

# 발전기 최대용량 제약이 현물시장의 내쉬균형에 미치는 영향에 대한 해석적 분석

論文

52A-6-7

## An Analytical Effects of Maximum Quantity Constraint on the Nash Solution in the Uniform Price Auction

金眞鎬\* · 朴宗培\*\* · 朴鐘根\*\*\*  
(Jin-Ho Kim · Jong-Bae Park · Jong-Keun Park)

**Abstract** - This paper presents a game theory application for an analysis of uniform price auction in a simplified competitive electricity market and analyzes the properties of Nash equilibrium for various conditions. We have assumed that each generation firm submits his bid to a market in the form of a sealed bid and the market is operated as a uniform price auction. Two firms are supposed to be the players of the market, and we consider the maximum generation quantity constraint of one firm only. The system demand is assumed to have a linear relationship with market clearing prices and the bidding curve of each firm, representing the price at which he has a willingness to sell his generation quantity, is also assumed to have a linear function. In this paper, we analyze the effects of maximum generation quantity constraints on the Nash equilibrium of the uniform price auction. A simple numerical example with two generation firms is demonstrated to show the basic idea of the proposed methodology.

**Key Words** : Bidding strategy, Nash equilibrium, Maximum capacity constraints, Uniform price auction.

### 1. 서 론

경쟁적 전력시장의 발전회사들은 자사의 수익을 최대화하기 위한 현물시장 입찰전략을 필요로 하며, 이는 발전회사가 민영화되기 이전 상황에도 일반적으로 나타나고 있고, 민영화된 이후에는 발전회사에게 매우 절실한 문제이다 [1, 3]. 현재까지 경쟁적 전력시장에서 이러한 최적입찰전략수립을 위한 연구가 활발히 진행되고 있다 [2, 3, 7]. 예를 들어, 민영화된 발전회사의 수익을 최대화하기 위한 최적 입찰전략수립을 위해 게임이론에 기초한 방법들이 제안되고 있으며 [3, 4], 이러한 입찰전략은 타발전회사의 입찰전략을 고려함은 물론, 자사 및 타사의 입찰전략이 상호 작용하여 영향을 미치는 부분까지 고려하여 현물시장을 분석하고 있다 [5, 6].

그러나, 발전회사의 물량제약이 현물시장의 해 (또는 균형)에 미치는 영향을 분석하여 발전회사의 입찰전략을 해석한 연구는 매우 미미하며, 현재까지 발표된 연구결과도 거의 없다. 그러나, 발전회사의 물량제약은 전력시장에 엄연하게 존재하는 문제이며, 이러한 물량제약이 현물시장의 균형에 미치는 영향을 분석하여 각 발전회사의 입찰전략을 분석하는 연구는 매우 필요하다고 할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 발전회사의 물량제약 측면에서 전력현물시장의 균형을 분석하기 위해 게임이론을 적용한 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 각 발전회사가 봉인 입찰 (sealed bid)의 형태로 입찰서를 현물시장에 제출하고 현물시장은 단일가격경매 (uniform price auction)로 운영된다고 가정하였다. 전력현물시장의 경기자 (player)로서 두 발전회사를 고려하였고, 이 가운데 한 발전회사의 최대 발전용량 제약을 고려하였으며, 각 발전회사는 유일한 발전기를 소유한 것으로 가정하였다. 또한, 전력현물시장의 수요는 현물시장가격 (market clearing price)과 선형관계를 가지고 있으며 음의 기울기로 표현된다고 가정하였고, 입찰물량과 해당물량에 대해 시장에 판매하고자 하는 입찰가격의 관계를 나타내는 발전회사의 입찰곡선 역시 선형함수 입찰로 가정하였으며, 그 기울기는 양수로 두었다.

본 논문에서는 개별 발전회사의 최적반응함수 (best response)를 해석적으로 유도하였으며, 또한, 이러한 개별 발전회사의 최적반응함수에 기초하여 현물시장의 내쉬 균형 (Nash equilibrium)도 해석적인 식으로 구하였다. 이를 바탕으로 발전회사의 물량제약 즉, 최대발전용량이 현물시장의 내쉬 균형에 미치는 영향을 해석적인 방법으로 분석하였으며, 마지막으로, 본 논문에서 제안한 분석방법론의 기본적인 개념을 이해하기 위해 단순화된 현물시장에 대한 적용사례를 연구하였다.

### 2. 현물시장 모델링 및 게임 정식화

#### 2.1. 현물시장 모델링

본 논문에서는 각 발전회사가 봉인 입찰 (sealed bid)의 형태로 입찰서를 현물시장에 제출하고 현물시장은 단일가격경

\* 正會員 : 基礎電力工學共同研究所 前任研究員 · 工博

\*\* 正會員 : 建國大學校 電氣工學科 助教授 · 工博

\*\*\* 正會員 : 서울大學校 電氣工學科 教授 · 工博

接受日字 : 2003年 2月 10日

最終完了 : 2003年 4月 28日

매 (uniform price auction)로 운영된다고 가정한다. 발전회사- $i$ 의 MW 출력, 발전회사- $i$ 의 총비용함수, 그리고 발전회사- $i$ 의 한계비용함수를 각각  $q_i$ ,  $C_i(q_i)$ , 그리고  $C_i'(q_i)$ 로 표시하고, 발전회사- $i$ 의 입찰함수 (bidding function)는  $B_i(q_i)$ 로 표시하며, 발전회사- $i$ 의 이익 (profit)은  $\Pi_i$ 로 표시한다. 또한, 현물시장 내 모든 발전회사들의 발전량의 합, 현물시장수요, 현물시장가격은 각각  $q$ ,  $d$ , 그리고  $p$ 로 표시한다. 본 논문에서 정의한 기호들을 정리하면 다음과 같다:

