

백스테핑기법과 신경회로망을 이용한 적응 재형상 비행제어법칙

Reconfigurable Flight Control Law Using Adaptive Neural Networks and Backstepping Technique

신 동 호, 김 유 단
(Dong-Ho Shin and You-Dan Kim)

Abstract: A neural network based adaptive controller design method is proposed for reconfigurable flight control systems in the presence of variations in aerodynamic coefficients or control effectiveness decrease caused by control surface damage. The neural network based adaptive nonlinear controller is developed by making use of the backstepping technique for command following of the angle of attack, sideslip angle, and bank angle. On-line learning neural networks are implemented to guarantee reconfigurability and robustness to the uncertainties caused by aerodynamic coefficients variations. The main feature of the proposed controller is that the adaptive controller is designed with assumption that not any of the nonlinear functions of the system is known accurately, whereas most of the previous works assume that only some of the nonlinear functions are unknown. Neural networks learn through the weight update rules that are derived from the Lyapunov control theory. The closed-loop stability of the error states is also investigated according to the Lyapunov theory. A nonlinear dynamic model of an F-16 aircraft is used to demonstrate the effectiveness of the proposed control law.

Keywords: neural networks, backstepping, reconfigurable flight control, control surface damage

약어

F = 동체축에 대한 공기역학 힘
 I = 관성 모멘트
 L, M, N = 롤링, 피칭, 요잉 모멘트
 p, q, r = 동체축에 대한 롤각, 피치각, 요각 변화율
 T = 추력
 V = 총 속력
 α, β = 받음각, 옆미끄러짐각
 $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ = 엘리베이터각, 에일러론각, 러더각
 ϕ, θ, φ = 롤각, 피치각, 요각

I. 서론

항공기 제어시스템은 일반적으로 특정한 평형점에 대해 선형화된 모델을 이용해서 설계한다. 이와 같이 설계된 제어 시스템은 특정한 동작점 근처에서는 훌륭한 성능을 보장하지만, 보다 넓은 비행영역에서는 같은 성능을 보장 받을 수 없다. 따라서 넓은 비행영역에서 운용할 수 있는 비행제어 시스템을 설계하기 위해서는 여러 동작점에서 선형화된 모델을 이용해 제어기를 설계한 후, 이를 보간하여 사용하는 게인 스케줄링 방법이 사용되고 있다. 게인 스케줄링 방법을 실제로 운용 탑재하기 위해서는 많은 동작점에 대해서 반복적인 설계가 수행되어야 하고, 동작점과 동작점 사이에서는 제어기 성능이 저하되는 단점이 있다.

이러한 문제를 해결하기 위해서 최근에는 비선형 모델을

이용한 비선형 제어기법이 많이 연구되고 있다. 특히, 항공기 동특성을 고려하여 two-time scale separation 가정을 이용한 제어기법이 제시되었다.[1-4] 그러나 이 방법은 불확실성에 대해 강건성을 유지할 수 없다는 단점이 있다. 한편, 고성능 항공기는 높은 받음각으로 빠른 기동을 할 수 있는 성능이 필요한데, 이러한 경우 정확한 수학적 모델을 얻기는 더욱 어려워 그로 인한 시스템 불확실성의 영향이 더욱 커지고 있다. 더군다나 임무 수행 중에 조종면 파손, 날개 파손, 구동기 고장, 센서 고장 등이 발생하는 경우에는 그로 인해 모델링 안된 비선형 특성이 크게 나타날 수 있을 뿐 아니라 공력계수 등의 변화가 심해질 수 있다. 최근에는 자동적으로 시스템 손상을 보상하여 원하는 성능을 얻을 수 있는 재형상 제어기 (Reconfigurable Controller)에 관한 연구들이 활발히 진행 중이다. Morse 와 Ossman[5]은 AFTI/F-16 비행기의 선형 시스템에 대해 모델추종기법을 이용하여 재형상 비행 제어기를 설계하였고, Ochi 와 Kanai[6]는 되먹임 선형화기법과 온라인 파라미터 식별기법을 이용하여 비선형 시스템에 대한 재형상 비행제어기를 제안하였다. 또한, Shtessel[7]은 슬라이딩 모드 기법을 이용한 제어기를 설계하여, 항공기 시스템을 빠른 동특성과 느린 동특성을 갖는 운동방정식을 서로 분리해서 생각하는 two-time separation 가정을 통해 제한한 제어기를 적용하였다.

최근에 활발히 연구되고 있는 제어방법은 신경회로망을 이용한 제어기법이다. 신경회로망은 임의의 복잡한 비선형 함수를 표현할 수 있다는 특성으로 인해 모르는 시스템 제어기법과 식별기법을 위한 도구로 많이 사용되고 있다.

항공기 시스템에 신경회로망을 적용한 많은 연구들이 수행되어 왔는데 그 중 중요한 연구를 살펴보면 다음과 같다. Kim 과 Calise[9]는 신경회로망을 이용한 직접적인 적응 추종

논문접수: 2002.10.16., 채택확정: 2003.3.10.

신동호, 김유단: 서울대학교 항공우주공학과

(donghoup@dreamwiz.com/ydkim@snu.ac.kr)

* 본 연구는 과학기술부 국가지정연구사업(M1-010400-00-0028)의 지원으로 연구되었습니다.

제어기를 개발하여 이를 CAS(Control Augmentation System)에 적용하였다. 그들의 연구를 바탕으로 tilt-rotor 항공기[10]와 헬리콥터[11]에 적용된 연구가 발표되었고, McFarland 와 Calise[12] 는 이전의 연구를 확장하여 미사일 시스템에 대해 two-time separation 가정을 사용하지 않고 백스테핑 기법을 사용한 제어기를 설계하였다. 그러나 빠른 동특성을 갖는 각속도 운동방정식 성분만을 잘 알지 못한다는 가정 하에 유도하였다. 즉, 제어하고자 하는 상태변수 관련 운동 방정식은 잘 안다는 가정 하에 유도를 하였다. 최근에는 tail-less 항공기에 대해 직접적 신경회로망을 기반으로 한 적응제어기에 대한 연구가 수행 되어졌는데, off-line 신경회로망 학습을 필요로 한다[13].

Lee 와 Kim[14]은 공력계수 변화에 의한 시스템 오차를 신경회로망을 통해 보상할 수 있는 제어기를 제안하였는데, MacFarland 와 Calise 가 연구한 방법과 마찬가지로 제어하고자 하는 상태변수 관련 운동방정식은 정확히 알고 있다는 가정 하에 제어기를 유도하였다. 이러한 가정하에 유도한 이유는 다른 연구와 마찬가지로 일반적으로 오차항을 보상하기 위해 제어기에 생기는 강건성을 보장하기 위한 항이 생기는 데, 절대값 형태를 취하고 있기 때문에 특정한 값에 대해서는 미분 불가능하게 된다. 따라서 직접적으로 백스테핑기법을 사용하는 것이 불가능해 진다. 따라서 미분 가능한 강건한 항을 찾거나 다른 방법을 강구하여야 한다. 이와 같이 기존의 신경회로망을 이용한 비행 제어시스템 연구에서 시스템의 일부 동특성만 불확실하다는 가정을 기반으로 하여 제어기를 설계하였다.

본 연구에서는 기존의 연구와 달리 시스템의 모든 동특성에 불확실성이 존재한다는 가정 하에, 백스테핑(backstepping)기법과 공력계수의 불확실성에 의해 나타날 수 있는 오차와 조종면 파손으로 인한 제어효과 감소 하에서도 원하는 성능을 보장할 수 있는 신경회로망을 이용한 적응제어기를 제안하였다. 제안한 비선형 제어기에 사용된 신경회로망의 가중치 값은 르야프노프 안정성 이론을 바탕으로 안정한 on-line 학습 알고리즘을 유도하였고, 백스테핑기법을 적용하기 위해 모든 점에서 미분가능한 형태의 비례 이득값을 유도하였다. 제안한 제어기의 효용성을 보이기 위해 6 자유도 F-16 비선형 항공기 시스템에 적용하였다.

II. 신경회로망 구조와 기본적인 성질

이번 절에서는 다음 절에서 제어법칙을 유도하는 데 필요한 신경회로망의 구조와 기본적인 성질을 살펴보기로 한다. 본 논문에서는 비선형 연속함수를 근사화하는데 그림 1과 같이 1개의 은닉층을 갖는 신경회로망 구조를 사용하였다.

입력 $\bar{x} \in \mathbb{R}^{M+1}$ 에 대해서 신경회로망의 출력을 표현하면 다음과 같다.

$$y = W^T \bar{\sigma}(V^T \bar{x}) \tag{1}$$

여기서 $W = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{N_2}] \in \mathbb{R}^{N_2 \times N_1}$ 는 은닉층과 출력층을 연결하는 가중치 행렬, $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_{N_1}] \in \mathbb{R}^{(M+1) \times N_1}$ 는 입력층과 은닉층을 연결하는 가중치 행렬, $\bar{x} = [1 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]^T \in \mathbb{R}^{M+1}$

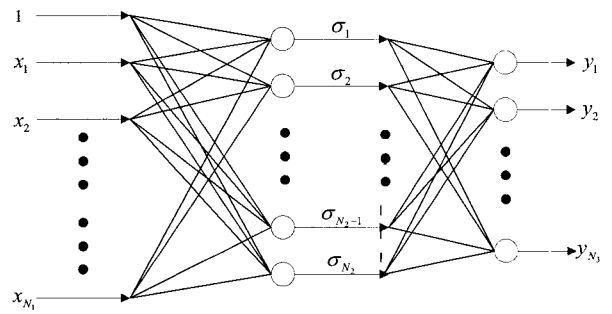


그림 1. 신경회로망의 구조.
Fig. 1. Neural Network Structure.

