大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 13 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIII, No.1, 95-106. Feb 2003

북한 고등중학교 수학 교과서 구성 방식의 변화 고찰[1)]

임재훈* · 이경화** · 박경미***

Ⅰ. 서론

북한의 수학교과서는 수업이나 학습 결과 등에 관한 정보가 없는 현재의 여건에서 북한의 수학교육에 관하여 파악할 수 있는 중요 자료이다. 본 연구는 북한 고등중학교 수학 교과서의 내용 구성 방식에 대하여 고찰한 것이다. 본 연구에서는 어떤 내용이 언제 도입되는가, 다루는 내용의 양과 비중의 차이는 무엇인가 등에 분석의 초점을 두지 않으며, 북한 수학 교과서가 단원 구성 방식에서 어떤 특징을 보이는가에 주목하였다.

남북한 중등학교 수학 교과서의 구성 방식을 비교한 선행 연구를 보면, 남한 교과서의 나선형 구조 대 북한 교과서의 단선형 구조로 그 차이를 기술하고 있음을 알 수 있다. 예를 들어, 황하윤은 1990년 발행 북한의 고등중학교 수학교과서를 분석하고 전반적으로 남한의 교과서는 나선형 구조를 이루고 있는데 반해 북한의 교과서는 한 학습 주제를 연속적으로 모두 다루는 단선적 구조를 이루고 있다고 하였다(황하윤, 2000: 86). 우정호와 박문환도 6차 교육과정에 따른 남한의 수학 교과서와 북한의 고등중학교 교과서를 비교하고, 남한은 나선형 교육과정으로 초등학교, 중학교, 고등학교를 거치면서 내용이 약간씩 중복, 심화되고 있는 반면, 북한에서는 인민학교와 고등중학교 사이에 중복되는 내용이 별로 없다는 분석 결과를 제시하였다(우정호, 박문환, 2002: 58).

본 고에서는 1994년 이후에 발행된 북한의 고등중학교 수학교과서의 단원 구성의 특징을 살펴 보았다.[2)] 그 결과 북한의 고등중학교 수학 교과서의 단원 구성상의 특징으로 '나선형 구성 방식'과 '종합형 구성 방식'을 찾아 볼 수 있었다. 이러한 특징을 기초로 판단할 때, 1994년 이후 발행된 북한 고등중학교 수학 교과서에 대해서는 그 단원 구성의 특징을 남한의 나선형 구조에 대비되는 단선형 구조로 규정하기 어려운 것으로 보인다.

---

* 전남대학교, jhyim@chonnam.ac.kr, 제 1 저자
** 청주교육대학교, opalil@sugok.chongju-e.ac.kr, 제 2 저자
*** 홍익대학교, kpark@math.hongik.ac.kr, 제 3 저자

1) 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2001-042-C00203)

2) 본 고에서 분석 대상으로 삼은 북한의 교과서는 다음과 같다. 오준철 외(1996). 수학(대수) 고등중학교 1. 저자 미상(1996). 수학(기하) 고등중학교 1. 오준철 외(1995). 수학(대수) 고등중학교 2. 박춘송 외(1994). 수학(기하) 고등중학교 2. 저자 미상(1995). 수학(대수) 고등중학교 3. 김봉래 외(1996). 수학(기하) 고등중학교 3. 저자 미상(1996). 수학(대수) 고등중학교 4. 저자 미상(1995). 수학(기하) 고등중학교 4. 류해동 외(1995). 수학 고등중학교 5. 서기영 외(1996) . 수학 고등중학교 6.

II. 북한 고등중학교 수학교과서 단원 구성의 특징

1. 나선형

이 절에서는 북한 고등중학교 수학(기하) 교과서의 단원 구성 방식의 한 특징인 '나선형 구성'을 기하의 증명과 대수의 어깨수를 예로 하여 살펴보겠다.

가. 증명

북한 고등중학교에서 기하 증명은 1학년에서부터 시작되어 학년이 올라감에 따라 점차 심화되며 다루어진다. 또 각 학년에서 다루는 방식마다 나름의 독특한 점이 있다.

고등중학교 1학년에서는 '빈칸 채우기' 형태의 증명이 제시된다. 이를테면 맞꼭지각의 크기가 같다는 성질의 증명이 다음과 같은 형태로 제시된다(저자 미상, 1996, 수학(기하) 고등중학교 1: 29).

2. 두 직선 l, m이 사귀었을 때 그 맞문각 a와 b는 서로 같다. 왜 그런가? 그 풀이가 다음에 주어졌다. 풀이에서 빈자리에 알맞는 글자와 기호를 써 넣어라.

풀이. $\angle a+\angle c=180^\circ$ (보탬각)

$\angle a=180^\circ-\angle c$ ①

$\angle b+\angle c=$ …… (보탬각)

$\angle b=$…… ②

①, ②로부터

$\angle a$ ……………… $\angle b$

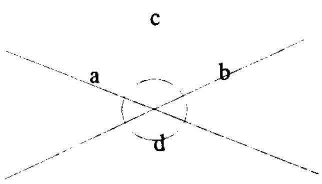


그림 1-96

3. 그림 1-96에서 $\angle c=\angle d$라는 것을 2번의 문제 풀이에서와 같은 방법으로 밝혀라.

