

라게르 함수를 이용한 유전체의 전자파 과도산란 해석

Analysis of Transient Electromagnetic Scattering from Dielectric Objects using Laguerre Polynomials

정 백 호

Baek-Ho Jung

요 약

본 논문에서는 3차원 유전체로부터의 전자기 과도 응답을 해석하기 위하여 시간 영역 전장 적분방정식을 이용한 새로운 해법을 제안한다. 이를 위하여 공간 및 시간 시험 과정으로 분리한 갤러킨 방법을 적용한다. 3차원 입의 형태의 유전체 표면을 삼각형으로 분할한 다음, 공간에 대한 등가 전류의 전개 및 시험 함수로서 삼각형 벡터 함수를 사용한다. 시간 영역의 미지 계수를 라게르 함수로부터 유도된 기저함수로 근사하며, 이 함수를 시간 영역의 시험 함수로도 사용한다. 제안된 방법에 의하여 계산된 등가 전류 및 원거리장의 수치 결과들을 제시한다.

Abstract

In this paper, we analyze the transient electromagnetic response from three-dimensional(3-D) dielectric bodies using a time-domain electric field integral equation formulation. The solution method in this paper is based on the Galerkin's method that involves separate spatial and temporal testing procedures. Triangular patch basis functions are used for spatial expansion and testing functions for arbitrarily shaped 3-D dielectric structures. The time-domain unknown coefficients of the equivalent electric and magnetic currents are approximated as an orthonormal basis function set that is derived from the Laguerre functions. These basis functions are also used as the temporal testing. Numerical results involving equivalent currents and far fields computed by the proposed method are presented.

Key words : Electric Field, Transient, Laguerre, Scattering, Moment Method

I. 서 론

전자기 과도 산란 문제를 풀기 위한 시간 영역 적분방정식의 해석에는 MOT(marching-on in time) 기법이 널리 사용되었다^[1]. 이 방법의 단점은 해가 진동하는 불안정성이다. 3차원 입의 구조 유전체의 전자기 산란의 해를 구하기 위하여 삼각형 모델링을 이용한 몇가지 MOT 방법이 제안되었다^{[2]-[4]}. 전장과 자장이 결합된 적분방정식을 미분하여 2차 유한차분으로 근사시켜 해를 구하였다^[2]. 그러나 그 계

산 결과는 불안정하였으며, 전류의 평균을 취하여 진동을 제거하였다. 그후 전장 적분방정식의 자기 벡터 전위에 후방 유한차분으로 근사한 다음, 삼각형 조각 중심간의 최소거리보다 시간 간격을 크게 선택하여 후기 진동을 최소화하였다^{[3],[4]}. 여기서 시간 간격을 크게 설정하는 방법을 적용하여 진동을 감소시키기는 하였지만, 입사파가 가지는 주파수 스펙트럼의 파장에 비하여 그 크기가 매우 작은 단순한 일부 구조를 제외하면 MOT 방법으로는 안정된 해를 얻기가 어렵다. 완전 도체의 산란 문제 경우

호서대학교 전기정보통신공학부(Department of Information and Communication Engineering, Hoseo University)

· 논문 번호 : 20021204-170

· 수정완료일자 : 2003년 3월 6일

안정된 해석을 위하여 중앙 유한차분으로 적분방정식을 근사시키는 방법이 제안되었으며, 그 결과 해의 정확성과 안정성이 개선되었다^[5]. 그러나 이 방법을 유전체 구조의 해석에 적용하여 보았으나 과도해의 진동은 여전히 존재하였다.

본 논문에서는 전장 적분방정식을 이용하여 임의 형태의 3차원 유전체에 대하여 안정된 전자기 과도 응답을 해석하는 방법을 제시한다. 갤러킨 방법으로 공간 및 시간 영역의 시험과정으로 분리하여 모멘트법을 이용한다. 유전체 표면의 등가 전류의 근사에는 공간 영역의 전개함수로서 RWG(Rao-Wilton-Glisson) 함수를 사용하며^[6], 이를 시험함수로도 사용한다. 시간 영역의 전개함수로는 감쇄 지수함수와 라게르 다항식의 곱인 가중 라게르 함수를 사용한다^{[7],[8]}. 라게르 함수의 변수는 영부터 무한대의 구간에서 정의되어 영 이후의 시간부터 관측되는 과도 응답 문제의 표현에 적합하다. 그리고 가중 라게르 함수의 지수함수는 시간이 무한대로 접근함에 따라 영으로 수렴하는 특성 때문에 가우시안 펄스가 인가된 과도 응답은 무조건적으로 수렴한다. 이 가중 라게르 함수는 시간 영역의 시험 함수로도 사용한다. 적분방정식에 관한 시험 내적의 결과로 행렬식을 얻은 후, 가중 라게르 함수의 유한한 개수로 표현된 시간 영역의 미지수는 라게르 함수의 차수를 증가시키면서 계산된다. 제안된 방법으로 가우시안 펄스의 평면파 입사시 유전체 표면의 등가 전기 및 자기 전류와 원거리 산란장을 계산하며, 시간 영역의 수치 결과를 주파수 영역의 전장 적분방정식으로부터 계산된 해의 푸리에 역변환과도 비교한다.

