

대변형 유한요소해석을 위한 요소망 자동 생성기법

김동준*·최호준**·장동환**·임중연***·이호용***·황병복****

(2002년 10월 21일 접수)

Automatic Quadrilateral Mesh Generation for Large Deformation Finite Element Analysis

D. J. Kim, H. J. Choi, D. H. Jang, J. Y. Lim, H. Y. Lee and B. B. Hwang

Abstract

An automatic quadrilateral mesh generator for large deformation finite element analysis such as metal forming simulation was developed. The NURBS interpolation method is used for modeling arbitrary 2-D free surface. This mesh generation technique is the modified paving algorithm, which is an advancing front technique with element-by-element resolving method for paving boundary intersection problem. The mesh density for higher analysis accuracy and less analysis time can be easily controlled with high-density points, maximum and minimum element size. A couple of application to large deformation finite element analysis is given as an example, which shows versatility and applicability of the proposed approach and the developed mesh generator for large deformation finite element analysis.

Key Words : Mesh Generation, Quadrilateral Element, Large Deformation Finite Element Method, Metal Forming, NURBS, Modified Paving Algorithm

1. 서론

유한요소법(finite element method)은 여러 공학 문제의 해석에 널리 사용되고 있는 수치해석 방법이다. 컴퓨터 기술의 빠른 발달로 인하여 해석에 직접 소요되는 시간은 점차 감소하고 있는 반면 유한요소의 모델 생성을 위한 전처리과정(pre-processing)은 많은 시간과 노력이 요구되고 있다. 또한 적용되는 문제에 적절한 유한요소

모델만이 해석 결과의 정확성을 보장하므로 세심한 주의가 필요하다. 이처럼 유한요소의 모델링은 유한요소해석에 있어서 매우 중요한 부분을 차지하고 있는 부분으로 다양한 요소망 생성법(finite element mesh generation)이 연구되어 왔다.⁽¹⁾ 또한 해석결과의 정확도 향상을 위하여 적용하고자 하는 문제의 특성과 기하학적 형상이 고려된 우수한 형상의 적응 요소망 생성(adaptive mesh generation)을 위한 연구도 활발히 진행되고 있다.⁽²⁻⁴⁾

* 인하대학교 자동화공학과 석사과정
** 인하대학교 자동화공학과 박사과정
*** 동국대학교 기계공학과
**** 인하대학교 기계공학부

단조나 압출 공정 등의 금속 성형 공정(metal forming process)의 해석에 있어서도 널리 사용되어지고 있는 유한요소해석은 다른 공학 문제의 해석과 비교하여 다른 특징을 갖는다. 비정상 상태의 대변형 해석 과정은 요소의 과도한 찌그러짐을 유발시키며 문제에 따라 수차례의 요소망의 재구성(remesh)이 요구되고 요소망의 형상은 해석 결과에 많은 영향을 미치는 인자로 작용한다. 이러한 이유로 금속 성형 공정의 유한요소해석에서 우수한 형상의 유한요소모델의 생성을 위해서는 보다 세심한 주의가 요구된다.

따라서 본 논문에서는 금속 성형 공정의 대변형 유한요소해석의 특성이 고려된 사각형 요소망을 이용하며, 이를 바탕으로 전처리기의 기능을 포함한 요소망 자동 생성기(automatic mesh generator)의 구현을 목적으로 한다. 한편 요소망 자동생성기를 위한 구현 방법은 기존의 페이빙 알고리즘⁽⁵⁾이 요소열(element row) 단위로 교차 문제를 해결함에 따라 발생하는 안정성 문제⁽⁶⁾를 해결하고자 요소단위로 페이빙 경계의 교차문제를 해결하는 수정 페이빙 알고리즘(modified paving algorithm)을 사용하였다. 개발 과정에서는 다음과 같은 문제의 특성과 요구 조건을 고려하였다.

첫째, 해석과정에서의 요소망 재구성 과정에서 나타나는 해석 영역은 임의의 형상의 자유 곡면으로 이에 대한 효율적인 모델링 방법이 요구된다.

둘째, 일반적인 성형 공정 해석에서는 소재와 금형의 코너 부근에서 국부적인 대변형이 발생하며 상대적으로 변형이 적은 부분으로 구별된다. 따라서 해석시간과 해석 결과의 정확도를 고려한 요소망 생성을 위해서는 요소 크기의 적절한 조절이 가능하여야 한다. 셋째, 해석 결과의 정확성 향상과 과도한 요소망 재구성 과정을 피하기 위해서는 우수한 형상의 요소 생성이 요구되며, 특히 대변형이 주로 발생하는 영역의 경계 부근에서는 보다 우수한 형상의 요소 분포가 요구된다. 넷째, 해석 과정에서 요소망 생성 과정은 많은 부분을 차지하는 작업으로 사용의 편리성이 요구되며 사용자의 개입이 최소화된 자동 요소망 생성 방법이 요구된다.