는 입력 열벡터, 그리고 $\bar{\sigma}(z) = [\sigma(z_1), \sigma(z_2), \dots, \sigma(z_{N_1})]^T$ 는 활성화 함수 $\sigma(\cdot)$ 로 구성된 열벡터이다. 활성화 함수로는 sigmoidal activation 함수, hyperbolic tangent 함수, 그리고 radial basis 함수 등이 있으나 본 논문에서는 다음과 같은 sigmoidal 활성화 함수를 사용하였다.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \tag{2}$$

일반적으로 한 개의 은닉층을 가진 신경회로망은 임의의 연속적인 함수 Σ 를 임의의 원하는 정확도로 근사화 할 수 있다는 사실이 증명 되어져 있다. 이것을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Sigma = W^T \bar{\sigma}(V^T \bar{x}) + \varepsilon(\bar{x}), \|\varepsilon(\bar{x})\| \leq \varepsilon_N, \forall \bar{x} \text{ in some input space} \tag{3}$$

본 연구에서 신경회로망 가중치 갱신 법칙을 유도하는 데 필요한 신경회로망의 성질에 관해 살펴보자. \hat{W} 과 \hat{V} 를 각각 이상적인 가중치 행렬 W 과 V 의 추정값, $\tilde{W} = W - \hat{W}$ 와 $\tilde{V} = V - \hat{V}$ 를 각각 가중치 추정 오차로 정의하고, $\hat{\sigma} = \sigma(\hat{V}^T \bar{x})$ 를 $\sigma_0 = \sigma(V^T \bar{x})$ 대해서 테일러 전개를 이용하면 다음과 같은 성질을 얻을 수 있다.

성질 1 (1)로 주어진 신경회로망의 추정 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$W^T \bar{\sigma}(V^T \bar{x}) - \hat{W}^T \bar{\sigma}(\hat{V}^T \bar{x}) = \tilde{W}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \bar{x}) + \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T \bar{x} + \Theta \tag{4}$$

$$\Theta = W^T \bar{\sigma}(V^T \bar{x}) - W^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \bar{x}) - \hat{W}^T \hat{\sigma}' V^T \bar{x} \tag{5}$$

여기서 $\hat{\sigma}' = d\bar{\sigma}(z)/dz|_{z=\hat{V}^T \bar{x}}$, $\hat{\sigma} = \bar{\sigma}(\hat{V}^T \bar{x})$.

증명 : 자세한 증명은 참고문헌 [15]와 [16]을 참조하기 바란다.

본 연구에서는 이상적인 가중치 행렬은 다음과 같이 임의의 모르는 양의 값으로 한정되어 있다고 가정한다.

$$\|W\|_F \leq W_M, \|V\|_F \leq V_M \tag{6}$$

여기서 $\|\cdot\|_F$ 는 프로베니어스 (Frobenius) 노름을 의미한다.

정의는 $\|A\|_F = \sqrt{tr\{A^T A\}}$ 이고 $tr\{\cdot\}$ 는 행렬의 trace를 의미한다.

성질 2 (5)에서 주어진 여분 항 Θ 에 대해 다음과 같은 부등식이 성립한다.

$$\|\Theta\| \leq c_1 + c_2 \|\bar{x}\| \|\dot{W}\|_F + c_3 \|\bar{x}\| \|\dot{V}\|_F \quad (7)$$

여기서 c_1, c_2 , 그리고 c_3 는 임의의 상수이다. $\|A\|$ 는 A 가 벡터이면 Euclidian norm 을 의미하고, A 가 행렬이면 $\|A\| = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ 로 정의되는 induced norm 이다. 여기서 λ_{\max} 는 최대 특이값 (singular value)을 의미한다.

증명 : (5)의 양변에 적절한 노름을 취하고, (2)로 정의된 활성화 함수에 의해 $\sigma, \hat{\sigma}$, 그리고 $\hat{\sigma}'$ 는 한정되어진다는 성질을 이용하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\Theta\| &\leq \|W\|_F \|\hat{\sigma}\| + \|W\|_F \|\hat{\sigma}'\| + \|W^T \hat{\sigma}'\|_F \|\hat{V}^T \bar{x}\| + \|\hat{W}^T \hat{\sigma}'\|_F \|V^T \bar{x}\| \\ &\leq W_M a_1 + W_M a_2 + W_M a_3 \|\hat{V}\|_F \|\bar{x}\| + V_M a_3 \|\hat{W}\|_F \|\bar{x}\| \\ &= c_1 + c_2 \|\bar{x}\| \|\dot{W}\|_F + c_3 \|\bar{x}\| \|\dot{V}\|_F \end{aligned} \quad (8)$$

위의 관계식을 유도하기 위해서는 다음과 같은 성질이 이용된다.

- i) $\|Ax\| = \|A\|_F \|x\|$, 여기서 $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ 이고 $x \in \mathfrak{R}^n$
- ii) $\|AB\|_F \leq \|A\|_F \|B\|_F$ 또는 $\|AB\|_F \leq \|B\|_F \|A\|_F$.

(8)의 상수 c_1, c_2 , 그리고 c_3 는 계산할 수 있는 값으로 다른 문헌에서는 실제 제어기에 사용되는데, 이를 위해서는 이상적인 신경회로망 가중치 값의 상한값들에 대한 정보가 필요하게 된다. 그러나 시스템 모델은 고장이나 외부 불확실성 등에 의해 많은 오차가 발생하게 될 경우 설계자의 입장에서는 적절한 상한값을 선정하기가 어려워지게 된다. 본 연구에서 제안한 제어기에서는 이러한 상수항에 대한 정보를 사용하지 않는다.

III. 시스템 모델 및 문제 정의

본 논문에서 사용된 비행기 운동방정식은 다음과 같다.[19]

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\cos \alpha \cos \beta}{m} [T + F_x] + \frac{\sin \beta}{m} [F_y] + \frac{\sin \alpha \cos \beta}{m} [F_z] \\ &+ g [-\cos \alpha \cos \beta \sin \theta + \sin \beta \sin \phi \cos \theta] \\ &+ g [+ \sin \alpha \cos \beta \cos \phi \cos \theta] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\cos \alpha \tan \beta p + q - \sin \alpha \tan \beta r - \frac{\sin \alpha}{mV \cos \beta} [T + F_x] \\ &+ \frac{\cos \alpha}{mV \cos \beta} [F_z] + \frac{g}{V \cos \beta} [\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \phi \cos \theta] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \sin \alpha p - \cos \alpha r - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{mV} [T + F_x] + \frac{\cos \beta}{mV} [F_y] \\ &- \frac{\sin \alpha \sin \beta}{mV} F_z + \frac{g}{V} [\cos \alpha \sin \beta \sin \theta] \\ &+ \frac{g}{V} [\cos \beta \cos \theta \sin \phi - \sin \alpha \sin \beta \cos \phi \cos \theta] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{p} = I_2 pq + I_1 qr + I_3 L + I_4 N \quad (12)$$

$$\dot{q} = I_5 pr - I_6 (p^2 - r^2) + I_7 M \quad (13)$$

$$\dot{r} = -I_2 qr + I_8 pq + I_4 L + I_5 N \quad (14)$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta (\sin \phi q + \cos \phi r) \quad (15)$$

$$\dot{\theta} = \cos \phi q - \sin \phi r \quad (16)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi q + \cos \phi r}{\cos \theta} \quad (17)$$

여기서 관성 모멘트 $I_j, j=1,2,\dots,9$ 는 다음과 같이 정의된다

$$I_1 = -\frac{I_z(I_z - I_y) + I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_2 = \frac{I_{xz}(I_x - I_y + I_z)}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_3 = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$I_4 = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_5 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, \quad I_6 = \frac{I_{xz}}{I_y}, \quad I_7 = \frac{1}{I_y}$$

$$I_8 = \frac{I_x(I_x - I_y) + I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_9 = \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

공기역학 힘 F_x, F_y, F_z 와 모멘트 L, M, N 은 받음각, 각속도, 옆미끄러짐각, 그리고 제어변수의 함수로 표현되고, 무차원 공기역학 힘과 모멘트는 받음각, 옆미끄러짐각에 대해 비선형, 제어변수와 각속도에 대해서는 선형적으로 표현된다고 가정하였다. 이러한 가정은 비선형 운동방정식이 제어변수에 대해 선형적인 관계를 형성하게 만들어 준다. 공기역학 힘과 모멘트를 운동방정식에 대입하면 다음과 같은 형태의 운동방정식을 얻을 수 있게 된다[14].

