

다중이상원인하의 경제적 품질비용 정책결정

김계완 · 김용필 · 박지연 · 윤덕균

한양대학교 산업공학과

Determination of Quality Cost Policy under Multiple Assignable Causes

Kye-Wan Kim · Ji-Yeon Park · Yong-Pil Kim · Deok-Kyun Yun

Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

At present, company has to produce a product that consumer like with a competitive price, a good quality, and a fitting time to supply. Process control and quality control are very important to supply with a product uniformly and inexpensively. Process control is given much weight in the quality control in manufacturing system. Statistical process controls(SPC) that are used in process generally have major impact on manufacturing, product design activities, and process development potentially. Control charts in statistical process control method can be interpreted the data from quality characteristics in production process and discriminated between chance variation and assignable variation in process. In addition, control chart can be used to monitor the process output and detect when changes in the inputs are required to bring the process back to an in-control state. The models that relate the influential inputs to process outputs help determine the nature and magnitude of the adjustments required. In this paper, the characteristic of product quality is monitored by control chart during the machining process and construction of quality control cycle is considered to divide into two types in this case that different assignable causes lead to shifts having different magnitudes. Then we are intended to find a process shift magnitude which has economical quality cost policy and are considered to quality cost functions to find a process shift magnitude. Those costs are categorized into the well-known categories of prevention, appraisal, and internal failure and external failure. This paper ends with numerical examples that demonstrate the usefulness of the model.

Keywords : Statistical process control(SPC); Quality Cost; Assignable Cause

1. 서 론

많은 제조업자나 학자들이 제조공정의 통계적인 관리 유지, 제조 설비의 공정능력분석, 그리고 제품 품질을 관리하기 위한 방법으로 관리도를 사용하고 있다. 이러한 측면에서 일부 품질관련 전문가들은 품질비용(Quality Cost)모델의 개발에 힘쓰고 있는 반면에, 또 한편에서는 이와는 독립적으로 경제적인 관리도 설계(Economic Design Control Chart, EDCC)에 대해서도 연구하고 있다.

EDCC에서는 경제적인 관점에서 샘플 크기, 샘플링 간격, 관리한계 등과 같은 관리도의 인자를 선택하는 것이 주요 관심이다. 그런데, 일반적으로 경제적인 관리도 설계를 위해서 제조와 검사활동, 조정활동으로 이루어진 한 주기에 걸친 비용에 관련된 인자와 관리도 인자 사이의 관계를 표현한 단위시간당 비용의 함수를 사용하고 있다. 이때 발생하는 비용은 샘플링 검사비용, 이상 원인을 조사하고 수정하는 비용, 불량품 생산에 관련된 비용이다. 앞의 두 비용은 예방·평가 비용을 의미하고, 마지막 것은 내부·외부 실패비용을 나타낸다고 할 때,

품질비용 모델의 개발과 EDCC로 나누어진 품질에 관련된 두 독립적인 연구를 하나로 묶을 수 있다.

EDCC에 대한 이전의 연구는 다음과 같은 단점을 지니고 있다. 첫째, 문제가 발생했음에도 불구하고 생산을 중단하지 않는다는 가정이다. 그러나 품질 문제를 한 시점에 고정시키지 않고 생산을 계속하게 되면 불량품 생산이 늘어나게 되고, 그 결과 자원의 낭비와 고객의 불만을 일으키게 된다. 종합적 품질관리(Total Quality Control, TQC) 측면에서 어떤 이상원인이 발견되면 즉시, 생산을 중단하고 조치를 취해야 한다. 반면에 공정을 중지시키기에 따라 생산 중단에 따른 손실비용(기회비용)이 발생한다. 둘째, 실패비용이 단순히 주어짐으로서, EDCC는 최종 검사영역을 언급하지 않고 있다. 그러나, 제품 품질을 심각하게 여기고 있는 기업으로서 어떤 제품 공정에서 단순한 샘플링 검사로만 품질향상을 꾀하기에는 충분하지 못하다. 반품되는 불량품은 제조업자의 신뢰도에 치명적인 타격을 주기 때문에, 완제품이 고객에게 배달되기 전에 최종검사영역에서 다시 한번 검사가 행해져야 한다. 최종 검사에서 판별되는 완제품의 불량 여부에 따라서 내부실패비용을 재가공비용 또는 폐기비용으로 구분한다. 이러한 최종검사 체계는 실패비용이 발생한다는 가정 대신에 실패비용을 계산하기 위한 품질비용 모델로 만들어야 한다.

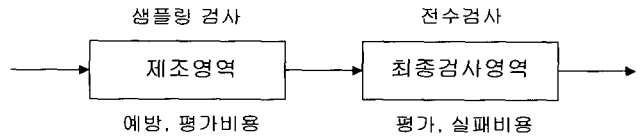
본 논문은 제조공정에서 생산되는 제품의 한 품질 특성치의 계속되는 변동이 통계적으로 안정상태에 놓여 있는지를 꾸준히 밝히기 위하여 \bar{x} -관리도를 사용하는 샘플링검사를 통하여 공정관리를 하고, 서로 다른 공정변동크기를 가지는 다중이상원인이 발생하는 경우에 대해서 품질관리 사이클의 구성을, 이상원인이 발생했음에도 생산주기가 끝나기 전까지 공정을 멈추지 않는 모델과 공정을 중단하고, 이상원인을 제거한 후 생산을 계속하는 모델로 나누어 경제적 품질비용 정책을 유지하게 하는 공정변동크기를 찾아내고자 한다. 또한 이상원인이 발생하는 시점과 제조공정 중에서 수행되는 샘플링검사에서의 샘플 크기와 샘플링 간격을 다르게 했을 경우 품질비용의 변화와 공정변동크기의 변화를 살펴보고자 한다.

2. 품질비용모델의 개발

2.1 사이클 시간 계산

단순하게 <그림 1>과 같이 제조영역과 최종검사영역으로 되어 있는 하나의 작은 시스템을 고려해보자. 제조영역에서는 샘플링 검사를 하고, 최종검사영역에서는 전수검사를 한다. 공정 중에서 샘플크기 n 개를 샘플링 간

격 t 로 하여 제품의 특성치를 관리도의 중심선 μ_0 , 관리상한 $\mu_0 + q\sigma/\sqrt{n}$, 관리하한 $\mu_0 - q\sigma/\sqrt{n}$ 인 \bar{x} -관리도를 사용하여 공정의 이상유무를 점검하려 한다.



