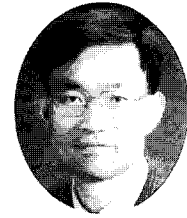


## 박판(Thin-Walled) 복합재료 보 모델링에 대한 고찰



정 성 남\*

### 1. 서 론

일반적으로 보(beam)는 단면의 제원에 비해 길이가 상대적으로 긴(10배 이상) 구조물을 의미한다. 일찌기 이러한 보 구조물은 건축물이나 교량 등의 설계 시에 대형 굽힘 하중을 효율적으로 감당하는 주요 구조재로 널리 이용되어 왔으며, 관련되는 이론 또한 이미 18세기 중엽 Bernoulli와 Euler에 의하여 기본골격이 완성된 바 있다. Euler-Bernoulli 보 이론의 근간은 본질적으로 3차원적 거동을 보이는 보를 1차원 해석 모델로 환원시킨 데 있으며, 이를 위해 2차원 단면의 운동을 강체로 가정하였다. 보의 단면에 대한 이러한 2차원 강체가정은 매우 효과적이어서 300년 가까이 지난 현재 까지도 별다른 수정 없이 표준화된 보 모델로 널리 이용되고 있다. 한편, 20세기 초엽 Timoshenko는 단면의 전단 변형을 고려하는 개선된 형태의 보 모델을 제시하여 상대적으로 길이가 짧은 보의 해석에도 적용이 가능하도록 하였다.<sup>1)</sup> 이상의 굽힘 변형에 관한 이론과 더불어 19세기 중엽 St. Venant는 비틀림 변형에 대한 보 이론을 완성하였으며, Vlasov는 보의 경계에서의 구속조건을 고려한 비틀림 이론을 정립한 바 있다.<sup>2)</sup>

1903년 라이트형제가 최초로 동력비행에 성공한 이후 항공기는 20세기 첨단 기술의 상징으로서 눈부신 발전을 거듭해 왔다. 일반 육송 수단과는 달리 항공기의 경우는 기체의 경량화가 곧바로 성능 향상과 직결되어 무게비 강성 및 강도 특성이 우수한 소재가 각광을

받았으며, 두께가 얇고(thin-walled) 속이 빈(hollow)보 구조가 주로 이용되었다. 이러한 이유로 섬유강화 복합소재는 일찍부터 항공기 날개와 동체 구조 등에 효과적으로 응용되어 왔다. 최근에는 그 응용범위가 자동차, 선박, 교량 그리고 첨단 건축물 등에 이르고 있다.

그림 1과 같이 복합재료로 된 프로펠러 날개나 헬리콥터 블레이드와 같은 보 구조물을 해석할 경우에는 재료 자체의 이방성에 기인하는 운동 상호 방향간의 연성효과를 적절히 고려해야 한다. 이러한 구조물은 높

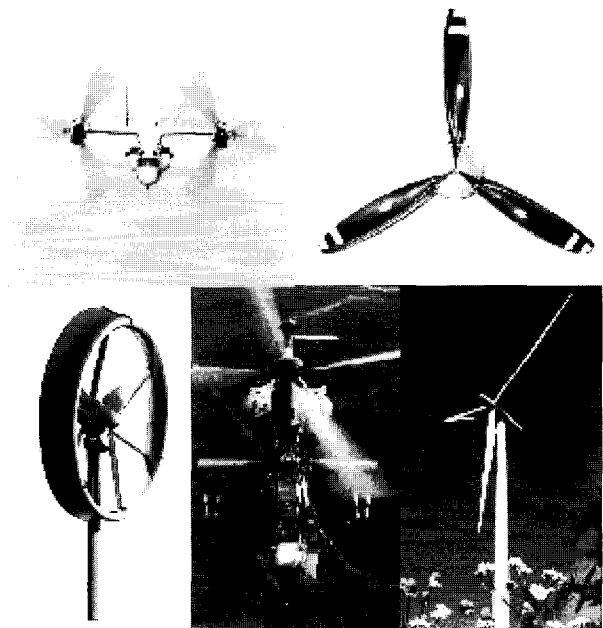


그림 1 복합재료 보의 응용사례

\* 전북대학교 기계항공시스템공학부 부교수

은 세장비(aspect ratio)에도 불구하고 횡 전단변형이나 단면내외의 워핑변형, 그리고 워핑구속 효과가 상대적으로 크게 나타나는 등 일반 금속 구조에서는 찾아 볼 수 없는 비고전적(non-classical) 효과들이 매우 중요한 해석인자가 된다.<sup>3),4)</sup>