이상과 같은 요구 조건을 고려하여 금속 성형 공정의 대변형 유한요소해석의 적용을 위한 사각형 요소망 생성기를 개발하고 적용 예제를 통하여 활용 가능성을 보이고자 한다.

2. 요소망 생성과정

문제에 적합한 유한요소모델을 얻기 위한 요소망 생

성과정은 다음과 같다.

첫째, 임의의 형상을 가지는 2차원 해석영역은 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 보간을 통해 유한개의 곡선 조각(curve patch)으로 표현되며, 이후 요소망 밀도 함수의 적용을 위해 단일 매개변수의 곡선식으로 표현된다. 둘째, 사용자의 설정에 따라 요소망 밀도 함수를 정의하고 이에 따라 경계 곡선을 분할하여 경계 절점을 생성한다. 셋째, 경계 절점을 기준 절점(seed node)으로 하여 수정 페이빙 알고리즘에 의해 요소망을 생성한다.

2.1 해석영역의 기하학적 표현

해석영역의 표현은 임의의 자유곡면 표현이 자유로운 NURBS 곡선을 사용하여 영역의 경계를 지나도록 NURBS 보간법⁽⁷⁾을 사용한다. 보간법의 사용은 조정점에 의한 반복적인 조정 작업이 필요 없으며 영역의 경계를 특징짓는 점들을 통해 얻어지므로 해석과정에 요소망 재구성 과정에서는 경계 절점을 사용하여 사용자의 개입 없이 모델링이 가능한 장점이 있다.

해석 영역은 형상에 따라 여러 개의 곡선 조각(curve patches)로 표현되어지는 데, 이후 단일 매개변수에서 정의되는 요소망 밀도 함수의 적용을 단일 매개변수 공간으로 매핑되어 하나의 곡선식으로 표현되어진다.

Fig. 1은 (a)와 같은 해석 영역이 주어졌을 때, (b)와 같이 네 개의 곡선의 조합으로 표현되고 결국 (c)와 같이 하나의 곡선식으로 표현되는 과정을 보인다.

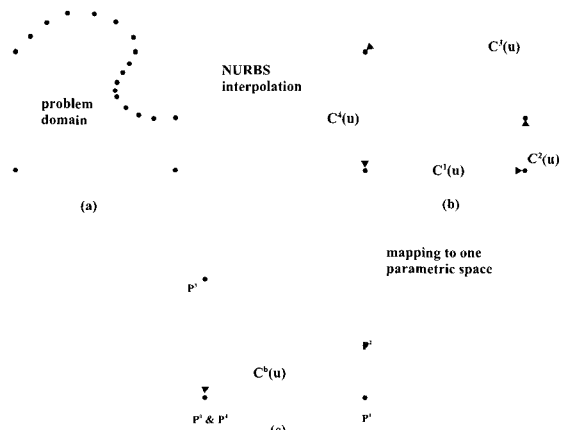


Fig. 1 Modeling process of problem domain, (a) given problem domain, (b) modeling with NURBS curve patches, (c) One parametric curve form

식 (1)은 C_1, \dots, C_n 으로 표현된 경계가 C_b 라는 하나의 곡선식으로 매핑되는 관계식을 나타낸다.

$$C_i(u) = \begin{cases} C_1(u), & 0 \leq u \leq \tilde{u}_1 \\ \vdots \\ C_k(u), & \tilde{u}_{k-1} \leq u \leq \tilde{u}_k \\ \vdots \\ C_n(u), & \tilde{u}_{n-1} \leq u \leq 1 \end{cases} \quad \tilde{u}_k = \frac{\sum_{i=1}^k L_i}{\sum_{i=1}^n L_i} \quad (1)$$

여기에서 L_i 은 곡선 C_i 의 길이를 나타내며, 충분히 큰 정수 m 을 선택하여 식 (2)로부터 계산되어진다.

$$L_i = \sum_{k=1}^m (C_i(k \Delta u) - C_i((k-1) \Delta u)), \quad \Delta u = 1/m \quad (2)$$