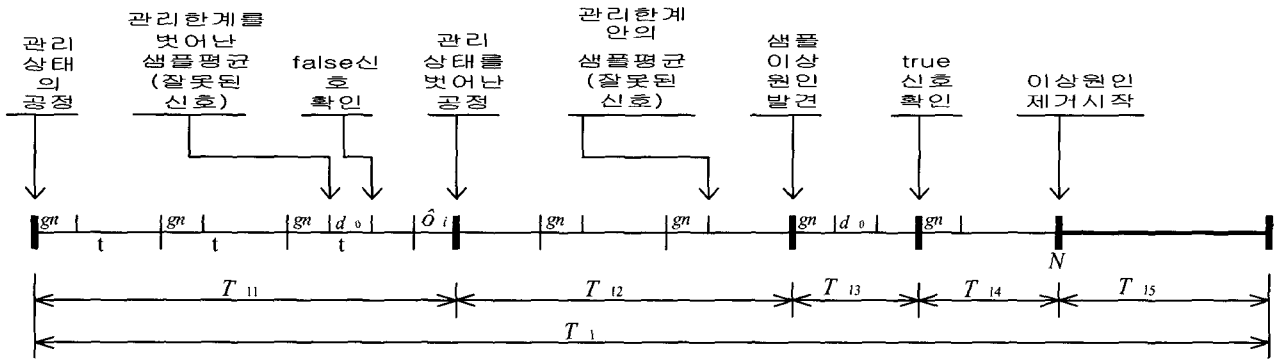
<그림 1> 제조공정과 품질검사

생산주기는 주문이 로트 단위로 들어오는 경우 로트 크기 N 개를 생산할 때까지로 본다. 모델 1의 품질관리 사이클을 구성할 때 모델 2와 공정 사이클 시간을 맞추기 위해 생산 주기가 끝난 후 이상원인을 제거하는 데 걸리는 시간을 모델 1의 품질관리 사이클 안에 포함하였다.

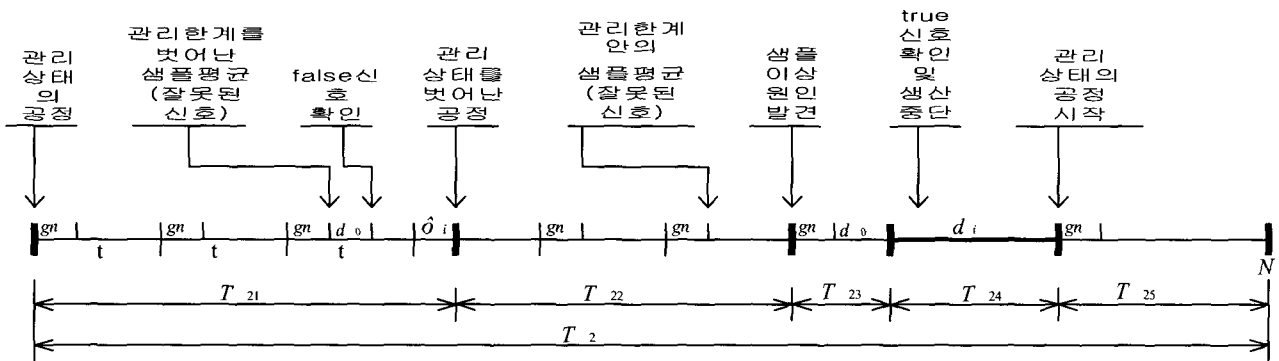
모델 1과 모델 2의 품질관리 사이클은 <그림 2> 및 <그림 3>과 같이 5종류의 시간으로 표현 할 수 있다. 첫째로는 이상원인이 발생할 때까지의 시간으로 T_{11} 와 T_{21} 로 표시되며, 이상원인의 발생은 포아송 분포를 따른다고 가정한다. 둘째는 이상원인이 발생했을 때 이를 처음으로 감지 할 수 있는 시간으로 T_{12} 와 T_{22} 로 표시하고, 셋째는 샘플을 취하여 그 이상원인을 파악하는 데 필요한 시간으로 T_{13} 와 T_{23} 로 표시한다. T_{15} 과 T_{24} 는 이상원인을 제거하는 데 필요한 시간이다. 끝으로 T_{14} 와 T_{25} 는 생산해야 하는 로트크기 N 개 중 이상원인의 발생으로 인해 샘플을 채취하고, 그 이상원인을 파악해서 참 신호임을 확인하기 전까지 생산된 일부 제품을 제외한 나머지를 생산하는 데 걸리는 시간이다.

다음은 공정분석에 필요한 가정이다.

- 관리상태하의 공정평균은 μ_0 이고, 공정은 샘플크기 n 개를 샘플링 간격 t 마다 샘플링하여 이를 평균한 후에 \bar{x} -관리도를 사용하여 모니터링한다. 여기서 중심선은 μ_0 이고, 관리상한은 $\mu_0 + q\sigma/\sqrt{n}$, 관리하한 $\mu_0 - q\sigma/\sqrt{n}$ 으로써 σ 는 제품특성치의 모집단 표준편차이고, q 는 관리한계선 결정계수이다.
- 이상원인은 임의적으로 일어나며, 독립적이고 동일하게 분포된다. 공정 수행도에 영향을 주는 많은 요소 때문에 전체 공정의 실패구조가 포아송 분포에 따라 평균 λ 로 발생한다. 따라서 이상원인은 지수 분포에 따라 평균 $1/\lambda$ 로 발생한다.
- 이상원인이 발생했을 때, 계속해서 일어나는 이상원인은 생산주기가 끝날 때까지 고려되지 않는다.