- $q_i$  : 발전회사- $i$ 의 MW 출력,
- $q = q_1 + \dots + q_N$  : 현물시장 내 모든 발전회사들의 발전량의 합,
- $N$  : 발전회사 수,
- $C_i(q_i)$  : 발전회사- $i$ 의 총비용함수,
- $C_i'(q_i)$  : 발전회사- $i$ 의 한계비용함수,
- $B_i(q_i)$  : 발전회사- $i$ 의 입찰함수,
- $p$  : 현물시장가격,
- $d$  : 현물시장수요,
- $\Pi_i = pq_i - C_i(q_i)$  : 발전회사- $i$ 의 이익 (payoff).

또한, 본 논문에서는 다음과 같은 가정 하에 전력시장을 단순화하여 현물시장을 분석한다.

- 1) 현물시장에는 두 발전회사가 존재한다.
- 2) 현물시장수요는 역함수를 가지고 있으며, 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$p = d^{-1}(q) = a - \omega q, \text{ 단 } a > 0, \omega \geq 0 \quad (1)$$

- 3) 발전회사- $i$ 의 총비용함수  $C_i(q_i)$ 와 한계비용함수  $C_i'(q_i)$  (단,  $i=1,2$ )는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$C_i(q_i) = \frac{1}{2} \gamma_i q_i^2, \quad C_i'(q_i) = \gamma_i q_i \quad (2)$$

- 4) 발전회사- $i$ 의 입찰함수는 다음의 형태를 가진다.

$$B_i(q_i) = b_i q_i, \text{ 단 } b_i > 0 \quad (3)$$

## 2.2. 게임 정식화

본 논문에서 전력시장은 두 개의 발전회사로 이루어져 있고, 따라서 현물시장의 전력거래는 2인 게임모형으로 모델링하며, 게임의 경기자 (player)는 발전회사로 가정한다. 본 논문에서 모델링한 현물시장의 경매는 완전정보하의 정적게임 (static game with complete information)이며, 따라서, 이 게임의 모든 경기자는 시간적으로 동시에 게임에 임하게 되고 게임에 필요한 정보는 공유하게 된다. 본 게임에서 발전회사- $i$ 의 전략은 자신의 선행입찰함수의 기울기인  $b_i$  이고, 발전회사- $i$ 의 보수 (payoff)는 현물시장으로부터의 이익 (profit)으로 정의되며, 게임의 해 (solution)는 내쉬 균형에 기초한 비협조게임의 균형점으로 정의되어 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$b_i^{Nash} = \arg \max_{b_i} (\Pi_i), \text{ for a given } b_j^{Nash} (i \neq j) \quad (4)$$

## 3. 현물시장 내쉬균형 분석

### 3.1 발전회사의 현물시장 판매물량이 물량제약에 걸리지 않는 경우

발전회사의 현물시장 판매물량이 자사의 물량제약인 최대 용량제약에 걸리지 않는 경우, 현물시장가격 및 각 발전회사가 현물시장에 판매하게 되는 물량은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$q_1 = \frac{\alpha}{(1 + b_2/b_1)\omega + b_1} \quad (5)$$

$$q_2 = \frac{\alpha}{(1 + b_2/b_1)\omega + b_2} \quad (6)$$

$$p = \frac{ab_1}{(1 + b_2/b_1)\omega + b_1} = \frac{ab_2}{(1 + b_2/b_1)\omega + b_2} \quad (7)$$

위의 식 (5), (6), (7)을 이용하면, 각 발전회사의 보수  $\Pi_i$  ( $i = 1,2$ )는 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$\Pi_1 = pq_1 - C_1(q_1) = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{(1 + b_1/b_2)\omega + b_1} \right)^2 (2b_1 - \gamma_1) \quad (8)$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{(1 + b_1/b_2)\omega + b_2} \right)^2 (2b_2 - \gamma_2) \quad (9)$$

따라서, 각 발전회사의 최적반응함수를 결정하기 위해서는 다른 발전회사의 전략이 주어진 상태에서 자사의 보수함수를 최대화하는 전략을 구해야 한다. 이러한 방법에 의해, 발전회사-1의 최적반응함수를 구할 수 있으며 다음 최적 조건식 (optimal condition)으로 부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial b_1} = \alpha^2 \frac{((1 + b_1/b_2)\omega + b_1) - (2b_1 - \gamma_1)(1 + \omega/b_2)}{((1/b_1/b_2)\omega + b_1)^3} = 0 \quad (10)$$

위 식 (10)에서  $a > 0$  이고  $(1 + b_2/b_1)\omega + b_1 > 0$  이기 때문에, 식 (10)은  $\omega b_2 - b_1 b_2 - \omega b_1 + \gamma_1 b_2 + \gamma_1 \omega = 0$  인 경우에만 성립하게 됨을 알 수 있고, 따라서 이 식을 만족하는  $b_1$  을 구하면 발전회사-1의 최적반응함수를 얻을 수 있는데, 아래 식 (11)에 있는 것과 같이 발전회사-1의 최적반응함수  $b_1^{BR}$  는  $b_2$  의 함수로 표현된다.