2.2 요소망 밀도의 제어와 경계곡선의 분할

요소망 밀도 제어는 최대 요소크기 h_{max} 와 최소요소 크기 h_{min} 그리고 유한개의 고밀도 점(high density point)으로부터 요소크기 함수(mesh size function)를 정의함으로써 제어된다. 요소 밀도를 제어하는 고밀도 점의 결정은 문제의 구성에 따라 사용자의 적절한 판단이 요구된다. 일반적으로 자동요소생성기를 통한 요소망 재구성은 변형이 극심하여 격자의 퇴화(degeneration)에 의해 수렴성이 저하⁽⁸⁾됨에 따라 요소크기를 자동으로 결정하여 요소망을 재구성하지만 연속적으로 진행되는 금속 성형 공정의 특성을 고려하는 것은 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 사용자의 경험을 최대한 이용하여 비교적 단순한 요소망 구성이 가능하도록 하였다. 사용자는 고밀도 점과 요소크기를 지정함으로써 해석 영역에서 차후 진행될 소성가공 공정특성을 고려한 요소망 구성이 쉽게 가능해지는 것이다. 즉, 요소망 생성에 필요한 요소크기에 따른 많은 좌표점을 결정하여 사용자가 직접 입력하기에는 많은 시간과 노력이 소모되므로, 고밀도 점과 요소크기만을 입력함으로써 사용자의 입력을 최소화시킴과 동시에 진행될 공정의 특성을 고려한 요소크기를 얻을 수 있도록 하였다.

요소망 재구성(remesh)을 위해서는, 해석영역에서 상대적으로 심한 변형을 보이는 영역, 즉 유효변형률 속도(effective strainrate)의 값이 지정된 한계치 이상의 값을 보이는 지점을 고밀도 점(high density point)으로 추출하여 재료의 유동 특성을 반영하여 요소 밀도 제어가 가능하며, 사용자에게 의한 고밀도 점의 임의적 추가도 가능하도록 하였다.

전체 영역의 요소 크기는 두 한계치 사이에 분포하게 된다. 실제로 요소크기 함수는 경계에서의 요소 크기만을 정의하게 되며 영역의 내부에서는 페이빙 알고리즘(paving algorithm)에 의한 요소생성 과정에서 부근 요

소의 크기를 보간하여 결정된다. 고밀도 점(high density point)은 상대적으로 세밀한 요소 분할이 요구되는 곳의 2차원 좌표를 의미하며 최소요소크기가 할당된다. 최대 요소크기가 할당되는 저밀도 점(low density point)은 유한개의 고밀도 점(high density point)에서 직선 거리가 최대인 경계 곡선상의 점으로 설정되고 모든 고밀도 점에서 동일한 거리에 위치한다. 또한 여기서 계산된 고밀도 점과 저밀도 점간의 최대거리 D_{max} 는 고밀도 점들의 위치에 대한 해석형상의 근사적 크기를 표현하게 된다. 경계상의 임의 좌표에서의 요소 크기는 가장 근접 거리에 존재하는 저밀도 점의 거리와 고밀도 점과 저밀도 점간의 최대거리 D_{max} 와의 보간을 통해 이루어진다. 식 (3)은 최대요소크기 h_{max} 와 최소요소크기 h_{min} 그리고 m 개의 고밀도 점(high density point) $p_i^h, i=0, \dots, m$ 이 입력될 때, 경계 곡선상의 임의 점 $p(u)$ 에 할당되는 요소 크기의 함수이다. 요소크기 함수 $h(u)$ 는 경계 곡선의 매개변수 공간 $u \in [0, 1]$ 에서 정의된다.

$$h(u) = h_{min} + (h_{max} - h_{min}) \frac{D_{min}(u)}{D_{max}} \\ D_{min}(u) = \min [distance(p_i^h, p(u)), i=0, \dots, m] \\ D_{max}(u) = \max [distance(p_i^h, p(u)), i=0, \dots, m] \quad (3)$$

요소크기 함수에 의한 경계 요소의 점진적 변화(mesh gradation)는 최대요소크기와 최소요소크기의 영향을 받는다. 따라서 적절한 요소크기가 선택되어야 완전한 요소의 점진적 변화를 보이며 우수한 질의 요소로 분할 될 수 있다. 요소망의 밀도가 정의되면 경계곡선은 매개변수 공간을 따라 설정된 요소크기에 따라 분할되며 페이빙 알고리즘에 의해 사각형 요소망 구성이 가능해진다.

