

파형벽면이 있는 채널 내의 난류유동에 대한 수치해석

박 태 선* · 성 형 진†

(2002년 12월 16일 접수, 2003년 2월 27일 심사완료)

Numerical Simulation of Turbulent Flow in a Wavy-Walled Channel

Tae Seon Park and Hyung Jin Sung

Key Words: Wavy Wall(파형벽면), Nonlinear Stress-Strain Relation(비선형 응력-변형률 관계), Nonlinear $k-\varepsilon-f_\mu$ Model(비선형 $k-\varepsilon-f_\mu$ 모형), Drag Coefficient(항력계수), Large Eddy Simulation(큰에다모사법)

Abstract

Turbulent flow over a fully-developed wavy channel is investigated by the nonlinear $k-\varepsilon-f_\mu$ model of Park et al.⁽¹⁾. The Reynolds number is fixed at $Re_b=6760$ through all wave amplitudes and the wave configuration is varied in the range of $0 \leq a/\lambda \leq 0.15$ and $0.25 \leq \lambda/H \leq 4.0$. The predicted results for wavy channel are validated by comparing with the DNS data of Maaß and Schumann⁽²⁾. The model performance is shown to be generally satisfactory. As the wave amplitude increases, it is found that the form drag grows linearly and the friction drag is overwhelmed by the form drag. In order to verify these characteristics, a large eddy simulation is performed for four cases. The dynamic model of Germano et al.⁽³⁾ is adopted. Finally, the effects of wavy amplitude on separated shear layer are scrutinized.

기호설명			
a	: 파형높이	k	: 난류운동에너지
b_{ij}	: 비등방텐서, $\overline{u_i u_j} / 2k - \delta_{ij} / 3$	P_k	: 난류에너지생성, $-\overline{u_i u_j} \partial U_i / \partial x_j$
C_f	: 벽면마찰계수, $\nu \frac{\partial U}{\partial y} / (0.5U_b^2)$	P_{wall}	: 벽면에서의 압력
$C_D, C_{D\tau}, C_{Dp}$: 항력계수	Re_b	: 레이놀즈수, $U_b H / \nu$
$C_{\varepsilon 1}^*, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$: 모형상수	Re_τ	: 레이놀즈수, $u_\tau 0.5H / \nu$
f_μ, f_2	: 모형함수	R_t	: 난류레이놀즈수, $k^2 / \nu \varepsilon$
H	: 채널폭	S_{ij}	: 변형률텐서, $0.5(U_{i,j} + U_{j,i})$
		t	: 시간
		u_τ	: 벽면마찰속도
		U_b	: 평균속도
		W_{ij}	: 와도텐서, $0.5(U_{i,j} - U_{j,i})$
		β_i	: 비선형응력-변형률의 계수
		λ	: 파형길이

* 회원, 한국항공우주연구원, 로켓엔진그룹

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원, 기계공학과

E-mail: hjsung@cais.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3027 FAX : (042)869-5029

ϵ	: 운동에너지 k 의 소산율
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$: $k-\epsilon$ 방정식의 난류프란틀수
ν	: 동점성계수
ν_t	: 와점성계수
τ_{wall}	: 벽면에서의 전단응력

1. 서 론

파형벽면이 있는 채널에서의 난류유동은 열교환기나 유동 혼합기 등의 다양한 응용분야를 가지기 때문에 많은 연구자들의 연구대상이 되어 왔다. 파형벽면은 형상이 단순하지만 순압력구배와 역압력구배의 반복적인 변화와 유선곡률이 존재하기 때문에 평면채널에서의 난류유동과는 매우 다른 현상이 존재한다. 특정 레이놀즈수에서 가장 중요한 변수는 채널폭(H)에 대한 파형길이(λ)와 파형높이(a)의 비이다.

파형벽면이 난류에 미치는 영향을 조사하기 위하여 많은 연구가 행하여져 왔다. Buckles et al.⁽⁴⁾은 발달하는 경계층유동, 박리유동 과 박리유동 위쪽의 자유전단유동 등을 실험적으로 분류하였다. 또한 Hudson et al.⁽⁵⁾은 실험적인 연구를 통하여 다양한 난류성분들을 측정하였고 파형벽면근처에서의 난류생성이 평면벽과는 매우 다른 것을 보여주었다. Maaß and Schumann⁽²⁾은 직접수치해석(DNS)을 수행하여 난류유동구조에 대한 자세한 연구를 시도하였다. 그들은 Hudson et al.⁽⁵⁾의 결과와 비교를 통하여 수치해석을 검증하였고 벽면마찰속도가 압력항력에 의하여 심하게 변함을 보여주었다.

한편 몇몇 연구자들은 난류모형(RANS)에 의한 수치해석을 시도하였다. Mclean⁽⁶⁾은 대수응력모형을 이용하여 파형높이가 클 경우 예측에 문제가 있음을 보여주었다. Patel et al.⁽⁷⁾은 벽면처리에 1-방정식을 이용하는 $k-\epsilon$ 난류모형에 근거하여 박리영역이 있는 경우와 없는 경우에 대한 수치해석을 수행하였다. 그들은 박리영역에서의 유동이 벽법칙적으로 벗어나는 결과를 보여주었지만 더욱더 좋은 모형이 필요함을 지적하였다.

본 연구는 로켓엔진의 냉각채널 설계를 위한 기초연구로서 최근에 Park et al.⁽¹⁾이 개발한 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형을 이용하여 채널유동에 대한

파형벽면의 영향을 조사하고자 한다. 이 모형은 기하학적인 형상에 제한을 받지 않고 와점성계수에 유동변형률이 적절히 고려되어 있다. 또한 비선형 응력-변형률관계가 Cayley-Hamilton 정리⁽⁸⁾와 실현성 구속조건에 의해서 유도되었고 재순환유동이 존재하는 후향계단유동에서 다양한 형태로 검증되었기 때문에 파형벽면이 있는 채널유동의 예측에서도 좋은 결과를 보여주리라 기대된다. 파형벽면이 난류유동에 영향을 주는 모든 변수에 대해서 분석하는 것은 매우 어렵기 때문에 레이놀즈수는 Maaß and Schumann⁽²⁾의 DNS조건 $Re_b=6760$ 로 고정하였다. 우선, $a/\lambda=0.05$ 와 $\lambda=H$ 에서 Maaß and Schumann⁽²⁾의 DNS결과와 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형과 큰에디모사법(LES)의 예측성을 검토한 다음 파형높이(a/λ)와 파형길이(λ/H)가 변할 때 자세한 난류유동의 변화를 살펴보는 데 본 연구의 목적이 있다.

2. 지배방정식

2.1 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 지배방정식

비정상 난류유동에 대한 지배방정식은 Park et al.⁽¹⁾이 제안한 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형에 근거한다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = & -\frac{\partial P}{\rho \partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - q_{ij} \right] + F_1 \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 F_1 은 완전히 발달된 채널유동에서 일정 유량을 유지하기 위한 압력구배항이다.⁽⁹⁾ 레이놀즈 응력($q_{ij} = \overline{u_i u_j}$)은 다음식에 의해서 얻어진다.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial U_j} + \frac{\partial U_j}{\partial U_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \tau_{ij}^N \quad (3)$$

$$\nu_i = C_\mu f_\mu f_{\mu 2} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ & + P_k - \epsilon, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t / \sigma_\epsilon) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ & + (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} f_2 \epsilon) / T_s + C_{\epsilon 3} (1 - f_w) \nu_t \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

모형상수들은 $\sigma_k=1.1$, $\sigma_\epsilon=1.3$, $C_{\epsilon 2}=1.9$ 와 $C_{\epsilon 3}=0.8$ 의 값을 가진다. 자유유동의 난류에너지 감소효과에 $f_2=1-(2/9)\exp(-0.33R_i^{1/2})$ 가 도입되었다. 난류시간척도(T_s)는 특이점을 없애기 위하여 $T_s=\sqrt{(k/\epsilon)^2+36(\nu/\epsilon)}$ 으로 정의되었다. 모형상수 $C_{\epsilon 1}$ 는 $C_{\epsilon 1}^*=1.42+C_\mu/(1+5f_{\mu 2}(C_\mu\eta)^2)$ 가 이용되었다.