위와 같은 빈칸 채우기 형태의 증명은 고등중학교 수학(기하) 1 교과서의 다른 곳에서도 찾아볼 수 있는 것은 물론(저자 미상, 1996, 수학(기하) 고등중학교 1: 27), 고등중학교 2학년 수학(기하) 교과서에서도 찾아볼 수 있다. 예를 들어, △ABC에서 ∠A와 ∠B의 2등분선의 사귐점(교점)을 O로 표시하고 점 O에서 세 변에 수직선 OD, OE, OF를 그었을 때, OD=OE=OF라는 내심의 성질 증명이 빈칸 채우기 형태로 제시되어 있다(박춘송 외, 1994: 66).

고등중학교 수학(기하) 3에서는 기호를 사용한 연역적인 증명이 본격적으로 다루어진다. 고등중학교 수학(기하) 3에 나온 대부분의 증명은 기호를 사용한 엄밀한 연역적인 증명이다. 그런데 고등중학교 수학(기하) 3 교과서에도 '빈칸 채우기' 형태의 증명을 다수 찾아 볼 수 있다(저자 미상, 1995, 고등중학교 수학(기하) 3: 3, 8-10, 13-16).

고등중학교 수학 (기하) 3 교과서에서는 먼저 제 1장에서 정의, 도형의 성질을 밝히는 방법, 조건과 결론, 증명의 뜻과 같은 내용을 비교적 상세하게 다룬다. 그리고 교과서 전체에 걸쳐 다음과 같은 기호를 사용한 증명을 다룬다.

정리 1. 평행사변형에서 두 쌍의 맞은변은 각각 서로 같다.

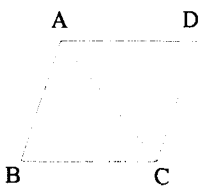
조건. 4각형 ABCD에서

AB // DC, AD//BC

결론. AB=DC, AD=BC

증명. 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △ACD에서



∠CAD=∠ACB

(AD//BC에서 엇각)

∠BAC=∠ACD (AB//DC에서 엇각)

AC는 공통변

그러므로 △ABC≡△ACD (각변각조건)

따라서 AB=DC, AD=BC (증명끝)

(김봉래 외, 1996: 21)

고등중학교 수학(기하) 3 교과서에는 삼각형, 사각형, 원의 여러 가지 성질을 기호를 사용하여 논리적으로 증명하고 있다. 조건, 결론, 증명 형태로 진술된 기호를 사용한 연역적인 증명은 고등중학교 수학(기하) 4 교과서에서도 많이 발견된다(저자 미상, 1995, 수학(기하) 고등중학교 4: 5, 8, 12, 14, 18, 36, 37, 48, 50-53).

한편, 1990년의 고등중학교 수학(기하) 3 교과서에서는 삼각형의 내외심에 대한 같은 내용이 다음과 같이 1996년 발행 교과서보다 기호를 덜 사용하고 말로 진술하는 방식으로 다루어졌다.

△ABC에서 변 AB와 BC의 수직2등분선 l, m을 긋고 그 사귐점을 O라고 하자. 이때 점 O는 선분 AB와 BC의 수직2등분선에 있으므로 점 A와 B, 점 B와 C로부터 같은 거리에 있다. 즉 세 점 A, B, C로부터 같은 거리에 있다. 따라서 점 O를 중심으로 하고 OA를 반경으로 하는 원은 △ABC의 외접원이다. 여기서 점 O는 점 A와 C에서 같은 거리에 있으므로 변 AC의 수직2등분선 n에도 있다 3각형에서 외접원의 중심을 3각형의 바깥중심이라고 부른다. (김봉래, 김우철. 1990. 수학(기하) 고등중학교 3: 42, 박문환, 2001: 109에서 재인용)

같은 내용은 1996년 고등중학교 수학(기하) 3 교과서에서는 다음과 같이 기술되어 있다.

3각형의 세 변의 수직2등분선이 한 점에서 사귀는지를 알아보자.

증명. △ABC의 세 변의 수직2등분선을 각각 m, n, l로 표시하자. 이때 m과 n의 사귐점을 O로 표시하면 OA=OB, OA=OC (수직이등분선의 성질)

따라서 OB=OC

따라서 BC의 수직이등분선은 점 O를 지난다. 즉 m, n, l은 한 점 O에서 사귄다.

(김봉래 외, 1996: 42).

1990년의 고등중학교 수학(기하) 3 교과서에서 삼각형의 내심과 외심의 성질 증명이 다루어진 방식으로부터, 남한에서는 논리적으로 엄밀한 추론을 강조하는데 비해 북한에서는 실제적이고 도구적인 측면을 강조하며, 북한에서의 증명은 연역적 추론을 위한 것이 아니라 원리를 이해하고 설명하기 위한 도구라는 해석을 할 수도 있다. 또 이러한 차이는 남한의 중학교에서 기하교육의 목표가 연역적 추론 능력의 습득과 논증기하의 지도를 목표로 하고 있는 반면, 북한에서의 기하교육은 과학기술분야에서 생기는 문제를 해결하기 위한 도구적인 측면을 주요한 목표로 삼고 있기 때문이라고 분석할 수도 있을 것이다(박문환, 2001: 110-117).

