

論文2003-40TC-2-3

자승근형 등리플 파형성형 필터의 간단한 설계

(Simple Design of Equiripple Square Root Pulse Shaping Filter)

吳宇鎭 *

(Woo-Jin Oh)

요약

본 논문에서는 통신 시스템에서 많이 사용되는 자승근(Square-root)형 파형성형 필터인 Raised Cosine Filter, 즉 SRCF를 기존의 최적 필터 설계 방식을 사용하여 등리플(equiripple)로 설계하는 간단한 방법을 제시한다. 몇 개의 예제를 통하여 제안된 필터는 기존의 SRCF에 비해 약간의 ISI 성능 저하가 발생하지만, 대역 특성이 훨씬 우수함을 보이면서도 기존의 SRCF와 호환성을 가지고 있는 장점이 있다. 제안된 방식으로 WCDMA에서 정의한 $\alpha=0.22$ 의 RRC(Root Raised Cosine) 필터를 12비트로 설계한 것을 제시하였다.

Abstract

In this paper, I introduce a simple design method using existing filter design method, such as Parks-McClellan algorithm, for root-squared type raised cosine filter with equiripple characteristics. Through some design examples, we show that the proposed filter has much better performance in ripple than the conventional SRCF at the expense of small increasing of ISI. In addition, the proposed filter is compatible with conventional SRCF. Finally, the filter for W-CDMA which uses RRC (Root Raised Cosine) with $\alpha=0.22$ is designed in 12bit finite precision.

Keywords : 파형성형 필터, 필터설계, WCDMA

I. 서론

디지털 통신 시스템에서 송신 필터(transmission filter)는 심볼간 간섭(Inter Symbol Interference, ISI)를 줄이기 위한 파형 성형(Pulse Shaping)의 역할과 송신 대역폭을 제한하는 기능을 수행한다. 송신 필터로서

Raised Cosine Filter(RCF)와 그의 자승형인 Square root Raised Cosine Filter(SRCF)가 많이 사용되는데, 이는 ISI가 '0' 또는 0에 가깝고 단일 수식으로 표현되어 설계가 간단하기 때문이다^[1]. 그러나 이 필터들은 <그림 1>과 같이 일반적인 least-square 형의 필터처럼 차단 대역의 경계에서 다른 대역보다 감쇄가 적어 인접대역에 간섭이 발생할 수도 있다.

무선 통신 시스템에서는 인접 대역간에 엄격한 대역 제한의 특성이 요구되므로 위와 같은 RCF나 SRCF를 사용하는 것은 여러가지 어려움이 따른다^[2]. 예를 들면, IS-95에서 사용하는 50 dB의 대역제한 특성을 만족하기 위해서는 roll-off 인자가 ($\alpha=0.2$ 인 경우 약 65tap)이 필요해진다.

* 正會員, 金烏工科大學校 電子工學部
(Dept. of Electronic Engineering Kumoh National Institute of Technology)

※ 본 연구는 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구된 논문입니다.

接受日字:2002年12月16日, 수정완료일:2003年1月27日

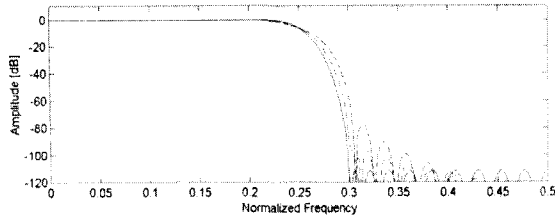


그림 1. 주파수 응답: SRCF(점선), 제안된 필터(실선), SRCF와 제안된 필터의 결합(1점쇄선)

Fig. 1. Frequency response of SRCF(dashed), the proposed (solid), and the pair of SRCF-the proposed (dash-dotted)