벽면감쇄함수 f_μ 는 $f_\mu=f_{\mu 1}f_{\mu 2}$ 로 정의되는데, $f_{\mu 1}$ 은 벽면근처에서의 감쇄효과를 고려하는 함수이고 $f_{\mu 2}$ 는 와점성계수에 변형률 함수를 부여하기 위하여 도입된 함수로서 실현성이 부여된 형태이다⁽¹⁰⁾.

$$f_{\mu 1}=f_w^2(1+10\exp(-(R_i/120)^2)R_i^{-3/4}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 f_w}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{R_i^{1.5}}{A^2 L^2} (f_w - 1) \quad (8)$$

$$f_{\mu 2}=5.41g/(g^2+A_s) \quad (9)$$

여기서, $C_\mu=0.09$ 와 $A=8.4$ 가 이용되었고 난류길이척도는 Kolmogorov 길이척도가 최소값으로 도입된 $L^2=k^3/\epsilon^2+70^2\nu^3/\epsilon$ 이다. $f_{\mu 2}$ 식에 사용된 g 는 다음과 같다.

$$g = \begin{cases} \frac{C_o}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/3} \\ + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2})|P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3}, & P_2 \geq 0 \\ \frac{C_o}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \times \\ \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right), & P_2 < 0 \end{cases} \quad (10)$$

P_1 과 P_2 그리고 유동변형률에 관계된 변수는 다음처럼 정의된다.

$$P_1 = C_o \left[\frac{C_o^2}{27} - \frac{A_s + \alpha_1 \eta^2}{6} + \frac{1}{2} \right]$$

$$P_2 = P_1^2 - \left[\frac{C_o^2}{9} - \frac{A_s + \alpha_1 \eta^2}{3} \right]$$

$$A_s = \alpha_3 \xi^3 - \alpha_2^2 \eta^2 / 3, \quad S_{ij}^* = S_{ij} k / \epsilon,$$

$$W_{ij}^* = W_{ij} k / \epsilon, \quad \eta = f_w S^*, \quad \xi = f_w W^*, \quad S^* = \sqrt{2 S_{ij}^* S_{ij}^*},$$

$W^* = \sqrt{2 W_{ij}^* W_{ij}^*}$. 이때 모형상수는 $C_o=2.5$, $\alpha_1=-0.48$, $\alpha_2=-0.375$ 그리고 $\alpha_3=-0.8$ 로 사용되었다. 식 (3)의 비선형 응력항은 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_{ij}^N = k\beta_2 \left(S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{1}{3} S_{mn}^* S_{mn}^* \delta_{ij} \right)$$

$$+ k\beta_3 (W_{ik}^* S_{kj}^* - S_{ik}^* W_{kj}^*) + k\beta_4 (S_{ij}^* S_{lm}^* W_{mj}^* - W_{il}^* S_{lm}^* S_{mj}^*) \\ + k\beta_5 \left(W_{ii}^* W_{mm}^* S_{mj}^* + S_{ii}^* W_{mm}^* W_{mj}^* + 0.5 S_{ij}^* W^{*2} - \frac{2}{3} III_S \delta_{ij} \right) \quad (11)$$

여기서 $III_S = S_{lm}^* W_{mn}^* W_{ni}^*$ 이고 계수는 다음의 형태를 가진다.

$$\beta_2 = 4\alpha_2 C_\mu f_{\mu 2} f_w^2 / g + \beta_{2, wall}$$

$$\beta_3 = 2\alpha_3 C_\mu f_{\mu 2} f_w^2 / g + \beta_{3, wall}$$

$$\beta_4 = -6\alpha_2 \alpha_3 C_\mu f_{\mu 2} f_w^2 / g^2 \quad \beta_5 = 2\alpha_3^2 C_\mu f_{\mu 2} f_w^2 / g^2 \quad (12)$$

식 (11)의 비선형 응력에 대한 기본적인 형태는 Park et al.⁽¹¹⁾의 연구에 자세히 검토되어 있다. 그들의 모형은 벽면근처의 응력분포를 좌우하는 수정계수(β_{2wall} 과 β_{3wall})가 수직응력성분($i=j$)에만 고려되는 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 그들의 모형 형태에서 수정된 β_{2wall} 과 β_{3wall} 을 제안하고자 한다. 벽면근처에서의 난류유동은 정체점이나 박리점을 제외하고 벽면에 평행한 유동으로 가정할 수 있기 때문에 벽면근처에서의 $\overline{u_i u_j}$ 는 β_2 과 β_3 에 관계된 항들에 의해서 변하게 된다. Park et al.⁽¹¹⁾의 방법으로 얻어진 수정계수의 형태는 $\beta_{2wall} = (1-f_w)2/S_w$ 과

$\beta_{3wall} = (1-f_w)(1.5/S_w - 2\alpha_3 C_\mu f_{\mu 2} f_w^2 / g)$ 이다. 여기서 상수는 수치적 최적화과정에서 얻어졌고, S_w 는 벽면에서 비등방텐서의 수직항($i=j$)이 0이 아니라는 것으로부터 $S_w \sim O(S^{*2})$ 의 관계를 가져야 하므로 $S_w = [1 + \max(S^*, W^*)^2] / (1+f_w)$ 로 모형화 되었다.

2.2 Subgrid 응력모형

비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형에 의해서 얻어진 결과를 기초로 난류유동구조를 살펴보기 위하여 큰에디모사법이 수행되었다. 모형계산 결과로부터 특징적인 4가지 경우의 파형높이 (a/λ)가 선택되었고 이때 계산에 사용된 subgrid 응력모형은 $q_{ij} = \tau_{ij} - \tau_{kk} \delta_{ij} / 3 = -\nu_i 2 \overline{S_{ij}^*}$ 처럼 응력의 비등방 부분이 유동변형률과 와점성계수의 곱으로 표현되는 기본적인 형태를 가지고 있다. 여기서 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$ 로 정의된다. Smagorinsky⁽¹¹⁾는 아래와 같은 모형을 처음으로 도입하였다.

$$q_{ij} = -2C\Delta^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij} \quad (13)$$

여기서 Δ 는 격자크기를 나타내고, $C=C_s^2$ 이고, $\overline{S} = \sqrt{2 \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij}}$ 이다. C_s 는 Smagorinsky 상수로 유동장마다 다른 값을 가지는 것으로 연구되어 있다.