$$b_1^{BR}(b_2) = \gamma_1 + \frac{\omega b_2}{b_2 + \omega} \quad (11)$$

동일한 방법에 의해, 발전회사-2의 최적반응함수  $b_2^{BR}$  은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$b_2^{BR}(b_1) = \gamma_2 + \frac{\omega b_1}{b_1 + \omega} \quad (12)$$

일반적인 게임이론에서, 합리적인 경기자는 자신의 보수가 음수인 게임에 참여하지 않으므로, 이러한 비음수 보수조건 (requirement of non-negative payoff)을 고려하면, 식 (8), (9)로부터 아래와 같은 각 발전회사의 입찰전략에 대한 조건을 얻을 수 있게 된다.

$$b_1 \geq \frac{\gamma_1}{2}, b_2 \geq \frac{\gamma_2}{2} \tag{13}$$

또한, 본 게임의 기본가정에서 각 발전회사 입찰함수의 기울기가 양수라고 하였기 때문에, 각 발전회사의 최적반응함수는  $b_i^{BR} \geq \gamma_i (i=1,2)$ 을 만족하게 된다. 따라서, 이러한 최적반응함수 조건들을 모두 정리하면 발전회사의 현물시장 판매물량이 물량제약에 걸리지 않는 경우 현물시장에서 각 발전회사의 최적반응함수를 얻게 된다. 그림 1과 그림 2는 각각 발전회사-1과 발전회사-2의 최적반응함수를 나타낸다.

그런데,  $\gamma_1, \gamma_2$  는 모두 양수이므로, 두 발전회사의 최적반응함수  $b_1^{BR}, b_2^{BR}$ 은 반드시 하나의 교점을 가지게 되며, 따라서, 우리는 이 교점이 발전회사의 판매물량이 최대용량제약에 걸리지 않는 현물시장의 내쉬 균형점임을 알 수 있다. 내쉬 균형에서 각 발전회사의 입찰전략, 즉 내쉬 전략을  $b_1^{Nash}, b_2^{Nash}$ 라고 하면  $b_1^{Nash} = b_1^{BR}$  이고  $b_2^{Nash} = b_2^{BR}$  이며, 따라서, 발전회사-1 및 발전회사-2의 내쉬 전략은 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$b_1^{Nash} = \frac{\gamma_1 \gamma_2 + 2\omega \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1 \gamma_2 + 2\omega \gamma_1)^2 + 4(\gamma_2 + 2\omega)A_1}}{2(\gamma_2 + 2\omega)} \tag{14}$$

$$b_2^{Nash} = \frac{\gamma_1 \gamma_2 + 2\omega \gamma_2 + \sqrt{(\gamma_1 \gamma_2 + 2\omega \gamma_2)^2 + 4(\gamma_1 + 2\omega)A_1}}{2(\gamma_1 + 2\omega)} \tag{15}$$

(단,  $A_1 = \omega \gamma_1 \gamma_2 + \omega^2 \gamma_2 + \omega^2 \gamma_1$ )

따라서, 발전회사의 현물시장 판매물량이 최대용량제약에 걸리지 않는(non-binding) 현물시장의 경우 내쉬 균형은 항상 존재하며, 그림 1과 그림 2에서 보는 것처럼, 각 발전회사의 내쉬 전략은 아래와 같은 범위 내에 존재한다. 그림 3은 이러한 현물시장의 내쉬 균형을 보여주고 있다.

$$\gamma_i < b_i^{Nash} < \gamma_i + \omega \tag{16}$$

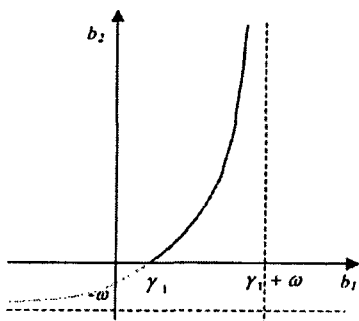


그림 1 발전회사가 최대용량제약에 걸리지 않는 현물시장에서 발전회사-1의 최적 반응함수

Fig 1 Genco-1's best response when maximum generation constraint is not binding

### 3.2. 한 발전회사의 현물시장 판매물량이 물량제약에 묶이는(binding) 경우

다음으로, 본 논문에서는 한 발전회사의 현물시장 판매물량이 물량제약 즉, 최대용량제약에 묶이는(binding) 경우에 대하

여 현물시장의 내쉬 균형을 분석한다. 이러한 경우, 발전회사의 물량제약으로 인해, 현물시장가격과 각 발전회사의 현물시장 판매물량 및 내쉬 균형은 발전회사가 최대물량제약에 걸리지 않는 위의 경우와는 다르게 나타나며, 이를 해석하기 위해 다음과 같은 분석과정을 도입하였다. 우선, 최대용량제약에 묶이는 발전회사를 첨자  $c$ 로 표시하고, 그렇지 않은 발전회사를  $\bar{c}$ 로 표시한다. 이와 같이 발전회사가 물량제약에 묶이는 경우, 현물 시장의 균형은 발전회사- $c$  및 발전회사- $\bar{c}$ 의 입찰전략에 따라 매우 다르게 나타나게 되는데, 이러한 현상은 기본적으로 발전회사- $c$ 가 현물시장으로부터 더 많은 이익을 얻을 수 있는 기회가 발생한다 하더라도 자신의 최대용량 이상으로는 현물시장에 판매할 수 없다는 제약에 기인한다.

