

저차 유한요소를 이용한 다하중 경우를 가지는 평면구조물의 위상최적화

Topology Optimization of Plane Structures with Multiload Case using a Lower order Finite Element

이 상 진†

Lee, Sang-Jin

(논문접수일 : 2002년 7월 12일 ; 심사종료일 : 2003년 2월 24일)

요 지

본 연구를 통하여 다하중 경우를 가지는 평면구조물의 위상을 도출하기 위한 최적화 프로그램을 개발하였다. 계산시간을 줄이고 실용적인 위상최적화를 수행하기 위하여 사절점 저차 유한요소를 이용하였다. 저차 유한요소를 사용하여 도출되는 위상에 나타나는 체크무늬현상을 제거하기 위해 여과절차를 도입하였다. 위상최적화를 수행하기 위하여 가동질화된 물질로 구조재를 표현하였고 물질을 재분배하기 위하여 최적성기준을 바탕으로 유도한 크기조절 알고리즘을 도입하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 단하중 경우와 다하중 경우에 대한 평면 구조물의 위상을 도출하고 이를 비교분석하였다. 본 연구를 통하여 구조물의 실제적인 위상을 도출하기 위해서는 다하중 경우가 반드시 고려되어야 하는 것으로 나타났다.

핵심용어 : 위상최적화, 저차유한요소, 체크무늬 현상, 가동질화된 물질, 최적성 기준, 다하중 경우

Abstract

An optimization program is developed to produce new topologies of plane structures under multiload case. A four-node finite element is used in the response analysis to reduce the computation time and to ultimately achieve practical topology optimization. The bilinear finite element is prone to produce checker-boarding phenomenon and a simple filtering process is therefore adopted. An artificial material model is employed to represent the structural material and the resizing algorithm based on the optimality criteria is adopted to update the material density parameter during optimization process. With newly developed optimization program, the comparison study has been made between single and multiload cases and its results are described in this paper. From numerical results, it appears that multiload case should be considered to achieve the practical topology optimization.

Keywords : topology optimization, lower order finite element, checker-boarding, artificial material, optimality criteria, multiload case

1. 서 론

구조공학 분야의 최적화는 일반적으로 주어진 제약조건에 대한 구조물의 최적 형상이나 크기를 결정하는 형상 및 크기 최적화가 그 주류를 이루어 왔다. 그러나 이들은 초기 구조물이 가지는 위상을 극복하지 못하므로 최근 주어진 하중과 경계조건에 알맞은 구조물의 위상을 찾는 최적화기

법에 대한 연구가 활발해지고 있다. 이러한 위상최적화기법은 구조물의 형상과 크기를 동시에 변화시키는 방법으로 간주 될 수 있으며 구조물을 채우고 있는 물질을 재분배함으로써 궁극적으로 구조물의 새로운 위상을 도출하는 기법이다. 다시 말하면 위상최적화는 구조물의 재료를 다공성 물질로 표현하고 다공성 물질내부에 존재하는 빈 공간의 크기를 조절하는 방법으로 물질을 재분배한다. 이때 최적

† 책임저자, 정회원 · 한국원자력연구소 선임연구원
전화: 042-868-2223; Fax: 042-868-8256
E-mail: sjlee@kaeri.re.kr

• 이 논문에 대한 토론을 2003년 6월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 2003년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

화 진 단계를 통하여 구조물에 사용된 재료의 초기량을 유지시킨다. 이러한 방법으로 전통적인 형상 및 크기 최적화에서 바꿀 수 없었던 구조물의 위상을 변화시킬 수 있게 되었다.

등질화법과 최적정기준법을 바탕으로한 판의 최적설계¹⁾가 1980년대 초반에 수행된 바 있으며 1980년대 후반부터 다양한 분야에서 위상최적화가 활발히 연구되어지고 있다. 위상최적화는 두가지 주요 연구분야로 나누어진다. 최적화 대상구조물을 이루고 있는 물질을 표현하는 재료모델과 물질의 재분배를 위한 크기조절 알고리즘의 개발이 그것이다. 위상최적화에 이용되는 재료모델은 물질의 내부 빈공간을 도입함으로써 개념적으로 등질화된 물질의 강약을 조절하게 된다. 위상최적화에 빈번히 사용되는 재료모델은 rank-1, rank-2, 다항식형태의 물질, 가등질화된 물질 등이다.²⁾ 이러한 재료모델의 도입은 재료의 재분배를 가능하게 하는데 이를 수행하는 것이 크기조절 알고리즘이다. 초기에는 최적정기준법을 바탕으로 개발된 크기조절 알고리즘³⁾이 널리 사용되었으며 이후 강제제거법^{4),5)}과 진화론법⁶⁾도 사용되었다. 또한 최근에는 수학적 프로그래밍 기법을 사용하여 위상최적화를 성공적으로 수행한 바 있다.⁷⁾ 그러나 이러한 위상최적화의 개념들이 실제적인 구조물에 직접 적용되기 위해서는 다하중 경우에 대한 구조물의 위상최적화가 절실히 요구된다. 그러나 다하중 경우에 대한 위상최적화는 문헌상 그 예가 매우 적다.

따라서 본 연구에서는 구조물의 반응해석에서 요구되는 컴퓨터의 계산시간을 줄이고 실용적인 위상최적화를 수행하기 위하여 저차요소와 다하중경우에 대한 최적정기준을 바탕으로 위상최적화 프로그램을 개발하였다. 그리고 이를 이용하여 단하중 경우와 다하중 경우에 대한 평면구조물의 최적위상을 도출하고 비교분석 하였다.