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_3) + g_1(x_1, x_3)x_2 + h_1(x_1)u \quad (18)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1)u \quad (19)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(\theta, \phi)x_2 \quad (20)$$

여기서 $x_1 = [\alpha \beta \phi]^T, x_2 = [p q r]^T, x_3 = [\theta \varphi]^T$, 그리고 $u = [\delta_e \delta_a \delta_r]^T$ 이다.

본 연구의 제어기 설계 목적은 상태변수 $x_1 = [\alpha \beta \phi]^T$ 가 주어진 원하는 궤적 $x_{1,d} = [\alpha_d \beta_d \phi_d]^T$ 을 추종하도록 하는 것이다. 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_1(t) - x_{1,d}(t)| \leq \varepsilon \quad \text{여기서 } \varepsilon > 0 \quad (21)$$

그리고 추정해야 할 궤적 $x_{1,d}(t), \dot{x}_{1,d}(t)$, 그리고 $\ddot{x}_{1,d}(t)$ 는 주어진다고 가정한다.

IV. 제어기 설계방법

4.1 제어 법칙

항공기 모델에 대해 앞에서 설정한 제어 목적을 달성하기 위한 일반적인 제어방법은 동특성이 빠른 운동방정식과 느린 운동방정식을 분리하여 각각 내부루프와 외부 루프로 나누어 제어기를 설계하는 방법으로, 이는 two-time separation 가정에 유도된 설계 방법이다[2-4]. 이러한 접근 방법의 내재적인 약점은 안정성을 보장하기 위해 빠른 운동방정식에 연관된 내부 루프의 제어기의 이득값이 커진다는 사실이다. 큰 이득값은 모델링이 안된 고주파 영역 운동특성을 자극하여 구동기 포화현상을 야기시킬 수 있으며, 이는 결국 강건성을 보장하지 못하게 된다. 이러한 점에 주목하여 본 논문에서는

two-time separation 가정을 하지 않고 backstepping 제어기 설계 방법을 이용한 신경회로망을 기반으로 한 적응 제어기를 제안한다. 이를 위해 다음과 같은 가정을 상정 할 수 있다.

가정 1: 모든 부 시스템의 운동방정식을 구성하는 비선형 함수에 대해 정확하게 알지 못한다. 즉, 공력계수 불확실성이 있고, 항공기 고장의 경우 모델링이 안된 비선형 함수가 존재 할 수 있다.

가정 2: $\|h_i(x_i)u\| \leq c_h$ 이다. 여기서 c_h 는 작은 값이다.

이 가정은 고려하고 있는 항공기의 경우 수학적으로는 relative degree 가 1 이지만, 물리적인 관점에서는 relative degree 가 1 이라고 정의하기가 어렵다. 이는 항공기의 운동특성에서 기인한다. (10)과 (11)을 살펴보면 $\dot{\alpha}$ 과 $\dot{\beta}$ 에 대한 운동방정식 안에 공기역학 힘이 포함된다. 일반적으로 항공기의 경우 힘 방정식에 대한 제어입력의 커플링 정도는 모멘트 방정식에 대한 제어입력의 영향 정도에 비해 상당히 작다. 이는 항공기의 제어입력 수단인 조종면이 자체 제어를 위해 모멘트를 발생시키기 위한 장치이기 때문이다. 따라서 비선형 함수 h_i 의 크기는 다른 항에 비해 상당히 작게 된다. 이러한 이유에서 조종면을 통해 직접적으로 α, β , 그리고 ϕ 를 기존의 뒤먹임 선형화 방법 등으로 설계를 하면, 제어입력의 크기가 커지고 이는 구동기 포화를 일으키게 된다. 따라서 본 연구에서는 가정 2 를 도입하여, backstepping 방법을 적용하기 용이하게 하였다.

가정 3: 항공기 총 속도와 동압은 일정하다.

제어하고자 하는 상태변수들로 이루어진 x_i 의 운동방정식에서 오차 상태변수를 $z_1 = x_1 - x_{1d}$ 로 정의하면, 다음과 같은 오차 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}_1 = f_1(x_1, x_3) + g_1(x_1, x_3)x_2 + h_1(x_1)u - \dot{x}_{1d} \quad (22)$$

(22)는 다음과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\dot{z}_1 = \Sigma_1 + \hat{f}_1(x_1, x_3) + \hat{g}_1(x_1, x_3)x_2 + h_1(x_1)u - \dot{x}_{1d} \quad (23)$$

여기서 $\hat{f}_1(x_1)$ 와 $\hat{g}_1(x_1)$ 는 각각 $f_1(x_1, x_3)$ 와 $g_1(x_1, x_3)$ 의 알고 있는 정상 상태의 비선형 함수이다. 그리고 Σ_1 는 다음과 같이 정의 된다.

$\Sigma_1 \equiv \{f_1(x_1, x_3) + g_1(x_1, x_3)x_2\} - \{\hat{f}_1(x_1, x_3) + \hat{g}_1(x_1, x_3)x_2\}$ (24)
오차항 Σ_1 는 다음과 같이 1 개의 은닉층을 갖는 신경 회로망으로 추정 할 수 있다.

$$\Sigma_1 = W_1^T \bar{\sigma}(V_1^T \bar{x}_1) + \varepsilon(\bar{x}_1), \quad \|\varepsilon(\bar{x}_1)\| \leq \varepsilon_1 \quad (25)$$

여기서 $\bar{x}_1 = [1 \quad x_1^T \quad x_2^T \quad x_3^T]^T$ 이다.

(25)를 (23)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}_1 = W_1^T \bar{\sigma}(V_1^T \bar{x}_1) + \varepsilon(\bar{x}_1) + \hat{f}_1(x_1, x_3) + \hat{g}_1(x_1, x_3)x_2 + h_1(x_1)u - \dot{x}_{1d} \quad (26)$$

백스테핑기법을 적용하기 위해 x_2 를 가상의 제어변수

로 설정하고 x_1 부 시스템에 대해 안정화 제어입력 α_1 를 다음과 같이 선택한다.

$$\alpha_1 = \hat{g}_1(x_1, x_3)^{-1} \{-\hat{f}_1(x_1, x_3) - K_1 z_1 + \dot{x}_{1d} - \hat{W}_1^T \bar{\sigma}(V_1^T \bar{x}_1)\} \quad (27)$$

(27)에서 이상적인 신경회로망 가중치 값을 알지 못하므로 추정된 가중치 값을 사용하였다. 오차변수 $z_2 = x_2 - \alpha_1$ 로 정의하고, (26)에 (4)와 (27)을 이용하면 x_1 에 대한 오차 운동방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{z}_1 = -K_1 z_1 + \hat{g}_1(x_1, x_3)z_2 + h_1(x_1)u + \hat{W}_1^T (\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_1^T V_1^T \bar{x}_1) + \hat{W}_1^T \hat{\sigma}_1^T V_1^T \bar{x}_1 + \Theta + \varepsilon(\bar{x}_1) \quad (28)$$

위 식에서 K_1 은 나중에 르야프노프 안정화 이론을 통해 결정되고, 노옴의 제곱 형태를 갖게 된다. 따라서 안정화 제어기 α_1 은 모든 점에서 미분가능하게 되어 백스테핑기법을 적용할 수 있게 된다.

(27)에서 α_1 이 $x_1, x_2, x_3, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \hat{W}_1$, 와 \hat{V}_1 의 함수로 표현되므로, α_1 의 시간에 대한 미분식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} \dot{x}_3 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_{1d}} \dot{x}_{1d} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{x}_{1d}} \ddot{x}_{1d} \\ &+ \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{w}_{1,i}} \dot{\hat{w}}_{1,i} + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{v}_{1,i}} \dot{\hat{v}}_{1,i} \\ &\equiv \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} \dot{x}_3 + \Omega_1 \end{aligned} \quad (29)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{W}_1 &= [\hat{w}_{1,1} \quad \hat{w}_{1,2} \quad \dots \quad \hat{w}_{1,N_1}] \in \mathbb{R}^{N_1 \times N_1} \\ \hat{V}_1 &= [\hat{v}_{1,1} \quad \hat{v}_{1,2} \quad \dots \quad \hat{v}_{1,N_2}] \in \mathbb{R}^{(N_1+1) \times N_2} \\ \Omega_1 &\equiv \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_{1d}} \dot{x}_{1d} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{x}_{1d}} \ddot{x}_{1d} + \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{w}_{1,i}} \dot{\hat{w}}_{1,i} + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{v}_{1,i}} \dot{\hat{v}}_{1,i} \end{aligned} \quad (30)$$

(29)에서, $\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3}$, 그리고 Ω_1 는 해석적으로 구할 수 있고, 이는 정확하게 알지 못하는 x_2 운동방정식의 오차 값을 근사화 하는 두 번째 신경회로망의 입력으로 사용 된다. 오차변수 z_2 를 시간에 대해 미분하고, (18), (26), (29)를 결과식에 대입 정리하면, z_2 의 미분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= f_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} f_1(x_1, x_3) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2) \\ &- \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} f_3(\theta, \phi)x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} g_1(x_1, x_3)x_2 - \Omega_1 \\ &- \left\{ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1(x_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} g_2(x_1) \right\} u + g_2(x_1)u \\ &\equiv F \left(x_1, x_2, x_3, \Omega_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \right) + g_3 \left(x_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \right) u + g_2(x_1)u \\ &\equiv \Sigma_2 + \hat{F} \left(x_1, x_2, x_3, \Omega_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \right) + \hat{g}_2(x_1)u \end{aligned} \quad (31)$$