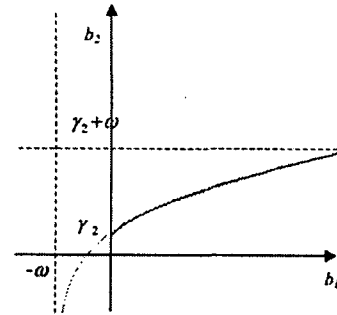


그림 2. 발전회사가 최대용량제약에 걸리지 않는 현물시장에서 발전회사-2의 최적 반응함수

Fig 2. Genco-2's best response when maximum generation constraint is not binding

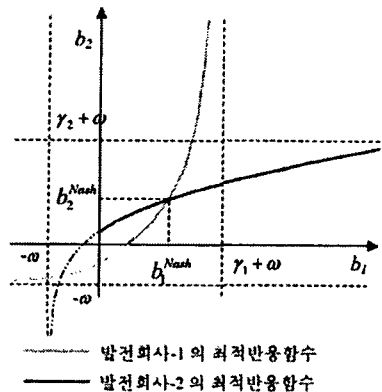


그림 3 발전회사가 최대용량제약에 걸리지 않는 현물시장의 내쉬 균형

Fig 3 Nash equilibrium when maximum generation constraint is not binding

본 논문에서는 현물시장가격이 발전회사- $c$ 의 최대입찰가격(즉, 최대입찰물량에서의 입찰가격) 보다 높게 결정된 경우를 고려하였다. 이러한 경우, 발전회사- $c$ 는 최대물량 이상으로 판매하는 것이 분명히 더 많은 이익이 되지만, 최대물량제약에 도달하였기 때문에 더 이상의 물량을 현물시장에 판매할 수는 없게 된다. 반면, 발전회사- $\bar{c}$ 는 자신의 입찰가격과 현물시장가격이 만나는 지점에서 현물시장 판매물량이 결정되게 된다. 그림 4는 이러한 현물시장 상황을 도식화하여 보여주고 있다.

3.2.1. 현물시장가격 및 각 발전회사의 시장판매물량 분석

발전회사-c와 발전회사- $\bar{c}$ 의 현물시장 판매물량  $q_c$  및  $q_{\bar{c}}$ 는 각각 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$q_c = q_c^{\max}, q_{\bar{c}} = p/b_{\bar{c}} \quad (17)$$

주어진 가격에서 각 발전회사의 현물시장 공급물량의 합을 누적공급곡선 (cumulative supply curve)이라고 정의하면 발전회사-c의 최대입찰가격이 현물시장가격보다 작으므로 현물시장 총발전량 및 현물시장가격은 아래와 같은 식으로 구할 수 있다.

$$q = q_c^{\max} + p/b_{\bar{c}}, p = a - \omega q = b_{\bar{c}} q_{\bar{c}} > b_{\bar{c}} q_c^{\max} \quad (18)$$

따라서, 현물시장가격과 발전회사- $\bar{c}$ 의 현물시장 판매물량은 발전회사- $\bar{c}$ 의 입찰전략의 함수로 표현이 가능하며, 이를 정리하면 다음과 같다.

$$p = \frac{(a - \omega q_c^{\max}) b_{\bar{c}}}{b_{\bar{c}} + \omega}, q_{\bar{c}} = \frac{a - \omega q_c^{\max}}{b_{\bar{c}} + \omega} \quad (19)$$

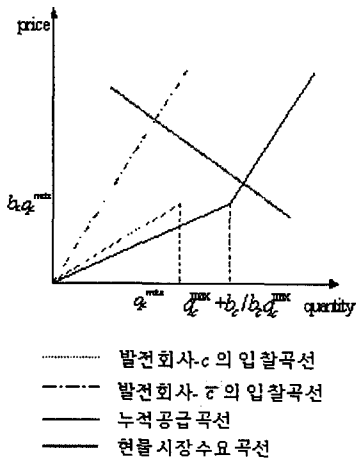


그림 4. 한 발전회사가 최대물량제약에 걸리는 현물시장사례  
Fig 4. Example of binding of maximum generation constraint

식 (18)에서 알 수 있듯이, 현물시장가격이 발전회사-c의 최대입찰물량에서의 입찰가격보다 높게 설정되어 발전회사-c의 현물시장 판매물량이 물량제약에 걸리는 경우, 누적공급곡선 상의 발전회사-c의 최대입찰가격이 해당 물량에서 현물시장수요곡선의 값보다 작은 값을 가져야 하며, 이는 식 (20)에 주어져 있다. 즉, 누적공급곡선에서 발전회사-c의 최대입찰가격은 발전회사-c의 최대용량에서의 입찰가격을 의미하기 때문에, 이 경우, 현물시장의 수요가 이 가격에서 모두 충족되지 않으며, 따라서 시장가격은 이 값보다 높게 결정된다. 그림 4는 이러한 경우의 전형적인 예를 보여주고 있다.

$$B_c(q_c^{\max}) = b_{\bar{c}} q_c^{\max} < a - \omega \left( q_c^{\max} + \frac{a - \omega q_c^{\max}}{b_{\bar{c}} + \omega} \right) \quad (20)$$

식 (20)을 정리하면, 발전회사-c의 입찰전략  $b_c$ 와 발전회사- $\bar{c}$ 의 입찰전략  $b_{\bar{c}}$  사이에 식 (21)과 같은 관계식이 존재한다는 것을 알 수 있으며, 그림 5는 이러한 경우가 발생하는