2. 위상최적화에 사용된 재료모델

위상최적화는 임의의 설계영역 Ω 내에서 탄성텐서 E_{ijkl} 의 값을 재분배하는 문제로 정의할 수 있다. 이때 연속성을 가지는 밀도함수 ξ 를 도입하면 탄성텐서 E_{ijkl}^h 는 다음과 같다.

$$E_{ijkl}^h = \xi E_{ijkl} \quad (1)$$

여기서 밀도함수 값의 범위는 $0 \leq \xi \leq 1$ 이다.

따라서 구조물을 구성하는 물질의 부피는 다음과 같다.

$$V_s = \xi d\Omega \quad (2)$$

여기서 V_s 는 구조물을 이루는 물질의 초기부피이며 최적화과정을 통하여 일정한 값을 유지한다고 가정한다.

최적화 과정을 통하여 보다 뚜렷한 위상을 구하기 위해 밀도함수 ξ 에 지수 γ 를 도입하게 되면 식(1)의 탄성텐서는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$E_{ijkl}^h = \xi^\gamma E_{ijkl} \quad (3)$$

여기서 γ 는 일반적으로 $\gamma \geq 1$ 이어야 하며 주로 3에서 9사이의 값이 사용된다. 참고로 γ 의 값이 커질수록 최적화로부터 구해진 위상이 뚜렷하게 나타난다.⁷⁾

위에서 정의된 임의의 밀도함수 ξ 는 구조물을 이루는 미소구조체의 기하학적 형태와 관계가 있으며 그림 1에서와 같이 사각형 빈 공간을 포함하는 단위셀의 경우 밀도함수는 $\xi = 1 - ab$ 로 나타낼 수 있다. 빈 공간은 $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ 의 범위를 가진다.

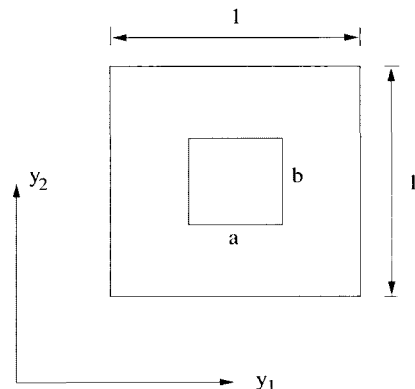


그림 1 미시좌표계내의 사각형 구멍을 가지는 단위셀

미소구조체를 채우고 있는 부분을 등방성 물질이라고 가정하면 구조물의 강성행렬 D 는 a 와 b 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D := D^h(a, b) \quad (4)$$

여기서 a, b 는 요소내에 존재하는 빈 공간의 크기를 결정하는 변수이며, 물성행렬 $D^h(a, b)$ 는 식(3)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D^h(a, b) = (1 - ab)^\gamma D = \rho(a, b)^\gamma D \quad (5)$$

본 연구에서는 그림 1의 사각형 구조체의 모양을 정사각형으로 가정하고 최적화과정중 설계변수로 사용할 재료밀도매개변수 r 을 다음과 같이 정의하였다.

$$r = 1 - a \tag{6}$$

위에서 정의한 재료밀도매개변수를 이용하면 평면응력상태에 있는 구조물의 물성행렬 D^h 는 다음과 같다.

$$D^h = \frac{\rho(r)^2 E}{1 - \nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{pmatrix} \tag{7}$$

여기서 밀도함수는 $\rho(r) = 2r - r^2$ 이며 그림 2에 도시하였다.

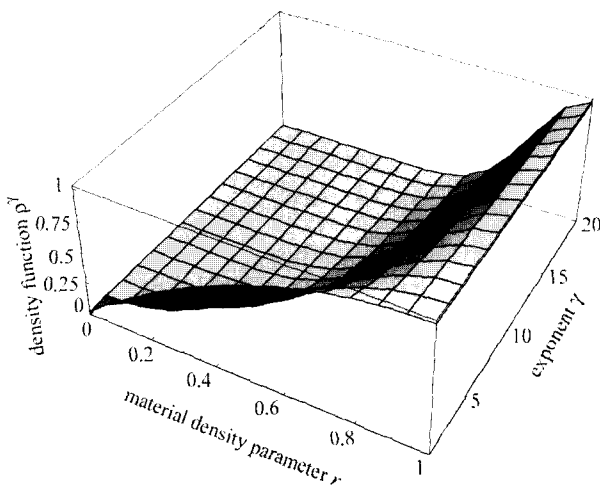


그림 2 재료밀도함수의 분포

식(7)에 정의된 가등질화된 물질은 구조체의 차원에 관계없이 쉽게 적용될 수 있는 장점이 있다.

3. 최적성 기준(Optimality Criteria)

본 연구에서는 설계영역 Ω 내에 존재하는 다공성물질을 재분배하기 위하여 물질의 초기부피를 일정하게 유지하면서 변형에너지를 최소화하는 최적성기준을 사용하였다. 그리고 식(6)에 정의한 각 단위요소의 재료밀도매개변수를 설계변수로 이용하였다. 유한요소법을 사용한 이산화된 영역에서는 구조물이 재료밀도매개변수 r_e 를 가지는 요소 e 의 조합으로 표현되며 설계변수의 수는 유한요소의 수와 동일하게 된다.