본 논문에서는 자승근형 파형 성형 필터를 등리플로 설계하는 간단한 방법을 제시하고자 한다. 제안된 설계 방법은 기존의 일반적인 *remez exchange*^[3], 선형 계획법^[5,6] 등과 같은 등리플(equiripple) 필터 설계 방식에서 리플(ripple) 가중치를 조정하여 설계하는 간단한 방식이다. 제안된 필터는 당연히 등리플 필터 설계방식에 따라 설계되므로 최적의 리플 특성을 보여 기존의 SRCF에 비하여 우수한 성능을 보이게 된다. 또한 이 필터는 기존의 SRCF와 호환성을 가져 송수신단의 어느 한쪽에만 채용해도 기존보다 우수한 대역제한 특성을 갖게된다. 다만 이 필터는 기존 방식에 비해 약간의 ISI값이 증가하는 단점이 있다. 그러나 고정 소수점으로 필터를 설계할 경우에는 기존의 RCF나 SRCF가 최적 설계방법이 존재하지 않으므로, 기존의 설계방식을 사용할 수 있는 제안된 방식은 최적 해가 가능하므로 대역 제한 성능과 ISI 특성 모두 기존보다 우수한 특성을 갖는다.

본 논문의 구성은 2장에서 기존의 SRCF를 살펴보고, 3장에서 제안된 설계 방식을 설명한다. 4장에서는 비동기식 IMT-2000 시스템인 WCDMA^[7]에서 사용되는 SRCF인 RRC(Root Raised Cosine) 필터를 설계하고 그 성능을 비교 분석한다.

II. Square root Raised Cosine Filter⁽¹⁾

디지털 데이터의 전송에서 심볼간 간섭을 줄이고 전송 선로에 의한 대역제한 특성을 얻기 위하여 특정 필터를 사용한다. 이상적으로 심볼간 간섭을 제거하기 위해서는 전송된 심볼을 수신단에서 표본화하는 시각에 이웃하는 심볼들로부터의 간섭이 0이 되어야 하므로 각 심볼마다 전송하는 파형이 심볼 구간마다 반복적으로 0

을 가져야 한다. 이러한 파형을 만들기 위한 필터를 나이퀴스트 필터(Nyquist filter), 송신 필터 또는 파형 성형 필터라 하며, 그 주파수 특성은 다음 조건을 만족해야 한다.

$$X_{ny}(F) = \begin{cases} T & |F| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |F| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad \text{when } X_{ny}(F) = \sum_n X(F + \frac{n}{T}) \quad (1)$$

전통적으로 사용되어온 나이퀴스트 필터중의 하나가 다음 식으로 표현되는 RCF이다. 그 임펄스 응답은

$$p(t) = \left(\frac{\sin(\pi/T)}{\pi/T} \right) \left(\frac{\cos(\alpha\pi/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right) \quad (2)$$

이고, 그 주파수 응답은 다음과 같다.

$$P(\omega) = \begin{cases} T & 0 \leq \omega \leq (1-\alpha)\pi/T \\ \frac{T}{2} \left(1 - \sin \left[\frac{T}{2\alpha} (|\omega| - \pi/T) \right] \right) & (1-\alpha)\pi/T \leq \omega \leq (1+\alpha)\pi/T \\ 0 & |\omega| > (1+\alpha)\pi/T \end{cases} \quad (3)$$

여기에서 α 는 롤 오프 인자(roll off factor)로써 임펄스 초과대역(excess band)의 크기와 필터의 임펄스 응답의 꼬리(tail) 크기를 결정한다. 즉, α 가 커질수록 초과대역의 크기는 증가하고 꼬리의 길이는 감소하게 되며, $\alpha=0$ 인 경우에는 이상적인 저역 통과 필터와 같아지고 임펄스 응답은 sinc 함수가 된다. 따라서 이상적인 저역 통과 필터는 구현하기 어렵고 꼬리의 크기가 1/t에 비례하여 감소하면서 긴 시간 동안 꼬리부분이 잔류하므로 정확한 시간에 표본화 하지 못할 경우에 여러 심볼로부터 영향을 받아 오히려 ISI가 증가하게 된다. 디지털 RCF의 경우에는 $p(n) = p(t)|_{t=nT/T_s}$ 이고, T_s 는 표본화 간격이다.

RCF는 설계가 간단하고 ISI가 없어 많이 사용되고 있으나 롤 오프 인자 α 에 의해 대역제한 특성이 결정되어 임의의 주파수 특성을 갖도록 설계하기 어렵고, 또한 원하는 대역제한 특성을 얻기 위해서는 상당히 긴 길이의 필터가 필요한 단점이 있다.