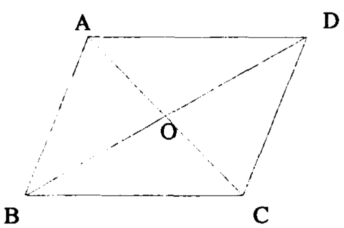
그러나 1996년 교과서에서는 1990년 교과서보다 내심 외심의 성질 설명에서 기호 사용이 늘어나고 말에 의한 설명은 줄어든 양상을 보이고 있다. 그리고 앞에서 말했듯이, 고등중학교 수학(기하) 3 교과서에 나오는 대부분의 증명은 조건, 결론, 증명의 형식에 따라 수학적 기호를 사용하여 남한 못지 않게 엄밀하게 하는 것들이다. 그러므로 적어도 1996년 북한 고등중학교 수학 교과서에서의 증명에 관하여 말

한다면, 북한에서의 증명은 연역적 추론을 위한 것이 아니라 원리를 이해하고 설명하기 위한 도구라고 단정짓기 어렵다. 곧, '남한의 증명-연역적 추론, 북한의 증명-원리를 이해하고 설명하기 위한 도구'라고 대비시켜 말하기 어렵다. 또 남한에서는 논리적으로 엄밀한 추론을 강조하는데 비해 북한에서는 실제적이고 도구적인 측면을 강조한다고 단정하기도 어렵다. 북한 고등중학교 기하 교과서의 증명 관련 내용 중에서 증명을 과학기술분야에서 생기는 문제를 해결하기 위한 도구적인 측면에서 다루는 구체적인 예들이 뚜렷하게 많이 보이지 않기 때문이다.

한편, 증명은 고등중학교 5학년 수학 교과서에서 재차 다루어진다. 고등중학교 수학 5 교과서 제 1장 평면도형의 성질과 증명은 도형의 기초성질과 증명, 도형의 성질과 증명방법, 자리길의 증명이라는 세 개의 절로 이루어져 있다.

제 1절에서는 도형의 기초성질과 증명에서는 공리, 정의, 정리에 대한 설명과 앞으로 자주 쓰이게 될 기초성질과 정의 등이 나온다. 이것은 앞의 고등중학교 수학(기하) 3의 제 1장의 서술 내용과 여러 면에서 매우 유사하다. 다음에 제 2절 도형의 성질과 증명방법에서는 증명법을 비교적 상세하게 설명한다. 증명법은 조건, 결론, 증명찾기, 증명의 4단계 방식으로 다음과 같이 기술되어 있다.

례. 평행4변형에서 두 대각선은 서로 가운데점에서 사귄다. 증명하여라.



조건. 4각형 ABCD는 평행사변형, O는 두 대각선의 사귐점

결론. OA=OC, OB=OD

증명찾기

OA=OC, OB=OD (결론)

↓

OA, OB를 변으로 하는 3각형 AOB와 OC, OD를 변으로 하는 3각형 COD가 합동이라는 것만 밝히면 됨.

↓

△AOB와 △COD에서 변 AB와 CD가 같고 그에 붙은 두 각이 서로 같으므로 합동이다. (ABCD가 평행사변형이다. 조건)

따라서 결론 OA=OC, OB=OD

이 과정 자체가 하나의 증명이다. 그런데 이것을 거꾸로 따라 올라가면 조건으로부터 결론을 얻어내는 증명과정이 된다.

지금까지 우리들은 조건으로부터 결론을 끌어내는 식으로 증명을 많이 해왔다. 그리하여 앞에서 본 증명(증명찾기)을 다음과 같이 쓰겠다.

증명. △AOB와 △COD에서

AB=CD

∠OAB=∠OCD

∠OBA=∠ODC

(ABCD가 평행사변형이므로)

따라서 △AOB=△COD

따라서 OA=OC, OB=OD (끝)

(류해동 외, 1995, 고등중학교 수학 5: 9-10).

뒤이어 간접증명법을 증명찾기와 증명의 순서로 설명하고, 이전 학년에 배운 정리와 그와 관련된 정리의 증명찾기 및 증명 문제가 다수 뒤따른다.

고등중학교 5학년 기하에서의 증명에 대한 설명은 고등중학교 3학년의 증명에 대한 설명

과 상당히 겹치는 부분이 있으면서도 '증명찾기'라는 항목을 두어 분석적 사고와 종합적 사고를 모두 드러내어 다룬다는 점에서 고등중학교 3학년의 증명에 대한 설명과 차별화된다. '나선형 구조'라는 말을 한 가지 일반적 아이디어를 시간 간격을 두고 반복해서 점차 심화시켜 다루는 내용 구성 방식을 지칭하는 것으로 본다면, 북한 고등중학교(기하) 교과서에서 증명은 나선형 구조로 구성되어 있다고 할 수 있다. 고등중학교 1, 2학년에서의 빈칸 채우기 증명, 고등중학교 3학년에서의 증명의 의미 설명과 기호를 사용한 연역적인 증명, 고등중학교 5학년에서의 증명의 의미 재차 설명 및 증명찾기 다루기는 증명이라는 기본 아이디어를 반복해 가며 더 심화시켜 다루어 간 것으로 볼 수 있기 때문이다.