II. 적분 방정식

본 장에서는 유전체 표면에 유기된 전류를 얻기 위한 시간 영역의 전장적분식을 간략히 논한다. 유전율과 투자율이 각각 ϵ_1 및 μ_1 인 무한공간(매질 1)에 유전율과 투자율이 각각 ϵ_2 및 μ_2 인 3차원 유전체(매질 2)가 놓여 있다고 가정한다. 외부로부터 입사되는 전자파에 의하여 산란되는 전장은 등가 원리를 이용하여 유전체 표면 S 에서 유기되는 등가 전기 전류 \mathbf{J} 및 자기 전류 \mathbf{M} 으로써 표현할 수 있

라게르 함수를 이용한 유전체의 전자파 과도산란 해석

다. 유전체 표면에서 전장의 접선성분이 연속인 경계조건을 적용하면 전장 적분방정식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}_v(\mathbf{r}, t) + \nabla \Phi_v(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\epsilon_v} \nabla \times \mathbf{F}_v(\mathbf{r}, t) \right]_{\tan} = \begin{cases} [\mathbf{E}'(\mathbf{r}, t)]_{\tan}, & v=1 \\ 0, & v=2, \end{cases} \quad \mathbf{r} \in S \quad (1)$$

여기서 \mathbf{E}' 는 입사 전장이며, 첨자 'tan'은 접선성분을 의미한다. 그리고 \mathbf{A}_v 와 \mathbf{F}_v 는 각각 자기 및 전기 벡터 전위로서 등가전류에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{A}_v(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_v}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau_v)}{R} dS' \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_v(\mathbf{r}, t) = \frac{\epsilon_v}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', \tau_v)}{R} dS' \quad (3)$$

여기서 v 는 1 또는 2이며, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 은 장점 \mathbf{r} 과 전원점 \mathbf{r}' 간의 거리, $\tau_v = t - R/c_v$ 는 지연시간, 그리고 $c_v = 1/\sqrt{\epsilon_v \mu_v}$ 는 매질상수가 ϵ_v 및 μ_v 인 공간의 전자파 전파속도이다. 식 (1)에서 Φ_v 는 전기 스칼라 전위로서

$$\Phi_v(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_v} \int_S \frac{q(\mathbf{r}', \tau_v)}{R} dS' \quad (4)$$

와 같이 주어지며, 연속방정식에 의하여 전기 전하 밀도 q 는 전기 전류밀도 벡터 \mathbf{J} 와

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} q(\mathbf{r}, t) \quad (5)$$

와 같은 관계를 가진다.

식 (1)의 좌변에서 제 3항은 특이점 $\mathbf{r} = \mathbf{r}' (R=0)$ 을 분리하여 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\epsilon_v} \nabla \times \mathbf{F}_v(\mathbf{r}, t) = \pm \frac{1}{2} \mathbf{n} \times \mathbf{M} + \frac{1}{\epsilon_v} \nabla \times \tilde{\mathbf{F}}_v(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

여기서 복호는 $v=1$ 및 2의 순서이다. 식 (6)의 우변 제 2항은 식 (3)으로부터

$$\frac{1}{\epsilon_v} \nabla \times \tilde{\mathbf{F}}_v(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', \tau_v)}{R} dS' \quad (7)$$

와 같이 표현되며, 여기서 S_0 는 특이점을 제외한 유전체의 표면이다. 벡터 항등식을 이용하면 식 (7)의 적분 내의 항을 다음과 같이 쓸 수 있다^[9].

$$\nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', \tau_v)}{R} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M}(\mathbf{r}', \tau_v) \times \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R} + \mathbf{M}(\mathbf{r}', \tau_v) \times \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \quad (8)$$

여기서 $\hat{\mathbf{R}}$ 은 $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ 방향의 단위 벡터이다.