<그림 2> 모델 1의 품질관리 사이클



<그림 3> 모델 2의 품질관리 사이클

- 서로 다른 종류의 이상원인이 동시에 일어나며, 이상원인은 랜덤하게 발생하고, 이것은 다른 공정변동 크기 δ_i 를 가져온다. 즉 관리상태일 때의 공정평균 μ_0 에서 $\mu_0 + \delta_i$ 로 이동한다.
- 이상원인의 발생으로 관리한계 밖에 타점되면, 이상원인에 대한 조사가 시작되지만 공정은 계속된다. 이상원인은 스스로 제거될 수 없으며, 이상원인을 제거하기 위해서는 반드시 공정을 정지시켜야 한다.
- 생산 품질 특성치는 상수분산을 가진 정규분포를 따른다.

$$E(T_{11}) = E(T_{21}) = \frac{1}{\lambda} \dots\dots\dots (2)$$

각 공정에서의 샘플링 간격은 t 로써 동일하다고 가정하고, j 번째와 $j+1$ 번째 샘플 사이에서 서로 다른 종류의 이상원인이 발생한다고 한다면 이 간격에서 일어나는 기대시간 τ_i 는 다음과 같다.

$$\tau_i = \frac{1 - (1 + \lambda_i t)e^{-\lambda_i t}}{\lambda_i(1 - e^{-\lambda_i t})} \doteq \frac{t}{2} - \frac{\lambda_i t^2}{12} \dots\dots\dots (3)$$

앞의 가정에서도 언급했듯이 이상원인이 일어나는 시간은 독립적이고, 이상원인의 발생을 공정실패라고 놓으면 이상원인의 발생은 최소 m 개의 독립적인 이상원인이 공정실패가 일어나는 시간 안에서 $1/\lambda_1, 1/\lambda_2, \dots, 1/\lambda_m$ 의 평균을 가지는 지수분포를 가진다는 것이다. 결과적으로, 공정실패시간은 평균 $1/\lambda$ 를 가지는 지수분포를 따르며, T_{11} 과 T_{21} 의 기대치는 다음과 같다.

$$\lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i \dots\dots\dots (1)$$

샘플링 간격 t 동안에 다음과 같은 3가지 상황이 발생한다. (i) 간격 t 동안에 공정이 관리상태인 경우, (ii) 간격 t 동안에 일부는 공정이 관리상태에 있고, 일부 기간 동안은 공정이 관리이탈상태인 경우, 그리고 (iii) 간격 t 동안에 전 공정이 관리이탈상태인 경우이다. 단지 (ii)와 (iii)의 경우에만 T_{21} 과 T_{22} 에 적절하다.

$1 - \Gamma_i$ 는 공정이 (ii)번과 같은 경우에 관리이탈상태로 파악되는 확률이라고 하고, $1 - \beta_i$ 를 (iii)번과 같은 상태에서 실제로 전구간 관리이탈 상태로 파악되는 확률이라 하면,

$$\begin{aligned}
 1 - \Gamma_i &= 1 - \Pr(LCL \leq \bar{x} \leq UCL \mid \mu = \mu^*) \\
 &= 1 - \Phi\left[q - \left(1 - \frac{\tau_i}{t}\right)\delta_i\sqrt{n}\right] + \dots \dots \dots (4) \\
 &\quad \Phi\left[-q - \left(1 - \frac{\tau_i}{t}\right)\delta_i\sqrt{n}\right]
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \mu^* &= \frac{[\mu_0\tau_i + (\mu_0 + \delta_i)(t - \tau_i)]}{t} \\
 &= \mu_0 + \left(1 - \frac{\tau_i}{t}\right)\delta_i\sigma \dots \dots \dots (5) \\
 &= \mu_0 + \delta_i\sigma - \frac{\tau_i\delta_i\sigma}{t}
 \end{aligned}$$

이고, UCL과 LCL은 각각 관리상한규격과 관리하한규격을 의미한다.

$$\begin{aligned}
 1 - \beta_i &= 1 - \Pr(LCL \leq \bar{x} \leq UCL \mid \mu = \mu_i = \mu_0 + \delta_i) \\
 &= 1 - \Phi(q - \delta_i\sqrt{n}) + \Phi(-q - \delta_i\sqrt{n}) \dots \dots \dots (6)
 \end{aligned}$$

여기서 μ_i 는 관리상태일 때의 공정평균 μ_0 인 상태에서 서로 다른 종류의 이상원인 $i(i=1, 2, \dots, m)$ 으로 인한 공정변동크기 δ_i 에 따른 변동 후의 공정평균이다. T_{12} 과 T_{22} 의 기대치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E(T_{12}) &= E(T_{22}) \\
 &= (t - \tau_i)(1 - \Gamma_i) \dots \dots \dots (7) \\
 &\quad + \sum_{k=2}^{\infty} (kt - \tau_i)\Gamma_i\beta_i^{k-2}(1 - \beta_i) \\
 &= t + \frac{t\Gamma_i}{1 - \beta_i} - \tau_i
 \end{aligned}$$

샘플크기를 n , 공정에서 한 개의 샘플을 검사하는 데 걸리는 시간을 g , 이상원인을 파악하는데 걸리는 시간을 d_0 라고 하면 T_{13} 와 T_{23} 의 기대치는 다음과 같다.

$$E(T_{13}) = E(T_{23}) = g \cdot n + d_0 \dots \dots \dots (8)$$

서로 다른 종류의 크기를 가진 이상원인을 제거하는 데 걸리는 시간을 d_i 라고 한다면 T_{15} 과 T_{24} 의 기대치는 다음과 같다.

$$E(T_{15}) = E(T_{24}) = d_i \dots \dots \dots (9)$$

끝으로 로트 크기 N 개 중 이상원인의 발생으로 인해

샘플을 채취하고, 그 이상원인을 파악해서 참 신호임을 확인하기 전까지 생산된 일부 제품을 제외한 나머지를 생산하는 데 걸리는 시간 T_{25} T_{14} 와 의 기대치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(T_{14}) = \frac{N - n_1 - n_2 - n_3}{n_1 + n_2 + n_3} \cdot E(T_{11} + T_{12} + T_{13}) \dots (10)$$

$$E(T_{25}) = \frac{N - n_1 - n_2 - n_3}{n_1 + n_2 + n_3} \cdot E(T_{21} + T_{22} + T_{23})$$

여기서 n_1 은 이상원인이 발생할 때까지의 시간동안 생산된 제품의 수, n_2 는 이상원인이 발생했을 때 이를 처음으로 감지할 수 있는 시간동안 생산된 제품의 수이고, n_3 는 샘플을 채취하여 그 이상원인을 파악하는 데 요하는 시간동안 생산된 제품의 수이다. 각각의 시간동안 생산되는 제품 개수 n_1 , n_2 , 그리고 n_3 는 다음과 같이 시간에 대한 비율을 주어 구할 수 있다.

$$n_2 = n_1 \cdot \left[\frac{t + \frac{t\Gamma_i}{1 - \beta_i} - \tau_i}{\frac{1}{\lambda}} \right] \dots \dots \dots (11)$$

$$n_3 = n_1 \cdot \left[\frac{gn + d_0}{\frac{1}{\lambda}} \right] \dots \dots \dots (12)$$

따라서 한 사이클의 기대 길이는 식 (2), (7), (8), (9),(10)에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E(T_1) &= E(T_{11}) + E(T_{12}) \\
 &\quad + E(T_{13}) + E(T_{14}) + E(T_{15}) \dots \dots \dots (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(T_2) &= E(T_{21}) + E(T_{22}) \\
 &\quad + E(T_{23}) + E(T_{24}) + E(T_{25})
 \end{aligned}$$

2.2 품질비용

본 논문에서는 품질비용을 예방비용, 평가비용, 내부 실패비용, 외부실패비용으로 다루었다. 그러나 단지 제조단계에서 발생하는 비용만을 고려하였다.