보 구조물은 기존의 Euler-Bernoulli 가정이나 Timoshenko 가정 등에 입각하여 보의 탄성축을 기준으로 한 1차원적 해석을 수행하는 것이 일반적이다. 하지만 궁극적으로 3차원적 거동을 보이는 복합재료 보의 해석을 원활히 수행하기 위한 해석상의 관건은, 1차원 보 가정으로 인한 모델링 오차를 최소화하면서 단면의 특성계수들을 유효적절하게 도출하는 데에 있다. 물론, 이렇게 차수를 줄이지 않고 곧바로 3차원 유한요소 구조해석 등을 수행하는 것을 고려해 볼 수 있겠으나, 이는 세장비가 매우 큰 보의 특성상 경제성을 기대하기 어려우며 나무만 보고 숲을 보지 못하는 물리적 한계에 봉착하게 된다. 따라서 복합재료 보의 모델링 단계에서 필수적으로 도입하게 되는 공학적 가정들과 이들로 인한 문제점 및 한계점들을 탄성학적 관점에서 정리하고, 이를 해결하기 위한 적절한 방안들을 고찰할 필요성이 있다. 본 연구에서는 박판 복합재료 보의 모델링 및 해석과 관련한 최근의 연구동향 및 핵심사항들을 주제별로 서술하고 향후 전개가 필요한 연구방향에 대해 살펴본다.

2. 복합재료 보 모델링

현재까지의 복합재료 보에 대한 이론 및 해석적 연구는 주로 변위 성분을 미지수로 하여 구조물의 강성계수를 결정하는 변위 해석법<sup>5)~9)</sup>과 응력 성분을 미지수로 하여 구조물의 유연 계수를 결정해 가는 응력 해석법<sup>10)~14)</sup>을 통하여 이루어지고 있다. 이들 두 해석 방

법 중 변위 해석법은 변위 성분을 미지수로 함으로써 수식전개가 용이하고 일반 구조물 해석에 보다 쉽게 응용이 가능하여 응력 해석법에 비해 상대적으로 많이 이용되고 있다. 하지만 보 단면에서 힘 평형 상태를 만족시키지 못하는 등 해석 결과의 정확도는 일반적으로 응력 해석법에 비해 뒤지는 것으로 알려져 있다. 최근에는 두 방법을 혼용한 형태의 이론<sup>15),16)</sup>이 발표되고 있으며, 이 방법은 최종적으로는 변위에 대한 운동방정식으로 기술하면서 동시에 전단응력에 대한 평형방정식을 만족시키는 등 변위 해석법과 응력 해석법의 장점을 고루 살린 특징이 있다. 혼합법의 또 다른 장점은 특정 단면 형상에 국한된 보 이론을 기술하는 한계에서 벗어나 임의의 단면 형상을 고려하는 것이 가능하다는 점을 들 수 있다. 표 1은 최근까지 수행된 복합재료 보의 대표적인 연구들과 이에 사용된 기본적인 가정들을 요약, 정리하여 나타낸 것이다.

