

전기장을 받는 강유전체 세라믹내의 균열 해석

김인옥*, 범현규#

Analysis of a Crack in Ferroelectric Ceramics Subjected to Electric Fields

In Ock Kim* and Hyeon Gyu Beom#

ABSTRACT

A crack in a ferroelectric ceramic subjected to an electric field is analyzed. The boundary of the electrical saturation zone is estimated based on the finite-width saturation zone model, which is analogous to a finite-width Dugdale zone model for mode III. It is shown that the shape and size of the switching zone depends strongly on the boundary of the electrical saturation zone and the ratio of the coercive electric field to the yield electric field. The crack tip stress intensity factor under small scale conditions is evaluated by employing the model of electric nonlinear domain switching. It is found that fracture toughness of the ferroelectric material may be increased or decreased depending on the material property of electrical nonlinearity.

Key Words : Ferroelectric ceramics(강유전체 세라믹), Coercive electric field(항전기장), Yield electric field(항복 전기장), Domain switching(분역회전), Dugdale model(Dugdale 모델)

1. 서론

강유전체 세라믹을 이용한 구조물은 구동시의 신속성과 정확성 등 여러 가지 장점으로 인하여, 센서나 액추에이터와 같은 지능형 구조물로 사용되고 있다.¹ 그러나, 세라믹과 같은 취성재료는 기공이나 균열과 같은 다양한 결함이 존재한다. 강유전체에 전기장을 인가하면, 개재물이나 내부전극과 같은 결함 주위에 전기장이 집중되고, 이로 인하여 발생하는 부적합 변형은 큰 응력을 발생시킨다. 따라서, 개재물이나 내부전극 끝단 주위에 균열을 발생시킨다. 이러한 결함은 강유전체 세라믹을 이용

한 구조물의 신뢰성을 크게 감소시키므로, 이에 대한 연구가 최근에 주목받고 있다.²

전기장이 강유전체 세라믹의 파괴거동에 미치는 영향에 대한 이론적인 모델이 몇몇 연구자들에 의해 제안되었다. 선형 유전체(linear dielectric)이론을 이용한 해석결과는 작용하는 전기장의 방향에 따라 파괴 인성(fracture toughness)은 대칭으로 나타나는 데 이러한 결과는 실험적 결과³⁻⁶와 전혀 일치하지 않는다. 강유전체 세라믹은 높은 전기장에서 전기적 비선형성을 보인다. 전기적 비선형 영역(electrical nonlinear zone)은 전기장이 인가된 강유전체의 균열선단에 형성되며 전기장의 거동에 중요

2002년 9월 13일 접수

* 전남대학교 기계공학과 대학원

교신저자, 전남대학교 기계공학과

Email : hgbeom@chonnam.ac.kr, Tel : (062) 530-1682

한 역할을 한다. Gao와 Barnett⁷와 Gao 등⁸은 파괴 거동에 전기적 비선형성의 효과를 고려하기 위해 띠포화모델(strip saturation model)을 적용하였다. 그들은 압전재료의 파괴인성은 작용 전기장에 선형으로 의존함을 보였다. Ru⁹는 압전재료(piezoelectric material) 내부의 균열에 대해서 띠포화 모델을 이용하여 전기적 포화분극이 응력강도계수에 미치는 영향에 대하여 해석하였다. Beom¹⁰도 전왜재료(electrostrictive material) 내부의 균열에 대하여 소규모 항복모델과 띠항복모델을 이용하여 전기적 포화영역이 응력강도계수에 미치는 영향을 해석하였다.

전기장이 강유전체 세라믹의 파괴거동에 미치는 영향을 알기 위하여 분역회전(domain switching) 모델을 이용한 연구가 최근에 집중되고 있다.¹¹⁻¹⁵ 특히, Beom과 Atluri¹⁵는 전기-기계적 하중을 받는 강유전체의 파괴거동에 대한 전기장의 영향을 해석하였다. 그들은 압전재료의 파괴거동에 대한 전기장의 영향에 대하여 다양한 실험적 관찰을 이론적으로 설명하기 위해 단일화된 비선형 분역회전모델을 제안하였다. 전기적 하중과 기계적 하중의 비와 함께 강유전체 세라믹의 물성치인 항전기장(coercive electric field)과 항복전기장(yield electric field)의 비도 균열선단 응력강도계수의 증가 또는 감소를 결정하는 중요한 인자임을 해석하여 기존 연구자들의 실험결과³⁻⁶에 대하여 이론적으로 설명이 가능하게 되었다. 그러나, 비선형 분역회전모델을 이용하여 균열선단의 다양한 형태의 전기적 비선형 영역이 강유전체 세라믹의 파괴거동에 미치는 연구는 아직 이루어지지 않았다.