여기서

$$F = f_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} f_1(x_1, x_3) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} f_3(\theta, \phi) x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} g_1(x_1, x_3) x_2 - \Omega_1,$$

$$g_3 \equiv - \left\{ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} g_2(x_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1(x_1) \right\},$$

또한, \hat{F} 와 \hat{g}_2 는 각각 F 와 g_2 의 추정된 비선형 함수 이고, Σ_2 와 \hat{F} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\Sigma_2 \equiv F \left(x_1, x_2, x_3, \Omega_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} \right) + g_3 \left(x_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \right) u + g_2(x_1) u - \hat{F} \left(x_1, x_2, x_3, \Omega_1, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2}, \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} \right) - \hat{g}_2(x_1) u$$

$$\hat{F} = \hat{f}_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \hat{f}_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \hat{f}_1(x_1, x_3) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} f_3(\theta, \phi) x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \hat{g}_1(x_1, x_3) x_2 - \Omega_1$$

(31)에서 g_3 의 추정된 값은 안정화 함수 α_1 의 미분을 포함 하기 때문에 $\hat{g}_3 + \hat{g}_2$ 의 역행렬이 존재할 지 확인할 수 없다. 이러한 점을 보완하기 위해 $g_3 u$ 항을 오차항 Σ_2 에 흡수시켰다. 따라서 되먹임 선형화 제어기가 존재하고, 오차항 Σ_2 는 신경회로망을 통해 보상됨을 보장하게 된다. 일반적으로 \hat{g}_2 크기는 항공기 시스템의 경우 \hat{g}_3 보다 훨씬 크다. 따라서 위 와 같은 접근 방법은 타당하다.

(33)에서 $f_3(\theta, \phi)$ 는 다른 항과 달리 $\hat{f}_3(\theta, \phi)$ 로 대체되지 않았는데, 이는 운동 기하 방정식을 표현하는 비선형 함수라서 정확하게 알고 있는 항이기 때문이다. 오차항 Σ_2 는 오차항 Σ_1 과 마찬가지로 다음과 같이 신경회로망을 통해 추정 될 수 있다.

$$\Sigma_2 = W_2^T \bar{\sigma}(V_2^T \bar{x}_2) + \varepsilon(\bar{x}_2), \quad \|\varepsilon(\bar{x}_2)\| \leq \varepsilon_2$$

여기서

$$\bar{x}_2 = \left[1 \ x_1^T \ x_2^T \ x_3^T \ \Omega_1^T \ \text{vec} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right)^T \ \text{vec} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \right)^T \ \text{vec} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} \right)^T \ u^T \right]^T$$

위에서 $\text{vec}(X)$ 는 행렬 $X = \{x_{ij}\} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 의 열들을 다음과 같이 1 개의 긴 벡터로 재구성한 것을 의미하는 연산자이다. $\text{vec}(X) \equiv [x_{11} \ x_{21} \ \dots \ x_{m1} \ x_{12} \ x_{22} \ \dots \ x_{1n} \ x_{2n} \ \dots \ x_{mn}]^T$ (22)-(28)과 동일한 같은 과정을 거치면, 제어기와 z_2 의 미분 방정식은 최종적으로 다음과 같이 정리 된다.

$$\dot{z}_2 = -K_2 z_2 - \hat{g}_1(x_1, x_3)^T z_1 + \hat{W}_2^T (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_2' V_2^T \bar{x}_2) + \hat{W}_2^T \hat{\sigma}_2' V_2^T \bar{x}_2 + \Theta_2 + \varepsilon(\bar{x}_2)$$

$$u = \hat{g}_2^{-1}(x_1) \left\{ -K_2 z_2 - \hat{g}_1(x_1, x_3)^T z_1 - \hat{F} - \hat{W}_2 \bar{\sigma}(V_2^T \bar{x}_2) \right\}$$

(36)에서 $\hat{g}_1(x_1, x_3)^T z_1$ 항은 백스테핑기법에서 일반적으로 나타나는 z_1 와 z_2 운동방정식 사이의 커플링 효과를 제거하기 위해 포함되었다. (27)과 (36)에서 주어진 안정화 함수와 제어 법칙이 적용되기 위해서는 다음의 가정이 필요하다.

가정 4: $\hat{g}_1(x_1, x_3)$ 와 $\hat{g}_2(x_1)$ 의 역행렬이 존재한다.

위의 가정은 적용하고자 하는 시스템의 운동방정식을 살펴 보면 알 수 있으며, 항공기 시스템의 경우는 일반적으로 성립하는 가정이다. 그림2는 본 논문에서 제안한 신경회로망을 기반으로 한 적응제어기의 구조를 보여준다.

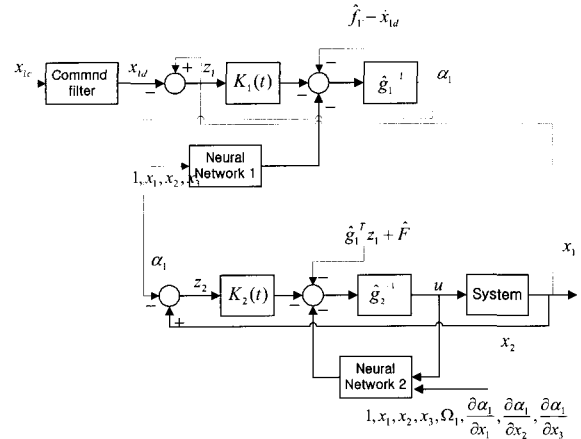


그림 2. 신경회로망 적응제어기 구조.
Fig. 2. Neural network based adaptive controller structure.

4.2 안정성 분석

이 번 절에서는 르야프노프 안정화 이론을 통해 폐회로의 추종 안정성을 보장하는 신경회로망 가중치 갱신 알고리즘을 유도한다. 먼저, 다음과 같은 르야프노프 후보 함수를 고려하자

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2\gamma_{w1}} \text{tr}[\tilde{W}_1^T \tilde{W}_1] + \frac{1}{2\gamma_{v1}} \text{tr}[\tilde{V}_1^T \tilde{V}_1]$$

여기서 $\gamma_{w1} > 0$, $\gamma_{v1} > 0$ 이다.

(37)의 V_1 을 시간에 대해 미분하여 (28)을 결과식에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}_1 = z_1^T \left\{ -K_1 z_1 + \hat{g}_1(x_1, x_3) z_2 + h_1(x_1) u \right\} + z_1^T \left\{ \hat{W}_1^T (\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_1' V_1^T \bar{x}_1) + \hat{W}_1^T \hat{\sigma}_1' V_1^T \bar{x}_1 + \Theta_1 + \varepsilon(\bar{x}_1) \right\} + \frac{1}{\gamma_{w1}} \text{tr}[\tilde{W}_1^T \dot{\tilde{W}}_1] + \frac{1}{\gamma_{v1}} \text{tr}[\tilde{V}_1^T \dot{\tilde{V}}_1]$$

파라미터 발산을 막기 위해 적응제어이론에서 많이 이용되는 σ -modification 기법[17][18]을 이용하여 신경회로망 가중치 적응법칙을 (38)을 고려하여 다음과 같이 유도 할 수 있다.

$$\dot{\tilde{W}}_1 = -\dot{\hat{W}}_1 = -\gamma_{w1} \left(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_1' V_1^T \bar{x}_1 \right) z_1^T + \kappa_{w1} \gamma_{w1} \hat{W}_1, \quad \kappa_{w1} > 0$$

$$\dot{\tilde{V}}_1 = -\dot{\hat{V}}_1 = -\gamma_{v1} \bar{x}_1 \left(\hat{\sigma}_1^T \hat{W}_1 z_1 \right)^T + \kappa_{v1} \gamma_{v1} \hat{V}_1, \quad \kappa_{v1} > 0 \quad (40)$$

(38)에 (39) 와 (40)을 대입하고, $tr[yx^T] = x^T y$ 인 성질을 이용하면 다음과 같은 부등식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -K_1 \|z_1\|^2 + \varepsilon_1 \|z_1\| + c_1 \|z_1\| + c_h \|z_1\| + c_2 \|\bar{x}_1\| \|\hat{W}_1\|_F \|z_1\| \\ & + c_3 \|\bar{x}_1\| \|\hat{V}_1\|_F \|z_1\| + z_1^T \hat{g}_1(x_1, x_3) z_2 + \kappa_{w1} tr[\tilde{W}_1^T \hat{W}_1] + \kappa_{v1} tr[\tilde{V}_1^T \hat{V}_1] \end{aligned} \quad (41)$$

한편, $2ab \leq a^2 + b^2$ 인 성질을 이용하면, 임의의 양수 μ 에 대해 다음의 부등식이 성립한다.