현물시장 상황을 두 발전회사의 입찰전략평면 (bidding strategy plane)에 나타내고 있다.

$$b_{\bar{c}} > \omega - \frac{a\omega - \omega^2 q_c^{\max}}{q_c^{\max} b_{\bar{c}} - (a - \omega q_c^{\max})}, b_{\bar{c}} < \frac{a - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}} \quad (21)$$

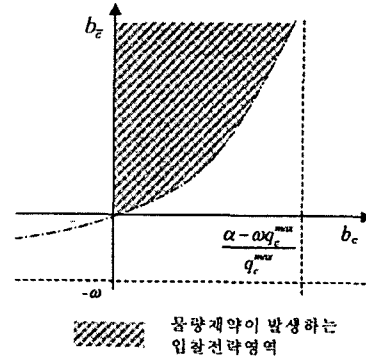


그림 5. 발전회사가 최대용량제약에 걸리는 현물시장 상황  
Fig 5. Binding area of maximum generation constraint

3.2.2. 최적반응함수 분석

발전회사의 현물시장 판매물량이 최대용량제약에 걸리는 경우 현물시장가격 및 각 발전회사의 현물시장 판매물량이 식 (17)과 (19)와 같이 결정되었기 때문에, 이를 통해 발전회사의 보수를 분석함으로써 각 발전회사의 최적반응함수를 얻을 수 있다. 먼저, 발전회사-c와 발전회사- $\bar{c}$ 의 보수는 다음과 같다.

$$\Pi_c = \frac{(a - \omega q_c^{\max}) b_{\bar{c}}}{b_{\bar{c}} + \omega} q_c^{\max} - \frac{1}{2} \gamma_c (q_c^{\max})^2 \quad (22)$$

$$\Pi_{\bar{c}} = \left( \frac{a - \omega q_c^{\max}}{b_{\bar{c}} + \omega} \right)^2 b_{\bar{c}} - \frac{1}{2} \gamma_{\bar{c}} \left( \frac{a - \omega q_c^{\max}}{b_{\bar{c}} + \omega} \right)^2 \quad (23)$$

식 (17)과 (19)에서 알 수 있는 것처럼, 현물시장가격과 두 발전회사의 판매물량이 발전회사-c의 입찰전략  $b_c$ 와 무관하게 결정되기 때문에, 두 발전회사의 보수 역시 발전회사-c의 입찰전략과 무관하게 결정되고, 발전회사- $\bar{c}$ 의 보수는 자신의 입찰전략  $b_{\bar{c}}$ 의 함수로 표현된다. 따라서, 발전회사- $\bar{c}$ 의 최적반응함수  $b_{\bar{c}}^{BR}$ 은 최적해조건 ( $d\Pi_{\bar{c}}/db_{\bar{c}} = 0$ )에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$b_{\bar{c}}^{BR} = \omega + \gamma_{\bar{c}} \quad (24)$$

또한, 위의 식 (21)에서 보는 바와 같이, 발전회사- $\bar{c}$ 가 식 (24)와 같은 입찰전략을 가질 때, 발전회사-c의 최적반응함수는 다음과 같은 부등식조건을 만족한다.

$$b_c^{BR} < \left( 1 - \frac{\omega}{2\omega + \gamma_c} \right) \frac{a - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}} \quad (25)$$

3.2.3. 내쉬 균형 분석

위에서 구한 각 발전회사의 최적반응함수를 이용하여, 두 발전회사의 최적반응곡선 및 내쉬 균형을 내쉬 균형의 존재 형태에 따라 다음과 같이 몇 가지 경우로 나누어서 분석할

수 있다. 단, 본 논문에서는 순수전략 내쉬균형(pure strategy Nash equilibrium)만을 게임의 균형으로 고려하였다.

3.2.3.1. 내쉬 균형이 두 개 이상 존재하는 경우

내쉬 균형이 두 개 이상 존재하는 경우, 발전회사-c는 자신의 물량제약에 걸려 최대용량을 현물시장에 판매하게 되며, 발전회사-b는 발전회사-c가 물량제약에 묶여 있기 때문에 준독점(quasi-monopoly) 회사와 같은 행태를 보이게 된다. 이와 같이 두개 이상의 내쉬 해가 존재할 조건은 아래와 같으며, 그림 6은 이러한 경우의 내쉬 균형 조건을 보여주고 있다.

$$\omega + \gamma_c < \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}}, \omega + \gamma_c \geq \frac{\omega q_c^{\max} \gamma_c}{\alpha - 2q_c^{\max} \omega - q_c^{\max} \gamma_c} \quad (26)$$

3.2.3.2. 내쉬 균형이 유일한 경우

내쉬 균형이 유일한 경우, 각 발전회사의 최적반응함수 및 이에 따른 유일한 내쉬 균형은 그림 7과 같으며, 유일한 내쉬 해가 존재할 조건은 다음과 같다.

$$\left\{ \omega + \gamma_c < \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}}, \omega + \gamma_c < \frac{\omega q_c^{\max} \gamma_c}{\alpha - 2q_c^{\max} \omega - q_c^{\max} \gamma_c} \right\}, \omega + \gamma_c \geq \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}} \quad (27)$$

$$\frac{\gamma_c \gamma_c + 2\omega \gamma_c + \sqrt{(\gamma_c \gamma_c + 2\omega \gamma_c)^2 + 4(\gamma_c + 2\omega)(\omega \gamma_c \gamma_c + \omega^2 \gamma_c + \omega^2 \gamma_c)}}{2(\gamma_c + 2\omega)} \quad (28)$$

$$\geq \left( 1 - \frac{\omega}{2\omega + \gamma_c} \right) \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}}$$