나. 어깨수

고등중학교 1학년(대수)에서 제곱, 제곱 어깨수, 제곱밑의 개념이 도입된다. 2×2×2와 같이 같은 수를 여러 번 곱하는 것을 $2\times2\times2=2^3$과 같이 쓰고 제곱으로 표시하였다고 말하며, 2^3을 2의 3제곱이라고 읽고, 이 때 2를 제곱밑, 3을 제곱 어깨수라고 한다는 내용이 나온다(오준철 외, 1996: 11).

고등중학교 수학(대수) 2의 제 1장은 수와 식의 변형인데, 여기서 수의 변형의 한 가지 예로 수를 10의 제곱을 써서 표시하는 것이 나온다. 먼저 $230000=23\times10^4$, $0.00035=35\times\frac{1}{10^5}$과 같이 수를 10의 제곱을 써서 표시한 것을 수의 어깨수형식이라고 부른다는 내용이 제시된 후, 수를 어깨수형식으로 변형하는 문제들이 나온다(오준철 외, 1995: 11-13).

고등중학교 수학(대수) 2의 제 4장 식의 전개와 인수분해에서는 지수가 자연수일 때의 지수법칙을 다루는 데 여기서도 다음과 같이 다시 제곱의 개념을 다룬다.

a를 n개 곱한 것($n\geq2$)을

n------어깨수
a-------밑수

과 같이 표시하고 < a의 n제곱>이라고 읽는다.....

1. 다음 것을 제곱으로 표시하고 밑수, 어깨수를 말하여라.

1) $\frac{1}{b}\cdot\frac{1}{b}\cdot\frac{1}{b}\cdot\frac{1}{b}$

3) $(ab^3)(ab^3)$

4) $(-m)(-m)(-m)$

5) $(p-q)(p-q)(p-q)$

6) $(x^2-x+1)(x^2-x+1)$

.....

3. 다음 같기식이 성립하는가?

1) $(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)=-1^5$

2) $(-2)^8=-2^8$

3) $-xxx=(-x)^3$ 4) $(-1)^n=-1^n$

(오준철 외, 1995: 98-99).

고등중학교 1학년의 제곱과 고등중학교 2학년의 제곱은 개념상 동일하지만, 다음과 같은 점에서 차이가 있다. 고등중학교 1학년에서 제곱은 같은 수를 여러 번 곱하는 것이었다. 그러나 고등중학교 2학년에서의 제곱은 수를 포함하여 문자식의 제곱을 의미한다. 이는 제곱이라는 동일 개념을 두 개 학년에 걸쳐 반복적으로 다루면서 확장, 심화한 것으로 볼 수 있다.

한편, 고등중학교 수학(대수) 3 교과서에서는 지수가 음수일 때로 지수를 확장하는 과정에서 고등중학교 수학(대수) 2 교과서에서 다룬 수의 어깨수 형식을 발전시킨 수의 표준 어깨수 형식을 다룬다. 어깨수형식의 결수가 구간 [1, 10)

에 들면 그것을 표준어깨수형식이라고 하며 이 때의 곁수를 표준곁수, 어깨수를 표준어깨수라고 부른다는 내용이 제시되고, 뒤이어 표준어깨수 형식으로 수를 변형하는 다수의 문제가 뒤따라 나온다.

이상, 증명과 어깨수를 예로 하여 북한 고등중학교 수학 교과서 구성에 나선형 구성의 특징이 있음을 보았다. 끝으로 북한 고등중학교 수학 교과서에는 동일한 내용이 여러 번 다루어지는 경우가 드물지 않음을 부언하고자 한다. 이를테면 피타고라스 정리(세평방공식)는 북한 고등중학교 2학년, 4학년, 5학년에서 세 번 다루어진다. 먼저 고등중학교 2학년에서는 직관적으로 수학적인 증명 없이 직각이등변삼각형과, 세 변의 길이가 3, 4, 5인 삼각형의 경우에 정리가 성립함을 확인하게 한 후 바로 정리가 성립한다고 소개하고 문제 풀이에 이를 이용하게 하고 있다(박춘송 외, 1994: 35-36). 고등중학교 4학년 기하 교과서에서는 닮은 삼각형의 변의 비례 관계를 이용하여 정리를 증명하고, 뒤이어 피타고라스 정리의 유클리드 증명법을 소개하고 있다(저자미상, 1995: 70).[3] 그리고 고등중학교 5학년에서는 피타고라스 정리의 증명 찾기를 하도록 하고 있다(류해동 외, 1995: 13). 한편, 순환소수도 수학(대수) 고등중학교 1 교과서 제 2장 분수 단원에서 다루어진 후, 다시 고등중학교 수학(대수) 2 교과서 제 1장 수와 식의 변형에서 다시 한번 다루어지고 있다.

2. 종합형

북한 고등중학교 교과서의 구성상의 두 번째 특징은 종합형으로 구성된 단원들이 많다는 것이다. 여기서 종합형이라는 것은 단원의 제목과 관계된 내용을 가급적 빠짐없이 폭넓게 다루는 것을 뜻한다. 특히 대수의 수와 식 관련 단원에서 이러한 종합형 구성이 두드러지게 나타난다. 이를 고등중학교 1학년의 분수, 자연수 단원, 고등중학교 2학년의 수와 식의 변형, 식의 전개와 인수분해, 고등중학교 3학년의 근사값 단원을 통해 살펴보겠다.

