형의 크기

열가공 공정에 의한 변형은 과도 열탄소성 공정이기 때문에 간략화를 위해서는 몇 가지 가정이 필요하다. Jang<sup>6)</sup> 등은 소성변형의 크기를 구하기 위하여 원판모델을 제안하였고 이에 따른 가정은 다음과 같다 (Fig. 1).

- ① 판은 무한 판이고 열탄소성 과정은 가열 열원 주위의 원판에서만 일어난다.
- ② 원판 내의 열탄소성 과정은 축대칭으로 발생하고, 원판을 제외한 영역은 원판의 변형에 저항하는 스프링 역할을 한다.

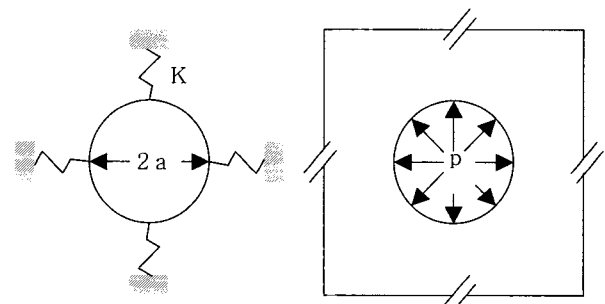


Fig. 1 Circular disk model

③ 원판의 가열과정은 소성 부하 상태이고, 냉각과정은 소성 제하 상태이다.

두 번째 가정을 따르는 원판영역은 열원주변의 빠른 가열과 냉각과정을 겪는 판의 영역이고 이 영역은 스프링으로 둘러 싸여있다. 가열과정 중의 원판영역의 응력-변형을 관계는 다음과 같다.

$$\epsilon_r = \frac{du_r}{dr} = \frac{1}{E_1}(\sigma_r - \nu_1 \sigma_\theta) + \epsilon_r^* \quad (2)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} = \frac{1}{E_1}(\sigma_\theta - \nu_1 \sigma_r) + \epsilon_\theta^* \quad (3)$$

원판영역의 반경방향 변위는 다음과 같다.

$$u_r = \left[ \frac{1}{E_1} (1 - \nu_1) \sigma_r + \epsilon_r^* \right] r \quad (4)$$

스프링 상수는 다음과 같이 정의된다.

$$K = \frac{E_2}{a(1 + \nu_2)} \quad (5)$$

원판영역의 가장자리에서의 응력과 구멍이 있는 무한판의 구멍 경계부분의 응력은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\sigma = \frac{-\epsilon^* a K}{1 + [(1 - \nu_1) / E_1] K a} \quad (6)$$

가열과정에 의한 원판영역의 소성변형율은 다음식으로부터 얻어진다.

$$\epsilon_{pm} = \alpha T_c \quad (7)$$

즉, 온도 상승과정 중에 발생한 최대소성변형율과 탄성변형율의 차가 원판영역에 잔류하는 소성변형율이 되고 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon^* = \alpha T_c - \sigma_{pl} \left( \frac{1}{aK} + \frac{1 - \nu_1}{E_1} \right) \quad (8)$$

### 3. 개재물을 포함한 적층판의 변형

Beom<sup>9)</sup>은 등방성인 선형탄성 재료의 얇은 층들로 이루어지고 두께  $h$ 인 무한평판에 Fig. 2와 같이 고유변

형율  $\epsilon_{ij}^*(x_3)$ 이 있는 입방형 개재물이 포함되어 있을 때, 개재물과 주변판이 균질한 경우의 면외 변위를 다음과 같이 계산하였다.

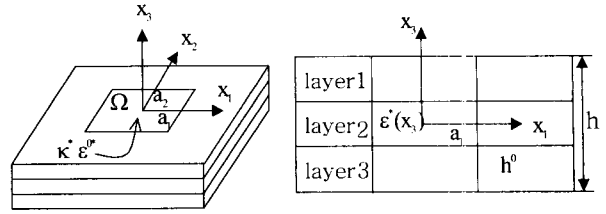


Fig. 2 Infinite plate containing a cuboidal inclusion with an eigenstrain

$$u_3 = -\frac{1}{4\pi} [(1 + \nu) H \delta_{kl} + (1 - \nu) H_{kl}] \kappa_{kl}^* \quad (9)$$

여기서,  $H$ 와  $H_{kl}$ 은 부록과 같다. 식(9)에서 입방형 개재물이 열변형율과 같이 팽창(dilatational) 고유변형율을 가질 경우를 고려하면 고유곡률  $\kappa_{ij}^*$ 는  $\kappa^* \delta_{ij}$ 가 되고  $H_{ik,k} = H_{,i}$ 인 관계가 성립한다. 따라서 이 경우 판의 면외 변위는 다음과 같다.<sup>8)</sup>

$$u_3 = -\frac{1 + \nu}{2} \kappa^* a_1^2 \tilde{w} \quad (10)$$

여기서,  $\tilde{w}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{w} = \frac{1}{\pi a_1^2} [H(x_1, x_2) - H(0, 0)] \quad (11)$$