그림 2는 길이가 1인 임의의 단면 보에 대한 좌표계 및 변위 성분들을 보여주고 있다. 여기서 보의 변형

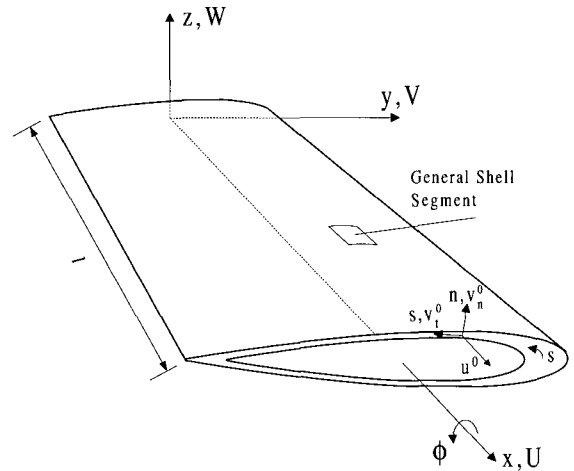


그림 2 일반단면 보의 형상

표 1 복합재료 보의 모델링

해석방법	Reference	Beam Model	Shell Wall Model
변위 해석법	Rehfield <sup>5)</sup>	Timoshenko + Vlasov	Membrane
	Bauchau <sup>6)</sup>	Euler-Bernoulli + St. Venant	Membrane
	Smith & Chopra <sup>7)</sup>	Timoshenko + St. Venant	Membrane
	Chandra & Chopra <sup>8)</sup>	Timoshenko + Vlasov	Thin Plate
	Bauld & Tzeng <sup>9)</sup>	Euler-Bernoulli + Vlasov	Thin Plate
응력 해석법	Mansfield & Sobey <sup>10)</sup>	Euler-Bernoulli + St. Venant	Membrane
	Worndle <sup>11)</sup>	Timoshenko + St. Venant	Membrane
	Libove <sup>12)</sup>	Timoshenko + Vlasov	Membrane
	Berdichevsky et al. <sup>13)</sup>	Euler-Bernoulli + St. Venant	Membrane
	Kosmatka <sup>14)</sup>	Euler-Bernoulli + St. Venant	Membrane
혼합법	Volovoi & Hodges <sup>15)</sup>	Euler-Bernoulli + Vlasov	Thin Plate
	Jung et al. <sup>16)</sup>	Timoshenko + Vlasov	Thin Plate

은 탄성축  $x$ 와 여기에 수직인  $y, z$  좌표축을 따라 각각 인장( $U$ ), 수직 및 수평 방향 변위( $V, W$ ), 그리고 보의 탄성축에 대한 회전 성분인 비틀림 변형  $\phi$ 로 구분한다. 일반적인 복합재료 보의 경우 최종적인 지배방정식은 7개의 힘 및 그에 대응하는 변형률 성분으로 표시할 수 있다. 이를 행렬식의 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} F \\ M_y \\ M_z \\ T_s \\ M_\omega \\ Q_y \\ Q_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} \\ K_{14} & K_{24} & K_{34} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} \\ K_{15} & K_{25} & K_{35} & K_{45} & K_{55} & K_{56} & K_{57} \\ K_{16} & K_{26} & K_{36} & K_{46} & K_{56} & K_{66} & K_{67} \\ K_{17} & K_{27} & K_{37} & K_{47} & K_{57} & K_{67} & K_{77} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U, x \\ \beta_{y, x} \\ \beta_{z, x} \\ \phi, x \\ \phi, xx \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 하중성분  $F$ 는 인장력,  $M_y$ 와  $M_z$ 는 수직 및 수평방향 굽힘 모멘트,  $T_s$ 는 St. Venant 토오크,  $M_\omega$ 는 Vlasov 워핑 모멘트,  $Q_y$ 와  $Q_z$ 는 각각  $y$  및  $z$  방향의 전단력, 그리고  $\gamma_{xy}$ 와  $\gamma_{xz}$ 는 이들 전단력에 대응되는 변형률 성분들이다. 가장 일반적인 복합재료 구조의 경우 식(1)에 나타난 바와 같이 최대 28개의 독립된 강성계수로 표시되며, 복합재료의 적층 조건에 따라 특정 위치의 강성계수가 영이 되는 등 재료의 연성 형태가 달라진다. 이를테면 대칭 적층 복합재의 경우는 인장-전단 연성항  $K_{16}, K_{17}$ 와 굽힘-비틀림 연성항  $K_{24}, K_{25}$  등이 구조물의 거동에 영향을 미치게 되며, 그 외의 연성은 무시된다. 또한 Euler-Bernoulli 형태의 보 이론을 적용한다면 횡 전단변형 효과가 무시되므로 전단력을 제외한 5개 성분에 대한 힘-변형을 관계식이 유도된다. 여기에 워핑구속 효과를 무시하는 St. Venant 비틀림 이론을 적용할 경우에는 (4×4) 강성행렬만이 필요하게 된다.