2.3 수정 페이빙 알고리즘에 의한 요소분할

수정 페이빙 알고리즘(modified paving algorithm)은 페이빙 경계의 교차 문제를 해결하는 방법이 수정된 요소 분할 방법이다. Fig. 2 수정 페이빙 알고리즘의 순서도를 나타낸다. 먼저 경계 분할에서 생성된 기본 절점으로부터 페이빙 경계 루프를 구성하고 경계를 따라 요소 생성해가며 페이빙 경계는 내부를 향해 전진하는 일종의 전진경계기법(advancing front technique)의 하나이다. 페이빙 경계가 전진함에 따라 발생하는 교차 문제는 요소가 생성된 직후 루프 분리를 통해 해결하게 되고 한 층의 요소열이 생성된 직후에는 평탄화 작업(mesh smoothing) 및 시이밍 오퍼레이션과 축소, 확대 요소열 조정 등을 통해 요소망의 형상을 향상시킨다. 페이빙 경계

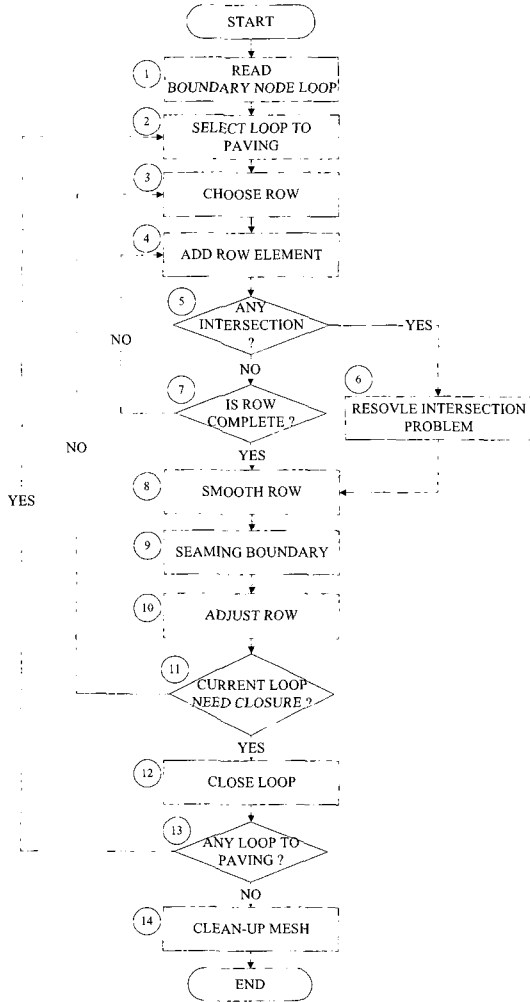


Fig. 2 Flow chart of modified paving algorithm

는 절점이 6개 이하가 될 때까지 전진하며 이후에는 페이빙 경계의 형상에 따른 요소 분할이 이루어진다. 영역의 요소가 모두 분할되면 좋지 않은 형상의 요소의 제거 과정을 끝으로 요소망 생성 과정을 마치게 된다.

Fig. 3은 요소망 생성 과정과 그 과정에서 수행되어질 수 있는 오퍼레이션들을 도식적으로 나타낸 그림이다. (a)에서는 사용자의 의해 두 개의 고밀도 점이 정해졌다. 사용자는 요소크기의 최대, 최소값을 입력한 다음, (b)에 서처럼 해석영역의 경계를 분할하게 된다. (c)~(j)까지는 요소망을 생성하는 여러 오퍼레이션을 설명하고 있다.

Fig. 4는 수정된 교차 문제의 해결 방법을 나타낸다. 교차된 경계의 형상에 따라 CASE 1과 CASE 2로 구별된다. CASE 1의 경우는 대체로 평탄한 두 경계가 교차