III. 모멘트법의 적용

3-1 공간 영역의 내적

해석의 대상이 되는 임의 형태의 3차원 유전체 표면은 평면 삼각형으로 근사된다. 참고문헌 [6]에서 제안된 RWG 벡터 전개함수는 두 삼각형이 이루는 n 째 공유변에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_n^+(\mathbf{r}) + \mathbf{f}_n^-(\mathbf{r}) \quad (9-1)$$

$$\mathbf{f}_n^\pm(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^\pm} \mathbf{p}_n^\pm, & \mathbf{r} \in T_n^\pm \\ 0, & \mathbf{r} \notin T_n^\pm \end{cases} \quad (9-2)$$

여기서 l_n 은 공유변의 길이이며, A_n^\pm 은 삼각형 T_n^\pm 의 넓이다. \mathbf{p}_n^\pm 는 공유변에 접하지 않은 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이다. 식 (9)의 벡터 함수는 전기 전류를 근사하는데 사용되며, 자기 전류의 전개함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{g}_n(\mathbf{r}) = \mathbf{g}_n^+(\mathbf{r}) + \mathbf{g}_n^-(\mathbf{r}) \quad (10-1)$$

$$\mathbf{g}_n^\pm(\mathbf{r}) = \mathbf{n} \times \mathbf{f}_n^\pm(\mathbf{r}) \quad (10-2)$$

여기서 n 은 삼각형 표면의 위치 \mathbf{r} 에서 외향 법선 단위 벡터이다. 벡터 함수 \mathbf{f}_n 과 \mathbf{g}_n 은 공간적으로 서로 직교한다. 식 (9)와 (10)의 벡터 함수를 이용하여 유전체 표면의 등가 전기 전류와 자기 전류를 근사하면 다음과 같다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N J_n(t) \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (11)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N M_n(t) \mathbf{g}_n(\mathbf{r}) \quad (12)$$

여기서 J_n 과 M_n 은 미정계수이며, N 은 유전체 표면을 구성하는 삼각형이 이루는 공유변의 개수이다. 식 (11)과 (12)는 주파수 영역의 전장 적분방정식의 해석에서 전류의 근사에 이미 사용된 바가 있다^{[10],[11]}.

식 (4)를 식 (5)와 함께 식 (1)에 사용한다면 시간에 대한 적분이 발생한다. 이 적분을 피하고 자기 벡터 전위의 미분항을 해석적으로 처리할 수 있도록 계산의 편이를 위하여, 전기 전류밀도 벡터와 다음과 같은 관계를 가지는 새로운 전위 벡터 $\mathbf{e}(\mathbf{r}, t)$ 를 도입하고자 한다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{e}(\mathbf{r}, t) \quad (13)$$

식 (5)와 (13)의 관계로부터 전하밀도는 전위 벡터에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$q(\mathbf{r}, t) = -\nabla \cdot \mathbf{e}(\mathbf{r}, t) \quad (14)$$

식 (13)과 유사하게 전위벡터 $\mathbf{h}(\mathbf{r}, t)$ 를 도입하여 자기전류를 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) \quad (15)$$

식 (9)와 (10)을 이용하여 전기 및 자기 전류의 전위 벡터를 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N e_n(t) \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (16)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N h_n(t) \mathbf{g}_n(\mathbf{r}) \quad (17)$$

여기서 e_n 과 h_n 은 시간 영역의 미정계수이다.

식 (1)을 풀기 위하여 모멘트법을 적용하고자 한다. 식 (2)-(4) 및 식 (13)-(17)를 식 (1)에 대입하고, 시험함수로서 식 (9)의 RWG 벡터 함수 \mathbf{f}_m 을 사용하여 내적을 취하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[\mu_v a_{mn}^{pq} \frac{d^2}{dt^2} e_n(\tau_{mn,v}^{pq}) + \frac{b_{mn}^{pq}}{\epsilon_v} e_n(\tau_{mn,v}^{pq}) \right] + \sum_{n=1}^N \left[c_{mn,v} \frac{d}{dt} h_n(t) + \sum_{p,q} \left\{ \frac{I_1^{pq}}{c_v} \frac{d^2}{dt^2} h_n(\tau_{mn,v}^{pq}) \right\} \right]$$

$$+ I_2^{pq} \left. \frac{d}{dt} h_n(\tau_{mn,v}^{pq}) \right\} = V_m^{(v)}(t) \quad (18)$$