2.2.1 예방비용

예방비용에는 포괄적인 면에서 불량품을 예방할 목적으로 기획설계, 제조, 판매단계에서 발생하는 모든 제반 활동에 필요한 비용 등이 포함된다. 그러나 본 논문에서

는 공정 사이클 시간동안에 발생하는 비용만을 고려하였다. 첫째는 공정관리비용으로 공정 중에 제품이 규격에 맞는 제품을 생산하고 있는가를 모니터링하는 비용 (c_{β_1}), 둘째는 생산설비 수리 및 유지비용으로 공정에 이상이 없으나 샘플링에 의하여 공정에 이상이 있다고 잘못 판단되어 공정이나 설비를 점검하는 비용 (c_{β_2}), 그리고 셋째는 공정에 이상원인이 발생하여 이를 제거하고 안정상태로 공정이나 설비를 수리 혹은 보수하는데 드는 비용 (c_{β_3})이다.

공정관리비용은 품질관리 사이클을 관리하는 비용이므로, 이상원인을 제거하는 데 소요되는 시간을 제외한 공정 사이클 시간에 단위시간당 공정관리비용 (a_1)을 곱한 값이다. 따라서 모델 1과 모델 2의 각각의 총 공정관리비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(c_{\beta_1}) &= a_1 \cdot E(T_{11} + T_{12} + T_{13} + T_{14}) \\ E(c_{\beta_2}) &= a_1 \cdot E(T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{25}) \end{aligned} \quad (14)$$

두 번째로, 잘못된 신호는 단지 이상원인이 발생하기 전 기간 동안만 일어나고 α 를 잘못된 신호의 확률이라고 하면, α 는 간격 t 동안에 공정이 관리상태인 경우에 관리이탈상태로 파악되는 확률이므로,

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 - \Pr(LCL \leq \bar{x} \leq UCL \mid \mu = \mu_0) \\ &= 1 - \Phi(q) + \Phi(-q) = 2\Phi(-q) \end{aligned} \quad (15)$$

이고, a_2 를 잘못된 신호 조사비용이라고 하면 각 모델의 $E(c_{\beta_2})$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(c_{\beta_2}) &= a_2 \cdot \alpha \cdot \frac{E(T_{11})}{t}, \\ E(c_{\beta_3}) &= a_2 \cdot \alpha \cdot \frac{E(T_{21})}{t} \end{aligned} \quad (16)$$

그리고 서로 다른 종류인 크기의 이상원인을 제거하는 데 드는 비용을 a_{3i} 라고 하면,

$$c_{\beta_3} = c_{\beta_4} = a_{3i} \quad (17)$$

이다. 그런데, 이 일반적인 예방비용과 더불어 본 모델 2에 있어서는 앞에서 언급했듯이 공정중지에 따른 대기시간이 발생한다. 예방비용을 완제품 생산 전 시점으로 정의하였기 때문에, 모델 2는 대기시간에 따른 손실비용

을 포함하여 계산하여야 한다. 공정 중단에 따른 손실비용 (c_w)은 단위시간 당 대기비용(Waiting Cost)과 제품의 대기시간(Waiting Time)의 곱으로 나타낼 수가 있다. 단위시간당 서로 다른 종류인 크기의 이상원인에 의한 대기비용을 a_{4i} 라고 하면, 손실비용 (c_w)은 다음과 같다.

$$c_w = a_{4i} \cdot d_i \quad (18)$$

따라서 사이클 당 모델 1과 모델 2의 예방비용의 기대치 $E(C_p)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(C_{p_1}) &= a_1 \cdot E(T_{11} + T_{12} + T_{13} + T_{14}) \\ &\quad + a_2 \cdot \alpha \cdot \frac{E(T_{11})}{t} + a_{3i} \\ E(C_{p_2}) &= a_1 \cdot E(T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{25}) \\ &\quad + a_2 \cdot \alpha \cdot \frac{E(T_{21})}{t} + a_{3i} + a_{4i} \cdot d_i \end{aligned} \quad (19)$$

2.2.2 평가비용

평가비용은 크게 검사비용과 측정기의 교정 및 보수비용으로 구분되나 본 논문에서는 검사비용만을 고려하였다. 검사비용으로는 공정 중에서 발생하는 샘플링검사비용과 공정후의 전수검사비용으로 구분된다. 샘플링 검사에 소요되는 비용으로는 고정비용과 변동비용이 있다. 고정비용을 b_1 이라고 하고, 단위부품 당 변동비용을 b_2 로 하였을 때, n 개를 샘플링하여 검사하는 비용은 $b_1 + b_2 \cdot n$ 이 된다. 공정 사이클 시간동안에 샘플 횟수의 기대치는 품질관리 사이클의 기대 길이에서 이상원인을 찾아내는 데 소요되는 d_0 와 서로 다른 종류의 크기의 이상원인을 제거하는 데 소요되는 d_i 를 제외한 값을 샘플링 간격 t 로 나눈 값이다. 따라서 공정 사이클 시간중간의 샘플링 검사비용이 기대치 $E(c_{a1})$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(c_{a1}) &= (b_1 + b_2 n) \cdot \frac{E(T_{11} + T_{12} + T_{13} + T_{14} - d_0)}{t} \\ E(c_{a2}) &= (b_1 + b_2 n) \cdot \frac{E(T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{25} - d_0)}{t} \end{aligned} \quad (20)$$