Smagorinsky 상수의 임의성을 제거하기 위하여 Germano et al.⁽³⁾은 동적 SGS 모형을 제안하였다. 이 모형은 필터폭 Δ 를 가지는 grid filter \overline{G} 와 필터폭 $\widehat{\Delta}$ 를 가지는 test filter \widehat{G} 를 사용하여 나타나는 SGS 응력의 상사성을 이용하여 모형 상수를 시간과 공간의 함수로 구하게 된다. 이때 test filter는 grid filter보다 커야 한다. 우선 test filter를 적용했을 때 나타나는 응력은 $T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j}$ 로 정의된다. τ_{ij} 와 T_{ij} 에 Smagorinsky 모형을 적용하면 다음과 같다.

$$\tau_{ij} - \tau_{kk} \delta_{ij} / 3 = -2C\Delta^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij} \quad (14)$$

$$T_{ij} - T_{kk} \delta_{ij} / 3 = -2C\widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} \quad (15)$$

두 관계로부터 resolved 응력 $L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij}$ 가 정의된다.

$$\begin{aligned} L_{ij} - \delta_{ij} L_{kk} / 3 &= -2CM_{ij} \\ &= 2C(\widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - \Delta^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij}) \end{aligned} \quad (16)$$

여기에 Lilly⁽¹²⁾의 오차 자승최소화법 (least square minimization)을 적용하면 모형 상수 C 가 결정된다.

$$C = -0.5 \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (17)$$

모형 상수 C 는 시간과 공간의 함수로 수치적인 불안정이 생길 수 있다. 따라서 본 연구에서는 유동의 균일성이 있는 방향으로 공간적인 평균을 취하는 일반적인 방법을 사용한다.

3. 수치해석 방법 검증해석

3.1 수치해석 방법

본 연구는 비엇갈림 (non-staggered) 격자계에서 유한체적법을 이용하였다. 대류항의 차분화는 최근에 그 이용이 확산되고 있는 Lele⁽¹³⁾의 4차 compact 차분법을 적용하였다. 그렇지만 난류 방정식에서 대류항은 안정성을 위해서 2차 정확도를 가지는 HPLA (hybrid linear and parabolic approximation) 기법⁽¹⁴⁾을 이용하였다. 압력과 속

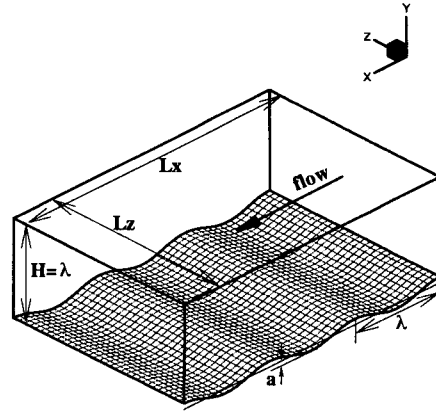


Fig. 1 Computational domain of flow over a wavy wall

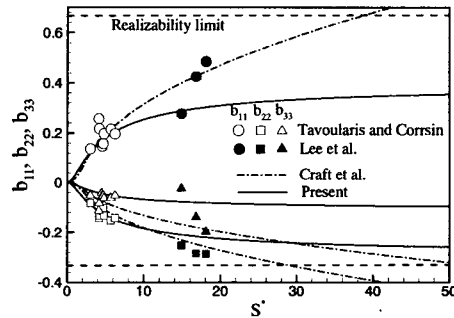


Fig. 2 Predictions of b_{11} , b_{22} and b_{33} by turbulence models

도의 연계성 결여로 생기는 해의 진동을 방지하기 위하여 운동량 보간법을 이용하였다. 모든 방정식은 3차 Runge-Kutta법을 이용하여 시간에 대한 적분을 수행하였다.⁽⁹⁾ 압력방정식은 다중격자법⁽¹⁵⁾으로 매 시간마다 연속방정식을 만족하도록 하였다. $U=V=W=k=f_w=0$, $\epsilon=2\nu k_1/n_1^2$ 의 벽면 경계조건을 가지고 하첨자 1은 벽에서 떨어진 첫 번째 격자점을 나타낸다. n 은 벽면의 수직방향이다.

계산은 Fig. 1과 같이 x 와 z 방향으로 주기적인 조건이 주어지고 y 방향으로 벽면경계조건이 주어진다. 계산영역 크기는 난류모형계산에서는 $Lx \times H \times Lz = 3\lambda \times \lambda \times 0$ 이고 LES계산에서는

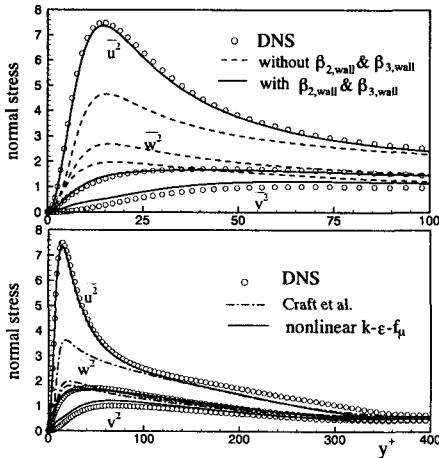


Fig. 3 Comparison of $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ and $\overline{w^2}$ with DNS (Moser et al., 1999)

$Lx \times H \times Lz = 2\lambda \times \lambda \times \lambda$ 로 선택하였다. 시간간격은 적절한 난류통계량을 얻기 위하여 각각의 경우에 따라서 $\Delta t^+ = \Delta t u_\tau^2 / \nu < 0.3$ 을 만족하는 고정된 값을 이용하였다.

3.2 난류모형 검증해석

비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형에서 비선형 응력항의 계수들이 수정되었기 때문에 난류모형에 대한 검증해석이 이루어졌다. 이러한 계수들의 기본적인 거동을 살펴보기 위하여 자유전단유동과 평면채널유동 ($a/\lambda=0$)에 적용하였다. 비교를 위해서 Craft et al.⁽¹⁶⁾의 모형을 선택하였다. Fig. 2에서 보면 현재의 모형이 실험과 DNS에 잘 일치하고 있지만 Craft et al.⁽¹⁶⁾의 모형은 실현성 범위 $-1/3 \leq b_{ij} \leq 2/3$ 를 벗어나고 있다. 이는 그들의 모형에서 변형률의 2차곱항이 $\sqrt{S^*}$ 로 증가하기 때문에 나타난 결과이다. Fig. 3는 $Re_\tau = 395$ 인 평면채널 ($a/\lambda=0$)에서 식(3)과 식(11)에 의해서 예측된 수직응력의 분포를 보여주고 있다. 수정된 비선형모형이 DNS⁽¹⁹⁾결과와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 또한 비선형 응력항에서 벽면수정계수 ($\beta_{2,wall}$, $\beta_{3,wall}$)의 역할이 매우 큼을 알 수 있다.

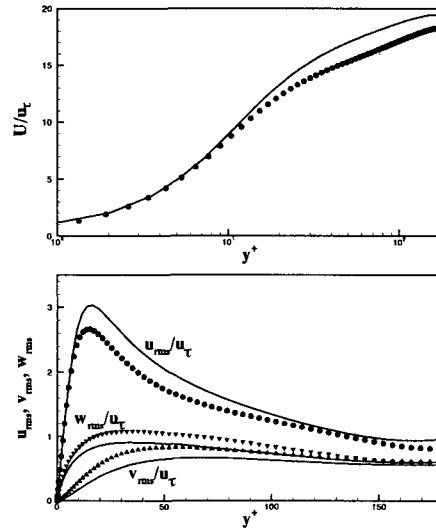


Fig. 4 Mean velocity and Reynolds stress with LES (symbols: Moser et al. 1999; lines: Present LES)

3.2 LES 검증해석

파형벽면이 있는 경우에 대한 계산을 수행하기에 앞서 현재 코드의 정확성을 검토하기 위하여 평면채널 ($a/\lambda=0$)에서 검증해석이 수행되었다. 계산영역이 $2\pi \times 2 \times \pi$ 인 평면채널 ($Re_\tau = 180$)에 대해서 격자수 $33 \times 65 \times 33$ 를 이용하여 DNS⁽¹⁹⁾결과와 비교하였다. 이 때의 격자분해능은 $\Delta x^+ = 35.3$, $\Delta y^+ = 0.7 \sim 10.0$, $\Delta z^+ = 17.7$ 이다. Fig. 4에서 계산결과를 보면 평균속도는 크게 예측하는 반면에 섭동성분들은 주유동 방향으로 크게 벽면수직 방향과 횡방향은 작게 예측하고 있다. 벽면 마찰계수가 작게 예측되어 나타난 현상으로 기존의 연구결과와 일치하는 결과이다. 그러므로 SGS응력모형이나 필터적용 방법이 개선되면 더욱 좋은 결과가 얻어질 것으로 기대된다.