$$a \|z_1\| \leq \frac{\|z_1\|^2}{\mu} + \frac{\mu}{4} a^2 \quad (42)$$

$$c_2 \|\bar{x}_1\| \|\hat{W}_1\|_F \|z_1\| \leq \frac{\|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 \|z_1\|^2}{\mu} + \frac{\mu}{4} c_2^2 \quad (43)$$

$$c_3 \|\bar{x}_1\| \|\hat{V}_1\|_F \|z_1\| \leq \frac{\|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2 \|z_1\|^2}{\mu} + \frac{\mu}{4} c_3^2 \quad (44)$$

또한, (6)과 가중치 추정오차 정의의 $\tilde{W} = W - \hat{W}$ 와 $\tilde{V} = V - \hat{V}$ 를 통해 다음 부등식을 얻을 수 있다.

$$\kappa_{w1} tr[\tilde{W}_1^T \hat{W}_1] \leq \kappa_{w1} \left\{ \|\tilde{W}_1\|_F W_{M1} - \|\tilde{W}_1\|_F^2 \right\} \quad (45)$$

$$\kappa_{v1} tr[\tilde{V}_1^T \hat{V}_1] \leq \kappa_{v1} \left\{ \|\tilde{V}_1\|_F V_{M1} - \|\tilde{V}_1\|_F^2 \right\} \quad (46)$$

(41)에 (42)-(46)을 대입하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \left(K_1 - \frac{3 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2}{\mu} \right) \|z_1\|^2 \\ & + \kappa_{w1} \left\{ \|\tilde{W}_1\|_F W_{M1} - \|\tilde{W}_1\|_F^2 \right\} + \kappa_{v1} \left\{ \|\tilde{V}_1\|_F V_{M1} - \|\tilde{V}_1\|_F^2 \right\} \\ & + z_1^T \hat{g}_1(x_1, x_3) z_2 + C_1 \\ = & \left(K_1 - \frac{3 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2}{\mu} \right) \|z_1\|^2 \\ & - \frac{\kappa_{w1}}{2} \|\tilde{W}_1\|_F^2 - \frac{\kappa_{v1}}{2} \|\tilde{V}_1\|_F^2 - \frac{\kappa_{w1}}{2} \|\tilde{W}_1\|_F - W_{M1} \}^2 - \frac{\kappa_{v1}}{2} \|\tilde{V}_1\|_F - V_{M1} \}^2 \\ & + z_1^T \hat{g}_1(x_1, x_3) z_2 + C_1 + \frac{\kappa_{w1}}{2} W_{M1}^2 + \frac{\kappa_{v1}}{2} V_{M1}^2 \\ \leq & \left(K_1 - \frac{3 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2}{\mu} \right) \|z_1\|^2 \quad (47) \\ & - \frac{\kappa_{w1}}{2} \|\tilde{W}_1\|_F^2 - \frac{\kappa_{v1}}{2} \|\tilde{V}_1\|_F^2 + z_1^T \hat{g}_1(x_1, x_3) z_2 + C_2 \end{aligned}$$

여기서

$$C_1 = \frac{\mu}{4} (\varepsilon_1^2 + c_h^2 + c_1^2 + c_2^2 + c_3^2)$$

$$C_2 = C_1 + \frac{\kappa_{w1}}{2} W_{M1}^2 + \frac{\kappa_{v1}}{2} V_{M1}^2.$$

(37)에서 정의된 르야프노프 함수를 보강하여 다음과 같은 르야프노프 함수를 정의 하자.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 + \frac{1}{2\gamma_{w2}} tr(\tilde{W}_2^T \hat{W}_2) + \frac{1}{2\gamma_{v2}} tr(\tilde{V}_2^T \hat{V}_2) \quad (48)$$

여기서 $\gamma_{w2} > 0, \gamma_{v2} > 0$ 이다.

함수 V_2 를 시간에 대해 미분하여 (35)를 결과식에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + z_2^T \left\{ -K_2 z_2 - \hat{g}_1(x_1, x_3) z_1 \right\} \\ & + z_2^T \left\{ \tilde{W}_2^T (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_2' V_2^T \bar{x}_2) + W_2^T \hat{\sigma}_2' \hat{V}_2^T \bar{x}_2 + \Theta_2 + \varepsilon(\bar{x}_2) \right\} \quad (49) \\ & + \frac{1}{\gamma_{w2}} tr(\tilde{W}_2^T \dot{\tilde{W}}_2) + \frac{1}{\gamma_{v2}} tr(\tilde{V}_2^T \dot{\tilde{V}}_2) \end{aligned}$$

첫 번째 신경회로망과 같은 방법으로 가중치 갱신 법칙을 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\dot{\tilde{W}}_2 = -\dot{\hat{W}}_2 = -\gamma_{w2} \left(\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_2' \hat{V}_2^T \bar{x}_2 \right) z_2^T + \kappa_{w2} \gamma_{w2} \hat{W}_2 \quad (50)$$

$$\dot{\tilde{V}}_2 = -\dot{\hat{V}}_2 = -\gamma_{v2} \bar{x}_2 \left(\hat{\sigma}_2^T \hat{W}_2 z_2 \right)^T + \kappa_{v2} \gamma_{v2} \hat{V}_2 \quad (51)$$

함수 V_2 의 (35)로 주어진 폐회로 오차 운동방정식의 해를 따라 시간에 대해 미분하면, V_1 의 시간에 대한 미분에 대한 최종 부등식과 같은 방법으로 다음과 같은 부등식을 최종적으로 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & \left(K_1 - \frac{3 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2}{\mu} \right) \|z_1\|^2 \\ & - \left(K_2 - \frac{2 + \|\bar{x}_2\|^2 \|\hat{W}_2\|_F^2 + \|\bar{x}_2\|^2 \|\hat{V}_2\|_F^2}{\mu} \right) \|z_2\|^2 \quad (52) \\ & - \frac{\kappa_{w1}}{2} \|\tilde{W}_1\|_F^2 - \frac{\kappa_{w2}}{2} \|\tilde{W}_2\|_F^2 - \frac{\kappa_{v1}}{2} \|\tilde{V}_1\|_F^2 - \frac{\kappa_{v2}}{2} \|\tilde{V}_2\|_F^2 + C \end{aligned}$$

여기서

$$C = C_2 + \frac{\mu}{4} (\varepsilon_2^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_6^2) + \frac{\kappa_{w2}}{2} W_{M2}^2 + \frac{\kappa_{v2}}{2} V_{M2}^2$$

위에서 $c_j (j = 4, 5, 6)$ 는 z_2 오차 운동방정식을 근사화하는 두 번째 신경회로망에 대해 (8)의 부등식을 만족시키는 양의 상수이다.

(52)의 첫 번째 항과 두 번째 항은 다음과 같은 시간에 따라 변하는 이득값을 선택하면 $-K_1^* \|z_1\|^2 - K_2^* \|z_2\|^2$ 와 같이 만들 수 있다.

$$K_1 = \frac{3 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{W}_1\|_F^2 + \|\bar{x}_1\|^2 \|\hat{V}_1\|_F^2}{\mu} + K_1^* \quad (53)$$

$$K_2 = \frac{2 + \|\bar{x}_2\|^2 \|\hat{W}_2\|_F^2 + \|\bar{x}_2\|^2 \|\hat{V}_2\|_F^2}{\mu} + K_2^* \quad (54)$$

여기서 $K_1^* > 0$, $K_2^* > 0$ 이다.

(52)에 (53)과 (54)를 대입하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -K_1^* \|z_1\|^2 - K_2^* \|z_2\|^2 - \frac{K_{w1}}{2} \|\tilde{W}_1\|_F^2 - \frac{K_{w2}}{2} \|\tilde{W}_2\|_F^2 \\ & - \frac{K_{v1}}{2} \|\tilde{V}_1\|_F^2 - \frac{K_{v2}}{2} \|\tilde{V}_2\|_F^2 + C \end{aligned} \quad (55)$$

다음 조건을 만족하는 상수 τ 를 선택하자.

$$0 < \tau < \min \left\{ K_1^*, K_2^*, \frac{K_{w1} \gamma_{w1}}{2}, \frac{K_{v1} \gamma_{v1}}{2}, \frac{K_{w2} \gamma_{w2}}{2}, \frac{K_{v2} \gamma_{v2}}{2} \right\} \quad (56)$$

그러면 (55)는 다음과 같은 부등식을 만족하게 된다.

$$\dot{V}_2 \leq -2\tau V_2 + C \quad (57)$$

(57)은 $V_2 > \frac{C}{2\tau}$ 일 때 $\dot{V}_2 < 0$ 가 됨을 내포한다. 따라서 오차 상태변수 z_1 과 z_2 , 그리고 신경회로망 가중치 추정오차 \tilde{W}_j 과 \tilde{V}_j 는 (58)로 주어지는 영역 D 에서 uniformly ultimately bounded 하다.

$$\begin{aligned} D \equiv & \left\{ z_j \in \mathbb{R}^3, \tilde{V}_j \in \mathbb{R}^{(n_j+1) \times n_j}, \tilde{W}_j \in \mathbb{R}^{n_j \times n_j} \right. \\ & \left. \left| \sum_{j=1}^2 \|z_j\|^2 + \frac{1}{\max\{\gamma_{w_j}, \gamma_{v_j}\}} \left[\sum_{j=1}^2 \left(\|\tilde{W}_j\|_F^2 + \|\tilde{V}_j\|_F^2 \right) \right] \leq \frac{C}{\tau}, j=1,2 \right\} \end{aligned} \quad (58)$$

앞의 안정성 분석은 임의의 compact 영역 밖에서는 르야프 노프 함수의 시간에 대한 미분값은 음수가 되어, 그 compact 영역으로 수렴한다는 것을 의미한다. 이는 확장 된 르야프노프 안정화 이론을 기반으로 하고 있다. 지금까지의 결과를 정리하면 다음과 같은 정리로 귀결 될 수 있다.