전수검사비용은 공정 후에 제품의 품질을 검사하는데

소요되는 비용이다. 고정비용을 b_3 라고 하고, 공정 후의 품질검사 변동비용을 b_4 라고 한다면, 공정을 거쳐 로트 크기 N 개를 검사하는데 소요되는 비용이 기대치 $E(c_{a2_1})$ 는 다음과 같다.

$$E(c_{a2_1}) = E(c_{a2_2}) = b_3 + N \cdot b_4 \cdot g \dots\dots\dots (21)$$

따라서 사이클 당 모델 1과 모델 2의 평가비용의 기대치 $E(C_A)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(C_{A_1}) &= (b_1 + b_2 n) \cdot \frac{E(T_{11} + T_{12} + T_{13} + T_{14} - d_0)}{t} \\ &\quad + b_3 + N \cdot b_4 \cdot g \\ E(C_{A_2}) &= (b_1 + b_2 n) \cdot \frac{E(T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{25} - d_0)}{t} \\ &\quad + b_3 + N \cdot b_4 \cdot g \end{aligned} \dots\dots (22)$$

2.2.3 내부실패비용

내부실패비용은 공정 중에서 발생하는 불량품을 외부로 반출되기 전에 회사 내에서 발견하여 폐기시키거나 재작업을 함으로써 파생되는 비용이다. 공정이 관리상태에 있을 경우 불량품이 발생할 확률을 p_0 , 그리고 서로 다른 종류의 크기인 이상원인의 발생으로 인해 공정이 관리이탈상태일 경우에 불량품이 발생할 확률을 p_i 라고 하면, 각각의 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 - \Pr(LSL \leq \bar{x} \leq USL \mid \mu = \mu_0) \\ &= 1 - \Phi\left[\frac{USL - \mu_0}{\sigma}\right] + \Phi\left[\frac{LSL - \mu_0}{\sigma}\right] \\ p_i &= 1 - \Pr(LSL \leq \bar{x} \leq USL \mid \mu = \mu_i = \mu_0 + \delta_i \sigma) \dots\dots (23) \\ &= 1 - \Phi\left[\frac{USL - \mu_0 - \delta_i \sigma}{\sigma}\right] \\ &\quad + \Phi\left[\frac{LSL - \mu_0 - \delta_i \sigma}{\sigma}\right] \end{aligned}$$

- 여기서 $\Phi(\)$: 표준 정규 분포의 누적확률,
- USL : 제품 상한 규격 값
- LSL : 제품 하한 규격 값
- μ_0 : 관리도 중심선
- σ : 제품 모집단 표준 편차

δ_i : 종류가 다른 이상원인 i 에 의한 공정 변동 크기

공정을 통해서 로트 크기 N 개의 제품이 생산되므로 공정 사이클 시간동안에 공정이 안정상태에 있을 경우에 예상되는 불량품의 개수와 공정이 이탈상태에 있을 경우에 예상되는 불량품의 개수를 합하면, N_{d1} 는 공정 사이클 시간동안 예상되는 불량품의 개수이다. 여기서 N_n 는 예상되는 양품의 개수이며, 따라서 모델 1과 모델 2에서 예상되는 불량품과 양품의 개수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N_{d1} &= p_0 \cdot k_1 \cdot E(T_{11}) + \left(\sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i p_i}{\lambda}\right) \\ &\quad \cdot k_1 \cdot E(T_{12} + T_{13} + T - 14) \end{aligned} \dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} N_{n1} &= (1 - p_0) \cdot k_1 \cdot E(T_{11}) + \left(1 - \left(\sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i p_i}{\lambda}\right)\right) \\ &\quad \cdot k_1 \cdot E(T_{12} + T_{13} + T - 14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{d2} &= p_0 \cdot k_2 \cdot E(T_{21} + T_{25}) \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i p_i}{\lambda}\right) \cdot k_2 \cdot E(T_{22} + T_{23}) \end{aligned} \dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} N_{n2} &= (1 - p_0) \cdot k_2 \cdot E(T_{21} + T_{25}) \\ &\quad + \left(1 - \left(\sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i p_i}{\lambda}\right)\right) \cdot k_2 \cdot E(T_{22} + T_{23}) \end{aligned}$$

여기서 k_1 과 k_2 는 모델 1과 모델 2의 생산률로서 로트 크기 N 은 제품을 생산하는 전체 시간으로 나눈 값이고, 공정이 이상원인 종류 $i(i=1, 2, \dots, m)$ 의 영향 아래에 있을 조건부 확률은 λ_i/λ 이다.[11]

$$k_1 = \frac{N}{T_1 - d_i}, \quad k_2 = \frac{N}{T_2 - d_i} \dots\dots\dots (26)$$

따라서 모델 1과 모델 2의 공정 불량률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{N_{d1}}{N_{n1} + N_{d1}} = \frac{N_{d1}}{N}, \dots\dots\dots (27) \\ P_2 &= \frac{N_{d2}}{N_{n2} + N_{d2}} = \frac{N_{d2}}{N} \end{aligned}$$

생산된 제품들은 고객에게 배달되기 전에 전수검사를 받는다. 전수검사 후에 제품을 재가공할 것인지 폐기할 것인지 결정하게 된다. 그러나 숙련된 작업자가 검사를 하더라도 양품을 불량품으로 판정하거나, 불량품을 양품

으로 판정할 확률은 항상 존재하게 된다. 만일 e_1 은 양품을 불량품이라고 판정할 비율(제 1 종의 과오)이라고 하고, e_2 는 불량품을 양품이라고 판정할 비율(제 2 종의 과오)이라고 하자. 최종 검사영역에서는 양품의 손실을 포함한 재가공 비용과 폐기 비용의 두 형태로 내부 실패비용이 발생한다.