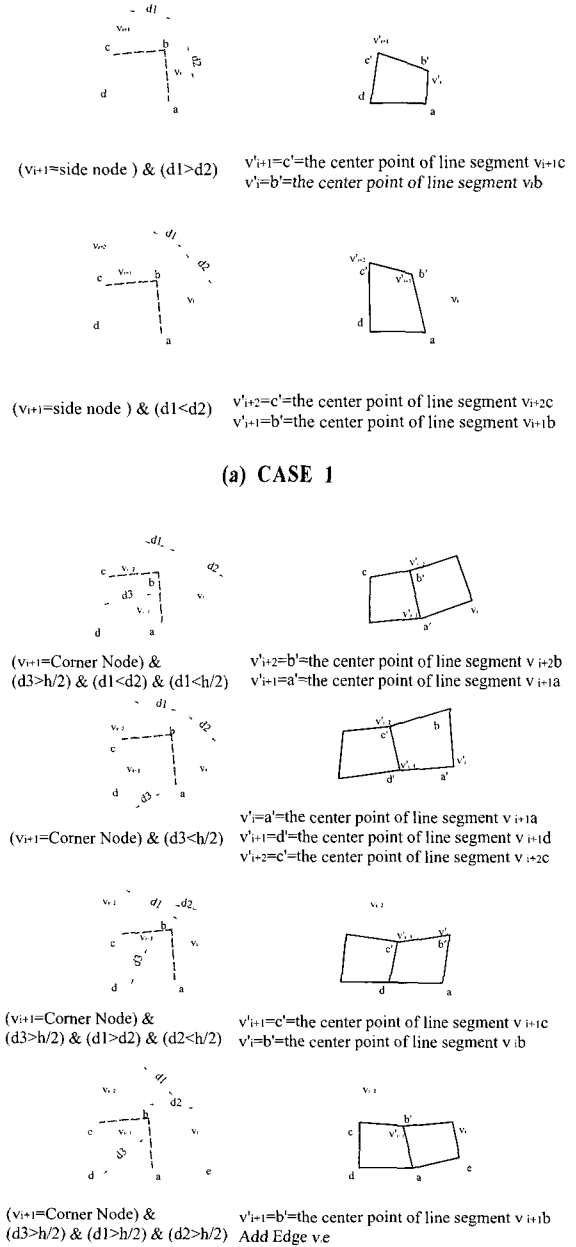


Fig. 4 Resolving method for different intersection problems of paving boundary (intersection type:left, resolving method:right)

된 경우의 해결 방법이며 CASE 2의 경우는 평탄한 경계와 모퉁이 형상의 경계가 교차될 경우의 해결 방법이다. 각각의 경우에 교차 형상과 교차 정도에 따라 6가지의 페이빙 경계 루프의 분리를 통해 문제를 해결한다.