여기서 $m = 1, 2, \dots, N$ 이다. 식 (18)에 사용된 각 요소는

$$a_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S \frac{\mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} dS' dS. \quad (19)$$

$$b_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S \nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \int_S \frac{\nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} dS' dS. \quad (20)$$

$$c_{mn,v} = \begin{cases} +c_{mn}, & v=1 \\ -c_{mn}, & v=2 \end{cases} \quad (21-1)$$

$$c_{mn} = \frac{1}{2} \int_S \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{g}_n(\mathbf{r}) dS. \quad (21-2)$$

$$I_k^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S \mathbf{g}_n^q(\mathbf{r}') \times \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} dS' dS, \quad k=1, 2 \quad (22)$$

$$V_m^{(v)}(t) = \begin{cases} \int_S \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) dS, & v=1 \\ 0, & v=2 \end{cases} \quad (23)$$

이며, 여기서 p 와 q 는 $+$ 또는 $-$ 이다. 식 (18)을 얻는 과정에서 전위 계수의 변화가 삼각형 내에서 크지 않다고 가정하여 지연시간을 다음과 같이 근사하였다.

$$\tau_v \approx \tau_{mn,v}^{pq} = t - \frac{R_{mn}^{pq}}{c_v} \quad (24)$$

여기서 $R_{mn}^{pq} = |\mathbf{r}_m^{cp} - \mathbf{r}_n^{cq}|$ 이며, \mathbf{r}_n^{\pm} 은 삼각형 T_n^{\pm} 의 중심을 나타내는 위치 벡터이다.

3-2 시간 영역의 내적

시간 영역 미정계수의 근사를 위한 전개함수는 감쇄하는 지수함수를 라게르 함수에 곱하여 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_j(t) = e^{-t/2} L_j(t), \quad 0 \leq t < \infty, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

여기서 $L_j(t)$ 는 라게르 함수이며, j 는 그 차수이다^[12]. 라게르 함수는 $t \geq 0$ 에서 정의되며, 시간 $t=0$ 이후부터 신호가 인가되는 과도응답의 표현에 적합하다. 또한 지수함수의 감쇄특성으로 인하여 응답은 후기 진동없이 안정될 수 있다. 식 (25)를 이용하여 식 (16)과 (17)에서 도입된 전위계수 $e_n(t)$ 와 $h_n(t)$ 를 나

라게르 함수를 이용한 유전체의 전자과 과도산란 해석

타내면 다음과 같다.

$$a_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{n,j} \phi_j(st) \quad (26)$$

여기서 $a_n(t)$ 는 $e_n(t)$ 또는 $h_n(t)$ 이다. 그리고 $a_{n,j}$ 는 미정계수이며, s 는 시간 확장 파라미터이다. 참고문헌 [7]의 부록을 이용하여 식 (26)의 미분형을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} a_n(t) = s \sum_{j=0}^{\infty} \left[\frac{1}{2} a_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} a_{n,k} \right] \phi_j(st) \quad (27)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} a_n(t) = s^2 \sum_{j=0}^{\infty} \left[\frac{1}{4} a_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) a_{n,k} \right] \phi_j(st). \quad (28)$$

식 (18)의 $e_n(t)$ 또는 $h_n(t)$ 에 식 (26)~(28)을 대입하고, 그 결과에 식 (25)의 전개함수를 시험함수로 사용하여 $\phi_i(st)$ 으로써 $st=0$ 부터 무한대까지 내적을 취하면

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left(\frac{s^2}{4} \mu_v \alpha_{mn}^{pq} + \frac{b_{mn}^{pq}}{\epsilon_v} \right) e_{n,j} + s^2 \mu_v \alpha_{mn}^{pq} \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) e_{n,k} \right] I_{ij} \left(s \frac{R_{mn}^{pq}}{c_v} \right) \\ & + \sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^{\infty} \left[s c_{mn,v} \left(\frac{h_{n,j}}{2} + \sum_{k=0}^{j-1} h_{n,k} \right) \delta_{ij} + \sum_{p,q} \left[s^2 \frac{I_{ij}^{pq}}{c_v} \left(\frac{h_{n,j}}{4} + \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) h_{n,k} \right) \right] \right. \\ & \left. + s I_2^{pq} \left(\frac{h_{n,j}}{2} + \sum_{k=0}^{j-1} h_{n,k} \right) \right] I_{ij} \left(s \frac{R_{mn}^{pq}}{c_v} \right) = V_{m,i}^{(v)} \end{aligned} \quad (29)$$

을 얻을 수 있다. 여기서 $e_{n,j}$ 와 $h_{n,j}$ 는 식 (26)의 $a_{n,j}$ 에 대응이 되며, 각각 $e_n(t)$ 와 $h_n(t)$ 에 관련된 계수이다. 식 (29)에서

$$I_{ij} \left(s \frac{R_{mn}^{pq}}{c_v} \right) = \int_0^{\infty} \phi_i(st) \phi_j \left(st - s \frac{R_{mn}^{pq}}{c_v} \right) d(st) \quad (30)$$

$$V_{m,i}^{(v)} = \int_0^{\infty} \phi_i(st) V_m^{(v)}(t) d(st). \quad (31)$$

이다. 식 (30)의 적분은 참고문헌 [7]의 부록에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$I_{ij}(y) = \begin{cases} e^{-y/2} [L_{i-j}(y) - L_{i-j-1}(y)], & j \leq i \\ 0, & j > i \end{cases} \quad (32)$$

여기서 $y = s R_{mn}^{pq} / c_v$ 이다.