가. 고등중학교 수학(대수) 1의 분수

고등중학교 1학년 제 2장 분수 단원은 다음과 같이 5개의 절로 구성되어 있는데, 우리나라에서 이러한 내용은 초등학교에서부터 시작하여 몇 개 학년에 걸쳐 여러 단원으로 분산되어 다루어지는 것이다.

제 1절 분수와 그 성질, 제 2절 분수의 더하기와 덜기,

제 3절 분수의 곱하기와 나누기, 제 4절 분수와 소수, 제 5절 퍼센트

제 1절에서는 분수의 뜻, 분수의 기본성질, 분수의 약분과 통분을 다루며 이에 대한 여러 문제들이 나온다. 이 내용은 기본적으로 이미 인민학교 4학년에서 다룬 내용과 상당 부분 겹친다(남호석, 박희순, 1998). 제 2절과 제 3절은

3) 박문환(2002)에 의하면, 1990년도 수학(기하) 고등중학교 4 교과서의 피타고라스 정리 증명 부분을 분석하면서, 북한 교과서에 나오는 닮은 삼각형의 변의 비례 관계를 이용한 증명은 유클리드 원론의 피타고라스 정리 증명법에 대한 아이디어를 줄 수 있지만, 북한 교과서에서 그런 증명방법은 보이지 않는다. 본 연구에서 참고한 1995년도 발행 수학(기하) 고등중학교 4 교과서 70쪽에는, 1990년 교과서와 달리, 피타고라스 정리의 유클리드 원론의 증명법이 소개되어 있다.

분수의 사칙계산에 관한 것으로, 여러 분수 계산 문제가 수록되어 있다. 이 내용의 상당 부분 또한 인민학교에서 이미 다룬 것이다. 분수에 관한 기본적인 내용을 폭넓게 다루는 것을 하위 학교 학년급의 내용과 중복을 피하는 것보다 우선하고 있다.

제 4절 분수와 소수는 '1. 분수를 소수로 고치기'와 '2. 소수를 분수로 고치기'의 두 항으로 구성되어 있다. 1항에서는 $\frac{20}{4}$이나 $\frac{1}{10}$과 같은 분수를 소수로 고치는 것에서 시작하여 우리나라 중학교 2학년에서 다루는 내용, 이를테면 분모를 소인수분해하였을 때 소인수가 2나 5뿐인 분수는 유한소수로 고칠 수 있다거나 다 약분한 분수의 분모를 소인수분해하였을 때 2나 5가 아닌 소인수가 하나라도 있는 분수를 소수로 고치면 무한순환소수가 된다는 내용까지 다룬다. 제 5절에서는 퍼센트의 의미와 간단한 퍼센트 문제, 원도표를 다룬다. 분수의 뜻에서 시작하여 순환소수, 퍼센트까지 한 단원에서 종합적으로 취급되고 있는 것을 알 수 있다. 우리나라 초등학교 3학년에서 중학교 2학년에 걸쳐 다루어지는 내용이 분수라는 한 단원에서 약 50여쪽의 분량 속에 종합적으로 취급되고 있다.

이러한 경향은 고등중학교 수학(대수) 1 교과서 제 1장 자연수 단원에서도 찾아 볼 수 있다. 제 1장 자연수는 제 1절 자연수, 제 2절 자연수의 산법, 제 3절 약수와 배수, 제 4절 씨인수분해로 구성된다. 제 1절 자연수에서는 자연수의 기수, 서수, 측정수 측면을 모두 설명하고 있으며, 제 2절 자연수의 산법에서는 적지 않은 자연수 계산 문제를 제공하고 있다. 제 1단원의 내용 중 제 1, 2, 3절의 상당 부분이 인민학교에서 이미 다룬 내용이다. 여기서도 자연수에 대한 종합적인 기술을 하위 학년급과의 중복을 피하는 것보다 우선하고 있다.

나. 고등중학교 수학(대수) 2 수와 식의 변형, 식의 전개와 인수분해

고등중학교 수학(대수) 2의 제 1장 수와 식의 변형은 제 1절. 수의 변형, 제 2절 식의 변형, 제 3절 홑마디식과 여러 마디식, 제 4절 여러마디식의 더하기와 덜기로 나누어져 있다.

제 1절은 1. 수의 변형의 의미, 2. 분수를 소수로 변형하기, 3. 소수를 분수로 변형하기, 4. 분수와 소수가 섞인 식의 계산, 5. 수의 어깨수 형식으로 구성된다. 1항에서는 수의 변형이 무엇인지를 설명하고 $\frac{25}{625}$을 약분한 다음 소수로 변형하는 등의 문제를 다룬다. 2항에서는 고등중학교 1학년에서 다룬 '분수를 소수로 변형하면 유한소수 또는 순환소수가 된다'는 것을 다룬다. 3항에서는 순환소수를 분수로 변형하는 것에 대해 다룬다. 4항에서는 순환소수로 변형되는 분수가 들어있거나 순환소수가 들어있는 식을 계산할 때에는 소수를 분수로 변형하는 것이 편리하다는 것을 다룬다. 5항에서는 230000을 23×10^4과 같이 표시하는 것도 수의 변형에 해당한다는 것을 다룬다. 제 1절의 내용 가운데 3, 4, 5항의 일부 내용을 제외한 많은 내용이 이전 학년급의 내용과 중복되나, 제 1절 수의 변형이라는 제목하에 취급될 수 있는 내용이므로 다시 모두 다루고 있다.