식(9)~(11)의 변위에 영향을 주는 곡률은 개재물이 갖고 있는 고유변형율이 판 두께 방향의 함수이기 때문에 발생하는 값이다. 본 연구에서는 열가공과정 시 발생하는 수축 변형율이 판 두께 방향으로 변하지는 않지만 한계온도 영역까지 존재 한다고 가정하여 그로 인해 발생하는 고유곡률 값을 이용하였다. 즉 Fig. 3과 같이 균일한 고유변형율( $\epsilon_{ij}^* = \epsilon^* \delta_{ij}$ )을 갖는 개재물이 판의 중립면에서 한쪽으로 치우쳐져 있을 때 발생하는 고유곡률은 다음과 같다.

$$\kappa^* = \frac{C_{11} + C_{12}}{D_{11} + D_{12}} \int_{h^{(2)} - h^0}^{h^{(3)} + h^{(2)} - h^0} \epsilon^* x_3 dx_3 \quad (12)$$

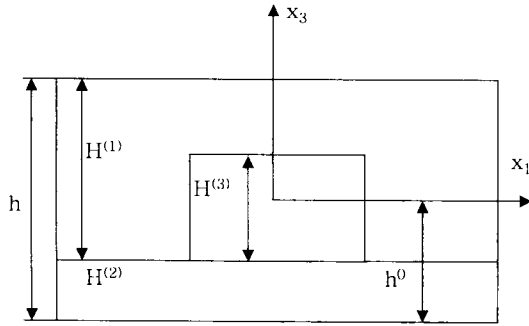


Fig. 3 Eigenstrain in one lamina

여기서, 신장강성을 나타내는  $C_{11}$  과  $C_{12}$  는 다음과 같고:

$$C_{11} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad C_{12} = \frac{\nu E}{(1-\nu^2)}$$

굽힘강성  $D_{11}$ ,  $D_{12}$  는 다음과 같다.

$$D_{ij} = \int_{-h^0}^{h^0} C_{ij} x_3^2 dx_3, \quad (ij, = 11, 12)$$

앞 절에서 결정된 용접부의 소성영역과 크기를 식 (10)에 대입하여 판의 면의 변형을 계산하기 위해 열가공공정 시 수축하는 소성영역을 Fig. 4와 같이 근사하였다. 식(1)로부터 얻어진 타원형영역을 면적이 같은 사각형 영역으로 가정하였다. 따라서 고유곡률은 다음과 같다.

$$\kappa^* = \frac{3\pi b}{8h^0} \left[ \alpha T_c - \sigma_y \left( \frac{1}{Ka} + \frac{1-\nu}{E} \right) \right] \left( h^0 - \frac{\pi b}{8} \right) \quad (13)$$

식(13)에서 구한 고유곡률을 식(10)에 대입하면 식 (14)와 같이 열가공공정에 의한 판의 면의 변형을 구할 수 있다.

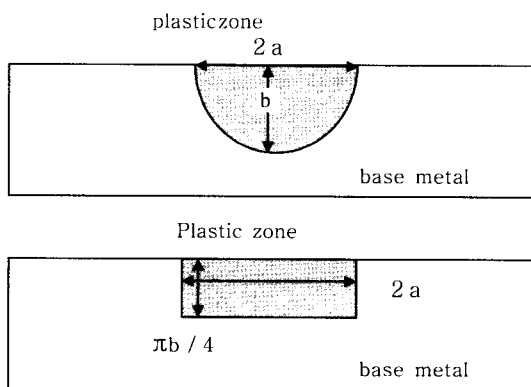


Fig. 4 Approximation of plastic region

$$u_3 = -\frac{3(1+\nu)b}{16h^0} \left( h^0 - \frac{\pi b}{8} \right) \left[ \alpha T_c - \sigma_y \left( \frac{1}{Ka} + \frac{1-\nu}{E} \right) \right] [H(x_1, x_2) - H(0, 0)] \quad (14)$$

#### 4. 결과 및 고찰

본 연구에서 제안한 방법의 타당성 검증을 위하여 실험을 실시하였다. 시편의 형상은 Fig. 5와 같이 600mm×600mm×10mm이고 AISI1045를 사용하였으며 계산에 사용된 물성치는 Table 1에 나타내었다. 대표적인 열가공공정인 GTAW를 사용하여 시편에 비드용접 (bead on plate)을 Fig. 5, Fig. 6에 보인 바와 같이 III형과 ㄷ형으로 실시하였다. 용접전류는350A이고 용접전압은17V, 토치의 이송속도는5mm/s, 용접효율은 60%로 하였다. 용접은 가운데 선을 먼저 실시하고 시편이 완전히 냉각 후에 다른 용접 선에 대하여 용접을 실시하였다. 시편의 수직변위(면외 변위)는 3차원 측정기를 이용하여 측정하였다. Fig. 7은 III형의 y=0인 선의 실험을 통해 측정된 값과 계산에 의해 구해진 값을 나타내었다. 전 영역에 걸쳐 계산값과 실험값이 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 8은 ㄷ형의 y=0인 선의 계산값과 실험값을 나타내었는데 이 형상의 경우도 계산값과 실험값이 비교적 잘 일치 함을 알 수 있다.