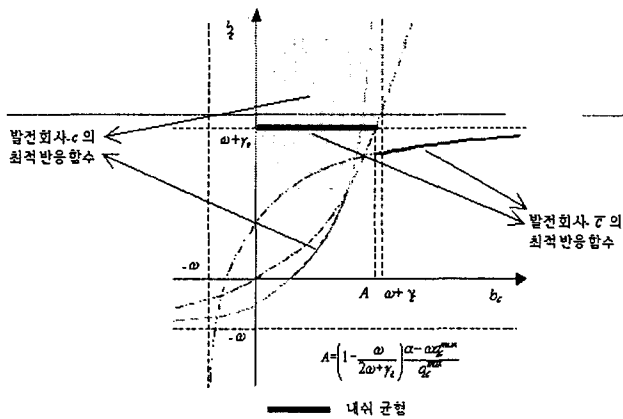


그림 6. 복수 개의 내쉬 균형이 존재하는 경우  
Fig 6. Multiple Nash equilibriums case

3.2.3.3. 내쉬 균형이 존재하지 않는 경우 (최적반응 함수의 교점이 존재하지 않는 경우)

내쉬 균형이 존재하지 않는 경우에는 두 발전회사의 최적 반응함수의 교점이 발생하지 않게 되는데, 이것은 발전회사-b의 최적반응함수에 불연속점이 존재하기 때문에 발생한다. 이와 같이 최적반응함수의 교점이 존재하지 않아서 (순수

전략) 내쉬균형이 존재하지 않거나 짝수 개의 순수전략균형이 존재하는 경우, 혼합전략 내쉬균형이 존재하게 된다. 본 논문에서는 순수전략 내쉬균형만을 분석의 대상으로 하기 때문에 혼합전략균형에 대한 해석은 생략하기로 한다. 그림 8은 이러한 내쉬 균형이 존재하지 않는 경우의 두 발전회사의 최적반응함수를 나타내며, 이에 해당하는 조건은 다음과 같다.

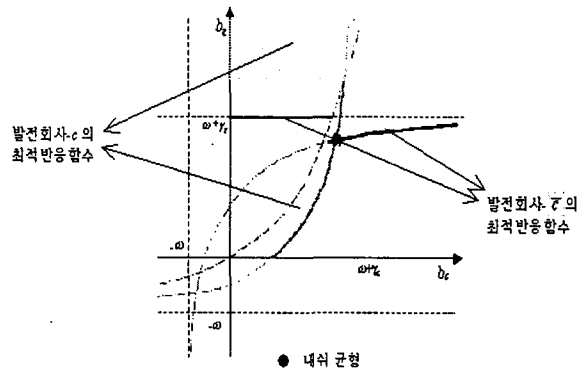


그림 7 내쉬 균형이 유일한 경우  
Fig 7 Unique Nash equilibrium case

$$\left\{ \omega + \gamma_c < \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}}, \omega + \gamma_c < \frac{\omega q_c^{\max} \gamma_c}{\alpha - 2q_c^{\max} \omega - q_c^{\max} \gamma_c} \right\} \text{ 또는 } \omega + \gamma_c \geq \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}} \quad (28)$$

$$\frac{\gamma_c \gamma_c + 2\omega \gamma_c + \sqrt{(\gamma_c \gamma_c + 2\omega \gamma_c)^2 + 4(\gamma_c + 2\omega)(\omega \gamma_c \gamma_c + \omega^2 \gamma_c + \omega^2 \gamma_c)}}{2(\gamma_c + 2\omega)} \quad (29)$$

$$< \left( 1 - \frac{\omega}{2\omega + \gamma_c} \right) \frac{\alpha - \omega q_c^{\max}}{q_c^{\max}}$$

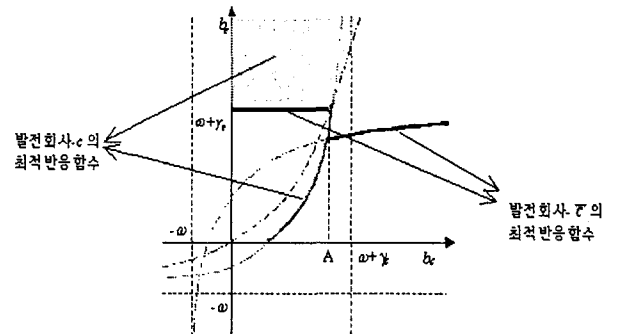


그림 8. 내쉬균형이 존재하지 않는 경우 (최적반응함수의 교점이 존재하지 않는 경우)  
Fig 8. No Nash equilibrium case (No intersection of best responses)

4. 사례 연구

본 논문에서는 발전회사의 현물시장 판매 물량제약이 내쉬 균형에 미치는 영향을 해석적인 식으로 구하는데 그 목적을 두었으며, 따라서 사례연구는 본 논문에서 제안한 방법론을 개념적으로 설명하기 위해 매우 단순화된 샘플 전력시장에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 본 사례연구는 두 발전회사

(발전회사-1과 발전회사-2)로 이루어진 현물시장에 대해 수행하였으며, 발전회사-1의 최대용량제약을 서서히 증가시키면서 발전회사의 물량제약이 현물시장의 내쉬 균형에 미치는 영향을 분석하였다. 사례연구의 발전회사-1과 발전회사-2는 각각 본 논문의 이론 전개 부분에서 정의된 발전회사-c와 발전회사- $\bar{c}$ 에 해당된다. 사례연구에서 사용된 시스템 파라미터들은 표 1에 정리되어 있다. 사례연구에서는 우선 발전회사의 물량제약이 최대용량제약을 넘지 않는 현물시장의 내쉬 균형을 구하였으며, 그 결과는 표 2에 정리되어 있다.