정리 1: (18)-(20)로 주어진 시스템에 대해 가정 14를 만족하고 (39), (40), (50), (51)로 주어진 신경회로망 가중치 추정 법칙과 (53), (54)를 만족하는 시변 이득값을 갖는 (36)으로 주어진 제어법칙을 적용하면, 폐회로의 모든 오차 상태변수와 가중치 추정오차는 ultimately uniformly bounded 하며 상태변수의 오차와 가중치 오차는 $K_1^*, K_2^*, K_{w_j}, K_{v_j}, \gamma_{w_j}$, 그리고 γ_{v_j} ($j=1,2$) 를 적절히 선택하면 조정하면 임의로 작게 만들 수 있으며 0으로 수렴하게 할 수 있다.

제안한 제어 법칙의 특징을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 본 논문에서 제안한 제어법칙을 적용할 때, 식(8)에서 주어진 부등식을 만족하는 상수값에 대한 정보를 필요로 하

지 않는다. 따라서 공력계수 등에 대한 불확실성이나 항공기 고장 등으로 인해 나타나는 모델링이 안 된 운동방정식 성분이 생기더라도 적용이 가능하게 된다. 이러한 특징은 기존의 논문에서 발표된 신경회로망을 기반으로 하는 제어법칙들이 설계자가 알기 힘든 파라미터값들을 포함하는 경우와는 달리, 본 논문에서 제안한 제어법칙의 우수한 점이라 말할 수 있다.

둘째, 본 논문에서 사용된 이득값 K_j 의 형태가 노음의 제곱 형태를 갖는 시변 이득값을 갖도록 하여 강건함을 생략하여 백스테핑기법이 적용가능하게 되어, 직접적으로 자세각을 제어하는 것이 가능하도록 하였다.

셋째, two-time scale separation 가정이나 초기 신경회로망의 가중치값에 대한 특별한 조건 없이, 제안한 제어시스템의 전체 시스템에 대한 안정성을 르야프노프 안정화 이론을 통해 해석하였다.

본 논문에서 제안한 신경회로망을 기반으로 한 적응 제어기에 대해 오차 상태변수와 가중치 추정오차들의 한계값을 유도하면 다음 정리 2와 같다.

정리 2: (18)-(20), (36), (39), (40), (50), 그리고 (51)로 주어진 제어기와 신경회로망 가중치 갱신 법칙을 갖는 시스템에 대해 다음과 같이 정의된 오차변수 $z_a = [z_1^T z_2^T \|\tilde{w}_1\|_F \|\tilde{v}_1\|_F \|\tilde{w}_2\|_F \|\tilde{v}_2\|_F]^T$ 는 다음 부등식을 만족한다.

$$\|z_a(t)\|^2 \leq \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{-2\tau(t-t_0)} \|z_a(t_0)\|^2 + \frac{\eta_1 C}{\tau} \{1 - e^{-2\tau(t-t_0)}\} \quad (59)$$

여기서 $\eta_1 = \max\{1, \gamma_{w_j}, \gamma_{v_j}\}$, $\eta_2 = \min\{1, \gamma_{w_j}, \gamma_{v_j}\}$, ($j=1,2$) 이다. 또한, z_a 의 L_∞ 노음 제곱은 다음과 같다.

$$\|z_a(t)\|_\infty^2 = \max \left\{ \frac{\eta_1}{\eta_2} \|z_a(t_0)\|, \frac{\eta_1 C}{\tau} \right\} \quad (60)$$

증명 : (57)를 고려하여 $\varpi(t) \equiv \dot{V}_2 + 2\tau V_2 - C$ 로 정의하면, $\varpi(t) \leq 0$ 이고 $\dot{V}_2 = -2\tau V_2 + C + \varpi(t)$ 이기 때문에 다음 식을 얻을 수 있다.

$$V_2(t) = e^{-2\tau(t-t_0)} V_2(t_0) + C \int_{t_0}^t e^{-2\tau(t-s)} ds + \int_{t_0}^t e^{-2\tau(t-s)} \varpi(s) ds \quad (61)$$

그리고 $\varpi(t) \leq 0 \quad \forall t \geq t_0 \geq 0$ 이므로, 다음 부등식이 성립한다.

$$\begin{aligned} V_2(t) & \leq e^{-2\tau(t-t_0)} V_2(t_0) + C \int_{t_0}^t e^{-2\tau(t-s)} ds \\ & = e^{-2\tau(t-t_0)} V_2(t_0) + \frac{C}{2\tau} \{1 - e^{-2\tau(t-t_0)}\} \end{aligned} \quad (62)$$

또한, $\frac{1}{2\eta_1} \|z_a\|^2 \leq V_2 \leq \frac{1}{2\eta_2} \|z_a\|^2$ 이 성립하므로, 위 부등식으로부터 다음 부등식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \|z_a(t)\|^2 & \leq 2\eta_1 e^{-2\tau(t-t_0)} V_2(t_0) + \frac{\eta_1 C}{\tau} \{1 - e^{-2\tau(t-t_0)}\} \\ & \leq \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{-2\tau(t-t_0)} \|z_a(t_0)\|^2 + \frac{\eta_1 C}{\tau} \{1 - e^{-2\tau(t-t_0)}\} \end{aligned} \quad (63)$$

위 식을 살펴보면 $\|z_a(t)\|^2$ 값은 $\frac{\eta_1}{\eta_2} \|z_a(t_0)\|$ 와 $\frac{\eta_1 C}{\tau}$ 사이에서 monotonically 증가 또는 감소함을 알 수 있다. 따라서 z_a 의 L_∞ 노음 제곱은 (60)으로 표현된다. 또한, (63)에 의해 $\|z_a(t)\|$ 는 $t \rightarrow \infty$ 에 따라 $\sqrt{\frac{\eta_1 C}{\tau}}$ 으로 수렴한다.

V. 시뮬레이션

본 장에서는 제안한 제어기의 수치해석 결과를 기술한다. 수치 모의실험 모델은 고도 10000 ft 에서 속력 $V=500 ft/sec$ 으로, 정상 수평비행하는 F-16 항공기에 적용하였다. F-16 항공기의 공력모델은 참고문헌[20]을 참조하였다. 비행 속도와 고도는 천천히 변하고, 비행체의 질량, 추력, 그리고 관성 모멘트는 일정하다고 가정하였다. 본 제어기의 제어 목적은 공력계수의 불확실성이 존재하고, 제어면 파손에 의해 제어면 효과가 감소 하에서도 자세각 변수 $x_1 = [\alpha \ \beta \ \phi]^T$ 가 주어진 원하는 궤적 $x_{1d} = [\alpha_d \ \beta_d \ \phi_d]^T$ 을 추종하도록 하는 것이다. 제안한 제어기의 효용성을 증명하기 위해 다음과 같은 명령각을 고려하였다.

$$\begin{cases} \alpha_c = 0^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 0^\circ & 0 \leq t \leq 1 \text{ (sec)} \\ \alpha_c = 10^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 50^\circ & 1 \leq t \leq 10 \text{ (sec)} \\ \alpha_c = -2^\circ, \beta_c = 0^\circ, \phi_c = 0^\circ & 10 \leq t \leq 15 \text{ (sec)} \end{cases}$$

미분가능한 궤적을 형성하기 위해 다음과 같은 3 차 선형 필터를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_d(s)}{\alpha_c(s)} &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s + \omega_{n1})(s^2 + 2\zeta_1\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)} \\ \frac{\beta_d(s)}{\beta_c(s)} &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s + \omega_{n1})(s^2 + 2\zeta_1\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)} \\ \frac{\phi_d(s)}{\phi_c(s)} &= \frac{\omega_{n1}\omega_{n2}^2}{(s + \omega_{n1})(s^2 + 2\zeta_1\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)} \end{aligned}$$

여기서 $\omega_{n1} = 12 \text{ rad/sec}$, $\omega_{n2} = 3 \text{ rad/sec}$, $\zeta_1 = 0.8$ 이다.