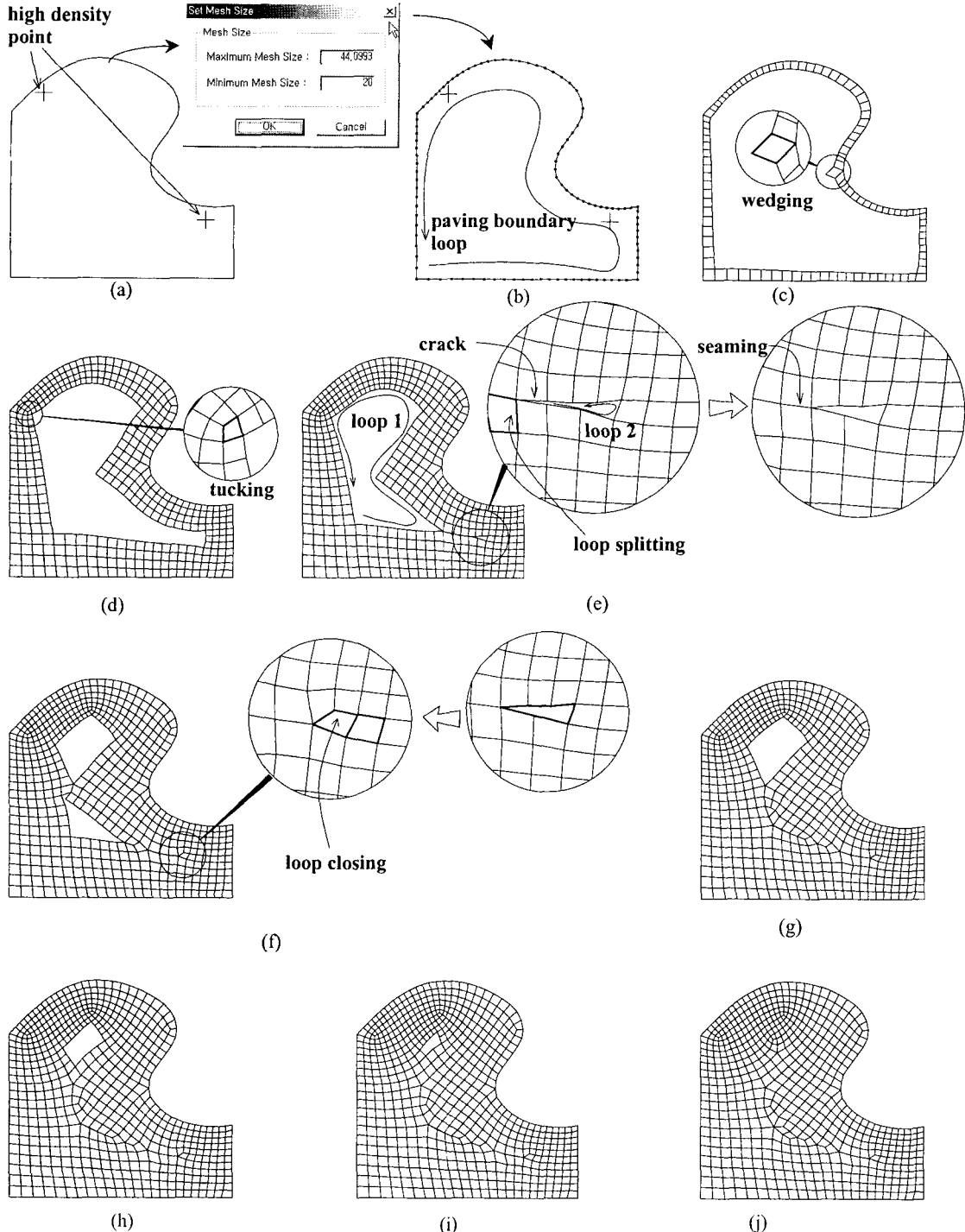


Fig. 3 Processes of mesh generation by the modified paving algorithm, (a) Adding high density points (b) Initial paving boundary loop, (c) Adjusting expansion row by wedging in one layer of element, (d) Adjusting contraction row by tucking, (e) Resolving intersection problem with splitting loop and seaming operation, (f) Closing loop, (g) Closing loop, (h) Advancing paving boundary by ten layers, (i) Advancing paving boundary by eleven layers, (j) Complete quadrilateral mesh generation over whole problem domain

이 때 페이빙 경계 루프는 짝수이어야 하는 구속조건 때문에 모든 경우에 적용될 수는 없다. 만약 짝수 제한조건을 위배할 경우에는 루프 분리를 유보하고 다른 절점에서 요소의 생성을 계속한다. 이러한 과정은 루프의 절점 구성이 바뀌어 다음 단계에서 해결이 가능하게 되거나 루프가 닫혀질 때까지 유보되어 다른 오퍼레이션을 통해 해결 될 수 있다.

3. 적용예제

3.1 단조 공정 해석을 위한 요소망 생성

첫번째 적용 예제로써 개발된 요소망 생성기법을 사용하여 전반압출과 후방압출 등의 다소 복잡한 유동 양상을 보이는 냉간 단조 공정의 해석에 적용하였다

Fig. 5와 Fig. 7은 초기 해석영역과 요소망 재구성 과정에서 생성된 요소망과 사각형 요소질(element quality)의 분포를 $Lo^{(9)}$ 가 제안한 distortion coefficient 로 나타낸 그림이다. Lo 의 distortion coefficient 는 사각형 요소 ABCD에 대하여 다음의 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{\alpha_3 \alpha_4}{\alpha_1 \alpha_2}, \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3 \geq \alpha_4$$

$$\alpha_i = [\alpha_{ABC}, \alpha_{ACD}, \alpha_{ABD}, \alpha_{BCD}]$$

$$\alpha_{ABC} = 2\sqrt{3} \frac{\|ca \times cb\|}{\|ab\|^2 + \|bc\|^2 + \|ca\|^2} \quad (4)$$