본 연구에서는 구조물에 작용하는 하중 경우가 전부 n 개라고 가정하면 이들에 대한 구조물의 전체변형에너지는 다음과 같이 가중치를 도입하여 표현하였다.

$$\begin{aligned} r_e^{k-1} &= \max\{(1-\xi)r_e, 0\} & \text{if } r_e^k (B_{r_e}^k)^y \leq \max\{(1-\xi)r_e, 0\} \\ &= r_e^k (B_{r_e}^k)^y & \text{if } \max\{(1-\xi)r_e, 0\} \leq r_e^k (B_{r_e}^k)^y \leq \max\{(1+\xi)r_e, 1\} \\ &= \max\{(1+\xi)r_e, 1\} & \text{if } \max\{(1+\xi)r_e, 1\} \leq r_e^k (B_{r_e}^k)^y \end{aligned} \tag{13}$$

$$U = \sum_{i=1}^n w_i U^i \tag{8}$$

여기서 $U^i = \left[\sum_{c=1}^{nel} \frac{1}{2} \int \epsilon_c^T \sigma_c dV \right]^i$ 는 i 번째 하중 경우에 대한 구조물의 변형에너지를 나타내며 w_i 는 상응하는 가중치를 나타낸다. 식(8)에 정의된 변형에너지를 이용하면 다하중 경우를 가지는 구조물의 위상최적화문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } U \\ &\text{subject to } V_s = \sum_{c=1}^{nel} (2r_c - r_c^2) V_c \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 U 는 구조물의 전체변형에너지를 나타내고 V_s 는 설계영역 Ω 내에 물질이 존재하는 부분의 부피를 나타낸다. 설계영역이 nel 개의 유한요소로 이산화되면 설계변수 벡터는 다음과 같다.

$$r = [r_1, r_2, \dots, r_c, \dots, r_{nel}]^T \tag{10}$$

식(9)에 정의된 최적화문제는 라그랑지 승수를 이용하여 구속조건을 목적함수에 첨가함으로써 다음과 같이 라그랑지함수 L 로 정의된다.

$$\begin{aligned} L(r_c) &= U - \Lambda \left(\sum_{c=1}^{nel} (2r_c - r_c^2) - V_s \right) \\ &\quad - \sum_{c=1}^{nel} \lambda_c^+ (r_c - 1) + \sum_{c=1}^{nel} \lambda_c^- r_c \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 U 는 구조물의 전체변형에너지를 나타내고 $\Lambda, \lambda_c^+ = [\lambda_{c_1}^+, \lambda_{c_2}^+, \dots, \lambda_{r_c}^+]$, $\lambda_c^- = [\lambda_{c_1}^-, \lambda_{c_2}^-, \dots, \lambda_{r_c}^-]$ 는 라그랑지 승수이며 r_c 는 설계변수를 나타낸다. 식(11)에서 라그랑지 승수 λ_c^+, λ_c^- 는 항상 만족 되므로 식(11)에 정의된 라그랑지 함수 L 의 정상조건(stationary condition)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$2\Lambda(1-r_c) - \frac{\partial}{\partial r_c} \left(\sum_{i=1}^n U_c^i \right) = 1 \text{ 또는 } B_{r_c} = 1 \tag{12}$$

식(12)는 재료밀도매개변수와 변형에너지의 관계를 나타내는데 이를 이용하면 식(13)과 같은 크기조절 알고리즘이 제시된다.³⁾

식(13)에서 η 은 조절변수, ζ 는 이동변수 그리고 $B_{r_k}^k$ 은 k 번째 반복계산에서 B_{r_k} 값을 나타낸다.

4. 위상최적화 알고리즘

최적정기준을 이용하여 다하중 경우를 위한 평면 구조물의 위상최적화 알고리즘을 형성하면 다음과 같다.

- ① 주어진 재료의 양을 이용하여 초기 설계변수값을 계산한다. 설계변수값은 재료밀도벡터로 주어진다.
- ② 초기(또는 갱신된) 재료밀도벡터로 형성한 등질화된 물질을 사용하여 구조물의 변위값을 구한다.
- ③ 계산된 변위값을 사용하여 목적함수 값 U_e 를 구하고 식(12)에서 필요한 설계변수에 대한 목적함수의 민감도 $\sum_{i=1}^n \partial U_e^i / \partial r_e$ 를 계산한다.
- ④ 식(12)를 이용하여 라그랑지승수 Λ 를 구한다.
- ⑤ 설계변수값을 갱신한다.
- ⑥ 갱신된 설계변수값을 여과한다.
- ⑦ 갱신된 설계변수값이 주어진 정지조건을 만족하면 최적화를 멈추고 그렇지 않으면 ②-⑥를 반복한다.

5. 체크무늬현상 여과절차

저차유한요소를 사용하여 위상최적화를 실시하면 알려진 바와 같이 구해진 위상에 체크무늬 현상이 나타난다. 체크무늬 현상은 고차유한요소를 사용할 경우에는 발생하지 않으며 그 원인은 위상최적화알고리즘의 문제보다는 사용되는 저차유한요소에 기인하는 것으로 알려져 있다.