고등중학교 수학(대수) 2의 제 4장 식의 전개와 인수분해에서는 우리나라 중학교 1학년에서 다루는 자연수의 지수의 뜻부터 시작하여 지수법칙, 중학교 2, 3학년에서 다루는 단항식, 다항식의 계산, 곱셈공식과 인수분해 법칙을 거쳐, 고등학교 1학년에서 다루는 세제곱의 합과 차의 인수분해 공식까지 모두 한 단원에서

50여 쪽의 분량에 걸쳐 다루고 있다.

다. 고등중학교 수학(대수) 3의 근사값

우리나라에서는 6차 교육과정에서 근사값의 사칙계산을 모두 다루었으나, 7차 교육과정에서는 근사값의 곱셈과 나눗셈을 삭제하여 약화시켰다. 북한의 경우 근사값은 고등중학교 수학(대수) 3의 제 3장 근사값과 계산 도식의 제 1절 근사값과 오차에서 다룬다.

제 1절 근사값과 오차는 다음과 같은 5개의 항으로 구성된다.

1. 정확한 값과 근사값 2. 오차와 그 한계 3. 상대오차 4. 믿을수자 5. 근사값에 대한 계산 규칙

북한 교과서에서는 근사값에 관해 우리나라의 7차 교육과정에 따른 교과서와는 달리 곱셈과 나눗셈 계산까지 다루며, 오차의 절대값뿐 아니라 상대오차까지 자세히 다루고 있다. 이에 대하여 북한이 실제적인 수학을 강조하고 있다는 점에서 그 이유를 가 있는 것으로 볼 수도 있을 것이다(박문환, 2001: 64). 그러나 이러한 단원 구성은 단원에 관련된 내용을 가급적 폭넓게 취급한다는 종합형 단원 구성의 아이디어가 반영된 때문으로도 볼 수 있다.

한편, 종합형 단원 구성은 기하보다 대수에서 뚜렷이 나타나는 특징이지만, 기하에서도 그러한 예를 찾아볼 수 없는 것은 아니다. 예를 들어 고등중학교 수학(대수) 4의 제 2장 도형의 닮음 단원에서는 중심닮음도형, 중심닮음변환의 성질[4], 중심닮음변환의 응용[5], 닮은 도형, 다각형의 닮음 조건, 삼각형의 닮음 조건, 닮은 도형의 크기, 닮은 도형을 이용한 그리기(작도) 등의 내용을 모두 종합적으로 한 단원에서 다루고 있다.

3. 논의

본 고의 분석 결과는 동일한 주제에 관한 선행연구의 결과(황하윤, 2000; 박문환, 2001)와 다소간 차이가 있다. 그러므로 본 고에서 북한 교과서 단원 구성의 특징으로 제시한 '나선형'과 '종합형'의 의미를 간략하게 살펴보고자 한다. 브루너(Bruner)가 제시한 나선형 교육과정의 의미는 "동일한 내용을 점점 폭넓게, 깊이 있게 되풀이하여 가르치는 것"이다. 이를 교육과정 구성과 운영을 위한 구체적인 원리의 형태로 바꾸어 표현하면, "반복적으로 가르쳐야 할 내용을 선정하고 어떤 학년수준에서 어느 정도로 정확하게 가르쳐야할 것인가를 결정한다"는 것이다(이홍우, 1979: 70-71). 이러한 설명에 비추어볼 때, 남한의 제 7차 수학과 교육과정은 제 6차 수학과 교육과정에 비하여 나선형 교육과정의 아이디어나 교과서의 나선형 구조 전개를 약화시킨 것으로 보인다. 예를 들어, 제 6차 공통수학 교과서에서는 중학교에서 이미 학습한 내용이라도 다시 한번 본문에 진술해주는 경향이 많았던 반면 7차 교육과정에 따른 10단계 교과서에서는 중학교에서 한번 다룬 내용을 본문에 진술하는 것을 가급적 피하고 있다. 또한 초·중·고등학교에서 공통으로 다루던 학습 내용 중 일부를 삭제 또는 이동시킴으로써 과거에 비하여 반복되는 내용과 회수가 줄어들었다. 이를테면, 집합 개념

---

4) '중심닮음변환에서 선분은 그에 평행인 선분으로 넘어가며 이 선분의 본래 선분에 대한 비는 중심닮음비와 같다. 중심닮음변환에서 각은 같은 크기의 각으로 넘어간다. 중심닮음변환에서 원둘레는 원둘레로 넘어간다.'와 같은 성질을 증명한다.

5) 평판측량법 등을 다룬다.

은 과거와 달리 초등학교에서는 다루지 않으며, 7단계와 10단계에서만 다룬다.