4. 결과 및 토의

파형벽면이 있는 채널에서 난류유동은 파형의 높이가 작을 경우 선형적인 변화를 보이지만 높이가 커지면 재순환유동이 존재하기 때문에 비선형적인 변화를 보이게 된다. 이러한 변화를 살펴

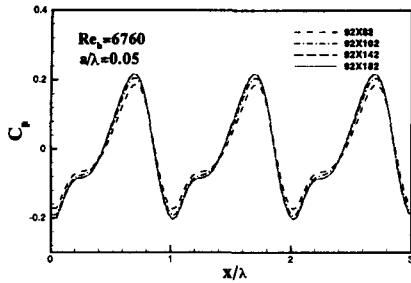


Fig. 5 Grid convergence test for turbulence model

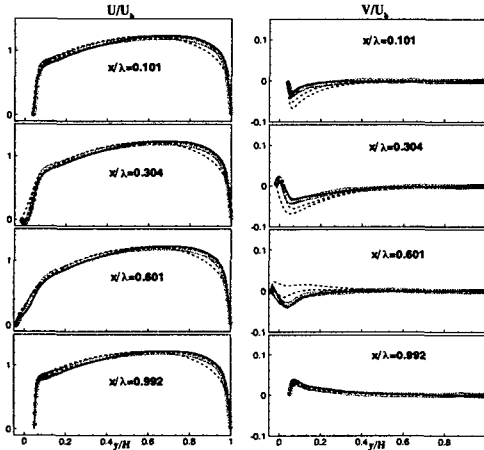


Fig. 6 Comparison of U/U_b and V/V_b with DNS:
 ○ Maaß and Schumann; - - - standard $k-\epsilon$;
 - · - linear $k-\epsilon-f_\mu$; — nonlinear $k-\epsilon-f_\mu$

보기 위하여 레이놀즈수는 $Re_b = 6760^{(2)}$ 로 고정하였고 $0 \leq a/\lambda \leq 0.15$ 과 $0.25 \leq \lambda/H \leq 4.0$ 로 파형형상을 변화시켰다.

4.1 $a/\lambda = 0.05$ 에서 DNS와 비교

파형높이의 변화에 앞서 $a/\lambda = 0.05$ 일 때 난류 모형과 코드의 정확성을 살펴보기 위하여 몇가지 계산이 수행되었다. 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형 계산에서 적절한 격자밀도를 구하기 위하여 몇가지 계산을 수행하였는데 Fig. 5에 격자수 변화에 따른 평균압력이 제거된 벽면압력계수를 나타내었다. 92×142 에서 적절한 격자밀도가 얻어졌다.

난류모형의 예측성을 검토하기 위하여 평균속

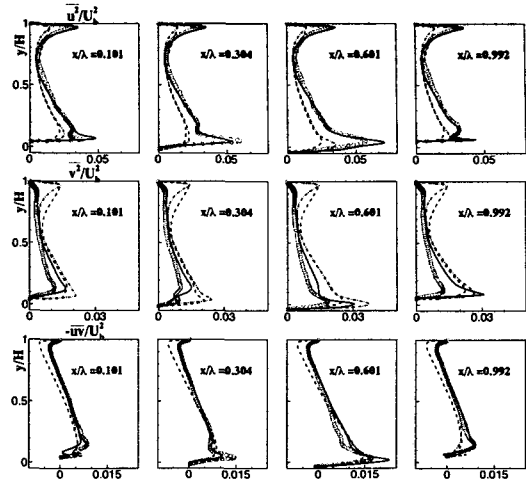


Fig. 7 Comparison of $\overline{u^2}/U_b^2$, $\overline{v^2}/U_b^2$ and $-\overline{uw}/U_b^2$ with DNS: symbol and line patterns as in Fig. 6

도와 레이놀즈응력에 대한 결과를 비교하였다 ($a/\lambda = 0.05$, $\lambda = H$). Fig. 6에서 보면 모든 모형들은 주유동방향의 속도 U/U_b 가 항력의 차이로 인하여 비대칭적인 분포를 가지는 기본적인 거동은 잘 예측하고 있지만, standard $k-\epsilon$ 모형의 경우 평면벽에서의 속도변화가 둔감하게 나타나고 있다. V/V_b 의 경우는 파형벽면근처에서 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형이 개선된 결과를 보여주고 있다. 이는 난류모형에 재순환유동의 변형률효과가 적절히 반영되어 나타난 결과이다. Fig. 7은 레이놀즈 응력의 분포를 보여주고 있다. standard $k-\epsilon$ 모형과 선형모형은 $\overline{u_i u_j} = 2k \delta_{ij} / 3 - 2\nu S_{ij}$ 로 계산되었다. 비선형 모형이 우수한 결과를 보이고 있지만 재순환유동이 재부착되고 나서 경계층의 재발달 영역에서 예측성이 좋지 않게 나타나고 있다. 이는 순압력구배가 존재하는 구간으로 경계층의 발달과정이 느리게 예측되어 나타난 결과이다. 이러한 현상은 대부분의 난류모형에서 개선되어야 할 문제점이다.

Germano et al.⁽³⁾의 동적 SGS모형을 이용한 LES의 예측성을 검토하기 위하여 평균속도와 레이놀즈응력에 대한 결과를 비교하였다. Fig. 8에서 보면 전반적인 예측은 DNS⁽²⁾와 잘 일치하고 있지만 파형벽면쪽에서 약간의 차이를 보이고 있

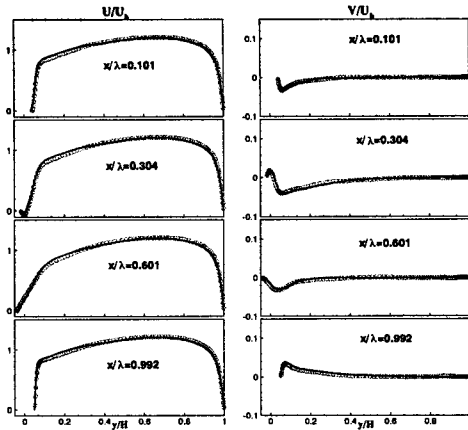


Fig. 8 Comparison of U/U_b and V/U_b with DNS: \circ Maaß and Schumann ($a/\lambda=0.05$, $\lambda=H$); — LES