이러한 체크무늬 현상으로 인해 구조물의 최적위상은 정확히 판단하기 어려우며 이를 개선하기 위하여 다양한 여과절차가 개발되어 왔다.⁹⁾ 본 연구에서는 유한요소의 차원에 관계없이 쉽게 적용될 수 있는 여과절차를 도입하였다.¹⁰⁾

도입된 여과절차는 설계변수갱신때 인접한 요소의 재료밀도값을 함께 고려하는 방법으로 체크무늬현상을 제거한다. 갱신된 설계변수를 구하기 위해서는 위상최적화 알고리즘 ⑤에서 구해진 r_e 를 이용하여 다음과 같은 방법으로 절점밀도값 \widehat{r}_a 를 계산한다(그림 3참조).

$$\begin{aligned} \widehat{r}_1 &= r_1 \\ \widehat{r}_2 &= \frac{1}{2}(r_3 + r_4) \\ \widehat{r}_3 &= \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3) \\ \widehat{r}_4 &= \frac{1}{4}(r_2 + r_3 + r_5 + r_6) \end{aligned} \quad (14)$$

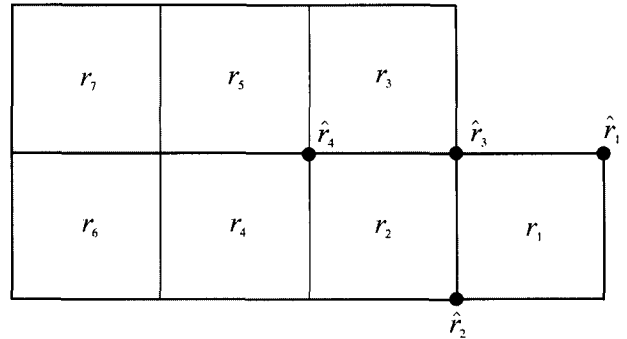


그림 3 여과절차 부호규약

마지막으로 구해진 절점밀도값을 유한요소 형상함수 N_a 를 이용하여 각 요소에 재분배하면 재료밀도매개변수값 \widetilde{r}_e 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\widetilde{r}_e = \sum_{a=1}^4 N_a \widehat{r}_a \quad (14)$$

여기서 a 는 요소 e 의 국부절점번호를 나타낸다.

6. 반복계산 종료조건

위상최적화 알고리즘에 적합한 반복계산 종료조건은 다음과 같이 정리될 수 있다:

- ① 반복계산수: 사용자가 입력한 최대반복계산수 까지만 위상최적화를 실행한다.
- ② 변형에너지 기준: 연속한 두개의 반복계산에서 계산된 변형도에너지를 이용하여 정의한 변형도에너지 기준 $\|U^k - U^{k-1}\| / \|U^{k-1}\|$ 을 사용한다. 여기서 k 는 반복계산수를 나타낸다. 변형도에너지 기준값이 입력테이터로 주어진 값보다 작으면 반복계산을 멈춘다.
- ③ 최소변형도에너지: 구조물의 변형도에너지가 주어진 최소변형도에너지값보다 작으면 반복계산을 정지한다.

본 연구에서는 첫번째 기준이 이용되었다. 두 번째의 종료조건은 변형도에너지의 감소가 일정하지 않으면 사용하지 않아야 하며 새로운 위상최적화 문제를 수행할 경우 첫번째와 세번째기준을 사용하는 것이 바람직하다.

7. 수치예제

7.1 양단고정보

양단이 고정된 보의 중앙 상부와 하부에 집중하중이 가해질 때 나타나는 보의 최적위상을 계산하였다. 보의 형상은

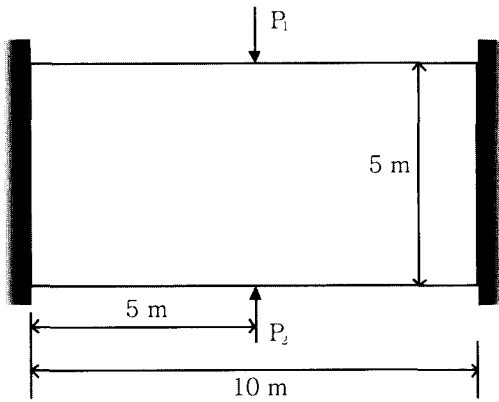


그림 4 양단 고정보

그림 4에 도시된 바와 같으며 보의 재료 특성치는 탄성계수가 $E=10 \times 10^6 \text{N/m}^2$ 이고 프와송비가 $\nu=0.3$ 이다.

그리고 다음과 같은 세개의 하중경우를 최적화에 고려하였다.

- 하중 경우 1 (L_1) : $1.0P_1 + 0.0P_2$
- 하중 경우 2 (L_2) : $0.0P_1 + 1.0P_2$
- 하중 경우 3 (L_3) : $1.0P_1 + 1.0P_2$

여기서 하중의 크기는 $P_1 = P_2 = 1000 \text{N}$ 이다.

본 예제에서는 다하중 경우와 단하중 경우에 대한 최적위상을 각각 계산하였다. 다하중 경우는 기술한 세가지 하중 경우 L_1, L_2, L_3 에 대한 변형도 에너지를 각각 계산한 뒤 동일한 값의 가중치 $w^1 = w^2 = w^3 = 1$ 을 사용하여 전체 변형도 에너지를 계산하였다. 단하중 경우는 하중 경우 L_3 만을 이용하여 보의 변형도 에너지를 계산하였다.

위상최적화에 필요한 변형도 에너지를 계산하기 위해 보를 5051개의 절점과 5000개의 4절점 유한요소로 이산화하였다. 이때 보의 재료는 가동질화 된 물질로 표현하였고 지수값은 $\gamma=5$ 을 택하였다. 최적정 기준을 바탕으로 유도한 크기조절 알고리즘의 조절변수와 이동변수값은 각각 $\eta=1.0, \zeta=0.015$ 를 사용하였다. 그리고 초기부피의 40%를 유지하는 부피구속조건을 사용하였다. 또한 저차요소를 사용함으로써 나타나는 체크무늬현상을 제거하기 위해 여과절차를 선택적으로 사용하였다. 최적화는 반복계산이 200번에 이르면 멈추게 하였다.