Matched filter 형식으로 파형 성형 필터를 사용할 경우에는 송신필터 $G_T(\omega)$ 와 수신 필터 $G_R(\omega)$ 의 전체 응답 특성이 RCF가 되도록 다음과 같아야 한다.

$$|G_T(\omega)G_R(\omega)| = |G_T(\omega)G_R^*(\omega)| = |P(\omega)| \quad (4)$$

각 송수신 필터를 효율적으로 구현하기 위해서는 계수가 대칭이고 실수이어야 한다. 따라서 $g_T(t)=g_T^*(t)$ 가 된다. 여기서 $g(t)$ 는 식 (1)의 RCF에 대한 자승근형으로

$$g(t) = \frac{4\alpha}{\pi\sqrt{T}} \cdot \frac{\cos((1+\alpha)\pi/T + T \sin((1-\alpha)\pi/T)/(4\alpha))}{1-(4\alpha/T)^2} \quad (5)$$

이다. 디지털 SRCF는 앞서와 마찬가지로 $t=nT/T_s$ 로 구할 수 있다.

III. 등리플의 자승근형 파형성형필터 설계

일반적으로 등리플형 필터는 최적 리플 필터로써 통과 및 차단대역 주파수, 탭수, 그리고 각 대역간의 리플 가중치로부터 설계할 수 있다. 여기서 각 필터의 계수가 갖는 영점 교차점은 ISI에 영향을 미치는 데, 주기가 T이고 심볼 파형이 $h(t)$ 일때 k번째 샘플에서의 심볼간 간섭 I는

$$I = \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq k}}^{\infty} h(kT - mT) \quad (6)$$

으로 나타낼 수 있으며, 매 송신 심볼이 1 또는 -1의 값을 갖고 $h(n)$ 이 type I의 FIR 필터인 경우에 심볼 간섭식 (6)은 다음과 같이 표현된다.

$$I = \sum_{|k| \leq [N/L]} |h(kL)| \quad (7)$$

여기서 $[x]$ 는 x 보다 작은 가장 큰 정수이고, L은 T/T_s 인 보간율(Oversampling Rate)의 위치에 상당히 의존하게 되며, ISI=0가 되기 위해서는

$$h(n)=0, n=iL, i=\text{양의 정수} \quad (8)$$

이어야 한다. <그림 2>에 L=2인 경우, 즉, $T_s=0.5T$ 의 43탭의 파형성형 필터 $h(n)$ 의 영점 교차를 보였다.

필터 설계 파라미터중의 하나인 리플의 가중치가 ISI에 어떤 영향을 미치는지 살펴보자. 파형성형 필터는 항상 저역통과 필터이므로 설계 파라미터는 통과대역 주파수 f_p , 차단대역 주파수 f_s , 리플은 각각 δ_p 와 δ_s , 리플 가중치는 $W=\delta_s/\delta_p$ 로 나타낼 수 있고, 통과 및 차단 주파수의 중간인 중간 주파수(center frequency) f_c 는 $(f_s-f_p)/2$ 이 된다. 0의 ISI를 갖는 일반적인 등리플 파형

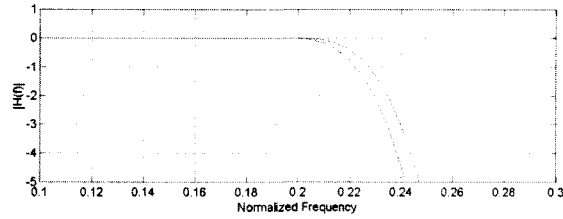
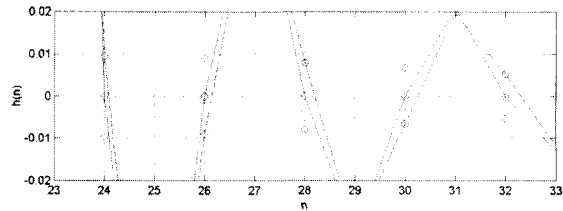


그림 2. 리플 가중치에 따른 필터의 특성 : W=0.1(굵은 점선), 1(직선), 10 (점선) (a) 임펄스 응답의 교차 (b) 천이대역의 주파수 응답