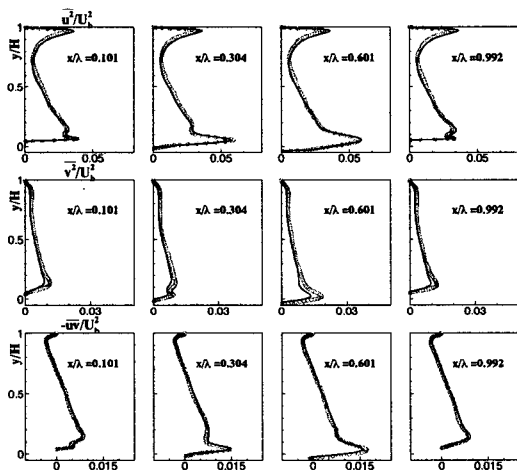


Fig. 9 Comparison of $\overline{u^2}/U_b^2$, $\overline{v^2}/U_b^2$ and $-\overline{uv}/U_b^2$ with DNS: symbol and line patterns as in Fig. 8

다. 그러나 V/U_b 의 예측에서 보듯이 평균유동의 물리적인 거동을 잘 예측하고 있다. 또한 Fig. 9는 레이놀즈 응력이 파형벽면쪽에서 DNS⁽²⁾와 차이를 보이고 있지만 전체적인 예측은 DNS⁽²⁾와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. Fig. 10은 LES와 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형계산에서 얻어진 평균압력구배향을 보여주고 있다. 두 경우 모두 일정시간이 지남에 따라서 완전한 난류유동으로 발달하

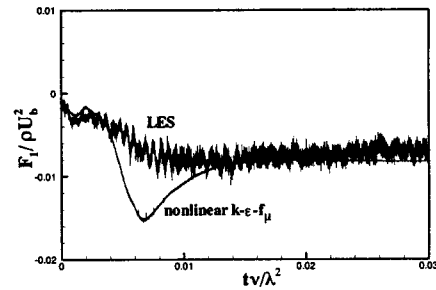


Fig. 10 Time history of the mean pressure gradient

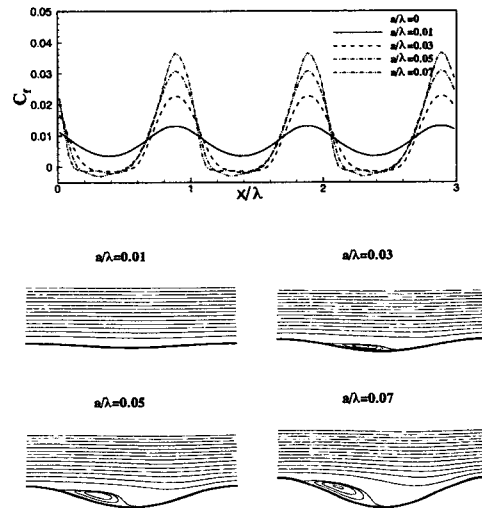


Fig. 11 Comparison of the predicted C_f and streamlines (nonlinear $k-\epsilon-f_\mu$)

고 있음을 볼 수 있다. 그러나 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형의 경우 난류유동의 섭동성분은 모형에 의해서 사라지지만 LES는 섭동성분이 존재하기 때문에 변화가 심함을 알 수 있다. 이는 RANS와 LES의 특징적인 차이를 잘 보여주는 것이다. 이상의 결과로부터 난류모형/LES계산에 사용된 현재 코드의 신뢰성을 얻을 수 있었다.

4.2 파형높이의 변화에 따른 항력계수

파형높이가 항력에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 마찰계수와 항력계수를 비교하였다. 우선

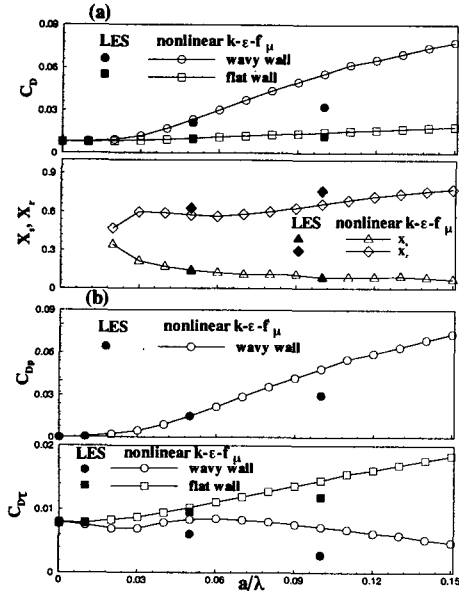


Fig. 12 Comparison of the predicted C_D , x_s and x_r . (a) total drag, separation and reattachment point; (b) form drag and friction drag

전체적인 변화가 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형에 의해서 자세히 조사되었고 LES에 의해서 검증되었다. 유동의 변화를 살펴보기 위하여 Fig. 11에 파형 높이의 변화에 따른 파형벽면에서의 마찰계수와 유선을 나타내었다. $a/\lambda=0.01$ 에서는 전형적인 경계층유동의 형태를 보여주고 있고 파형높이가 커질수록 굴곡의 아래면에서 재순환유동이 발생함을 알 수 있다. 또한 파형높이가 커짐에 따라서 재순환유동의 크기는 점진적으로 증가하고 있다. 마찰계수의 국부적인 분포는 파형높이가 작을 경우 대칭적인 진동을 보이지만 클 경우 재순환유동에 의해서 대칭성이 사라짐을 알 수 있다. 그러나 진동주기는 파형벽면의 주기와 동일한 값을 보이고 있다.

이러한 변화를 자세히 살펴보기 위하여 항력계수와 박리 및 재부착점의 거동을 Fig. 12에서 살펴보았다. 전체항력에는 압력과 전단응력의 기여도가 다르기 때문에 항력계수는 $C_D = C_{Dr} + C_{Df}$ $= (1/A) \int \tau_{wall} S_y dA + (1/A) \int P_{wall} S_x dA$ 처럼 마찰항력과 압력항력으로 나누어서 계산하였다. 여기

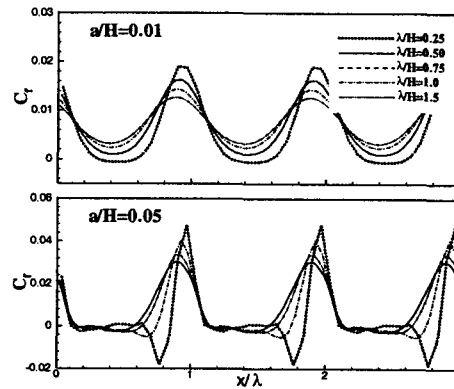


Fig. 13 Comparison of the predicted C_f

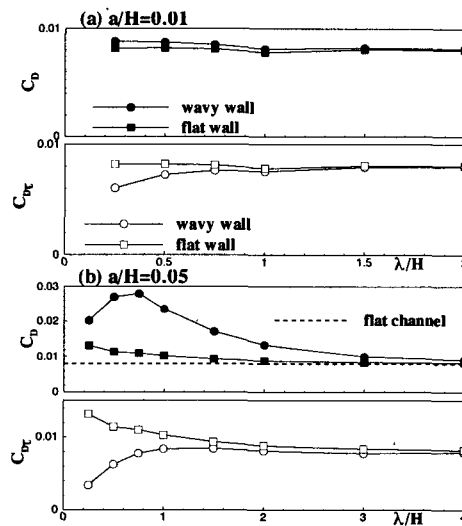


Fig. 14 Comparison of the predicted drag coefficient

서 S_x 와 S_y 는 벽면에 수직인 단위벡터이고 x_s 와 x_r 은 박리점과 재부착점을 나타낸다. 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형의 결과를 살펴보면 Fig. 12(a)에서 볼 수 있듯이 재순환유동은 $a/\lambda \sim 0.02$ 에서 시작됨을 알 수 있고, 파형벽면에 의해서 항력계수가 심하게 변함을 볼 수 있다. 또한 파형벽면의 영향은 그 높이가 작더라도 반대쪽의 평면벽에 영향을 주고 있다. 모든 경우에 대해서 압력항력의 변화가 마찰항력의 변화보다 전체항력에 커다란 기여를 하고 있고 파형높이가 일정한 값보다 커지면 거의 선형적으로 증가하고 있다. 예를 들면