2.1 구성방정식의 설정

앞서 언급한 바와 같이 복합재료 보의 해석은 1차원 보와 2차원 단면해석으로 분리하여 수행한다. 2차원 단면 벽에 대해서는 고전적층각 이론(Classical Lamination Shell Theory)을 적용하여 이론을 전개할 수 있다. 이를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{ss} \\ N_{xs} \\ M_{xx} \\ M_{ss} \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{ss} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{ss} \\ \chi_{xs} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $N_{ij}, M_{ij}$ 는 단면 벽요소의 합응력 및 모멘트 성분을 나타내며,  $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$ 는 각각 복합재료 적층판의 환원강성계수이다. 1차원 보 해석에서는 식(2)를 바로 사용할 수 없으며, 적절한 가정을 통하여 축소형 구성방정식을 구성해야 한다. 위의 구성방정식에서 단면 벽의 중심선에 대한 환주(hoop) 변형률 성분의 크기는 충분히 작다고 가정하여 무시하거나 ( $\epsilon_{ss} = \chi_{ss} = 0$  : 가정 1) 혹은 환주 합응력 및 합모멘트 성분을 무시할 경우 ( $N_{ss} = M_{ss} = 0$  : 가정 2), 식(1)은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{xs} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{16} & B'_{11} & B'_{16} \\ A'_{16} & A'_{66} & B'_{16} & B'_{66} \\ B'_{11} & B'_{16} & D'_{11} & D'_{16} \\ B'_{16} & B'_{66} & D'_{16} & D'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{xs} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

이 때 기호 '은 가정 1 혹은 2에 입각하여 환원된 강성계수를 나타낸다. 이상의 가정들은 기존의 보 연구에서 주로 이용되어 왔다.<sup>3,4)</sup> 한편, 식(3) 보다 엄격한 형태의 구성방정식으로는 단면 벽에 대한 환주 합응력 성분은 무시하지만( $N_{ss}=0$ ), 합모멘트의 크기에 대해서는 어떠한 가정도 두지 않는 경우( $M_{ss} \neq 0$ )를 들 수 있다 (가정 3). 편의상 가정 3에 대한 구성방정식을 부분 역변환 형태로 고쳐 쓰면 다음과 같다. 식(2)에  $N_{ss}=0$ 이라 가정 한 뒤 전단성분들을 역변환 형태로 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \\ \gamma_{xs} \\ \chi_{ss} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ns} & C_{nx} & C_{n\phi} & C_{n\gamma} & C_{n\tau} \\ C_{nx} & C_{mx} & C_{m\phi} & C_{m\gamma} & C_{m\tau} \\ C_{n\phi} & C_{m\phi} & C_{\phi\phi} & C_{\phi\gamma} & C_{\phi\tau} \\ -C_{n\gamma} & -C_{m\gamma} & -C_{\phi\gamma} & C_{\gamma\gamma} & C_{\gamma\tau} \\ -C_{n\tau} & -C_{m\tau} & -C_{\phi\tau} & C_{\gamma\tau} & C_{\tau\tau} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \chi_{xx} \\ \chi_{xs} \\ N_{xs} \\ N_{ss} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서  $C_{ij}$ 는 식(2)에 가정 3을 적용하여 얻게 되는 환원강성계수이다.

앞에 설정한 세 개의 가정을 기초로 참고문헌 15의 혼합 보 이론에 적용하여 복합재료 상자형 보에 대한 강성계수를 구하고, 이들을 MSC/NASTRAN을 이용한 2차원 정밀 유한요소 해석 결과와 비교하여 각각의 가정에 대한 유효성을 검증하였다. 그림 3은 본 해석에 이용된 상자형 단면에 대한 서로 다른 적층형상을 보여주고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 상자형 단면을 구성하는 각각의 벽면을  $[\theta_3 / -\theta_3]$  혹은  $[-\theta_3 / \theta_3]$ 의 조합을 사용하여 단면의 중심 축에 대해 대칭이나 반