식 (32)로부터 $j > i$ 일 때 $I_{ij}=0$ 이므로 식 (29)에서 j 에 관한 합의 기호 상한 ∞ 대신에 i 를 쓸 수 있다. 그리고 $j < i$ 에 해당되는 계수 $e_{n,j}$ 와 $h_{n,j}$ 를 우변으로

이항하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{mn}^{(1)} \\ \alpha_{mn}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{mn}^{(1)} \\ \beta_{mn}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{n,i} \\ h_{n,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{m,i}^{(1)} \\ \gamma_{m,i}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (33)$$

여기서 $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$ 이며, 각 행렬 요소는

$$\alpha_{mn}^{(v)} = \sum_{p,q} \left(\frac{s^2}{4} \mu_v a_{mn}^{pq} + \frac{b_{mn}^{pq}}{\epsilon_v} \right) \exp \left(-s \frac{R^{pq}}{2c_v} \right) \quad (34)$$

$$\beta_{mn}^{(v)} = \frac{s}{2} c_{mn,v} + \sum_{p,q} \left(\frac{s^2}{4} \frac{I_1^{pq}}{c_v} + \frac{s}{2} I_2^{pq} \right) \exp \left(-s \frac{R^{pq}}{2c_v} \right) \quad (35)$$

$$\gamma_{m,i}^{(v)} = V_{m,i}^{(v)} + P_{m,i}^{(v)} + Q_{m,i}^{(v)} \quad (36)$$

$$P_{m,i}^{(v)} = -\sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[\left(\frac{s^2}{4} \mu_v a_{mn}^{pq} + \frac{b_{mn}^{pq}}{\epsilon_v} \right) \sum_{j=0}^{i-1} e_{n,j} I_{ij} \left(s \frac{R^{pq}}{c_v} \right) + s^2 \mu_v a_{mn}^{pq} \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) e_{n,k} I_{ij} \left(s \frac{R^{pq}}{c_v} \right) \right] \quad (37)$$

$$Q_{m,i}^{(v)} = -\sum_{n=1}^N \left[s c_{mn} \sum_{k=0}^{i-1} h_{n,k} + \sum_{p,q} \left\{ \left(\frac{s^2}{4} \frac{I_1^{pq}}{c_v} + \frac{s}{2} I_2^{pq} \right) \times \sum_{j=0}^{i-1} h_{n,j} I_{ij} \left(s \frac{R^{pq}}{c_v} \right) + s^2 \frac{I_1^{pq}}{c_v} \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) h_{n,k} \times I_{ij} \left(s \frac{R^{pq}}{c_v} \right) + s I_2^{pq} \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{j-1} h_{n,k} I_{ij} \left(s \frac{R^{pq}}{c_v} \right) \right\} \right] \quad (38)$$

와 같다.

식 (33)의 계산을 위해서는 유한한 시간 영역의 전개함수의 개수 M 이 필요하다. 주파수 대역 B 를 가지고 시간 영역에서 T_f 까지 지속되는 신호가 인가된다고 가정하면, 이산 푸리에 역변환시에 주파수 영역의 표본 개수를 M 이라고 한다면, 표본 주파수는 $-B \leq k \Delta f \leq B$ 의 범위를 가진다. 여기서 k 는 정수이며, $\Delta f = 1/T_f$ 이다. 따라서 표본 정수의 범위는 $|k| \leq B T_f$ 이며, 필요한 시간 영역 전개함수의 최소 개수는 $M = 2B T_f + 1$ 이 된다. 그러므로 식 (33)의 계산시 $i = 0, 1, \dots, M-1$ 이며, 차수 i 를 증가시키면서 M 회 계산을 반복하면 된다. 식 (33)으로부터 시간 영역 전개함수의 개수 M 으로 계산된 계수 $e_{n,i}$ 와 $h_{n,i}$ 그리고 식 (11)~(13)과 (15)~(17)의 관계로부터 식 (27)을 이용하면 전기 및 자기 전류는 각각 다음과 같이 계산된다.