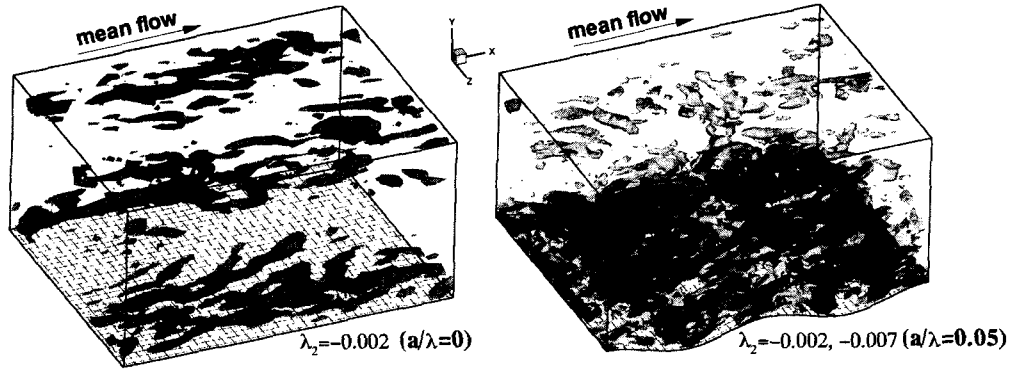


Fig. 15 Three-dimensional view of near-wall vortices

$a/\lambda=0.15$ 에서 C_{Dp}/C_{Dr} 는 15.5로 나타났다. 이는 파형벽면이 주유동을 방해하는 형태로 존재하기 때문에 나타난 현상으로 생각되고 Henn⁽²⁰⁾의 연구결과와 일치하는 현상이다. 따라서 이러한 형상을 열교환기와 같은 실제 시스템에 적용할 경우 압력손실의 정도를 반드시 고려하여야 한다. 마찰항력의 경우 일정 파형높이보다 커지면 감소하고 있는데 $a/\lambda=0.15$ 에서 평면채널의 마찰항력에 58.8%로 나타났다.

이상과 같이 모형에 의해서 예측된 항력변화는 파형의 높이가 커질수록 LES의 결과와 많은 차이를 보여주고 있다. 이는 후향계단과 같이 유동 박리점이 고정된 경우와 달리 곡면에서 박리가 발생하는 경우 난류모형의 예측성이 떨어짐을 나타내는 것으로 생각된다. 그러나 전체적인 항력 변화는 비슷한 경향을 보여주고 있다.

4.3 파형길이 변화에 따른 항력계수

앞선 해석결과로부터 파형높이 변화는 유동저항 때문에 항력계수를 증가시켰다. 항력변화를 살펴보기 위하여 두 번째 형상변수인 파형길이를 변화시켜보았다. Fig. 13과 Fig. 14는 파형길이 변화에 따른 마찰계수의 분포를 보여주고 있다. 파형높이는 재순환유동의 존재여부에 따라서 두 가지를 선택하였다. 그림을 보면 파형길이가 증가함에 따라서 재순환유동이 없는 조건이면 항력계수의 변화가 작지만 재순환유동이 존재하는 조건이면 항력계수는 일정한 파형길이 이상에서 감소하고 있다. 이는 국부적인 C_f 의 분포에서 보면 파형길이가 증가함에 따라 파형의 마루에서 C_f 가 감소하는데 기인한다. 그러나 결국 평면채

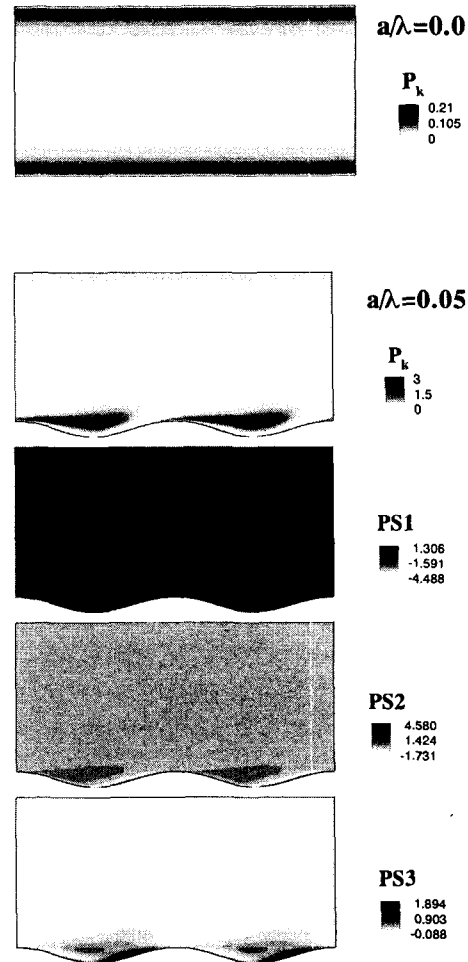


Fig. 16 Contours of P_k and $\overline{p du_i / dx_i}$

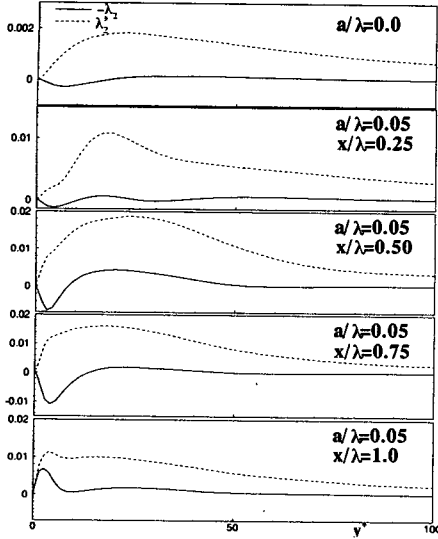


Fig. 17 Mean and r.m.s. profiles of $-\lambda_2$

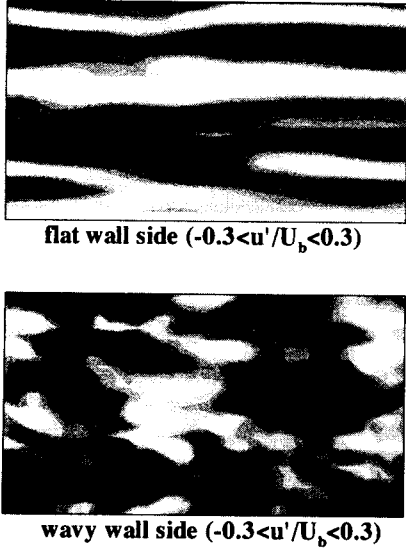


Fig. 18 Fluctuating streamwise velocity

의 항력계수로 수렴해감을 보여주고 있다.