Fig. 2. Characteristics of filter according to the ripple weight : W=0.1(dashed), 1(solid), 10 (dotted). (a) Zero cross in time domain (b) Transient band in frequency domain

성형 필터는 $f_c = \pi/L$ (radian), $W=1$ 로 설계할 수 있다. W가 1이 아닌 경우에는 영 교차점이 식 (8)의 표본 지점에서 어긋나게 되어 <그림 2(a)>에서 보인 바와 같이 W의 값에 따라 1보다 작은 경우 W=1의 경우보다 바깥 쪽으로, 1보다 클 때는 안쪽으로 이동하게 된다. 이는 W의 영향으로 필터 설계의 특성이 바뀌기 때문으로, $W>1$ 경우에 통과대역의 리플 크기가 차단대역보다 작아서 통과대역이 W=1인 경우보다 바깥쪽으로 이동되기 때문이다.

자승근형의 파형성형 필터는 리플 가중치를 1로 설계할 수 없다. 식 (4)에서 필터는 자승근의 형태이므로 전체 필터 $p(t)$ 와 송수신 필터인 $g(t)$ 는 각각의 리플이

$$1+\delta_p^G = \sqrt{1+\delta_p^P}, \quad \delta_s^G = \sqrt{\delta_s^P} \quad (9)$$

의 관계를 갖는다. 여기서 δ_p^G 와 δ_s^P 는 각각 $G(\omega)$ 와 $P(\omega)$ 의 통과대역 리플이고, δ_s^G 들은 저지대역의 리플이다. δ_s^G 는 δ_s^P 의 자승근 형태이지만, δ_p^G 는 $(1+x)^q = 1 + qx + q(q-1)x^2/2! + \dots$ 의 테일러 급수에서 $x \ll 1$ 이면 $(1+x)^q \approx 1+qx+\epsilon(x^2)$ 이므로 약 δ_p^P 의 절반이 된다. 예를 들면, W=1인 $\delta_p^P = \delta_s^P = 0.01$ 의 파형성형 필터에서 그 자승근 필터를 얻으려면, δ_p^G 와 δ_s^G 는 각각

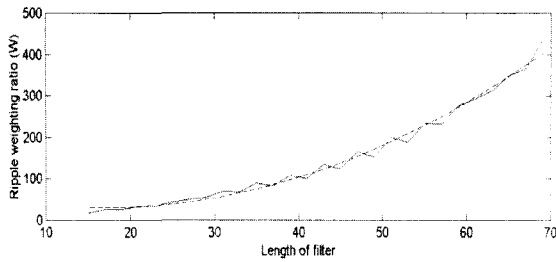


그림 3. 리플 가중치W와 필터길이의 관계: 실제값 (실선)과 식 (10) (점선)

Fig. 3. Relationship of ripple weight W and filter length L: the obtained(solid) and the estimated from Eq. 10 (dotted)

0.005와 0.1이 되어 $W=20$ 으로 설계해야 한다. 만약 리플을 $\delta_p^p = \delta_s^p = 0.0001$ 로 더 줄일 경우에는 δ_p^i 와 δ_s^i 는 각각 0.00005와 0.01이 되어 $W=200$ 으로 훨씬 증가한다. 그러므로 W는 전체 파형성형 필터의 리플을 줄일수록 자승근 필터의 설계를 위한 W증가하게 된다. 바꾸어 말하면, 필터의 길이 N이 길어질수록 자승근 필터의 W는 증가되어야 한다는 것이다.

<그림 3>은 $L=2$, $\alpha=0.2$, 즉 $f_p=0.4$ $f_s=0.6$ 인 등리플 필터의 경우에 대해 N에 따른 W의 변화를 나타낸 것이다. 여기서 필터 설계는 remez exchange 방식을 사용했으며, 반복 설계로 최소의 ISI를 보이는 W를 찾은 것이다. 이 관계를 수식으로 표현하기 위하여 Least Square Error의 관점에서 2차 다항식으로 fitting하면 다음과 같이 표현되어진다.

$$W(N) = 0.138N^2 - 4.690N + 70.625 \text{ for } 15 \leq N \leq 70 \quad (10)$$

필터 설계를 위하여 본 논문에서는 일반적으로 많이 사용하는 remez exchange 방식을 사용했으나, 이외의 제시된 W값을 이용하여 다른 여러가지 설계 방식도 적용이 가능하다. 예를 들면, 고정 소수점 필터의 경우에는 선형 계획법^[5, 6] 등을 설계 방식에 W를 식 (10)에 따라 결정하여 설계하면 된다. 이 경우에는 직접 SRCF를 단순한 rounding에 의해 고정 소수점으로 설계한 것보다 우수한 대역제한 특성과 ISI를 갖게된다.