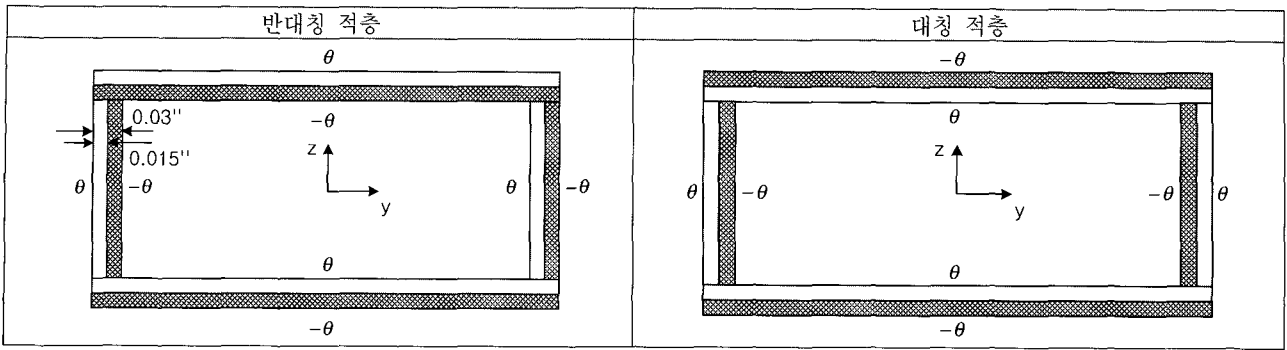


그림 3 상자형 단면의 적층형상

대칭으로 적층함으로써 복합재료 보의 연계거동 및 모델링 특성을 단적으로 보이도록 하였다. 이 때 상자형 보의 폭과 높이는 각각 24.2mm와 13.6mm이며, 단면 벽의 두께는 0.762mm이다. 사용된 복합재료는 흑연-에폭시이다.

그림 4는 반대칭 적층 형상에 대해 앞 절에서 언급한 세 가지 다른 구성방정식을 사용하여 얻은 비틀림 강성에 대한 해석결과를 NASTRAN을 이용한 2차원 유한요소 해석과 비교한 결과이다. 가정 2나 3을 이용한 비틀림 강성의 예측결과는 2차원 해석결과와 잘 부합하는 결과를 보이지만, 단면 벽에서의 환주 변형률 성분의 크기를 무시하는 가정 1을 사용할 경우 매우 부정확한 결과를 얻게 됨을 알 수 있다. 계속하여 그림 5는 대칭적층 형상에 대한 비틀림 강성의 해석 결과를 복합재료 적층각의 함수로 도시한 것이다. 이 경우 가정 3을 이용하는 1차원 혼합 보 해석 결과는 NASTRAN의 2차원 해석 결과와 잘 일치하고 있지만, 다른 두 가정들은 대칭 적층에 대한 복합재료의 연성특성을 제대로 기술하지 못하고 있음을 알 수 있다. 이상의 결과를

정리하면, 단면 벽의 구성방정식 설정은 결과적인 단면 계수의 정확도에 매우 큰 영향을 미치며, 따라서 복잡한 연계특성을 갖는 복합재료 보의 해석에서는 특별한 주의를 요한다.

## 2.2 횡전단 변형효과

일반적으로 큰 세장비를 갖는 보의 경우는 횡 전단 변형의 효과를 무시할 수 있으나 복합재료로 된 경우는 면내 전단강성( $G_{12}$ ) 대비 일방향 탄성계수( $E_{11}$ )의 비가 상대적으로 커서 전단변형의 효과가 크게 나타난다. 따라서 기하학적으로 상당히 큰 세장비를 갖는 보의 경우에도 횡 전단변형 효과를 고려해서 해석해야 한다.<sup>17)</sup> 또한 참고문헌 3의 그림 4와 5에 제시된 결과와 같이 복합재료 보에 크기가 다른 하중이 서로 다른 방향에서 작용하는 경우에도 전단변형 효과는 매우 중요하다. 실례로 하중비가 5이고 세장비가 60인 복합재료 보의 경우 전단변형 효과를 무시하면 약 40%에 이르는 오차가 발생하게 된다.<sup>3)</sup>