본 연구의 목적은 분극(polarization)과 동일한 방향을 갖는 전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹 내의 균열에 대하여 해석하고자 한다. 전기적 비선형영역의 경계는 유한두께의 전기적 포화영역모델로 결정하고 이를 이용하여 강유전체 세라믹내의 균열선단 근처의 분역회전 영역을 구한다. 소규모 조건하에 강유전체 세라믹의 균열선단 응력강도계수의 변화는 비선형 분역회전모델을 이용하여 계산된다. 해석결과는 다양한 전기적 비선형 영역과 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 전기장이 강유전체 세라믹의 파괴거동에 미치는 영향을 해석한다.

2. 분역회전모델(Domain switching model)

강유전체 세라믹의 파괴거동에 대한 전기장의

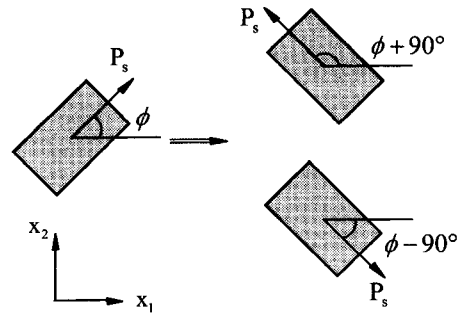


Fig. 1 90° domain switching

영향을 해석하기 위하여 이상화된 전기변위 (D)와 전기장 (E)의 이력곡선을 도입한다. 강유전체는 자발분극 P_s , 항전기장 E_c , 항복전기장 E_0 을 갖는다. 전기장의 크기가 작을 때, 전기변위는 선형이 되고 이것의 기울기는 유전율(dielectric permittivity)과 같다. 전기장의 크기가 증가하면서 항전기장에 도달할 때 강유전체 분역회전이 발생하고 분극의 방향은 전기장의 방향과 같게 회전한다. 작용전기장의 크기가 항전기장 이상으로 커지게 되면 전기변위는 완전히 포화상태에 이르게 된다. 이 때 ($E = E_0$)의 전기장을 항복전기장이라 한다.

전기장이 항전기장 이상으로 작용하게 되면 90° 또는 180° 분역회전을 일으킬 수 있다. 강유전체의 분역은 균일한 분극을 갖고 단일분역(mono-domain)으로 가정한다. 전기장이 작용할 때, 강유전체의 분역회전 기준은 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹⁶

$$E_i \Delta P_i \geq 2P_s E_c \quad (1)$$

여기서, E_i 는 전기장을 나타내고, ΔP_i 는 자발분극의 변화를 나타낸다. 전기적 하중 하에서 식 (1)을 만족할 때 강유전체의 분극회전이 발생한다.

균일하게 분극된 분역을 갖는 강유전체를 생각하자. 초기분극 벡터는 x_1 축에 각도 ϕ 를 이루고 있다. 90° 분역회전으로 인한 자발 변형률과 분극에 대한 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹²

$$\Delta P_i = \sqrt{2} P_s \begin{cases} \cos\left(\phi \pm \frac{3}{4} \pi\right) \\ \sin\left(\phi \pm \frac{3}{4} \pi\right) \end{cases}$$

$$\Delta\gamma_{ij} = \gamma_s \begin{bmatrix} -\cos 2\phi & -\sin 2\phi \\ -\sin 2\phi & \cos 2\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 ϕ 는 x_1 축에 이루고 있는 초기 분극벡터의 각도이고, γ_s 는 90° 분역회전과 관련된 자발변형률이다. 식 (2)에서 $-3\pi/4$ 와 $+3\pi/4$ 는 분극방향이 각각 시계방향과 반시계 방향의 90° 회전에 대한 양으로 Fig. 1에 나타내었다.