IV. 설계 예제

본 논문에서 제시된 모든 필터 설계는 MATLAB^[4]의 remez() 함수와 MPL^[8] 선형 계획법 패키지를 사용하였다.

표 1. 예제 2에서 설계된 필터 계수
Table 1. Filter coefficients of example 2.

n	h(n)	n	h(n)	N	h(n)
0, 66	2	12, 54	12	24, 42	55
1, 65	2	13, 53	9	25, 41	23
2, 64	3	14, 52	1	26, 40	42
3, 63	1	15, 51	13	27, 39	97
4, 62	2	16, 50	19	28, 38	103
5, 61	2	17, 49	14	29, 37	24
6, 60	3	18, 48	2	30, 36	131
7, 59	0	19, 47	26	31, 35	323
8, 58	6	20, 46	34	32, 34	476
9, 57	7	21, 45	20	33	540
10, 56	3	22, 44	17		
11, 55	6	23, 43	48		

예제 1: 2배 보간을 수행하는 $\alpha=0.2$, 45탭의 자승근 파형성형 필터를 설계한다. 통과 및 차단주파수 f_p 와 f_s 는 각각 $(1-\alpha)/4=0.2$ 와 $(1+\alpha)/4=0.3$ 의 정규주파수(normalized frequency)가 된다. 식 (10)으로부터 $W=139.025$ 이며, remez exchange 방식으로 설계한 것을 <그림 1>에 보였다. <그림 1>에서 점선으로 표시된 기존의 SRCF 쌍은 차단대역 근처에서 큰 리플을 갖고 있어 약 60dB의 대역제한 특성을 보이나, 실선으로 표시된 제안된 필터 쌍은 전대역에서 일정한 크기의 리플을 갖는 등리플로 설계되어 약 112dB를 보여 훨씬 우수한 성능을 보인다. 또한 제안된 필터와 SRCF의 결합은 1점쇄선으로 나타난 것 처럼 기존의 SRCF쌍보다 우수한 90dB의 대역제한 특성을 갖고 있어 기존의 SRCF를 대체하여 사용할 수 있을 것이다.

ISI의 관점에서 살펴보면, SRCF의 경우에는 식 (7)에 의한 ISI는 0.00271이며, 제안된 필터의 경우에는 0.00329를 보이고 있다. ISI가 21.4% 증가하여 상당히 나빠지는 것처럼 보이나, 그 값이 실제 구현을 위해 고정 소수점으로 구현할 경우에도 나타날 수 있는 정도의 상당히 작은 값으로 그 영향이 거의 없을 것으로 판단된다.■

제안된 필터는 약간의 ISI 증가를 통하여 차단 대역 경계부분의 특성이 상당히 개선되므로 무선 통신 시스템과 같은 엄격한 특성을 요구하는 곳에 많이 사용될 수 있다. 다음의 예제는 비동기식 IMT-2000으로 알려진 W-CDMA 시스템에서 사용되는 SRCF를 제안된 방

표 2. W-CDMA를 위한 12비트 파형성형 필터에 대한 ISI와 대역제한 특성 비교
Table 2. Comparison of SRCF and the proposed.

Rx \ Tx		71 tap SRCF	177 tap SRCF	The proposed
		71 tap SRCF	Ripple(dB)	50.75
	ISI	0.00123	0.000725	0.00289
177 tap SRCF	Ripple(dB)		88.07	94.64
	ISI		0.000273	0.00267
제안된 필터(67탭)	Ripple(dB)			99.49
	ISI			0.00158

식으로 설계하는 것이다. 현재 W-CDMA에서는 대역제한 특성을 얻기위하여 같이 파형성형 필터와 대역제한 필터를 직렬연결하여 사용하여 다소 복잡한 구현이 되고 있다.