$$J_n(t) = \frac{\partial}{\partial t} e_n(t) = s \sum_{j=0}^{M-1} \left(\frac{1}{2} e_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} e_{n,k} \right) \phi_j(st) \quad (39)$$

$$M_n(t) = \frac{\partial}{\partial t} h_n(t) = s \sum_{j=0}^{M-1} \left(\frac{1}{2} h_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} h_{n,k} \right) \phi_j(st). \quad (40)$$

IV. 수치 결과

수치 계산을 위하여 자유공간에 놓인 유전체구 및 정육면 유전체를 가정하고 상대 유전율은 $\epsilon_r = 2$ 으로 두었으며, 본 장에서 c 와 η 는 각각 자유공간의 전파속도와 파동 임피던스를 나타낸다. 산란체에는 평면파가 입사하며, 전장이 다음과 같이 표현되는 가우시안 펄스로 가정하였다.

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \frac{4}{\sqrt{\pi T}} e^{-\gamma^2} \quad (41)$$

$$\gamma = \frac{4}{T} (ct - ct_0 - \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{k}}) \quad (42)$$

여기서 $\hat{\mathbf{k}}$ 는 전파 방향을 나타내는 단위 파수 벡터이며, T 는 펄스의 폭, t_0 는 시간 $t=0$ 으로부터 펄스 첨두치의 위치를 나타내는 지연시간이다. 계산시 평면파의 입사 방향은 $\phi = 0^\circ$ 과 $\theta = 0^\circ$, 즉 $\hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{z}}$ 으로 하였으며, 전장의 방향은 $\mathbf{E}_0 = \hat{\mathbf{x}}$ 으로 두었다. 그리고 가우시안 펄스의 폭과 지연시간은 $T = 4$ lm (light meter) 및 $ct_0 = 6$ lm으로 하였다. (단위 'lm'은 자유공간에서 전자파가 1 m 전파하는데 걸리는 시간이다.) 이 펄스는 250 MHz까지의 주파수 성분을 포함하고 있다. 과도해의 계산시 최종 관측시간을 $cT_f = 40$ lm로 두고, 가중 라게르 함수의 수는 충분히 크게 $M = 80$ 으로 하였다. 그리고 시간 확장 파라미터는 $s = 10^\circ$ 으로 두었다. 계산되는 결과는 전기 및 자기 전류와 입사 방향과 반대 방향으로 산란되는 θ (또는 x) 성분의 정규화 전장이다. 모든 수치 결과는 주파수 영역의 전장 적분방정식으로부터 얻어진 결과의 푸리에 역변환(inverse discrete Fourier transform, IDFT)과 비교한다^[13]. 유전체구의 경우 산란장을 엄밀해(Mie series solution)와도 비교한다.

그림 1은 반경이 0.5 m인 유전체구이며, 그 중심은 좌표계의 원점에 있다. 구표면을 528 개의 삼각형으로 모델링한 결과 $N = 792$ 개의 공유변을 얻었

다. 그림 1에서 전기 및 자기 전류의 과도해가 관찰되는 부분은 공유변을 이루는 두개의 삼각형을 도색하여 표시하였다($\theta = 0^\circ$, $\phi = 7.5^\circ$). 그림 2는 계산된 θ -방향의 전기 전류, 그리고 그림 3은 ϕ -방향의 자기 전류의 과도 응답이며 IDFT의 결과와 함께

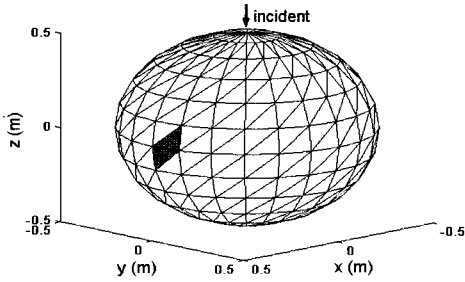


그림 1. 유전체구의 삼각형 모델
Fig. 1. Triangular patch model of a dielectric sphere.

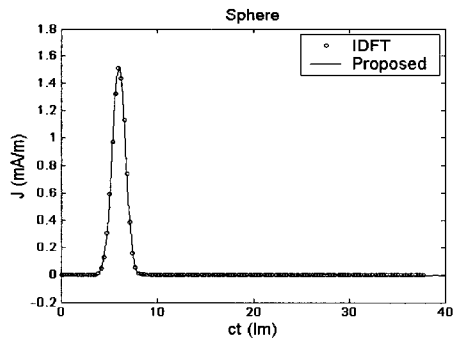


그림 2. 유전체구 표면의 θ -방향 전기 전류
Fig. 2. θ -directed electric current on the dielectric sphere.