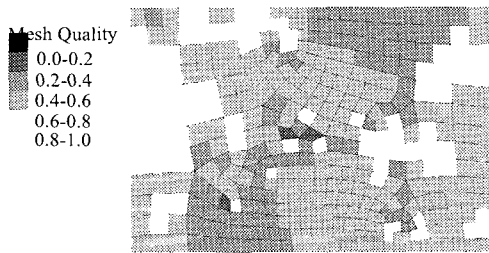


Fig. 5 Mesh generation for initial problem domain and mesh quality distribution

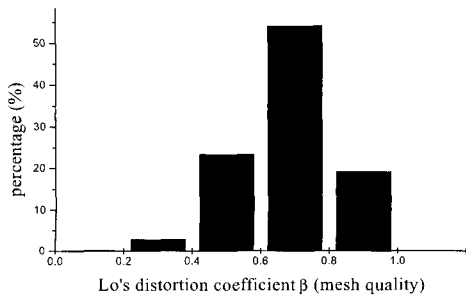


Fig. 6 Mesh quality distribution of initial mesh system

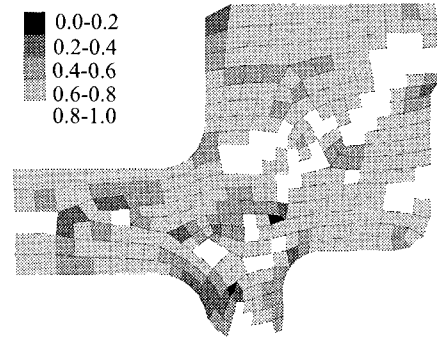


Fig. 7 Mesh generation for remesh and mesh quality distribution

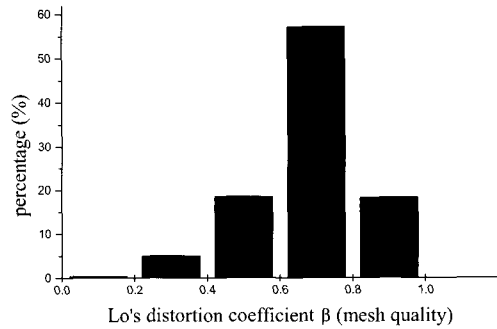


Fig. 8 Mesh quality distribution of remeshed system

요소의 찌그러진 정도를 나타내는 β 의 값은 큰 값을 가질수록 우수한 형상의 사각형 요소를 나타낸다. 예를 들어 1의 값은 정사각형의 요소를 나타내며 삼각형 형상의 요소의 경우에는 0의 값을 가지게 된다.

Fig. 6과 Fig. 8은 각각의 구성된 요소망에 분포하는 distortion coefficient 의 비율을 나타낸다. 모든 경우의 요소망에서 70% 이상이 0.6 이상의 값을 가지며 0.6 이하의 다소 좋지 않은 형상의 요소는 전진 경계 기법 (advancing front technique)인 페이빙 알고리즘(paving algorithm)의 특성에서 비롯되어 영역의 내부에 대부분 분포하는 특성을 보인다. 이러한 해석 영역의 경계에 상대적으로 우수한 형상의 요소가 분포하는 특징은 대부분의 변형이 해석 영역의 경계에서 발생하는 점에서 매우 바람직한 요소 분할 특성을 보임을 알 수 있다. Fig. 7의 단조공정에서의 소재 크기는 바깥쪽 외경 $\Phi 230\text{mm}$, 아래 급형의 최대깊이는 83mm, 코너의 라운드 5mm 및 10mm 로 위 급형이 아랫방향으로 더 움직이게 공정이 진행함에 따라, 요소의 크기가 3~6mm 사이에서 점진적으로

분포되도록 요소망 밀도를 조정하였다. 또한 급형의 코너부분은 공정의 진행을 고려하여, 해석의 다른 영역에 비하여 상대적으로 작은 요소크기를 생성시켰다. 이러한 요소 분할은 다음 해석과정에서 국부적인 변형이 예상되는 지점을 상대적으로 작은 요소로 분할함으로써 해의 정확도 유지하며 해석 시간을 단축시킬 수 있다.

3.2 파인 블랭킹 공정 해석의 요소망

두 번째 적용 예제로써 개발된 요소망 생성기의 요소망 밀도 조정 기능을 활용하여 파인 블랭킹 공정 해석의 요소망 구성에 적용한 예이다. Fig. 9는 파인 블랭킹의 해석을 위한 일반적인 유한요소 모델이다.⁽¹⁰⁾ 해석의 정확도를 위해서 블랭킹에 의해 전단 될 영역은 매우 조밀한 요소의 분할이 필요하다. Fig. 9는 두께 7.5mm의 소재에 대하여 최대요소크기를 2mm로 하고 전단 될 영역을 매우 작은 요소로 분할한 예이다. 이와 같이 최소요소크기와 최대요소크기가 2000% 이상의 차이가 있지만, 분할된 요소의 70% 이상이 0.6 이상의 Lo's distortion coefficient를 가지는 요소망을 얻을 수 있으므로 파인 블랭킹의 공정 해석⁽¹¹⁾에 적용이 가능하다.