3. 전기장(Electric fields)

강유전체는 높은 전기장 강도에서 강한 비선형 이력(hysteresis)거동을 보이는 재료로 알려져 있다. 이것은 전기장이 강유전체 세라믹 내의 결합주위에 집중되기 때문에 강유전체의 파괴거동을 정확하게 예측하기 위하여는 전기적 비선형성의 영향을 동반한 해석이 이루어져야 한다. 본 연구에서 전기적 비선형 영역을 결정하기 위하여 모드 III 탄소성 균열문제 해석에서 유한두께의 Dudale 영역모델¹⁷을 이용한다.

균열선단에서 다양한 형태의 전기적 포화영역의 변화를 Fig. 2에 나타내었다. 여기서 A 와 B 는 타원의 장축과 단축을 각각 의미한다. $B/A=0$ 인 경우는 전기적 포화영역이 띠형(strip saturation) 모델과 같은 경우로서 직선의 형태가 된다. 타원의 장축과 단축이 같은 경우 ($A=B$)에는 전기적 포화영역이 진원이 되는 경우로서 Beom과 Atluri¹⁵의 해석과 같은 경우이다. Fig. 2와 같이 전기적 포화영역을 띠모양에서 원형의 형상을 갖는 경우의 천이(transition)과정을 설명하기 위하여 Fig. 3과 같이 타원 좌표계 (u, v)를 도입한다. 타원 좌표계에서 좌표 (u, v)는 Cartesian 좌표계 (x, y)와 관련되어 다음과 같이 정의한다.

$$x = a \cosh u \cos v, \quad y = a \sinh u \sin v \quad (3)$$

여기서 $2a$ 는 Fig. 3에서 두 초점간의 거리이다. 계산의 편리를 위하여 다음과 같이 무차원화 시킨 좌표계를 이용한다.

$$X \equiv x/a, \quad Y \equiv y/a \quad (4)$$

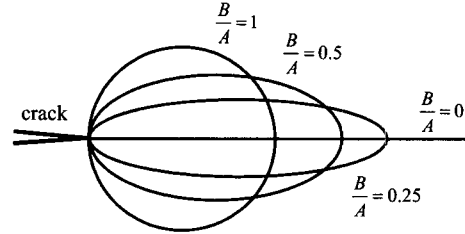


Fig. 2 Electrical saturation zone transition

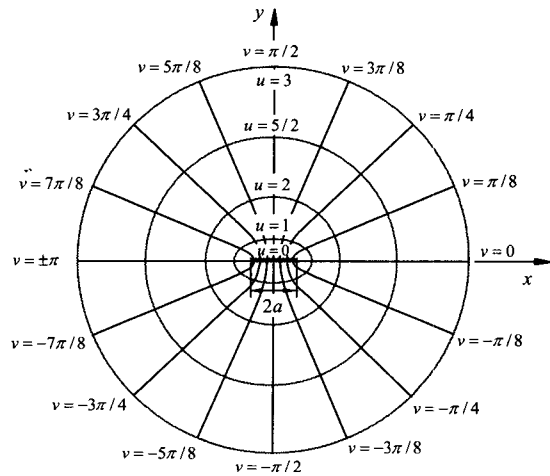


Fig. 3 Elliptical coordinate system

타원형의 외부는 전기적으로 선형인 영역이고, 내부는 전기적 비선형 영역이다. 타원형의 선형-비선형 경계를 XY 면에서 $u = u_0$ 라 하면, 비선형 영역은 장축 $A \equiv \cosh u_0$, 단축 $B \equiv \sinh u_0$ 을 갖는 타원형이다. Unger¹⁷의 탄성장의 해를 전기장의 해로 확대 적용하면, 타원형의 외부 영역 ($u > u_0$)인 전기장의 해는 다음과 같다.

$$\frac{E_1}{E_0} = -\exp\left(\frac{u_0 - u}{2}\right) \sin \frac{v}{2} \quad \text{for } u > u_0 \quad (5)$$

$$\frac{E_2}{E_0} = \exp\left(\frac{u_0 - u}{2}\right) \cos \frac{v}{2}$$

여기서 전기장 E 의 아래첨자 1, 2는 균열선단을 원점으로 하는 Cartesian 좌표계 (x_1, x_2)의 방향을 나타낸다. Fig. 3에서 두 초점간의 거리 a 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a = \frac{1}{\pi \exp(u_0)} \left(\frac{K_E^\infty}{E_0} \right)^2 \quad (6)$$

여기서 K_E^∞ 는 전기장이 작용하는 강도계수이다.