표 1과 표 2에서 보는 바와 같이, 본 사례연구에서는 대칭적인 두 발전회사를 대상으로 하였기 때문에, 발전회사의 물량제약이 최대용량제약을 넘지 않는 현물시장의 내쉬 균형 즉, 두 발전회사의 내쉬 전략 및 내쉬 보수 역시 대칭적인 결과를 보이는 것을 알 수 있다. 다음으로, 발전회사-1의 최대용량제약을 도입하고 그 값을 서서히 증가시키므로써 내쉬 균형의 변화를 살펴보았는데, 구체적으로 보면 발전회사-1의 최대용량을 0.1에서 1.5까지 0.001씩 증가시키면서 내쉬 균형의 변화를 분석하였다. 사례 연구 결과는 그림 9, 10, 11에 나타나 있다.

표 1. 시스템 파라미터

Table 1. System parameter

Parameter	$\alpha$	$\omega$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
Value	1.0	1.0	1.0	1.0

표 2. 물량제약을 고려하지 않은 경우의 내쉬균형

Table 2. Nash equilibrium with no capacity constraints binding

발전회사-1		발전회사-2		현물시장가격 [\$/kWh]
$b_1^{Nash}$	$\Pi_1^{Nash}$ [\$]	$b_2^{Nash}$	$\Pi_2^{Nash}$ [\$]	
1.618	0.0854	1.618	0.0854	0.4472

그림 9에서 보면, 발전회사-1의 최대용량제약이 충분히 작은 경우, 복수 개의 내쉬 균형이 존재하게 되고, 이 때 발전회사-1은 물량제약에 걸려 현물시장에 최대발전용량만을 판매하는 한편, 발전회사-2는 준독점적인 위치로 자신의 물량을 시장에 판매하게 된다. 발전회사-1의 최대용량제약을 서서히 증가시키게 되면 그림 10과 11에서 볼 수 있듯이 발전회사-1의 최대용량제약이 특정값보다 커지는 순간 복수 개의 내쉬 균형이 존재하는 경우는 사라지며 그 대신 유일한 내쉬 균형이 존재하는 경우로 전환되기 시작하고, 발전회사-1의 최대용량제약을 이 값보다 더 큰 값으로 증가시키면 이후로는 계속 유일한 내쉬 균형이 존재하게 된다. 이와 같은 사례 연구 결과는 다음과 같이 분석할 수 있다. 먼저, 발전회사-1의 최대용량제약이 작은 경우 현물시장에서 물량제약이 발생하는 경우가 많아지게 되고, 이러한 제약으로 인해 본 논문 3.2.에서 분석한 바와 같이 현물시장에는 복수 개의 내쉬 해가 존재하게 된다.

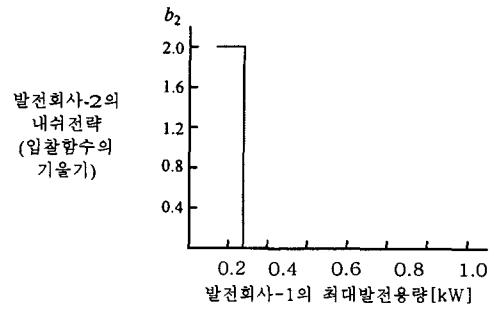


그림 9. 발전회사-1의 최대용량 변화에 대한 발전회사-2의 내쉬 전략(복수 개의 내쉬 균형이 존재하는 경우)

Fig 9. Genco-2's Nash strategy with variation of Genco-1's maximum capacity (Multiple equilibriums case)

다음으로, 발전회사-1의 최대물량제약을 서서히 증가시켜 그 값이 충분히 큰 경우, 발전회사들이 물량제약에 걸리는 경우가 적게 되고, 이러한 경우, 본 논문 3.1.에서 다룬바와 같이 현물시장에는 내쉬 균형이 유일하게 존재하게 된다. 본 사례 연구 결과, 현물시장에 내쉬 균형이 존재하지 않는 경우는 발생하지 않았으나, 시스템 파라미터 변화 등을 통해 이러한 경우는 얼마든지 발생할 수 있을 것이라고 예상하는 것은 어렵지 않다. 다만, 이러한 경우, 앞에서도 언급한 바와 같이, 혼합전략 내쉬균형이 존재하게 되나, 이러한 혼합전략균형에 대해서는 향후 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

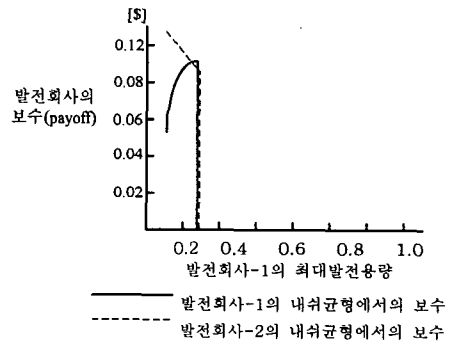


그림 10. 각 발전회사의 내쉬균형에서의 보수 (복수 개의 내쉬 균형이 존재하는 경우)