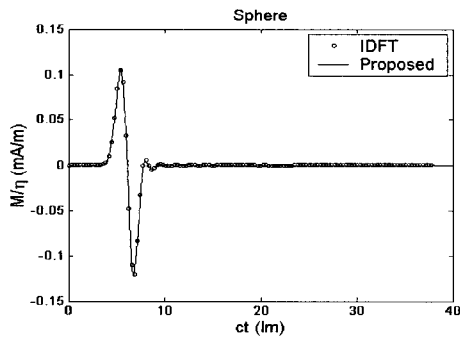


그림 3. 유전체구 표면의 ϕ -방향 자기 전류 밀도
Fig. 3. ϕ -directed magnetic current on the dielectric sphere.

보이고 있다. 제안된 방법에 의하여 계산된 해는 진동없이 매우 안정되어 있으며, 주파수 영역의 전장 적분방정식에 의한 계산 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그림 4는 유전체구로부터 +z 방향으로 산란된 정규화 원거리 전장이며, 주파수 영역의 전장 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT 및 업

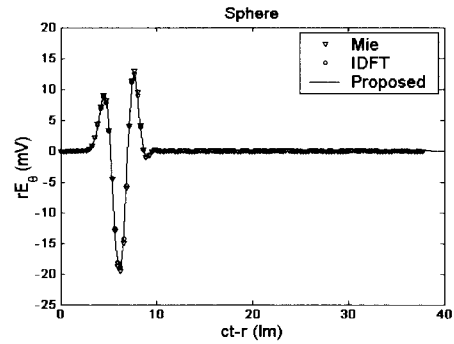


그림 4. 유전체구의 원거리 산란 전장
Fig. 4. Scattered far field from the dielectric sphere.

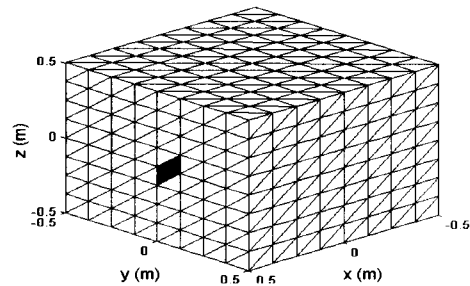


그림 5. 정육면 유전체의 삼각형 모델
Fig. 5. Triangular patch model of a dielectric cube.

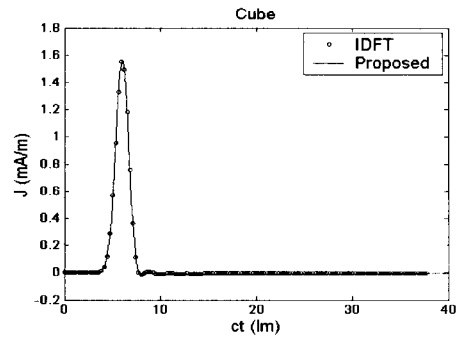


그림 6. 정육면 유전체 표면의 z-방향 전기 전류
Fig. 6. z-directed electric current on the dielectric cube.

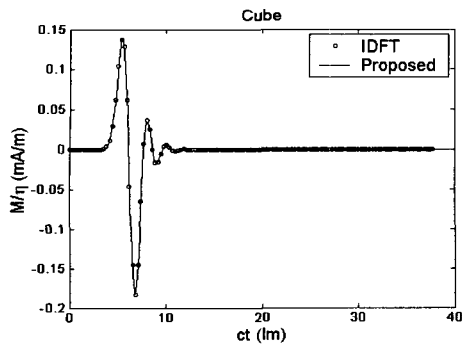


그림 7. 정육면 유전체 표면의 y -방향 자기 전류
Fig. 7. y -directed magnetic current on the dielectric cube.

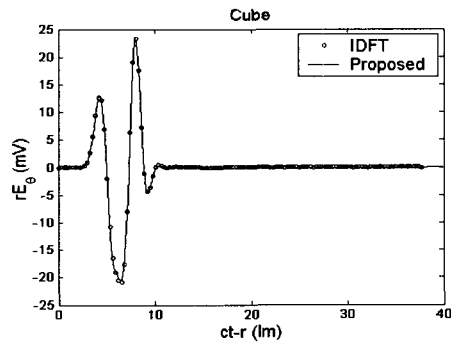


그림 8. 정육면 유전체의 원거리 산란 전장
Fig. 8. Scattered far field from the dielectric cube.

밀해와도 잘 일치하고 있다.