따라서 본 예제에서는 단하중 경우, 다하중 경우 그리고 여과절차를 도입한 다하중 경우에 대한 위상최적화를 수행하였다. 그림 5에는 이 세가지에 대한 변형도 에너지 이력을 도시하였다. 이때 변형도 에너지는 보의 초기 변형도 에너지 값으로 정규화 하였다.

그림 5의 변형도 에너지 이력으로부터 여과장치를 사용하지 않았을 경우에는 단하중 경우와 다하중 경우가 비슷한 감소율을 보였으나 각 반복계산 단계마다 여과절차를

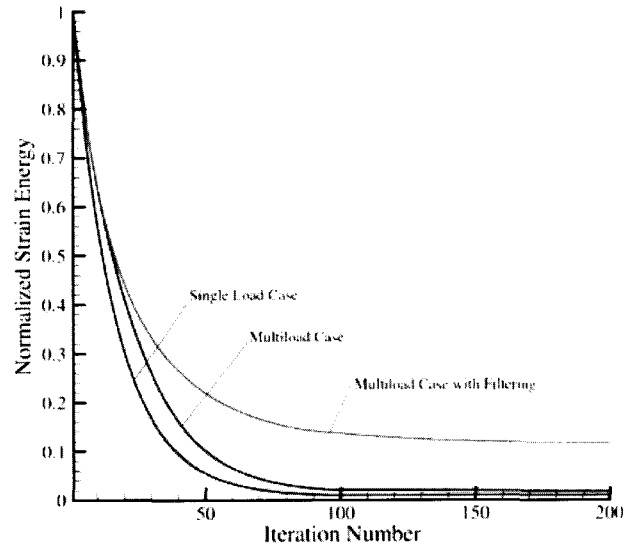


그림 5 변형도 에너지의 이력

사용하면 목적함수의 감소가 여과절차를 거치지 않은 경우에 비해 적게 나타났다. 이러한 원인은 도출되는 최적위상을 분석함으로써 알 수 있다. 그림 5에 도시된 세 가지 변형도 에너지 이력에 따른 보의 위상변화를 도시하면 그림 6과 같다. 변형도 에너지의 감소에 따른 보의 위상변화를 분석하기 위하여 20, 40, 60, 80, 100번째 반복계산에서 구해진 위상을 각각 도시하였다.

그림 6(좌)와(중)에 도시된 바와 같이 단하중 경우와 다하중 경우에 대한 위상최적화의 결과는 매우 다른 양상을 보였다. 이러한 결과는 단하중 경우를 이용한 위상최적화 과정이 다양한 하중에 노출된 실제적인 구조물의 설계에 이용될 수 없음을 단적으로 말해준다. 그러나 그림 6(중)에서 보는 바와 같이 다하중 경우에 대한 보의 최적위상은 단하중 경우에 비해 체크무늬 현상이 반복계산초기부터 두드러지게 나타났다. 따라서 이러한 체크무늬현상을 제거하기 위하여 각 반복계산 단계마다 여과절차를 도입하여 최적화를 다시 수행하였다. 그림 6(우)에 도시된 최적위상으로부터 도입된 여과절차가 체크무늬현상을 효과적으로 제거하지만 계속해서 주위요소의 재료밀도 값을 설계변수 갱신시 함께 고려함으로써 최적위상이 뚜렷하지 않게 나타났으며 이러한 원인으로 인해 그림 5에 도시된 바와 같이 목적함수의 값이 여과절차를 도입하지 않은 경우보다 덜 감소되었다.

체크무늬현상은 초기반복계산부터 나타나 그 현상이 계속 유지되는 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 반복계산초기에 여과절차를 도입하여 체크무늬현상을 여과하는 방법을 택하였다. 이러한 맥락에서 여과절차를 임의의 구간에 선별적으로 도입하였을 때 체크무늬현상이 개선되는 정도를 알아보았다. 본 연구에서는 여과절차를 반복계산 10, 20, 30, 40, 50, 60번째 이전에만 적용할 때 나타나