Fig 10. Each Genco's payoff at Nash equilibrium (Multiple equilibriums case)

### 5. 결 론

본 논문에서는 경쟁적 전력시장에서 발전회사의 물량제약이 현물시장의 내쉬 균형에 미치는 영향을 해석적으로 분석하였으며, 이를 바탕으로 현물시장의 내쉬 균형이 존재하는 형태에 대한 연구를 수행하였다. 본 논문에서는 각 발전회사가 봉인입찰의 형태로 현물시장에 참여한다고 가정하였으며, 현물시장은 단일가격경매로 운영된다고 전제하고 각 발전회사의 최적반응함수와 이에 기초한 현물시장의 내쉬 균형을 구하였다. 현물시장에 대한 분석은 두 발전회사가 존재하는 경우에 대하여 수행하였으며, 발전회사의 최대용량제약을 물량제약으로 고려하였다. 각 발전회사의 최적반응함수를 해석

적인 방법으로 구하여 이를 수식으로 표현하였으며, 이러한 최적반응함수의 교점을 구하여 현물시장의 내쉬 균형을 구하였다. 이를 바탕으로 발전회사의 최대용량제약이 현물시장의 내쉬 균형에 미치는 영향을 분석하여 내쉬 균형점의 개수와 그에 해당하는 존재 조건을 각각 해석적으로 구하였다. 사례 연구를 통해 본 논문에서 제안한 방법론의 기본적인 개념을 설명하였으며, 사례 연구 결과를 분석하여 발전회사의 물량제약과 현물시장의 내쉬 균형의 존재 형태와의 관계를 제공하였으며, 이를 통해 현물시장의 발전물량 제약조건과 시장의 균형점과의 상관관계를 규명하였다. 그러나, 본 연구의 결과는 단순화된 전력시장을 모델로 하였기 때문에, 현실전력시장에 적용하기에는 한계가 존재하며, 따라서 현실전력시장 적용을 위해서는 전력시장 모델링에 보다 실제적인 특성이 반영되어야 하며, 이러한 전력시장의 다양한 특성을 해석할 수 있는 지속적인 연구가 필요하다고 판단된다. 또한, 현물시장의 내쉬균형의 존재와 안정성에 대한 심도 있는 연구가 필요하며, 이러한 연구의 결과는 각 발전회사의 입찰전략에 활용될 수 있으며, 동시에 시장운영자나 규제자의 시장설계와 감시 및 규제와 관련된 분야에도 그 적용범위를 넓힐 수 있을 것으로 생각된다.

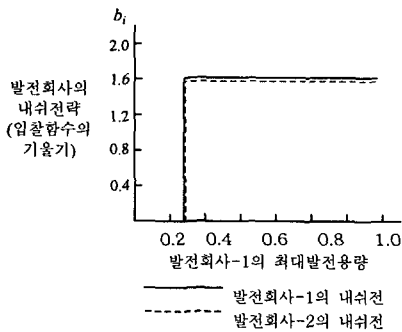


그림 11 각 발전회사의 내쉬균형 전략(내쉬 균형이 유일한 경우)  
Fig 11 Each Genco's bidding strategy at Nash equilibrium (Unique equilibrium case)

**감사의 글**

본 연구는 산업자원부 및 한국전력연구원의 대학전력센터 지원 프로그램에 의하여 수행되었습니다.

**참고 문헌**

[1] J. Schwarz and et. al., Overview of the EU Electricity Directive, IEEE Power Engineering Review, Vol. 20, No. 4, April 2000.  
[2] F. Nishimura, R. D. Tabors, M. D. Ilic, and J. R. Lacalle-Melero, Benefit Optimization of Centralized and Decentralized Power Systems in a Multi-Utility Environment, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 3, pp. 1180-1186, Aug. 1993.  
[3] IEEE, IEEE Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets, 99TP136-0, 1999.

[4] Jong-Bae Park, Balho H. Kim, Jin-Ho Kim, Manho Joung, and Jong-Keun Park, A Continuous Strategy Game for Power Transactions Analysis in Competitive Electricity Markets, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16, No. 4, November 2001, pp.847-855.  
[5] R.W. Ferrero, S.M. Shahidehpour and V.C. Ramesh, Transaction analysis in deregulated power systems using game theory, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 3, 1997, pp. 1340-1347  
[6] A. Rudkevich, M. Duckworth and R. Rosen, Modeling electricity pricing in a deregulated generation industry: the potential for oligopoly pricing in a poolco, Energy Journal, Vol. 19, No. 3, 1998, pp. 19-48.  
[7] Jin-Ho Kim, Jong-Bae Park, Jong-Keun Park, and Balho H. Kim, A New Approach to Maintenance Scheduling Problems Based on Dynamic Game Theory, KIEE International Transactions on Power Engineering, Vol. 12A, No. 2, 2002

**저 자 소 개**



**김진호 (金眞鎬)**

1971년 11월 27일생. 1995년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학부 졸업(석사). 2001년 동 대학원 전기공학부 졸업(공학박). 현재 기초전력공학공동연구소 전력경제연구센터 선임연구원



**박종배 (朴宗培)**

1963년 11월 24일생. 1987년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1989년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1998년 동 대학원 전기공학부 졸업(공학박). 현재 건국대학교 공대 전기공학과 조교수



**박종근 (朴鍾根)**

1952년 10월 21일생. 1973년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1979년 동경대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1982년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 현재 서울대학교 전기공학부 교수