다음으로 타원형의 내부 ($u < u_0$)인 전기적으로 비선형 거동을 보이는 전기장의 해를 생각하자. 균열선단을 원점으로 하는 좌표계 (x_1, x_2)와 타원의 중심을 원점으로 하는 좌표계 (X, Y)의 관계를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 변수들의 아래첨자 0는 전기적 선형-비선형의 경계에 대한 변수를 나타내며 다음과 같다.

$$X_0(a) = A \cos 2\alpha, \quad Y_0(a) = B \sin 2\alpha \quad (7)$$

여기서 u_0 는 전기적으로 선형-비선형 경계의 타원 좌표계이다. α 를 결정하기 위하여 다음과 같은 식이 성립되어야 한다.¹⁷

$$Y = [X + 2B - A + 2(A - B) \sin^2 \alpha] \tan \alpha \quad (8)$$

Fig. 4에서 $X = A, Y = 0$ 일 때 α 값은 0(zero)이고, $X = -A, Y = 0$ 이면 $\alpha = \pi/2$ 이다. Y 좌표 값이 아주 작을 때 식 (8)을 만족하는 α 값을 결정한다. 완전히 포화상태인 타원의 내부 ($u < u_0$)에 대한 전기장의 비선형 영역에 대한 해는 다음과 같다.¹⁷

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{E_0} &= [\exp(u_0) \cos \alpha - \exp(-u_0) \cos 3\alpha] P \\ \frac{E_2}{E_0} &= [\exp(u_0) \cos \alpha - \exp(-u_0) \cos 3\alpha] Q \end{aligned} \quad \text{for } u < u_0 \quad (9)$$

여기서 변수 P 와 Q 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\tan \alpha}{(X_0 - X) \sec^2 \alpha + \bar{X}_0 \tan \alpha - \bar{Y}_0} \\ Q &= \frac{1}{\bar{Y}_0 - \bar{X}_0 \tan \alpha + (X - X_0) \sec^2 \alpha} \\ \bar{X}_0 &= -2A \sin 2\alpha, \quad \bar{Y}_0 = 2B \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (10)$$

전기장의 해(solution)인 식 (5)와 (9)를 강유전체의 분역회전 조건식 (1)에 대입하면 균열선단 근처의 분역회전영역을 구할 수 있다.

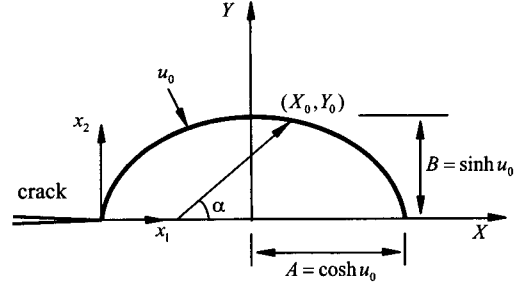


Fig. 4 Saturation zone parameters

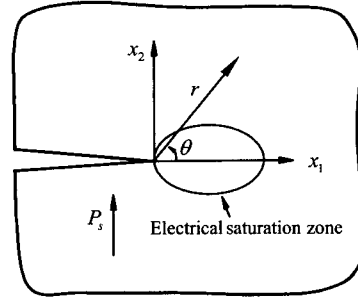


Fig. 5 Asymptotic problem of a crack

4. 응력강도계수(Stress intensity factor)

전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹내의 균열을 생각하자. 균열면의 트랙션과 전하는 없고, 소규모 조건(small scale condition)으로 가정한다. 분극의 방향은 균열면에 수직으로 $\phi = 90^\circ$ 이고, 작용 전기장의 방향은 분극과 같은 방향이다. 소규모 조건 하에서 파괴거동에 대한 전기장의 영향을 알기 위하여 전기장을 받는 강유전체 세라믹내의 반무한 균열에 대한 점근문제(asymptotic problem)를 생각한다. 균열선단을 원점으로 하는 원통 좌표계 (r, θ)를 도입하여 Fig. 5에 나타내었다. 전기적 하중을 받는 강유전체는 균열선단에 집중된 전기장으로 인하여 분극회전이 발생한다. 회전영역의 경계를 따라서 변위와 표면 트랙션이 같아야 하므로 전기적 포화영역의 내부와 외부의 재료는 변형이 일어난다. 결과적으로 균열선단 주위의 분역회전으로 인한 변형률은 응력을 발생시킨다. 초기 분극방향이 $\phi = 90^\circ$ 인 균열선단에서의 응력강도계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹⁵

$$K_I^{np} = -\frac{3}{2\pi} \eta K_E^\infty \int_0^\pi \sqrt{\frac{r}{R_c}} \sin \theta \sin \frac{5}{2} \theta d\theta \quad (11)$$

여기서 r 은 90° 회전영역의 경계를 나타내고 η 와 R_c 는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{Y\gamma_s}{(1-\nu^2)E_c}, \quad R_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_E^\infty}{E_c} \right)^2 \quad (12)$$

여기서 Y 와 ν 는 Young 계수와 Poisson 비를 나타낸다. R_c 는 본 연구에서 좌표계를 무차원화 시키는 기준길이로 적용된다. 분역회전영역의 경계가 결정되면 식 (11)을 이용하여 균열선단 응력강도계수를 계산할 수 있다.

5. 결과 및 토론

강유전체 세라믹 내의 분극방향에 수직인 즉 $\phi = 90^\circ$ 인 균열에 대하여 생각한다. 분극벡터와 같은 방향을 갖는 양(positive)의 전기장이 작용하는 경우에 대하여 균열 선단에서의 분역회전 영역을 구하고, 그로 인한 응력강도계수를 구한다. 분역회전영역의 대칭성(symmetry)으로 인하여 균열선단 근처의 분역회전으로 인하여 발생하는 모드 II의 응력강도계수는 없다.

분극방향과 전기장의 방향이 같은 양(positive)의 전기장을 받는 강유전체 세라믹 내의 분역회전 영역을 구하기 위하여 식 (5)와 (9)를 분역회전 조건식 (1)에 대입하면 90° 분역회전영역을 구할 수 있다. 강유전체 세라믹 내의 분역회전 영역을 전기적 포화영역을 결정짓는 변수인 u_0 와 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 Fig. 6에 나타내었다. 강유전체 세라믹 내의 균열선단에서 분역회전영역의 경계는 재료의 물성치인 E_c/E_0 와 전기적 포화영역을 띠형태에서 원형의 형태로 천이시키는 변수 u_0 에 따라 크게 의존한다. $E_c/E_0 = 0$ 인 경우에는 전기적 비선형 영역이 없으므로 u_0 에 무관하게 동일한 분역회전영역을 보여준다.

강유전체 세라믹내의 균열선단에서 분역회전영역을 구하였으면 식 (11)을 적용하여 균열선단 응력강도계수를 계산할 수 있다. 양의 전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹 내의 균열에 대한 응력강도