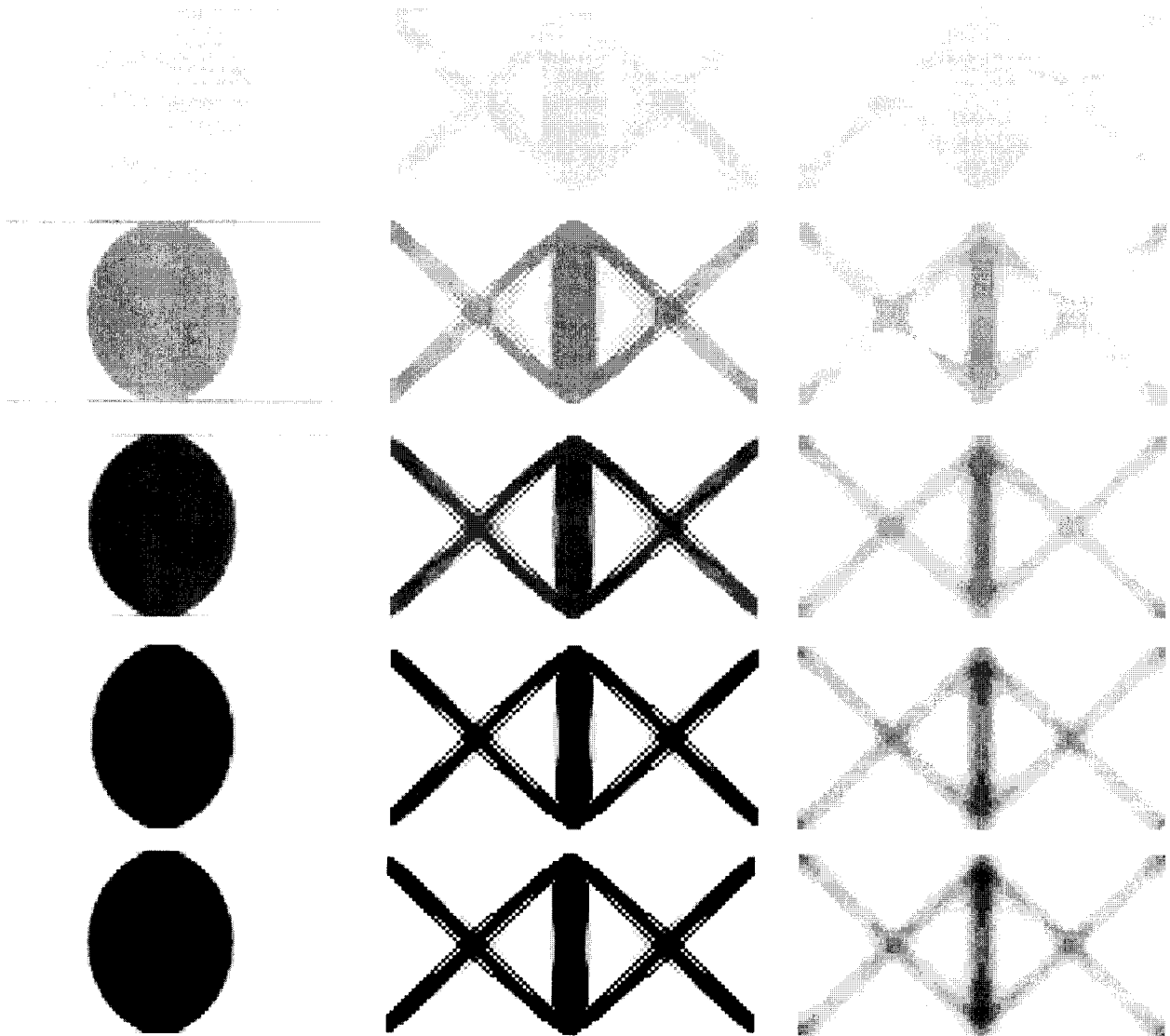


그림 6 위상최적화 결과: (좌) 단하중 경우, (중) 다하중 경우, (우) 여과절차를 도입한 다하중 경우

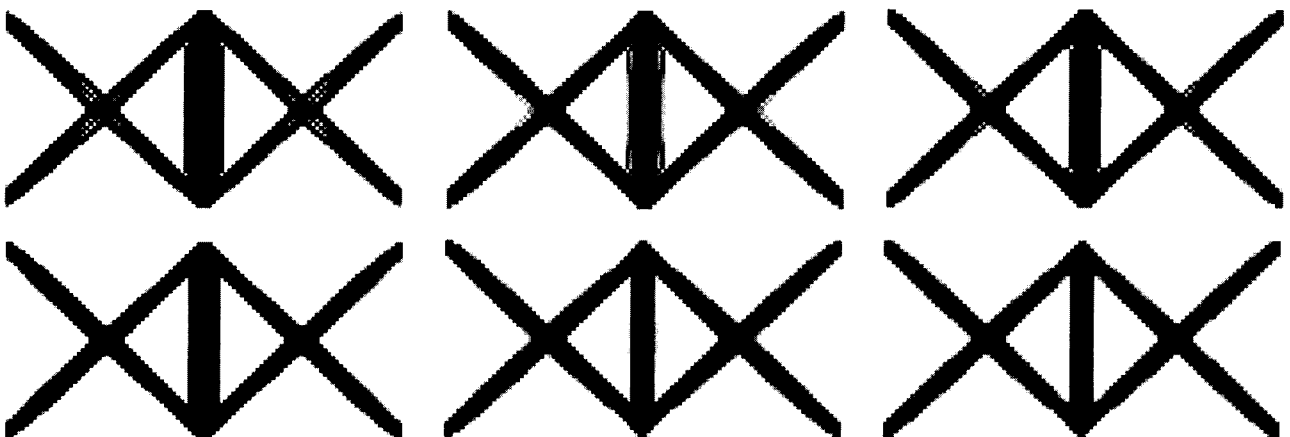


그림 7 위상최적화 결과: (상좌) 10번째, (상중) 20번째, (상우) 30번째, (하좌) 40번째, (하중) 50번째, (하우) 60번째

는 최적위상을 조사하였다. 그림 7에는 이렇게 여과절차를 선택적으로 적용한 뒤에 반복계산 110번째후에 나타나는 위상을 도시하였다. 위상최적화 결과로부터 반복계산 40번째까지만 여과절차를 적용할 경우 체크무늬현상이 충분히 제거되지 않는 것으로 나타났다. 이때 변형도 에너지의 이력은 그림 8에 도시된 바와 같다. 여과절차를 임의의 초기 반복계산 구간에 사용할 경우 변형도 에너지 이력이 꾸준히 감소되나 여과절차를 멈추면 변형도 에너지의 감소율이 급격히 늘어났다. 이러한 현상은 여과절차가 주위요소의 재료밀도값을 고려하지 않음으로써 변형도 에너지의 감소가 가속된 것이다.