Table 1 Thermal and mechanical properties of plate

| Properties           | Value                                   |
|----------------------|---|
| Thermal expansion    | 11.6×10 <sup>-6</sup> mm/mm℃            |
| Yield strength       | 30.0 kgf/mm <sup>2</sup>                |
| Critical temperature | 800℃                                    |
| Room temperature     | 20℃                                     |
| Poisson's ratio      | 0.3                                     |
| Density              | 7.8×10 <sup>-6</sup> kg/mm <sup>3</sup> |
| Specific heat        | 486.0 J/kg℃                             |
| Thermal conductivity | 51.9×10 <sup>-3</sup> J/s mm℃           |

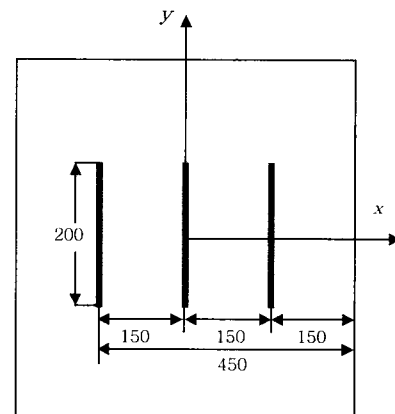


Fig. 5 Specific diagram of III shape specimen

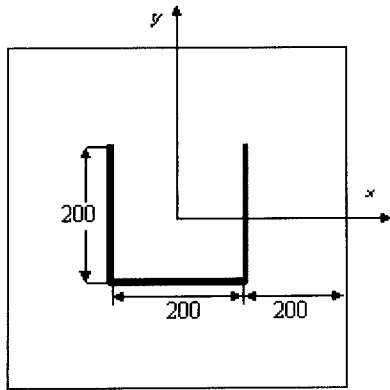


Fig. 6 Specific diagram of C shape specimen

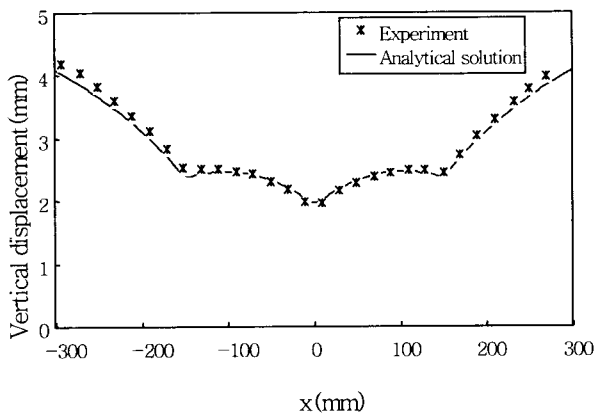


Fig. 7 Vertical displacement of the plate at  $y=0$  (III shape)

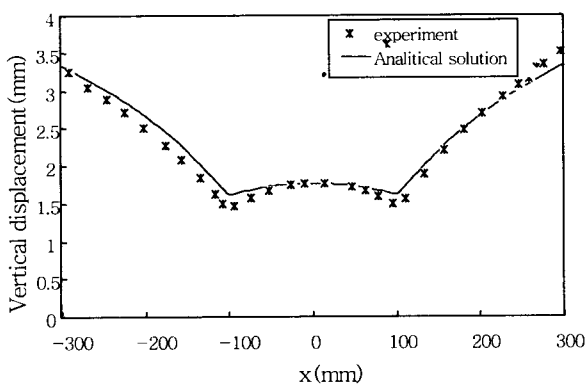


Fig. 8 Vertical displacement of the plate at  $y=0$  (C shape)

## 5. 결 론

본 연구에서는 이동열원에 의한 선상가열 열원이 임의의 길이를 가지고 이동할 때 판 전체가 가지는 변형량 중 열원 이동방향의 수직방향 및 수평방향의 면외

변형량을 고유변형율을 가진 입방형 개재물을 포함한 적층판의 변형이론을 이용하여 가열평판의 각변형량과 굽힘변형을 동시에 계산 할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한 제안된 변형량 예측법을 이용하여 가열선이 임의의 위치에 임의의 길이를 가지고 존재하는 경우의 변형량을 예측하였고 중첩의 원리를 이용하여 임의의 위치에 가열선이 여러 가지로 조합 될 때의 판이 가지는 다양한 변형양상을 구하였고 실험을 통하여 제안된 방법의 타당성을 검증하였다.