4.4 파형벽면에 의한 난류유동의 변화

벽면근처의 난류유동에 미치는 파형벽면의 영향을 살펴보기 위하여 벽면근처의 와류구조를 살펴 보았다. Jeong and Hussain⁽²¹⁾의 연구결과를

이용하여 $S_{ik}S_{kj} + W_{ik}W_{kj}$ 텐서의 2번째로 큰 고유치(λ_2)의 변화를 Fig. 15에 나타내었다. 여기서 $a/\lambda=0.05$ 의 경우 진한색이 -0.007 면을 나타낸다. 그림에서 보면 벽면근처의 와류구조가 파형벽면에 의해서 심하게 변함을 알 수 있다. 파형벽면의 가속구간과 박리구간 모두 강한 와류구조를 보여주고 있지만 반대쪽의 평면벽에서는 파형벽면이 없는 경우와 큰차이를 보이지 않음을 알 수 있다. 이 결과는 파형형상이 주어질 경우 파형벽면의 곡률로 야기된 압력구배가 벽면근처의 와류구조의 변화에 지배적임을 보여준다. 이러한 벽면근처의 와류구조는 난류에너지 생성에 커다란 기여를 하고 있는데 Fig. 16에서 보면 파형벽면이 있는 경우 에너지생성이 커다랗게 증가함을 볼 수 있다. Fig. 16이후의 결과는 λ_2 를 제외하고 면적평균된 u_r 와 동점성계수 ν 에 의해서 무차원화된 값이다. 파형벽면의 존재는 벽면근처에서 유동의 박리와 함께 평균속도의 변형률이 증가하기 때문에 이에 따른 난류에너지생성이 증가하는 것으로 생각된다. 난류에너지의 재분배에 관련된 압력-변형률관계 $\overline{p\partial u_i/\partial x_i}$ 를 살펴보면 $PS1$ 은 x -방향, $PS2$ 는 y -방향, $PS3$ 는 z -방향을 나타낸다. 파형의 마루사이에서 $PS1$ 은 음의 값을 가지고 $PS2$ 와 $PS3$ 은 양의 값을 가지는데 재순환영역에서 와류이완에 관련된 에너지생성의 구조를 보여준다. 이러한 변화는 λ_2 의 분포에서 점성저층($y^+ < 10$)과 buffer영역($10 < y^+ < 30$)의 변화를 보면 확인된다. 점성저층의 경우 파형의 마루를 제외한 곳에서 평면채널과 같이 특정한 와류구조가 나타나지 않고 있다 (Jeong and Hussain⁽²¹⁾의 정의에서 와류의 core바깥영역은 λ_2 가 양의 값). buffer영역의 경우 다양한 와류구조가 존재해서 λ_2 는 음/양의 값을 반복하기 때문에 아주 작은 값을 보이는 반면에 λ_2 는 큰값을 보이는데 재순환영역 내부($x/\lambda=0.25, 0.50$)에서는 박리와 재순환유동과 연관되어 평면채널의 경우와 다른 형태를 보이고 있다. 파형의 마루에서는 점성저층에서 와류구조가 관찰되고 있는데 이는 볼록곡면에서의 순방향 압력구배와 무관하지 않다. 이것은 일반적인 평면벽에서의 와류구조와 파형벽면에서의 난류생성 구조가 매우 다름을 나

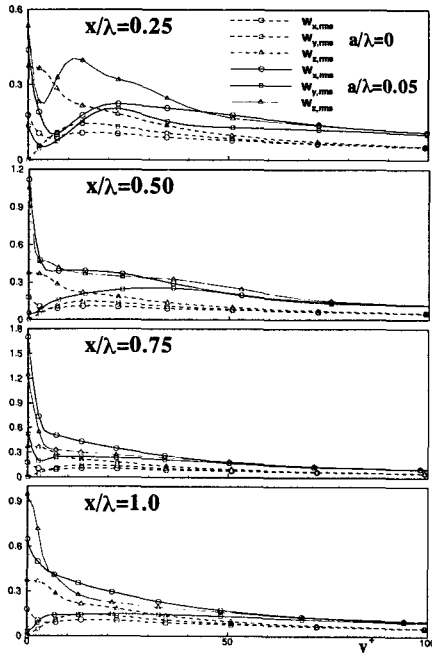


Fig. 19 R.m.s. vorticity fluctuations

타낸다.

난류에너지 생성에 관계된 난류구조의 변화를 살펴보기 위하여 Fig. 18-20에 주유동방향 속도의 섭동성분, 와도의 섭동성분 그리고 비등방텐서로 유도된 Invariant선도를 나타내었다. Fig. 18은 일정한 y -평면 ($y^+ \sim 10$)에서 속도의 섭동성분 분포를 보여주는데 파형벽면쪽은 파형의 마루에서 $y^+ \sim 10$ 의 수직거리를 구한다음 각각의 벽면에서 수직거리가 같도록 보간한 x - z 평면의 그림이다. Fig. 18에서 평면벽쪽의 분포를 보면 평면채널의 경우와 비슷한 섭동속도의 변화가 횡방향으로 조직적인 구조를 가지고 있는 것이 관찰되고 있다. 이것은 streaky난류구조에 관계된 현상이지만 파형벽면쪽에서는 이러한 현상이 사라지고 있다. Fig. 19에서 와도의 섭동성분을 보면 박리가 일어나는 $x/\lambda = 0.25$ 에서 경계층의 박리로 $W_{z,rms}$ 는 벽면외에도 두 번째 peak가 $y^+ \sim 12$ 에서 관찰되고있고 재부착 영역근처로 갈수록 두 번째 peak가 사라지고 있다. 이 peak는 Fig. 15에서 볼 수 있듯이 박리유동이 횡방향으로 변화를 가지고 있기 때문에 나타난 것으로 생각되며 유동이 발달하면서 평면채널유동과 유사한 형태를

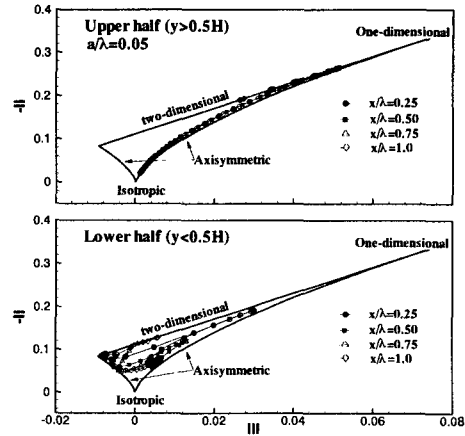


Fig. 20 Anisotropy invariant map

보이고 있다. 그러나 유동의 가속에 존재하여 $x/\lambda = 1.0$ 에서도 $W_{x,rms}$ 와 $W_{z,rms}$ 가 평면채널보다 큰 값을 보이고 있다. Fig. 20은 invariant선도를 보여주고 있다. $II = -b_{ij}b_{ji}/2$ 와 $III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3$ 으로 정의된다. 채널의 윗부분에서 축대칭난류-1차원난류-2차원난류의 한계선에서 Invariant선도가 그려지는 평면채널의 경우가 확인된다. 1차원난류가 나타나는 지점은 $y^+ \sim 9$ 로 예측되었다. 그렇지만 파형벽면 쪽에서는 축대칭난류와 2차원난류 사이에서 심한 변화를 보였다. 이는 Fig. 18과 Fig. 19에서 보였듯이 재순환유동의 3차원적 변화 즉 횡방향으로의 변화에 기인한다. 이러한 유동구조 변화는 벽면의 곡률에 관계된 불안정성(예, Gortler instability)과 깊은 연관이 있을 것으로 생각되지만 추후 자세한 연구가 요구된다. 결론적으로 파형벽면의 존재는 압력구배의 주기적인 변화로 횡방향으로 일정하지 않은 박리 및 재순환유동을 유발하고 이러한 3차원적인 변화는 난류에너지 생성과 더불어 다양한 난류성분들의 변화를 초래하는 것으로 나타났다.