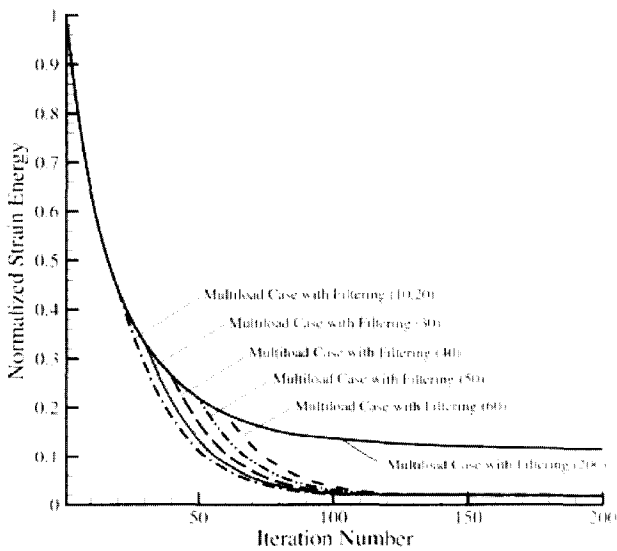


그림 8 변형도 에너지의 이력

따라서 여과절차를 적정구간에 적용하면 체크무늬현상이 보다 효과적으로 개선될 수는 것으로 나타났다. 본 예제에서는 보의 변형도에너지 감소가 40%정도 이루어진 반복계산지점에서 여과절차를 멈추면 초기에 체크무늬현상을 제거하는 동시에 여과절차가 없는 경우에 도출된 변형도 에너지감소에 근접한 결과를 도출할 수 있었다.

7.2 비틀림을 받는 보의 사각단면

내부에 정사각으로 고정 지지된 보의 단면을 단하중 경우와 다하중 경우에 대해 위상최적화를 실시하고 그 결과를 기술하였다. 보의 단면형상은 그림 9에 도시한 바와 같으며 전체 6336개의 절점과 6144개의 요소를 이용하여 이산화하였다. 보의 재료 특성치는 탄성계수가 $E=10 \times 10^{10} \text{N/m}^2$ 이고 프와송비가 $\nu=0.3$ 이다.

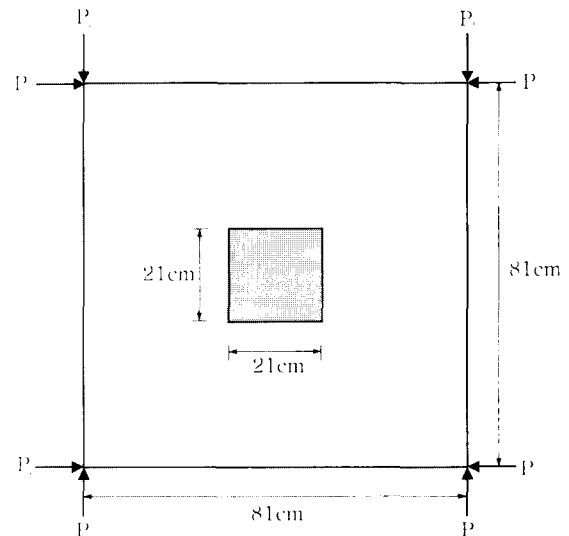


그림 9 보의 단면

보 단면의 네 모서리에 그림 9에서 보는 바와 같이 각각 두 종류의 집중하중 P_1, P_2 를 적용하였으며 제 7.1절에서 사용한 세가지의 하중경우를 본 예제에서도 이용하였다.

본 예제는 초기부피의 40%가 최적화 과정중 유지되는 부피 구속조건을 사용하였다. 가동질화된 물질의 지수의 값으로 $\gamma=5$ 을 이용하였고 크기조절 알고리즘의 조절변수와 이동변수는 각각 $\eta=0.015, \zeta=0.02$ 의 값을 사용하였다. 다하중 경우는 동일한 가중치값 $w^1=w^2=w^3=1$ 을 이용하여 전체 변형도 에너지를 계산하였다. 단하중 경우와 다