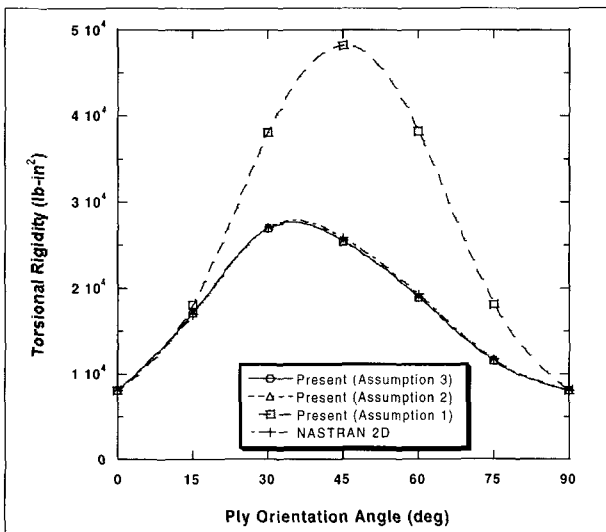


그림 4 반대칭 적층형상에 대한 비틀림 강성

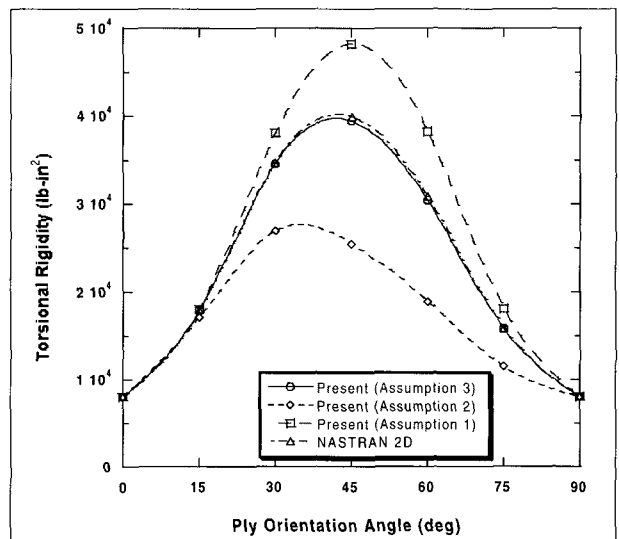


그림 5 대칭 적층형상에 대한 비틀림 강성

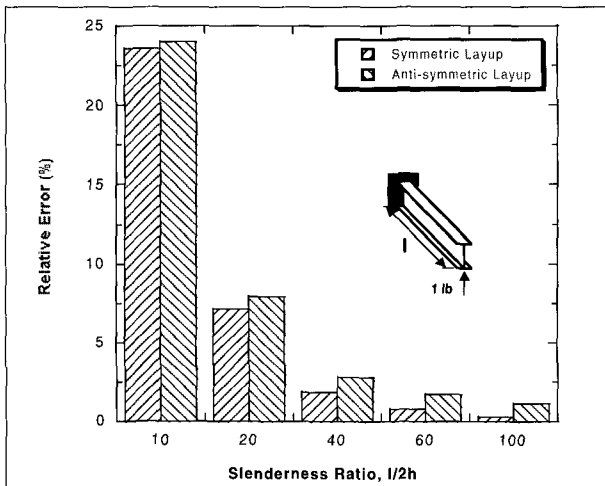


그림 6 전단변형 효과

그림 6은 대칭 및 반대칭으로 적층된 복합재료 I형 보에 대해 세장비의 변화에 대한 단면의 횡 전단변형 효과를 보여주는 해석결과이다. 그림에 나타난 바와 같이 보의 끝단에는 단위 굽힘 하중이 작용하고 있으며, 횡 전단변형의 고려 유무에 따른 굽힘 기울기를 무차원화하여 그 오차를 백분율로 표시하였다. 횡 전단변형의 효과는 특히 낮은 세장비에서 매우 중요한 역할을 하며, 세장비가 큰 경우에도 무시할 수 없는 영향을 나타내고 있다. 또한 대칭 적층 보다는 반대칭 적층의 복합재료 보에서 그 영향이 더욱 크게 나타남을 알 수 있다. 세장비가 10인 I형 보에서 횡 전단변형을 무시할 경우 예상되는 계산오차는 23%에 이르며, 세장비가 100인 경우, 대칭 보는 0.3% 그리고 반대칭 보는 약 2%의 오차를 갖는다.