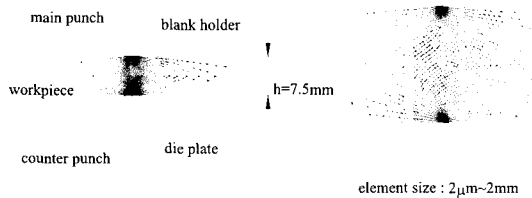


Fig. 9 An example of the application to analysis of fine blanking process

4. 결론

본 논문은 압출 또는 단조 등의 급속 성형 공정이나 파인 블랭킹(fine blanking) 공정의 해석과 같은 대변형 유한요소 해석에의 적용을 고려한 사각형 요소망 생성기의 개발에 관한 연구이다. 따라서 대변형 문제의 해석에 적합한 요소망 구성을 위한 요구 조건을 고려하여 NURBS Interpolation에 의한 해석영역의 표현과 요소망 밀도 제어가 가능한 수정 Paving 알고리즘을 사용하여 객체지향 프로그래밍 기법에 따라 사각형 요소망 생성기를 개발하였다.

개발된 요소망 생성기는 적용 예제에서 살펴본 것과 같이 대변형 유한요소 해석에 적합한 요소망 구성이 가능한 다음과 같은 몇 가지 특징을 갖는다.

첫째, NURBS 보간법을 사용하여 어떠한 형상의 자유 곡면도 경계점의 입력으로 자유롭게 표현가능하며 요소망 재구성시 해석 프로그램으로부터 경계 절점을 전달을 통해 사용자의 개입 없이 모델링이 가능하다.

둘째, 최대요소크기와 최소요소크기 그리고 고밀도 점의 조정을 통해 해석에 적합한 요소망 밀도의 조정이 가능하다. 이러한 특징은 해석 결과의 정확도를 유지하며 해석 시간 단축이 가능한 요소망 구성이 가능하게 한다.

셋째, 요소망의 질은 적용 예제를 통하여 살펴본 것과 같이 모든 경우 분할된 요소의 70% 이상이 0.6 이상의 Lo's distortion coefficient를 가지며 일부 좋지않은 형상의 요소는 해석 결과에 영향이 적은 해석영역의 내부에 분포한다.

넷째, 일반적인 요소망 생성 기능과 더불어 경계 조건의 자동 설정 등의 전처리기의 기능을 포함한다.

이상과 같은 요소망 생성기의 특징은 대변형 유한요소 해석에 있어 해석 결과의 효율성을 보장하여 해석 시간을 단축시키며, 효율적인 요소망 생성을 가능케 한다. 따라서 본 연구를 통하여 개발된 요소망 생성기는 대변형 유한요소해석에 있어 요소망 구성에 효과적으로 사용될 수 있을 것이다.

참고 문헌

- (1) Steven J. O., 1999, "Non-simplicial unstructured mesh generation", Ph.D. Dissertation, Carnegie Mellon University, U.S.A.
- (2) Lee, C. K., Hobbs, R. E., 1999, "Automatic adaptive finite element mesh generation over arbitrary two-dimensional domain using advancing front technique", Computers and Structures, Vol. 71, pp. 9~34.
- (3) Palmerio, B., Dervieux, A., 1988, "2-D and 3-D unstructured mesh adaptation relying on physical analogy", Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics, Pineridge Press, pp. 653~662.
- (4) Wu, H., Currie, L. G., 1998, "Implementation of an adaptive grid technique in the finite element solution of viscous flows", Proceeding of the 6th International conference, Numerical Grid Generation

- in computational Field Simulations, pp. 361~370.
- (5) Blaker, Ted D., 1991, "Paving: A new approach to automated quadrilateral mesh generation", International Journal for Numerical Engineering, Vol. 32, pp. 811~847.
- (6) White, D. R., Kinney, P., 1997, "Redesign of the paving algorithm: Robustness enhancements through element by element meshing", Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable, Sandia National Laboratories, pp. 323~335.
- (7) Pourazady, M., Xu, X., 2000, "Direct manipulations of B-spline and NURBS curves", Advances in Engineering Software, Vol. 31, pp. 107~118.
- (8) 김형중, 김낙수, 1995, "오차계산에 기초한 대변형 유한요소 해석에서의 요소망 재구성 기준", 한국소성가공학회지, Vol. 4, No. 1, pp. 92~104.
- (9) Lo SH, 1989, "Generating quadrilateral elements on plane and over curved surfaces", Computers and Structures, Vol. 31, pp. 421~426.
- (10) Klocke, F., Sweeney, K., Raedt, H. W., 2001, "Improved tool design for fine blanking through the application of numerical modeling techniques", Journal of Material Processing Technology, Vol. 115, pp. 70~75.
- (11) 김윤주, 광태수, 배원병, 2000, "파인 블랭킹에서 전단면에 미치는데이 틸새의 영향에 관한 유한 요소 해석", 한국소성가공학회지, Vol. 9, No. 2, pp. 152~158.