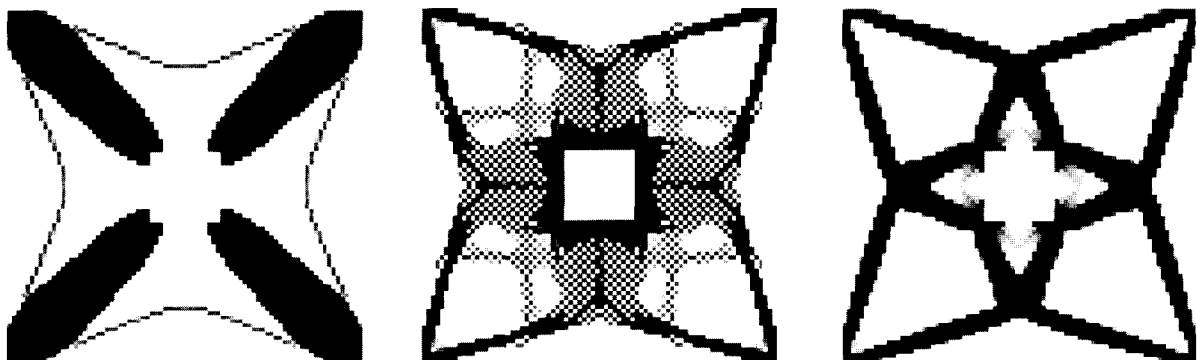


그림 10 보 단면의 최적위상: (좌) 단하중 경우, (중) 다하중 경우, (우) 여과절차를 도입한 다하중 경우

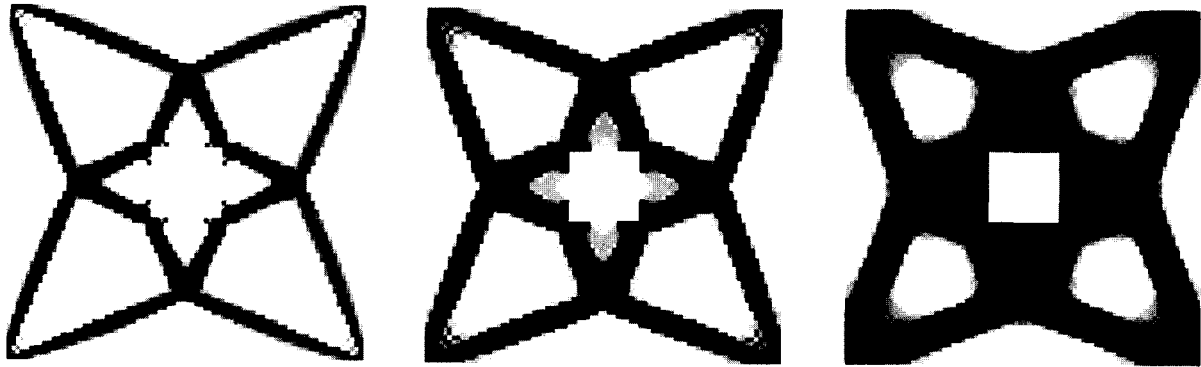


그림 11 보 단면의 최적위상: 부피구속조건 (좌) 30% (중) 50% (우) 70%

하중 경우의 최적위상은 그림 10(좌)와 (중)에 각각 도시하였다. 단하중 경우에는 동일한 크기를 가지는 하중 P_1 과 P_2 의 합력이 가해지는 방향으로 물질의 재분배가 이루어졌음을 알 수 있다. 본 예제에서는 단하중 경우에 체크무늬 현상이 나타나지 않았다. 그러나 다하중 경우에는 체크무늬 현상이 심하게 나타나 이를 제거하기 위하여 여과절차를 반복계산 50번째까지 적용하여 최적화를 다시 수행한 결과 그림 10(우)에 도시된 바와 같이 체크무늬 현상이 제거되었다. 또한 같은 조건에서 보의 단면이 초기부피조건을 달리 하였을 때 나타나는 최적위상에 대하여 조사하였다. 이때 30%, 50%, 70%의 초기부피를 구속조건으로 이용하였으며 그 결과를 그림 11에 도시하였다.

본 예제에서도 하중의 경우에 따른 최적위상은 매우 다르게 나타났으며 이는 다하중 경우가 실제의 최적화에 충분히 고려되어야 함을 나타낸다.

8. 결 론

평면구조물의 실제적인 위상최적화를 위하여 다하중 경우에 대한 위상최적화프로그램을 개발하였다. 본 연구를 통하여 분석한 결과 저차요소를 사용했을 때 나타나는 체크무늬현상은 다하중 경우일 때 더욱 심각하게 발현하였으며 적절한 여과절차가 반드시 도입되어야 하였다. 또한 실제적인 최적위상을 도출하기 위해서는 다하중 경우가 반드시 고려되어야 하는 것으로 판단된다. 개발된 위상최적화 프로그램은 다양한 분야에서 구조물의 설계에 필요한 도구로 사용될 수 있다.

감사의 글

본 연구의 일부분은 영국 Engineering Physical Sciences Research Council의 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

1. Cheng, G. and Olhoff, N., "An investigation concerning optimal design of solid elastic plates", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 17, 1981, pp.305~323
2. 이상진, "위상최적화의 개론", 특집기사, 한국전산구조공학회지, 제13권, 제3호, 2000, pp.25~33
3. Bense, M. P. and Kikuchi, N., "Generating optimal topologies in structural design using homogenization method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, 1988, pp.197~224
4. Hinton, E. and Sienz, J., "Fully stressed topological design of structures using an evolutionary approach", *Engineering Computation*, Vol. 12, 1995, pp.229~244
5. Walter, F. and Mattheck, C., "Local stiffening and sustaining of shell structures by SKO and CAO", *Proceedings of International Conference on Structural optimization*, Computational Mechanics, Southampton UK, 1993, pp.181~188
6. Xie, Y. M. and Steven, G. P., "A simple evolutionary procedure for structural optimization", *Computers & Structures*, Vol. 49, 1993, pp.885~896
7. Tenek, L. H. and Hagiwara, I., "Static and vibrational shape and topology optimization using homogenization and mathematical programming", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 109, 1993, pp.143~154
8. Lee, S. J., Bae, J. E. and Hinton, E., "Shell topology optimization using the layered artificial

- material model", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 47, 2000, pp.843~867
9. Zhou, M., Shyy, Y. K. and Thomas, H. L., "Checkerboard and minimum member size control in topology optimization", *Structural Optimization*, Vol. 21, 2001, pp.152~158
10. Youn, S. K and Park, S. H., "A study on the shape extraction process in the structural topology optimization using homogenization material", *Computers & Structures*, Vol. 62, 1997, pp. 527~538