보통의 제어면 고장은 제어면 손상으로서 전체 제어면 중 일부가 손실된 경우이다. 이러한 항공기 고장은 손실된 항공기 제어면에 해당하는 입력 비선형 행렬의 열벡터에 제어면 효과 지수를 곱해서 모델링이 된다. 또한, 이러한 제어면 손실로 인해 항공기의 공기역학적 특성이 달라질 수 있고, 이로 인한 공력계수값에 변화가 일어날 수 있다. 이와 같이 항공기의 제어면이 손상을 입으면, 공력계수의 불확실성과 입력 비선형 행렬에 변화가 일어나게 된다. 본 논문에서는 항공기 제어면 손상에 의한 모델링을 일반적으로 사용되는 방법을 사용하였으며, 그로 인한 공력계수 변화는 시뮬레이션의 편의상 임의로 모든 운동방정식을 구성하는 공력계수에 임의의 변화를 주었다. 시뮬레이션상에 사용 된 제어면 손상은 각각 엘리베이터, 에일러론, 그리고 러더에 50%, 50%, 30%의 제어성능 감소를 주었다. 고장발생 시간은 모든 입력

채널에 대해 $t = 0 \text{ sec}$ 으로 설정하였다.

불확실성에 의한 시스템 모델 오차를 보상하기 위해 도입한 안정화 함수에 사용된 첫 번째 신경회로망에서는 50 개의 은닉층 뉴런이 사용되었으며, 두 번째 신경회로망에서는 800 개의 은닉층 뉴런이 사용되었다. 두 번째 신경회로망에 많은 뉴런이 사용된 이유는 다음과 같다. 빠른 동특성을 갖는 각속도 운동방정식은 조종면과 밀접한 관련이 있다. 따라서 조종면이 손상이 되면, 그로 인해 각속도 관련 운동 방정식은 정상적 운동 방정식과 많은 차이를 갖게 된다. 따라서 이를 보상하기 위해서는 많은 은닉층 뉴런을 갖게 되는 것이다. 두 번째 신경회로망의 수를 최적화 하기 위해서는 신경회로망 구조 최적화에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다. 모의 실험에 사용 된 신경회로망의 입출력값을 정리하면 표 1 과 같다. 또한, 신경회로망의 초기 가중치 행렬 원소들의 값은 -0.001 과 0.001 사이에서 임의로 선정하였으며 제어기에 사용 된 파라미터값은 다음과 같이 설정하였다.

$$K_1^* = 3, \quad K_2^* = 8, \quad \mu = 1, \quad \gamma_{w1} = \gamma_{w2} = \gamma_{v1} = \gamma_{v2} = 30$$

$$\kappa_{w1} = \kappa_{w2} = \kappa_{v1} = \kappa_{v2} = 0.01.$$

제안한 제어기의 성능을 보이기 위해 공력계수의 변화 또는 제어면 손상에 대한 강건성을 고려하지 않고 설계된 기존의 백스테핑 제어기와 비교하였다. 그림 3은 제어하고자 하는 상태변수의 시간에 대한 궤적을 보여준다. X-표시 실선은 원하는 받음각, 앞미끄러짐각, 그리고 뱅크각 궤적이고, O-표시 실선은 본 논문에서 제안한 재형상 제어기에 의해 제어된 상태변수의 궤적이다. 일점쇄선은 기존의 방법을 이용했을 때의 시간반응이다. 그림을 보면 알 수 있듯이 기존의 백스테핑 제어기는 공력계수 변화와 제어면 효과 감소 하에서 추종 성능이 감소하는 반면에, 신경회로망을 기반으로 한 재형상 적응제어기의 경우 초기 학습단계를 거쳐 이내 원하는 궤적을 잘 추종함을 보인다. 그림 4는 제어입력 궤적을 보여준다. 그림에서 러더에 대한 시간 궤적을 살펴보면 다소 크게 나타남을 알 수 있는데, 이는 시뮬레이션에서 사용된 조종면 파손 모델링과 명령각의 시나리오가 매우 강하게 설정되었기 때문이다. 본 논문에서 고려된 시나리오가 극단적인 시뮬레이션 시나리오이지만, 제어면 변위는 표 2에서 주어진 일반적인 F-16 항공기의 운용 제어면 변위 안에 있음을 알 수 있다. 그림 5는 신경회로망 가중치의 프로베니우스 (Frobenius) 노음 궤적을 보여준다. 예상대로 두 번째 신경회로망의 노음값이 첫 번째 신경회로망의 노음값보다 상당히 크게 나타남을 알 수 있다.

그림 6은 모의실험을 수행한 일련의 과정을 간략화하여 도시한 그림이다.

VI. 결론

시스템의 운동방정식을 구성하는 모든 비선형 함수를 정확하게 모른다는 가정 하에 신경회로망을 기반으로 한 재형상 적응제어기를 제안하였다. 제안한 제어기는 제어면 파손 하에서 강건성과 안정성을 보장할 수 있도록 백스테핑기법과 신경회로망 이론을 응용하였다. 유사 계층적 구조를 갖는

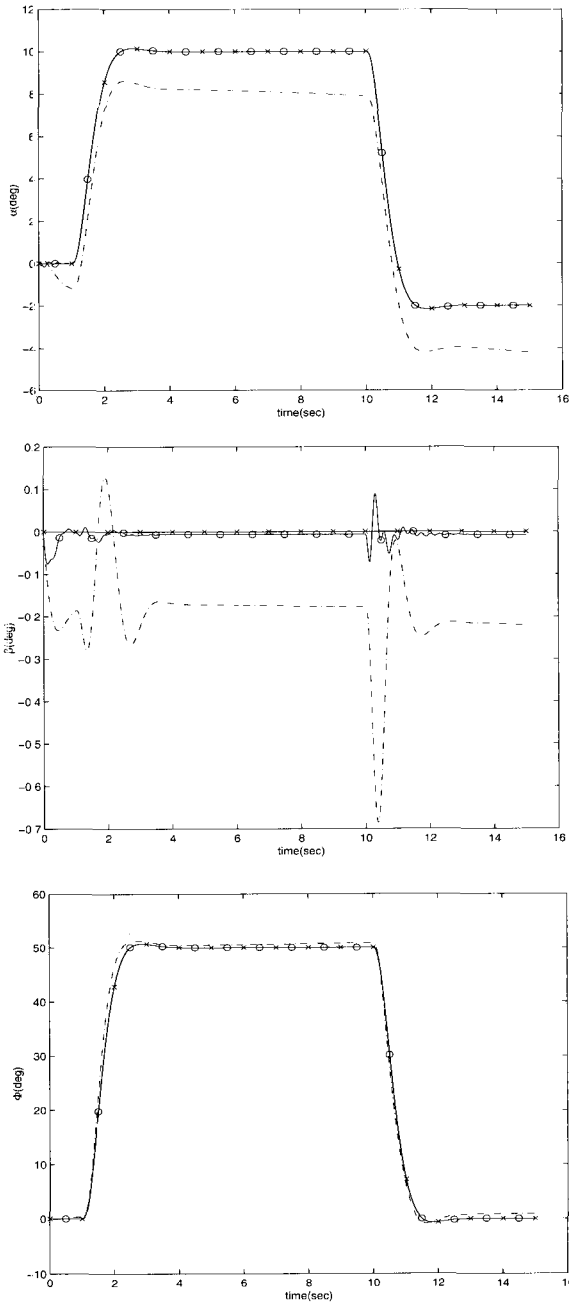


그림 3. 제어된 상태변수 시간 궤적.
 Fig. 3. The time histories of controlled states.
 (Solid and x-mark : reference,
 Dash dot-backstepping : Not reconfigured,
 Solid and o-mark : NN+backstepping : Reconfigured)

불확정성을 갖는 시스템에 백스테핑기법을 적용할 수 있도록 미분가능한 시변 이득값을 도입하였다. 르야프노프 안정화 이론을 통해 전체 시스템에 대한 안정성을 해석하였으며, 신경회로망 가중치 적응법칙을 유도하였다. 제안한 제어기의 효용성을 보이기 위해 기존의 제어기와 더불어 F-16 항공기 시스템에 적용하여 성능을 검증하였다. 시뮬레이션 결과 제안한 제어기는 항공기 제어면 파손 하에서 고장진단 및 분리의 과정 없이, 훌륭한 재형상성능을 보였다.