## 후 기

본 연구는 2001년도 BK21 사업에 의해 지원되었습니다.

## 참 고 문 헌

1. Satoh, K. and Terasaki, T., 1976. Effect of welding conditions on welding deformations in welded structural materials, *Journal of Japanese Welding Society*, **46-4**, 302~308
2. Ueda, Y. and Yamakawa, T., 1971 : Analysis of thermal elastic plastic behavior of metals during welding by finite element analysis method, *Transaction of the Japanese Welding Society*, **2**, 7~60
3. Moshaiov, A. and Vorus, W. S., 1987 : The mechanics of the flame bending process: Theory and Applications, *Journal of Ship Research*, **31-4**, 269~281
4. Tsugio Fujimoto, 1970 : A method for analysis of residual welding stresses and deformations based on the inherent strain *Journal of Japanese Welding Society*, **39-4**, 236~252
5. Son, K. J., Yang, Y. S and Beom, H. G., 2000, : Analysis of Angular Distortion in Weldments using Laminated Plate Theory, *Science and Technology of Welding and Joining*, **5-4**, 245~249
6. Jang, C. D., 1997 : A Study on the Prediction of Deformations of Plates due to Line Heating using a Simplified Thermal Elasto-Plastic Analysis Method, *Journal of Ship Production*, **13-1**, 22~27
7. Yu, G., Anderson, R. J., Maekawa, T. and Patrikalakis, N. M., 2001 : Efficient Simulation of Shell Forming by Line Heating, *International Journal of Mechanical Science*, **43**, 2349~2370
8. Ueda, Y., Murakawa, H., Mohamed, R. A., Neki, I., Kamachika, R., Ishiyama, M. and Ogawa, J., 1991, : Development of Computer Aided Process Planning System for Plate Bending by Line Heating(1st Report), Relation Between Final Form of the Plate and Inherent Strain, *Journal of the Society of Naval Architects of Japna*, **170** (in Japanese)
9. Beom, H. G. and Kim, I. B., 1999 : Analysis of a

Multilayered Plate Containing a Cuboidal Inclusion with Eigenstrain, *Mechanics of Materials*, **31**, 729-741

- 10. Focke, A. E., 1985, Evaluated Temperature Properties of Constructional Steels, *Metal Handbook*, **1**
- 11. Masubuchi, K., *Analysis of Welded Structures*, 1980, Pergoman Press

부 록

$$\begin{aligned}
 H(x_1, x_2) = & \frac{1}{2}(x_1 + a_1)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 + a_1)} - \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 + a_1)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_1 - a_1)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_2 - a_2)}{(x_1 - a_1)} - \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 - a_1)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_2 + a_2)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_1 + a_1)}{(x_2 + a_2)} - \tan^{-1} \frac{(x_1 - a_1)}{(x_2 + a_2)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_2 - a_2)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_1 - a_1)}{(x_2 - a_2)} - \tan^{-1} \frac{(x_1 + a_1)}{(x_2 - a_2)} \right] \\
 & + (x_1 + a_1)(x_2 + a_2) \ln \left[ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \right] \\
 & - (x_1 - a_1)(x_2 + a_2) \ln \left[ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \right] \\
 & + (x_1 - a_1)(x_2 - a_2) \ln \left[ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \right] \\
 & - (x_1 + a_1)(x_2 - a_2) \ln \left[ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{11}(x_1, x_2) = & \frac{1}{2}(x_1 + a_1)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 + a_1)} - \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 + a_1)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_1 - a_1)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_2 - a_2)}{(x_1 - a_1)} - \tan^{-1} \frac{(x_2 + a_2)}{(x_1 - a_1)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_2 + a_2)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_1 + a_1)}{(x_2 + a_2)} - \tan^{-1} \frac{(x_1 - a_1)}{(x_2 + a_2)} \right] \\
 & + \frac{1}{2}(x_2 - a_2)^2 \left[ \tan^{-1} \frac{(x_1 - a_1)}{(x_2 - a_2)} - \tan^{-1} \frac{(x_1 + a_1)}{(x_2 - a_2)} \right] \\
 & + 2a_1a_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{12}(x_1, x_2) = & \frac{1}{4} \{ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \} \ln \{ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \} \\
 & - \frac{1}{4} \{ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \} \ln \{ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 + a_2)^2 \} \\
 & + \frac{1}{4} \{ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \} \ln \{ (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \} \\
 & - \frac{1}{4} \{ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \} \ln \{ (x_1 + a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \}
 \end{aligned}$$

$$H_{22}(x_1, x_2) = 4a_1a_2 - H_{11}(x_1, x_2)$$