5. 결론

로켓엔진의 냉각유로 설계를 위해 파형벽면이 있는 채널유동에서 Park et al.⁽¹⁾의 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모형이 수정되었다. 속도구배의 3차함

수인 응력-변형률 관계에서 계수수정(β_{2wall} 과 β_{3wall})을 통하여 벽면근처의 비등방성(τ_{ij}^N)이 개선되었다. 또한 난류모형의 정확성 검토 및 난류 유동의 변화를 살펴보기 위하여 큰에디모사법(LES)이 수행되었다.

우선 평면채널에서 수정된 비선형 $k-\varepsilon-f_\mu$ 모형과 LES의 타당성이 검토되었고 파형벽면이 존재하는 경우 Maaß and Schumann⁽²⁾($Re_b=6760$, $a/\lambda=0.05$)의 실험결과와 예측된 결과를 비교하였다. 난류모형의 경우 $\overline{u^2}/U_b^2$ 에 대한 예측성은 우수하였지만 $\overline{v^2}/U_b^2$ 은 파형벽면쪽에서 실험과 많은 차이를 보였다. LES결과는 평균속도나 레이놀즈응력 모두 좋은 일치를 보여주었다.

$Re_b=6760$ 에서 파형벽면의 효과를 살펴보기 위하여 파형높이와 파형길이를 $0 \leq a/\lambda \leq 0.15$ 와 $0.25 \leq \lambda/H \leq 4.0$ 로 변화시켰다. 파형높이가 증가함에 따라서 $a/\lambda \sim 0.02$ 에서 박리가 시작됨이 관찰되었다. 재순환유동은 벽면마찰계수의 주기적인 변화에 커다란 영향을 주었다. 항력계수는 파형높이가 커질수록 압력저항 때문에 심하게 증가하였지만 마찰항력은 감소하였다. 파형길이 변화는 재순환유동이 없는 영역에서는 큰 변화가 없었고 재순환유동이 존재하는 경우 항력감소 효과가 관찰되었다. 그러나 평면채널의 항력계수보다는 감소하지 않음을 보여주었다. LES결과와 비선형 $k-\varepsilon-f_\mu$ 모형은 파형높이 변화에 일관적인 경향성을 보여주었지만 파형의 높이가 클 경우 난류모형의 개선이 필요함을 보여주었다.

파형높이에 따른 난류유동의 변화를 살펴보기 위하여 LES결과로 얻어진 다양한 물리량의 거동을 살펴보았다. 벽면근처에서 3차원 와류구조의 변화가 파형벽면에 의해서 심한 변화를 보인 결과 에너지 생성과 난류섭동 성분들이 평면 채널의 경우와 많은 차이를 보여 주었다. 파형벽면의 마루사이에서는 재순환유동의 와류이완에 관계된 에너지 생성구조를 보여주었고 마루근처에서는 순압력구배와 재순환유동의 재발달과 관계된 난류유동의 변화를 보여주었다. 또한 벽면근처의 와류구조를 볼 수 있는 Jeong and Hussain⁽²¹⁾의 정의를 이용한 결과와 Invariant선도에서 재순환유동과 벽면근처의 와류구조가 3차원적으로 변화

됨이 관찰되었다. 결론적으로 본 연구는 난류모형과 LES사이의 상호보완적인 역할을 보여주었고, 열전달 증가를 위하여 파형형상의 변화에 근거한 냉각유로 설계 시 파형높이와 압력손실의 관계를 고려하여야 함을 보여주었다.

감사의 글

이 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Park T.S., Sung, H.J. and Suzuki, K., 2003, "Development of a Nonlinear Near-Wall Turbulence Model for Turbulent Flow and Heat Transfer," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, pp. 29~40.
- (2) Maaß, U. and Schumann, U., 1996, "Direct Numerical Simulation of Separated Turbulent Flow over a Wavy Boundary," *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 52, pp. 227~241.
- (3) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W., 1991, "A Dynamic Subgrid-scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids A*, Vol. 3(7), pp. 1760~1765.
- (4) Buckles, J., Hanratty, T.J. and Adrian, R.J., 1984, "Turbulent Flow over a Large-Amplitude Wavy Surface," *J. Fluid. Mech.*, Vol. 140, pp. 27~44.
- (5) Hudson, J.D., Dykhno, L. and Hanratty, T.J., 1996, "Turbulence Production in Flow over a Wavy Wall," *Exp. Fluids*, Vol. 20, pp. 257~265.
- (6) McLean, J.W., 1983, "Computation of Turbulent Flow over a Moving Wavy Boundary," *Phys. Fluids*, Vol. 26, p. 2065.
- (7) Patel, V.V., Tyndall Chon, J. and Yoon, J.Y., 1991, "Turbulent Flow in a Channel with a Wavy Wall," *ASME J. Fluid Engineering*, Vol. 113, pp. 579~586.
- (8) Pope, S.B., 1975, "A More General Effective-Viscosity Hypothesis," *J. Fluid Mech.*, Vol. 72, pp. 331~340.

- (9) You, J., Choi, H. and Yoo, J.Y., 2000, "A Modified Fractional Step Method of Keeping a Constant Mass Flow Rate in Fully Developed Channel and Pipe Flows," *KSME Int. J.* Vol. 14, pp. 547~552.
- (10) Park, T.S. and Sung, H.J., 1997, "A New Low-Reynolds-Number $k-\epsilon-f_\mu$ Model for Predictions Involving Multiple Surfaces," *Fluid Dynamics Research*, Vol. 20, pp. 97~113.
- (11) Smagorinsky J., "1963, "General Circulation Experiments with the Primitive Equations,"" *Mon Weather Rev*, Vol. 91-3, pp. 99~164.
- (12) Lilly, D.K., "1992, "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-scale Closure Method,"" *Phys. Fluids A*, Vol. 4-3, pp. 633~635.
- (13) Lele, S.K., 1992, "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution," *J. Computational Phys.*, Vol. 103, pp. 16~42.
- (14) Zhu, J., 1992, "Higher-Order Bounded Discretization Schemes for Finite Volume Computations of Incompressible Flows," *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 98, pp. 345~360.
- (15) Park, T.S., 1999, "Multigrid Method and Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model for Turbulent Recirculating Flows," *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 36, pp. 433~456.
- (16) Craft, T.J., Launder, B.E. and Suga, K., 1996, "Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 108~115.
- (17) Tavoularis, S., and Corrsin, S., 1981, "Experiments in Nearly Homogeneous Turbulent Shear Flow with a Uniform Mean Temperature Gradient. Part I," *J. Fluid Mech.* Vol. 104, pp. 311~347.
- (18) Lee, M.J., Kim, J. and Moin, P., 1990, "Structure of Turbulence at High Shear Rate," *J. Fluid Mech.*, Vol. 216, pp. 561~583.
- (19) Moser, R.D., Kim, J. and Mansour, N.N., 1999, "Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow up to $Re_\tau=590$," *Phys. Fluids*, Vol. 11, pp. 943~945.
- (20) Henn, D.S. and Sykes, R.I., 1999, "Large-Eddy Simulation of Flow over Wavy Surface," *J. Fluid Mech.*, Vol. 383, pp. 75~112.
- (21) Jeong, J. and Hussain, F., 1995, "On the Identification of a Vortex", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 285, pp. 69~94.