위에서 제시한 나선형 교육과정 구성의 두 가지 원리에 비추어볼 때, 남한의 중등학교 수학교과서에 못지 않게 북한의 중등학교 수학교과서도 나선형을 기본 원칙으로 하고 있음을 확인하였다. 특히, 증명의 경우, 남한에서는 9단계 교과서를 기점으로 계속 도입은 하지만 증명 방법과 표현에 대한 나선형 구성을 시도하는 것으로는 파악되지 않는다. 다시 말하여, 남한에서는 다루어야 할 기하학적 명제, 이를테면, 피타고라스 정리를 제시하고 설명하는 보조수단으로 증명을 도입할 뿐, 증명 방법과 표현 자체를 다루어야 할 기본 학습 내용으로 간주하여 반복적으로 심화시키지는 않는다. 그러므로 남한의 교과서에서 나선형으로 단원을 구성할 때 심화시키는 것은 증명의 내용이지 증명 방법이나 표현으로 보기는 어렵다. 그러나 북한에서는 앞서 살펴본 바와 같이, 고등중학교 1, 2학년에서의 빈칸 채우기 증명, 고등중학교 3학년에서의 증명의 의미 설명과 기호를 사용한 연역적인 증명, 고등중학교 5학년에서의 증명의 의미 재차 설명 및 증명 찾기를 통하여, 남한과 달리 증명 방법 또는 표현, 증명의 의미를 기준으로 한 나선형 단원 구성을 시도하고 있다. 증명 지도의 어려움에 대한 연구(우정호, 서동엽, 2002; 나귀수, 1998 등)에서도 증명 방법과 표현의 적절한 교수학적 변환의 필요성을 제안하고 있는 바, 북한 교과서의 증명에 대한 교수학적 접근을 면밀히 검토할 필요가 있다.

양미경에 의하면, 교육과정과 교과서를 구성함에 있어, 마스터해야 될 정련된 내용을 제시하는 방식과 그러한 인식의 내용을 얻을 수 있도록 절차를 안내 혹은 유도하는 방식이 있다. 전자는 '설명형 교육과정'으로 학습 목표에서 추출된 세부적 요소들을 논리 정연하게 제시하는 방식이며, 후자는 '소재형 교육과정'으로 제시된 내용은 그 자체로서 가치가 있는 것이 아니라 학습자와의 실질적인 상호작용을 통해서만 그 의미가 발현되도록 하는 방식이다(양미경, 2002: 462-464).

북한 수학교과서의 두 번째 구성 원리인 '종합형'의 특성은 위에 제시한 양미경의 관점에 비추어 생각해 볼 수 있다. 예를 들어, 분수에 관한 내용 또는 식과 인수분해에 관한 내용을 종합적으로 다루도록 하는 것은, 학생으로 하여금 탐구할 만한 문제상황을 통하여 학습하는 방법을 학습하도록 하기보다는 교과로서의 수학을 효율적으로 학습하도록 하려는 의도가 반영된 것으로 생각된다. 짧은 시간 동안 많은 내용을 학습해야하기 때문에 적절한 탐구보다는 반복 연습의 기회를 제공하는 것으로 볼 수 있는 것이다. 이런 점에서 북한의 교과서는 종합형을 따름으로써 '소재형 교육과정'보다는 '설명형 교육과정'을 따르는 것으로도 볼 수 있다. 종합적으로 구성된 내용은 학습자와의 실질적인 상호작용보다는 마스터해야 할 정련된 것으로서 다루어질 가능성이 높기 때문이다. 이러한 특성은 북한이 학교수학을 도구교과로 가정하고 있다는 선행연구의 결과(박문환, 2001)와도 일맥상통한다.

사실, 나선형과 종합형은 양립불가능한 형식으로 보이기도 한다. 동일한 내용을 반복적으로 다루되 점차 심화시키기 위해서는 학습 내용을 적절히 분산시켜야 하고 그러면 종합하여 제시할 수 없기 때문이다. 그럼에도 불구하고 본 고에서 확인한 바에 의하면, 북한 수학교과서는 나선형과 종합형을 동시에 지향하고 있다. 한편, 그 동안의 연구에서는 종합형 구성에 주목하였기 때문에 본 고와 다른 결론을 얻은 것으로 생각된다. 종합형 구성을 통하여 학교

수학을 도구교과로 제시하고 있다는 점에서는 선행연구결과와 일치하지만, 본 고에서는 북한의 수학교과서가 나선형 구성 방식도 포기하지 않음으로써 일부 또는 약화된 입장에서 나름대로의 의미 있는 접근을 모색하고 있는 것으로 파악하였다. 앞으로 북한 수학교과서의 종합형과 나선형 구성의 비중 또는 역할을 보다 자세히 파악하여 이에 대한 본 고의 의견을 확장적으로 검토할 필요가 있다.

III. 결어

본 고는 북한 고등중학교 수학 교과서의 단원 구성상 특징에 대하여 고찰한 것이다. 이전 북한 중등학교 수학 교과서를 분석한 연구들에 의하면, 북한 고등중학교 수학교과서는 내용조에 대비되는 단선적 구조를 이루고 있었으며 인민학교와 고등중학교 사이에 중복되는 내용이 별로 없는 것으로 나타났다.