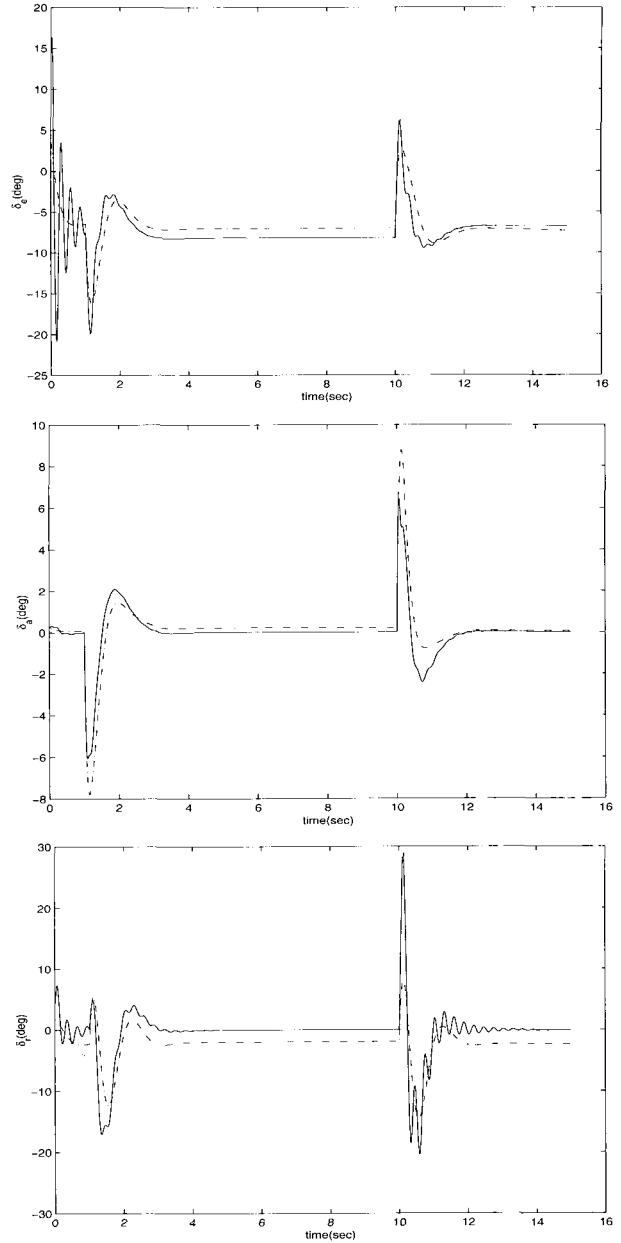


그림 4. 제어 변수 시간 궤적.
 Fig. 4. The time histories of control surface deflections.
 (Dash dot - backstepping : Not reconfigured,
 Solid-NN+backstepping : Reconfigured)

표 1. 신경회로망의 입출력값.

Table 1. Inputs and outputs of neural networks.

	입력값	출력값
NN I	$[1 \quad x_1^T \quad x_2^T \quad x_3^T]$	Slow-dynamics 의 오차 보상값
NN II	$\begin{bmatrix} 1 \quad x_1^T \quad x_2^T \quad x_3^T \quad \Omega_1^T \quad \text{vec}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\right)^T \\ \text{vec}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2}\right)^T \quad \text{vec}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3}\right)^T \quad u^T \end{bmatrix}$	Fast-dynamics 의 오차 보상값

표 2. 제어면 운용 범위.

Table 2. Control variables ranges.

하한값	제어변수	상한값
-25 deg	δ_e	25 deg
-21.5 deg	δ_a	21.5 deg
-30 deg	δ_r	30 deg

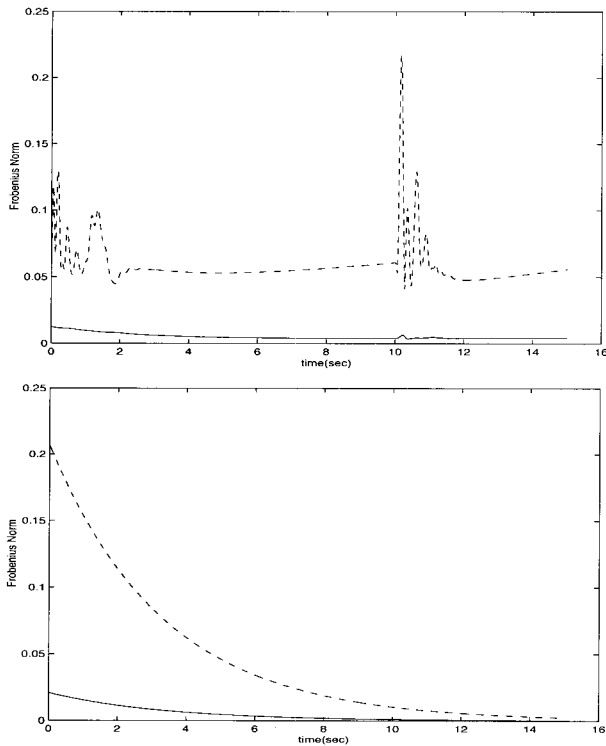


그림 5. 신경회로망 가중치 노름 궤적.

- 위 그림 : W 행렬, 아래 그림: V 행렬

Fig. 5. The norm histories of neural networks weights.

- Upper fig. : W, Lower fig. : V
(Dash and dash - second NN, Solid-first NN)

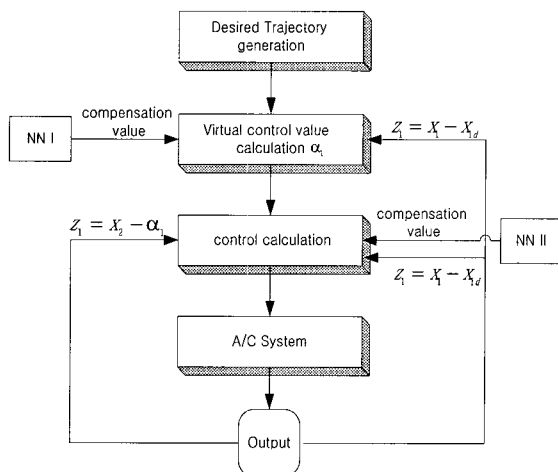


그림 6. 모의실험 구성도.

Fig. 6. Simulation configuration.

참고문헌

- [1] S. A. Snell, D. F. Enns and W. L. Garrard, "Nonlinear Control of a Supermaneuverable Aircraft," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 89-3486, Washington, DC, 1989.
- [2] P. Menon, M. Badgett and R. Walker, "Nonlinear Flight Test Trajectory Controllers for Aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 10, no. 1, 1987, pp. 67-72.
- [3] D. J. Bugajski and D. F. Enns, "Nonlinear Control Law with Application to High Angle-of-Attack Flight," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 3, 1992, pp. 761-767.
- [4] S. A. Snell, D. F. Enns and W. L. Garrard, "Nonlinear Inversion Flight Control for a Supermaneuverable Aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 4, 1992, pp. 976-984.
- [5] W. D. Morse and K. A. Ossman, "Model Following Reconfigurable Flight Control System for the AFTI/F16," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 6, 1990, pp. 969-976.
- [6] Y. Ochi and K. Kanai, "Design of Restructurable Flight Control Systems Using Feedback Linearization," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, 1991, pp. 903-911.
- [7] Y. Shtessel, J. Buffington and S. Banda "Multiple Timescale Flight Control Using Reconfigurable Sliding Modes," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 6, 1999, pp. 873-883.
- [8] K. Hornik, M. Stinchcombe and H. White, "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators," *Neural Networks*, vol. 2, no. 5, 1989, pp. 359-366.
- [9] B. S. Kim and A. J. Calise, "Nonlinear Adaptive Flight Control Using Neural Networks," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 1, 1997, pp. 26-33.
- [10] R. T. Rysdyk and A. J. Calise, "Adaptive Model Inversion Flight Control for Tilt-Rotor Aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 3, 1999, pp. 402-407.
- [11] J. Leitner, A. J. Calise and J. V. R. Prasad, "Analysis of Adaptive Neural Networks for Helicopter Flight Controls," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 5, 1997, pp. 972-979.
- [12] M. B. McFarland and A. J. Calise, "Adaptive Nonlinear Control of Agile Antiair Missiles Using Neural Networks," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 5, 2000, pp. 749-756.
- [13] A. Calise, S. Lee and M. Sharma, "Development of a Reconfigurable Flight Control Law for Tailless Aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 5, 2001, pp. 896-902.
- [14] T. Lee and Y. Kim, "Nonlinear Adaptive Flight Control Using Backstepping and Neural Networks Controller," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 4, 2001, pp. 675-682.
- [15] F. L. Lewis, A. J. Yesildirek and K. Liu, "Multilayer Neural-Net Robot Controller with Guaranteed Tracking Performance," *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol.7, no. 2, 1996, pp. 388-399.
- [16] S. S. Ge, C. C. Hang and T. Zhang, "A Direct Approach to Adaptive Controller Design and Its Application to Inverted Pendulum Tracking," *Proceedings of the American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, 1998, pp. 1043-1047.

[17] P. Q. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996, Chap. 8.
[18] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, New Jersey, 1996, Chap. 8.
[19] B. L. Stevens and F. L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley and Sons, New York, 1992, Chap. 2.

[20] E. A. Morelli, "Global Nonlinear Parametric Modeling with Application to F-16 Aerodynamics," *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, IEEE Publications, Piscataway, NJ, 1998, pp. 997-1001.



신 동 호

1971년 12월 5일생. 1995년 서울대 항공우주공학과 졸업. 동대학원 석사(1997년). 1997년 3월-현재 동대학원 박사과정. 관심분야는 비행제어시스템 설계, 신경회로망, 비선형 제어, 최적 설계.



김 유 단

1960년 5월 5일생. 1983년 서울대 항공공학과 졸업. 동대학원 석사(1985년). 미국 Texas A&M University 항공우주공학 박사(1990년). 1990-1991년 Texas A&M University 연구원. 1992-현재 서울대학교 항공우주공학과 교수. 관심분야는 항공기 제어시스템 설계, 항공기 고장허용 제어시스템 설계, 위성체 제어, 발사체 제어, 비행체 궤적최적화, 유도제어시스템 설계, 진동제어.