첫째, 오분류로 인하여 양품이 재가공될 때 드는 비용을 c_1 이라고 하고, 불량품을 재가공 하는 데 드는 비용을 c_2 이면, 불량품을 재가공하여 양품으로 가공할 비율을 γ 라고 하면, 모델 1과 모델 2에서 소요되는 재가공 비용의 기대치 $E(c_{i1})$ 는 다음과 같다.

$$E(c_{i1}) = c_1 \cdot e_1 \cdot N_{n1} + c_2 \cdot \gamma \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d1} \dots\dots\dots (28)$$

$$E(c_{i2}) = c_1 \cdot e_1 \cdot N_{n2} + c_2 \cdot \gamma \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d2}$$

둘째, 폐기비용은 불량품이 복구될 수 없을 때 발생한다. 불량품을 재가공 하였으나, 양품으로 전환시키지 못하여 폐기시킬 경우에 발생하는 비용을 c_3 라고 하면, 사이클 당 폐기비용의 기대치 $E(c_{22})$ 는 다음과 같다.

$$E(c_{21}) = c_3 \cdot (1 - \gamma) \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d1}, \dots\dots\dots (29)$$

$$E(c_{22}) = c_3 \cdot (1 - \gamma) \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d2}$$

따라서 사이클 당 내부실패비용의 기대치 $E(C_I)$ 는 다음과 같다.

$$E(C_{I1}) = c_1 \cdot e_1 \cdot N_{n1} + c_2 \cdot \gamma \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d1+c3} \cdot (1 - \gamma) \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d1} \dots\dots\dots (30)$$

$$E(C_{I2}) = c_1 \cdot e_1 \cdot N_{n2} + c_2 \cdot \gamma \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d2+c3} \cdot (1 - \gamma) \cdot (1 - e_2) \cdot N_{d2}$$

2.2.4 외부실패비용

외부실패비용은 불량품이 검사 중에 파악이 안된 채 고객에게 배달될 때 발생한다. 양품으로 잘못 분류되는

불량품의 기대치는 $e_2 N_d$ 이기 때문에, 사이클 당 외부 실패비용 기대치는 다음과 같다.

$$E(C_{E1}) = c_4 \cdot e_2 \cdot N_{d1}, \dots\dots\dots (31)$$

$$E(C_{E2}) = c_4 \cdot e_2 \cdot N_{d2}$$

그러므로, 총 품질비용의 기대치는 식(19), (22), (30), (31)에 의하여 다음과 같다.

$$E(TC_1) = E(C_{P1}) + E(C_{A1}) + E(C_{I1}) + E(C_{E1}) \dots\dots (32)$$

$$E(TC_2) = E(C_{P2}) + E(C_{A2}) + E(C_{I2}) + E(C_{E2})$$

3. 수치예제와 분석

<표 1>은 공정에 대한 제품 특성치의 규격, 샘플링 방침 그리고 지금까지 제조된 제품의 품질 특성치의 통계치이고, <표 2>는 서로 다른 종류의 이상원인 $i(i=1, 2, \dots, 7)$ 에 따른 상이한 공정평균 변동크기와 이상원인의 도착률 λ_i 를 나타내고 있으며, <표 3>은 공정에 대한 품질 비용이다.

<표 1> 제품 특성치 파라미터와 통계치

i (이상원인의 종류)	7	
μ_0 (관리상태일 때의 공정평균 : g)	450	
σ (제품 모집단 표준 편차)	5	
ULS(제품 상한 규격 값 : g)	470	
LSL(제품 하한 규격 값 : g)	430	
n (샘플 크기 : 개)	10	20
k (샘플링 간격 : 시간)	0.5	1.0
q (관리한계선 결정계수)	3.0	
g (샘플링 시간 : 시간)	0.01	
N (로트의 크기 : 개)	3000	
γ (재가공 합격비율 : %)	0.95	
d_0 (이상원인 찾는시간 : 시간)	0.25	
d_1 (이상원인 제거시간 : 시간)	1	
e_1 (제 1종의 과오율)	0.01	
e_2 (제 1종의 과오율)	0.005	

<표 1>에 나타난 것처럼 3σ 관리도를 사용하고 있으며, 관리도와 품질비용을 추정하는 데 결정적인 역할을 할 수 있는 샘플 크기와 샘플링 간격에 대해서, 샘플 크기는 10개와 20개로 두 가지 경우를 고려하였으며, 샘플링 간격도 30분과 1시간을 고려하였다. 또한 이상원인 찾는 시간 d_0 와 이상원인 제거 시간 d_i 는 이상원인의 종류와 크기에 따라 다를 수 있지만, 본 논문은 평균시간으로 생각해서 고려하였다. 마찬가지로 이상원인을 제거하는 비용 a_{3i} 와 공정정지에 따른 손실비용도 이상원인의 종류와 크기에 따라 다를 수 있지만 평균적으로 생각해서 고려하였다.

<표 2> 이상원인 i 에 대한 δ_i 와 λ_i

이상원인	공정변동크기	이상원인 i 의 도착률(λ_i)		
1	0.50	0.05	0.047	0.03
2	0.75	0.05	0.03	0.02
3	1.00	0.047	0.03	0.02
4	0.25	0.04	0.02	0.01
5	0.50	0.03	0.02	0.01
6	1.75	0.03	0.01	0.005
7	2.00	0.01	0.01	0.0005
공정 실패율(λ)		0.25	0.16	0.10

<표 3> 공정에서의 품질비용

a_1 (공정관리비용)	5,000
a_2 (잘못된 경고 조사비용)	20,000
a_{3i} (이상원인 제거비용)	50,000
a_{4i} (공정 정지로 초래되는 손실비용)	50,000
b_1 (샘플링검사 고정비용)	1,000
b_2 (샘플링검사 변동비용)	200
b_3 (전수검사 고정비용)	2,000
b_4 (전수검사 변동비용)	200
c_1 (양품을 재가공하는 데 드는 비용)	3,000
c_2 (불량품을 재가공하는 데 드는 용)	5,000
c_3 (폐기비용)	10,000
c_4 (고객 불만족에 따른 비용)	15,000

단일공정에 걸쳐 생산되는 로트 크기는 3,000개이며, <표 2>에서 볼 수 있듯이, 공정 실패율 λ 를 0.25, 0.16, 0.10으로 세 부분으로 나누었다. 다시 말해서 공정 실패율은 이상원인이 어느 시점에서 발생하는지를 말할 수 있다. 세 개로 나눈 공정 실패율에 대해 공정 사이클의 시간과 생산량을 동일하게 놓고 보았을 때, λ 가 0.25일 경우의 n_1 은 800개이고, λ 가 0.16, 0.10일 경우 각각 1,250개와 2,000개라고 계산할 수 있다. 즉, n_1 이 800개