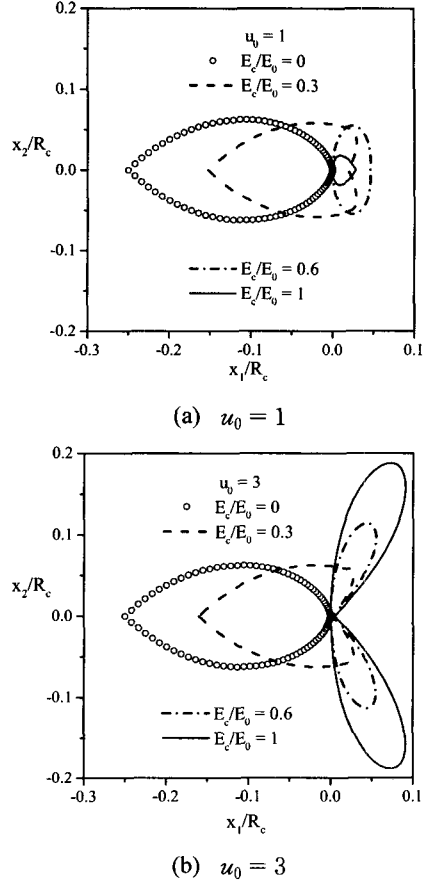


Fig. 6 90° domain switching zones induced by a positive applied electric field

계수를 전기적 분극포화 영역을 결정짓는 변수인 u_0 에 따라 E_c/E_0 의 함수로서 Fig. 7에 나타내었다. u_0 가 0(zero)인 경우는 전기적 비선형 영역이 띠형태가 되고 u_0 가 증가하면서 전기적 비선형영역은 타원형에서 원형으로 천이된다. 전기적 비선형 영역이 근사적으로 원형이 되는 경우인 $u_0 = 10$ 일 때의 해석결과는 Beom과 Atluri¹⁵의 해석과 동일한 결과를 얻음으로써 본 연구에서 얻은 해석결과의 타당성을 검증하였다. 항전기장과 항복전기장의 비가 K_I^{np} 의 부호를 결정하는데 크게 기여한다. 그러나, 균열선단 응력강도계수의 부호는 전기적 비선형 영역을 결정짓는 변수인 u_0 에는 크게 의존하지 않음을 알 수 있다. $E_c/E_0 = 0$ 일 때 균열선단 응력강도

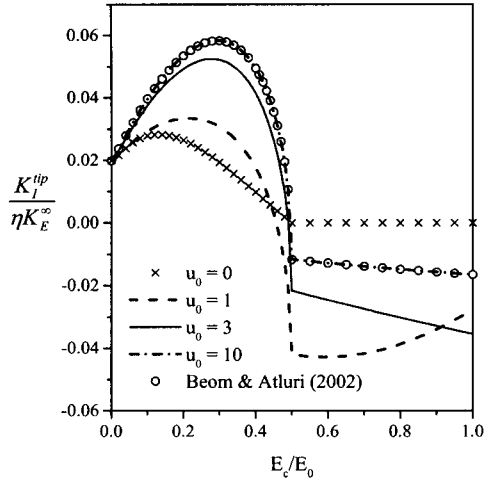


Fig. 7 The crack tip stress intensity factor as a function of E_c/E_0

계수는 u_0 와는 무관하지만, 전기적 비선형 영역을 고려하는 경우 ($E_c/E_0 > 0$)에는 u_0 에 의존함을 Fig. 8에 나타내었다.

분극방향과 같은 방향으로 전기장을 작용할 때 분역회전으로 야기되는 변형을 때문에 발생하는 균열선단 응력강도계수는 $E_c/E_0 < 0.4$ 인 경우에는 양(positive)의 값을 갖고, $E_c/E_0 > 0.6$ 인 경우에는 음(negative)의 값을 갖는다. 음의 값을 갖는 응력강도계수는 균열표면이 겹쳐짐을 의미한다. 그 결과 균열표면은 균열선단 근처에서 접촉(contact)이 발생하게 된다. 이것은 양의 전기적 하중 하에 강유전체 세라믹은 $E_c/E_0 < 0.4$ 일 때는 균열이 성장할 수 있고, $E_c/E_0 > 0.6$ 인 강유전체는 균열이 성장하지 않을 수도 있음을 의미한다.

6. 결론

분극방향과 같은 방향의 전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹내의 반무한 균열의 접근문제를 해석하였다. 전기적 분극포화 영역의 경계는 유한 두께의 Dugdale 모델을 적용하였고, 이를 토대로 강유전체 세라믹내의 균열선단에서의 분역회전 영역을 구한다. 분역회전으로 인한 균열선단 응력강도계수의 변화를 계산하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

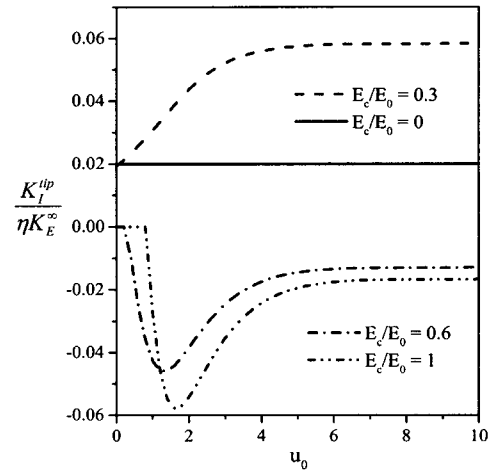


Fig. 8 The crack tip stress intensity factor as a function of u_0

(1) 분역회전 영역의 모양과 크기는 균열선단에서의 전기적 분극포화 영역의 경계와 항전기장과 항복전기장의 비에 크게 의존한다.