그러나 본 연구에서 1994년 이후에 발행된 북한 고등중학교 수학교과서를 입수하여 분석한 결과, 북한 교과서에 대한 기존 분석 결과와는 다른 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 북한 교과서에서 단원 구성에 있어 나선형의 특징을 보이는 단원들을 찾아 볼 수 있다. 예를 들어, 북한 교과서에서 증명은 학년이 올라가면서 빈칸 채우기 증명, 기호를 사용한 연역적인 증명, 증명찾기 등으로 증명이라는 아이디어가 반복, 심화되어 나선형으로 다루어지고 있었다. 둘째, 북한 수학 교과서에서 단원 구성에 있어 종합형의 특징을 보이는 단원들을 찾아볼 수 있었으며, 이러한 경향은 특히 대수 교과서에서 두드러지게 나타났다. 예를 들어, 고등중학교 1학년 분수 단원에서는 남한의 초등학교 3학년에서 중학교 2학년에 걸쳐 다루어지는 내용이 종합적으로 취급되고 있다. 또 인민학교와 고등중학교 사이에 중복되는 내용도 적지 않았다.[6] 이러한 점을 고려할 때, 1994년 이후 발행된 북한 고등중학교 수학 교과서에 대해서는 그 단원 구성의 특징을 남한의 나선형 구조에 대비되는 단선형 구조로 규정하기 어려운 것으로 판단된다.

학제, 수학교육의 목표, 내용, 방법 등이 다르기 때문에 남북한 수학교육의 바람직한 통합은 방대한 연구와 조사를 통한 점진적인 과정을 필요로 한다. 북한 수학교과서의 단원 구성 방식의 특징에 대한 본 연구는 그러한 과정의 일부이며, 관련 전문가의 논의와 합의를 위한 기초 자료를 제공한다는 점에서 의의가 있다. 북한의 수학교육에 관한 보다 실제적이고 구체적인 자료가 입수되고 더 세밀한 분석이 이루어지기를 기대한다.

6) 중복되는 내용이 적지 않은 것과 종합형 구성은 서로 관련되는 부분도 있어 보인다. 예를 들어 어느 두 단원을 종합형으로 구성하다 보면, 그 두 단원 모두와 관련 있는 내용이 각각의 단원에서 중복해서 다루어질 수 있기 때문이다.

참고문헌

김봉래 외(1996). **수학(기하) 고등중학교 3**. 교육도서출판사.

김영건(2000). **수학 인민학교 1**. 교육도서출판사.

김영건 · 고재의(1998). **수학 인민학교 2**. 교육도서출판사.

나귀수(1998). **증명의 본질과 지도 실제의 분석**. 서울대학교 박사학위논문.

남호석 · 김희일(1999). **수학 인민학교 3**. 교육도서출판사.

남호석 · 박희순(1998). **수학 인민학교 4**. 교육도서출판사.

류해동 외(1995). **수학 고등중학교 5**. 교육도서출판사.

박문환(2001). **남북한 중등학교 수학교육 비교분석**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

박문환(2002). 피타고라스 정리의 지도에 대한 남북한 비교. **학교수학, 4**(2), 223-235.

박춘송 외(1994). **수학(기하) 고등중학교 2**. 교육도서출판사.

서기영 외(1996). **수학 고등중학교 6**. 교육도서출판사.

서동엽(1999). **증명의 구성 요소 분석 및 학습-지도 방향 탐색-중학교 수학을 중심으로**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

신성균(1984). **남북한 수학 교과서 내용 분석**. 국제 문제 조사 연구소.

양미경(2002). 구성주의와 교육과정. 한국교육과정학회 편. **교육과정: 이론과 실제**, 449-476. 서울: 교육과학사.

오준철 외(1995). **수학(대수) 고등중학교 2**. 교육도서출판사.

오준철 외(1996). **수학(대수) 고등중학교 1**. 교육도서출판사.

우정호 · 박문환(2002). 남북한 중등학교 수학교육의 통합방안 모색. **수학교육학연구, 12**(1), 49-70. 대한수학교육학회.

이홍우(1979). **지식의 구조와 교과**. 서울: 교육과학사.

저자 미상(1996). **수학(기하) 고등중학교 1**. 교육도서출판사.

저자 미상(1995). **수학(기하) 고등중학교 3**. 교육도서출판사.

저자 미상(1995). **수학(대수) 고등중학교 3**. 교육도서출판사.

저자 미상(1995). **수학(기하) 고등중학교 4**. 교육도서출판사.

저자 미상(1996). **수학(대수) 고등중학교 4**. 교육도서출판사.

최영희(2001). **남북한 고등학교 수학과 교과서 내용체계 비교 연구-대수 영역을 중심으로-**. 서강대학교 교육대학원 석사학위논문.

한국교육개발원(1995). **교과서 정책과 내용구성 방식 국제비교 연구**. 연구보고 RR ,95-17. 한국교육개발원.

한국교육개발원(1996). **남북한 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서 비교 분석 연구**. 연구보고*CR96-34*. 한국교육개발원.

황하윤(2000). **남 · 북한의 중등 수학교육과정과 교과서 내용 비교 · 분석**. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.

A study on the characteristics of the structure of mathematics textbooks of North Korean secondary school

Yim, Jae Hoon (Chonnam National University)
Lee, Kyung Hwa (Chongju National University of Education)
Park, Kyung Mee (Hongik University)

This study attempts to identify the characteristics of the structure of mathematics textbooks of North Korean high schools. The previous researches on the mathematics textbooks of North Korea show that North Korean mathematics textbooks have a linear structure, which is different from a spiral structure of South Korean textbooks. However, this study found that the textbooks of North Korea published after 1994 indicate that some sections reveal a spiral structure. In addition, most sections of North Korean mathematics textbooks are collectively composed, particularly so in the section of algebra.

key words: the structure of mathematics textbooks of North Korea(북한 수학 교과서의 구조), spiral structure(나선형 구조), linear structure(단선형 구조).