예제 2: W-CDMA의 자승근 파형성형 필터는 $\alpha=0.22$, $T_c=0.26042$ (s, $L=2$ 의 규격으로 제시되고 있다. 따라서 f_p 와 f_s 는 각각 0.195와 0.305이며, 대역제한 특성은 50dB로 가정하였다. 고정 소수점 계수로 설계하기 위하여 혼합 선형계획법(Mixed Integer Linear Programming)을 사용하였으며, 필터길이를 가변하면서 식(6)에 따라 W 를 적용하여 설계한 결과 제시된 성능을 만족하는 필터는 67탭 12비트이며, 그 계수를 <표 1>에 제시하였다. <표 2>는 기존의 SRCF와 제안된 필터의 조합에 따른 성능을 비교한 것이다. 여기서 기존의 SRCF필터는 단순한 rounding에 의해 12비트로 설계하였다. 제안된 필터는 12비트로 설계한 경우에 기존의 SRCF보다 우수한 대역제한 특성과 더 적은 ISI를 보이고 있다.■

고정 소수점 계수로 설계한 필터의 경우에 shift-and-add 구조를 사용하여 고속동작이 가능한 효율적인 구현이 가능함을 밝혀둔다^[9].

V. 결론

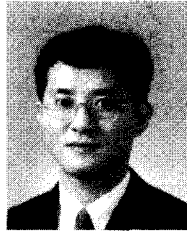
본 논문에서는 통신 시스템에서 많이 사용되는 자승근형의 파형성형 필터인 SRCF를 간단히 등리플로 설계하는 방법을 제안하였다. 제안된 설계 방식은 기존의 최적 필터 설계 방식에서 리플 가중치를 적절히 조정하여 설계 될 수 있음을 보이고 몇 개의 예제를 통하여 그 성능을 보였다. 제안된 필터는 기존의 SRCF에 비해

약간의 ISI 성능 저하가 발생하지만, 대역 특성이 훨씬 우수함을 보이면서도 기존의 SRCF와 호환성을 가지고 있는 장점이 있으며, 실제 구현을 위한 고정 소수점 형으로 설계할 경우에는 최적 설계가 가능하여 대역제한과 ISI모두 기존의 SRCF보다 우수한 성능을 갖는다. 제안된 방식으로 WCDMA에서 정의한 $\alpha=0.22$ 의 RRC 필터를 12비트로 설계하여 기존의 것과 비교 분석하여 우수함을 보였다.

참고 문헌

- [1] E. A. Lee and D. G. Messerschmitt, Digital Communication, 2nd MA : Kluwer Academic Publishers. 1994.
- [2] J. D. Gibson, The Mobile Communications Handbook, FL : CRC press, 1996.
- [3] J. H. McClellan, T. W. Park, and L. R. Rabiner, "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters," IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. 21, pp. 506~526, Dec. 1973.
- [4] W. Wang, Communication Toolbox for use with MATLAB, MA: The MathWorks Inc, 1996.
- [5] W. J. Oh and Y. H. Lee, "Implementation of Programmable Multiplierless FIR Filters with Powers-of-Two Coefficients", IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. 42, No. 8, 1995.
- [6] Y. C. Lim and S. R. Parker, "FIR filter design over a discrete powers-of-two coefficient space," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-31, pp. 583~591, June 1983.
- [7] 3GPP TS 25.101, 3rd Generation Partnership Project : Technical Specification Group Radio Access Networks : UE Radio Transmission and Reception(FDD)
- [8] MPL, Maximal Software Inc, <http://www.maximal-usa.com/>
- [9] C. Kim and W. Oh, "Optimal design and implementation of UMTS Tx/Rx filter with FPGA," Proceedings of 2000 KICS Fall Conference, pp. 1311~1314, Nov. 2000, Seoul.

저 자 소 개



吳 宇 鎮(正會員)

1985년 : 한양대학교 전자공학과 학사. 1991년 : KAIST 전기 및 전자공학과 석사. 1996년 : KAIST 전기 및 전자공학과 박사. 1996년 2월~1998년 7월 : SK Telecom 선임연구원. 현재 : 금오공과대학교 전자공학

부 조교수