(2) 전기적 비선형 영역을 결정하는 변수가 균열선단 응력강도계수의 부호를 결정하지는 못한다. 이 의미는 전기적 비선형 영역이 다양한 모양을 갖더라도 강유전체 세라믹의 균열 성장 유무에는 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

(3) 항전기장과 항복전기장의 비가 0.4보다 작은 경우에는 강유전체의 균열이 성장하기 쉽고, 0.6보다 큰 경우에는 균열이 성장하지 않음을 예측할 수 있다.

후 기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

1. Kwak, M. K., "Active Vibration Control of Smart Structure Using Piezoceramics," *Journal of the KSPE*, Vol. 18, No. 12, pp. 30-46, 2001.
2. Zhang, T.-Y., Zhao, M. H. and Tong, P., "Fracture of Piezoelectric Ceramics," *Adv. Appl. Mech.*, Vol. 38, pp. 147-289, 2002.

3. Tobin, A. G. and Pak, Y. E., "Effect of Electric Fields on Fracture Behavior of PZT Ceramics," Proc. SPIE, Smart Struct. Mater., 1916, pp. 78-86, 1993.
4. Park, S. and Sun, C.-T., "Fracture Criteria for Piezoelectric Ceramics," J. Am. Ceram. Soc., Vol. 78, pp. 1475-1480, 1995.
5. Wang, H. and Singh, R. N., "Crack Propagation in Piezoelectric Ceramic: Effects of Applied Electric Fields," J. Appl. Phys., Vol. 81, pp. 7471-7479, 1997.
6. Fu, R. and Zhang, T.-Y., "Effects of an Electric Field on the Fracture Toughness of Poled Lead Zirconate Titanate Ceramics," J. Am. Ceram. Soc., Vol. 83, pp. 1215-1218, 2000.
7. Gao, H. and Barnett, D. M., "An Invariance Property of Local Energy Release Rates in a Strip Saturation Model of Piezoelectric Fracture," Int. J. Fract., Vol. 79, pp. R25-R29, 1996.
8. Gao, H., Zhang, T.-Y., and Tong, P., "Local and Global Energy Release Rates for an Electrically Yielded Crack in a Piezoelectric Ceramic," J. Mech. Phys. Solids., Vol. 45, pp. 491-510, 1997.
9. Ru. C. Q., "Effect of Electric Polarization Saturation on Stress Intensity Factors in a Piezoelectric Ceramic," Int J. Solid Structures, Vol. 36, pp. 869-883, 1999.
10. Beom, H. G., "Effect of Polarization Saturation on the Stress Intensity Factor for a Crack in an Electrostrictive Ceramic," Philosophical Magazine A, Vol. 81, pp. 2303-2314, 2001.
11. Zhu, T. and Yang, W., "Toughness Variation of Ferroelectrics by Polarization Switch Under Non-uniform Electric Field," Acta Mater., Vol. 45, pp. 4695-4702, 1997.
12. Yang, W. and Zhu, T., "Switch-Toughening of Ferroelectrics Subjected to Electric Fields," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 46, pp. 291-311, 1998.
13. Zeng, X. and Rajapakse, R. K. N. D., "Domain Switching Induced Fracture Toughness Variation in Ferroelectrics," Smart Mater. Struct. Vol. 10, pp. 203-211, 2001.
14. Kreher, W. S., "Influence of Domain Switching Zones on the Fracture Toughness of Ferroelectrics," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 50, pp. 1029-1050, 2002.
15. Beom H. G. and Atluri, S. N., "Effect of Electric Fields on Fracture Behavior of Ferroelectric Ceramics," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 51, pp. 1107-1125, 2003.
16. Hwang, S. C., Lynch, C. S. and McMeeking, R. M., "Ferroelectric/Ferroelastic Interactions and a Polarization Switching Model," Acta Metall. Mater., Vol. 43, pp. 2073-2084, 1995.
17. Unger, D. J., "A Finite-Width Dugdale Zone Model for Mode III," Engng. Fract. Mech., Vol. 34, pp. 977-987, 1989.