<표 4> $\lambda=0.16, n=20, t=0.5$ 인 경우

i	δ_i	λ_i	τ_i	$1-\Gamma_i$	$1-\beta_i$	p_0	p_1	n_1	n_2	n_3
1	0.50	0.04	0.249	0.093	0.222	6.34e-005	0.0002	1250	457.7	90
2	0.75	0.03	0.249	0.314	0.638	6.34e-005	0.0005	1250	157.4	90
3	1.00	0.03	0.249	0.639	0.929	6.34e-005	0.0013	1250	88.91	90
4	0.25	0.02	0.249	0.883	0.995	6.34e-005	0.0029	1250	61.74	90
5	0.50	0.02	0.249	0.979	0.999	6.34e-005	0.0062	1250	52.18	90
6	0.75	0.01	0.249	0.997	0.999	6.34e-005	0.0122	1250	50.24	90
7	2.00	0.01	0.249	0.999	1.000	6.34e-005	0.0227	1250	50.05	90
i	$\frac{E(T_1)}{E(T_2)}$	$k_1 = k_2$	N_{d1}	N_{n1}	N_{d2}	N_{n2}	P_1	P_2	$E(TC_1)$	$E(TC_2)$
1	16.0	200.0	0.492	2999.5	0.284	2999.7	0.0001	9.5e-005	373.769	422.675
2	16.0	200.0	1.090	2998.9	0.317	2999.6	0.0003	0.0001	376.923	422.848
3	16.0	200.0	2.442	2997.5	0.420	2999.5	0.0008	0.0001	384.042	423.390
4	16.0	200.0	5.294	2994.7	0.632	2999.3	0.0017	0.0002	399.068	424.508
5	16.0	200.0	10.94	2989.0	1.064	2998.9	0.0036	0.0003	428.848	426.781
6	16.0	200.0	21.47	2978.5	1.895	2998.1	0.0071	0.0006	484.305	431.163
7	16.0	200.0	39.89	2960.1	3.367	2998.6	0.0132	0.0011	581.355	438.917

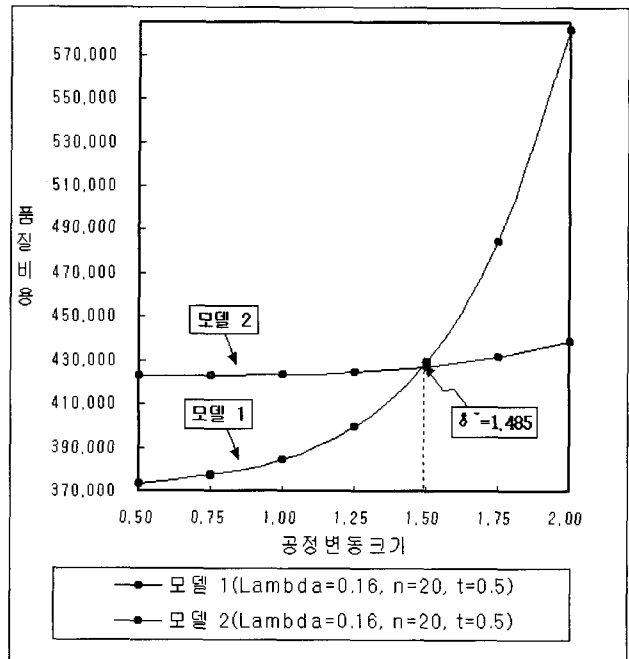
인 경우는 이상원인이 초기에 오는 경우이고, n_1 이 2,000 개인 경우는 이상 i 원인이 말기에 오는 경우로 볼 수 있다.

<표 4>는 샘플 크기와 샘플링 간격이 각각 20과 0.5 이고, 공정실패율이 0.16인 경우에 대한 모델 1과 모델 2의 품질비용을 나타내고, <그림 4>는 경제적 품질비용 정책을 갖게 하는 이상원인과 공정변동 크기를 보인다. <표 4>와 <그림 4>에서 볼 수 있듯이 품질비용은 공정의 변동크기가 $\delta=1.25$ 와 $\delta=1.50$ 사이에서 교차하는 것을 볼 수 있다. δ^* 를 두 모델의 품질비용이 교차하는 지점에 대한 공정변동크기라고 한다면, $\delta^*=1.485$ 의 값을 얻을 수 있다. 즉, 이 의미는 $\delta < 1.485$ 일 경우에는 모델 1의 품질관리 사이클을, $\delta > 1.485$ 일 경우에는 모델 2의 품질관리 사이클을 따르는 것이 경제적으로 말할 수 있다.

<표 5>와 <그림 5>는 이상원인이 발생하는 시점이 다른 경우에 대한 품질비용의 변화와 그에 따른 공정변동 크기의 변화를 보여주고 있다. 공정 실패율 λ 를 각각 0.25, 0.16, 0.10으로 놓고, 샘플링 간격을 0.5에서 1.0으로 바꾸었을 때의 품질비용은 일반적으로 생각했던 것처럼 이상원인이 초기에 오는 경우, 모델 1은 불량률의 증가로 더 많은 비용이 드는 것을 볼 수 있다. <그림 5>를 보면 이상원인이 발생하는 시점에 따른 공정변동 크기의 변화를 보여주고 있는데, λ 가 0.25인 경우의 δ^* 는 0.423, λ 가 0.1인 경우의 δ^* 는 1.753으로 변화하는 것을 볼 수 있다. 일반적으로 생각한 것처럼 공정실패율이 초기에 올수록 모델 2의 품질관리 사이클을 따르는 것이 바람직하고, 이상원인이 나중에 올수록 모델1의 품질관리 사이클을 따르는 것이 경제적으로 말할 수 있다.

또한 <표 4>와 <표 5>를 통해서 볼 수 있듯이 샘플링 간격을 0.5에서 1시간으로 바꾸었을 경우 전체적인 품질비용이 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 본 논문의 공정능력이 규격폭보다 작은 경우로서 공정이 아주 능력이 있고, 불량률이 작기 때문에 잦은 샘플링 검사는 오히려

샘플링 검사비용으로 인해 더 많은 품질비용을 초래할 수 있다는 것을 보여주고 있다. 끝으로 고려해볼 수 있는 것은 손실비용의 크기에 따라서 δ^* 의 값이 바뀌는 것이다. 일반적으로 생각할 수 있듯이 손실비용이 작을 경우 모델 2의 품질관리 사이클을 따르는 것이 바람직하고, 손실비용이 클 경우에 있어서는 모델 1을 따르는 것이 경제적이라고 말할 수 있다.