그림 5는 중심이 좌표계의 원점에 있으며 변의 길이가 1 m인 정육면 유전체이다. 그 표면을 분할하여 768개의 삼각형으로 구성하였으며, 공유변의 수는 $N=1,152$ 이다. 그림 5에서 전기 및 자기 전류의 과도해가 관찰되는 부분을 공유변을 이루는 두 개의 삼각형을 도색하여 표시하였다. 그림 6과 7은 z -방향의 전기 전류와 y -방향의 자기 전류를 각각 보이고 있다. 등가전류의 과도해는 주파수 영역의 전장 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT와 잘 일치하며 매우 안정되어 있다. 그림 8은 정육면 유전체로부터 $+z$ 방향으로 산란된 정규화 원거리 전장이다. 전장의 과도해는 주파수 영역의 전장 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT와 정확히 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

V. 결 론

시간 영역의 전장 적분방정식을 이용하여 임의 형태의 3차원 유전체 구조의 안정된 과도 산란해를 얻기 위한 해석 방법을 제안하였다. 모멘트법을 적용하는 과정에서 삼각형으로 유전체 표면을 근사하여 공간적인 전개 및 시험 함수로서 삼각형 벡터 함수를 사용하였으며, 시간 영역의 미지수 전개에는 가중 라게르 함수를 도입하였다. 또한 이 함수를 시간 영역의 시험 함수로도 사용하였다. 무조건적으로 수렴하는 가중 라게르 함수의 감쇄 특성으로 펄스 인가시의 과도해는 진동 현상없이 안정되어 있었다. 계산된 전기 및 자기 등가전류와 원거리 산란장의 해는 주파수 영역의 전장 적분방정식의 계산 결과와도 잘 일치하였으며, 유전체구의 경우 산란장은 엄밀해와도 정확히 잘 일치하였다.

참 고 문 헌

- [1] S. M. Rao, *Time Domain Electromagnetics*. Academic Press, 1999.
- [2] D. A. Vechinski, S. M. Rao and T. K. Sarkar, "Transient scattering from three-dimensional arbitrary shaped dielectric bodies", *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 11, no. 4, pp. 1458-1470, April 1994.
- [3] S. M. Rao, T. K. Sarkar, "Implicit solution of time-domain integral equations for arbitrarily shaped dielectric bodies", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 21, no. 3, pp. 201-205, May 1999.
- [4] T. K. Sarkar, W. Lee and S. M. Rao, "Analysis of transient scattering from composite arbitrarily shaped complex structures", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, no. 10, pp. 1625-1634, Oct. 2000.
- [5] B. H. Jung, T. K. Sarkar, "Time-domain electric-field integral equation with central finite difference", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 31, no. 6, pp. 429-435, Dec. 2001.
- [6] S. M. Rao, D. R. Wilton and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, no. 3, pp. 409-418, May 1982.
- [7] 정백호, 정용식, "가중 라게르 다항식과 전장적

- 분식을 이용한 도체의 과도 산란 해석", 한국 전자과학회논문지, 13(9), pp. 937-946, 2002년. 10월.
- [8] Y. S. Chung, T. K. Sarkar and B. H. Jung, "Solution of time-domain magnetic-field integral equation for arbitrarily closed conducting bodies using an unconditionally stable methodology", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 35, no. 6, pp. 493-499, Dec. 21. 2002.
- [9] J. Van Bladel, *Electromagnetic Fields*, Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [10] T. K. Sarkar, S. M. Rao and A. R. Djordjevic, "Electromagnetic scattering and radiation from finite microstrip structures", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 11, pp. 1568-1575, Nov. 1990.
- [11] S. M. Rao, D. R. Wilton, "E-field, H-field, and combined field solution for arbitrarily shaped three-dimensional dielectric bodies", *Electromagn.*, vol. 10, pp. 407-421, 1990.
- [12] A. D. Poularikas, *The Transforms and Applications Handbook*. IEEE Press, 1996.
- [13] B. H. Jung, T. K. Sarkar and Y.-S. Chung, "A survey of various frequency domain integral equations for the analysis of scattering from three-dimensional dielectric objects", *J. of Electromagn. Waves and Appl.*, vol. 16, no. 10, pp. 1419-1421, Oct. 2002.

정 백 호



1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사)
 1989년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
 1997년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
 1989년 2월~1994년 3월: 국방과학

연구소 연구원

1997년 9월~현재: 호서대학교 전기정보통신공학부 및 벤처전문대학원 조교수

2001년 1월~2003년 2월: 미국 Syracuse 대학교 연구교수
[주 관심분야] 전자파 수치해석, 이동통신 전파환경, 비선형 광학