<그림 4> $\lambda = 0.16, n = 20, \delta = 0.5$ 인 경우

4. 결론

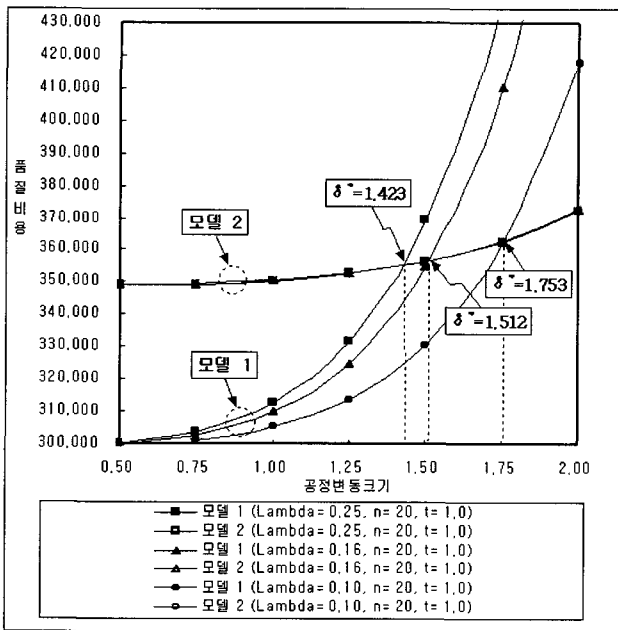
본 연구의 목적은 경제적인 관리도 설계(EDCC)와 종합적 품질관리(TQC)의 두 관점을 동시에 고려하여, 제조 영역과 최종검사영역으로 이루어진 시스템에서, 한 품질

<표 5> $\lambda = 0.25, \lambda = 0.16, \lambda = 0.10, n = 20, t = 1.0$ 인 경우

$\lambda = 0.25, n = 20, t = 1.0$		$\lambda = 0.16, n = 20, t = 1.0$		$\lambda = 0.10, n = 20, t = 1.0$	
모델 1	모델 2	모델 1	모델 2	모델 1	모델 2
299.970	348.934	299.682	349.056	-	-
303.934	349.254	302.835	349.375	301.004	349.578
312.884	350.388	309.955	350.510	305.072	350.713
331.774	352.670	324.980	352.797	313.658	353.003
369.211	356.439	354.760	356.568	330.675	356.779
438.930	362.423	410.218	362.566	362.365	362.774
560.935	372.360	507.268	372.481	417.822	372.686

특성치의 계속되는 변동이 계적으로 안정상태에 놓여 있는지를 \bar{x} -관리도를 통하여 관리하고, 서로 다른 공정 변동크기를 가지는 이상원인이 발생하는 경우에 대해서 품질관리 사이클의 구성을 두 가지 유형으로 나누어 비교함으로써 경제적 품질비용 정책을 갖게 하는 공정변동 크기를 찾아보았다.

본 연구에서는 관리도와 품질비용을 추정하는데 결정적인 역할을 할 수 있는 샘플링 간격과 샘플 크기를 다르게 했을 경우, 또한 이상원인의 종류와 발생하는 시점이 다른 경우에 있어서도 경제적 품질비용 정책을 갖게 하는 공정변동크기가 달라지고, 품질비용의 변화가 있음을 나타낸다. 따라서 경제적인 품질비용을 찾기 위해서는 공정변동크기를 가져오는 이상원인의 종류와 이상원인이 발생하는 시점을 명확히 분석한 후 경제적 품질비용 정책을 갖게 하는 공정변동크기를 찾아 그에 맞는 품질관리 사이클의 구성이 필요함을 볼 수 있다. 또한 샘플링 가격, 샘플 크기에 따라서도 품질비용이 변화하기 때문에 경제적인 품질비용을 찾기 위해서는 최적의 샘플링 간격, 샘플 크기를 구하는 것도 중요하다.



<그림 5> $\lambda = 0.25, \lambda = 0.16, \lambda = 0.10, n = 20, t = 1.0$ 인 경우

품질비용에 있어서는 네 가지로 각각 분리하여 구함으로써 단순히 비용 산출만을 하는 것이 아니라, 품질비용을 제조단계에서 정량화하여 모든 인원이 품질의 중요성을 인식하여 계속적으로 공정을 향상시키고, 품질을 향상시켜서 궁극적으로 총 품질비용을 낮추고, 나아가서 기업의 경쟁력을 향상시킨다는 면에서 매우 중요하다는 것을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] 류한주, 김달곤; “품질비용시스템의 구축절차와 한계에 관한 소고,” 품질경영학회지, 22(4) : 132-151, 1994.
- [2] 장석주, 이성웅, 박영현; “제조시스템에서의 품질비용에 관한 연구,” 품질경영학회지, 23(2) : 10-27, 1995.
- [3] Campanella, J., and Corcoran, F. J.; “Principle of Quality Cost,” *Quality Progress*, 16(4) : 16-21, 1983.
- [4] Duncan, Acheson J.; “The Economic Design of X-bar Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes,” *Journal of the American Statistics*, 66(333) : 107-121, 1971.
- [5] Godfrey, J. T. and Pasewark, W. R.; “Controlling Quality Costs,” *Management Accounting*, March : 48-51, 1988.
- [6] Hwang, G. H. and Aspinwall, E. W.; “Quality Cost Models and Their Application : A Review,” *Total Quality Management*, 7(8) : 267-281, 1996.
- [7] Majid Jaraiedi and Ziqing Zhuang; “Determination of Optimal Design Parameters of X-bar Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes,” *Journal of Quality Technology*, 23(3) : 253-258, 1997.
- [8] Montgomery, D. C.; *Statistical Quality Control*, New York; Wiley, 1984.
- [9] Montgomery, D. C.; “Economic Design of X-bar Control Chart for Two Manufacturing Process Models,” *Naval Research Logistics Quarterly*, 32 : 631-646, 1985.
- [10] Plunkett, j. j. and Dale, B.G.; “Quality Cost; A Critique of Some Economic Cost of Quality Models,” *International Journal of Production Research*, 26(11) : 1713-1726, 1988.
- [11] Ross, S.; *Introduction to Probability Models*, 2nd ed., Academic Press, New York. 1981.
- [12] Son, Y.K. and Hsu, L.; “A method of Measuring Quality Costs,” *International Journal of Production Research*, 29 : 1785-1794, 1991.
- [13] Soumaya Yacout and Yusuo Chang; “Modeling Process Quality Costs for Alternative Quality Plans,” *Quality Engineering*, 9(3) : 419-431, 1997.