1차 전단변형 이론으로부터 횡 전단변형 효과를 기술하기 위해서는 단면의 전단응력 분포를 효과적으로 고려할 수 있어야 한다. 그림 7은 수직 및 수평방향 굽힘, 그리고 St. Venant 및 Vlasov 비틀림과 관련한 전단응력 분포를 각각 도시하여 나타낸 것이다. 이러한 응력분포는 참고문헌 3의 혼합이론을 통하여 해석적으로 구한 것이며, 사전에 특이한 가정 등에 의존하지 않은 결과이다. 일반적으로 응력해석법을 이용할 경우 단면에서의 전단응력 분포를 해석적으로 구하는 것이 가능하며, 혼합이론에서는 전단력 성분을 미지수로 수식을 전개하기 때문에 응력해석법과 유사한 해석결과를 얻게 된다.

### 2.3 단면 워핑

일반적으로 복합재료 보가 굽힘이나 전단, 비틀림 하중을 받는 경우 단면은 그림 8과 같은 변형을 받게

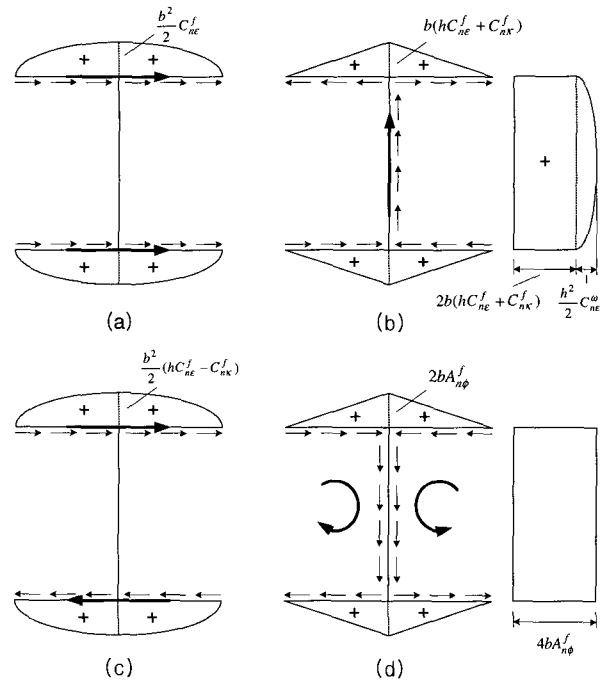


그림 7 I-형 단면의 전단흐름 분포

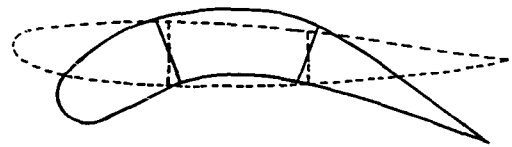


그림 8 단면 워핑

되며, 이러한 변형을 워핑이라고 한다. 워핑은 단면내외의 변형으로 구분할 수 있으며, 면내 워핑으로는 Poisson 효과에 의한 단면의 변형 등을, 그리고 면외 워핑으로는 비틀림에 의한 단면의 찌그러짐이 대표적인 경우이다. 면외 워핑은 다시 윤곽선(contour) 워핑과 단면 벽에 대한 두께 워핑으로 구분한다. 워핑은 폐단면 형상보다는 개단면인 경우에 더 중요하며, 면내 워핑보다는 면외 워핑의 효과가 상대적으로 큰 것으로 알려져 있다. 특히 비틀림과 관련한 면외 워핑은 매우 중요해서 19세기 중엽에 이미 St. Venant는 면외 워핑과 관련한 비틀림 이론을 정립한 바 있다.

비틀림과 관련한 면외 워핑은 단면의 중심축에 대해서 반대칭 형상으로 변형되며, 워핑변형  $W_x$ 을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$W_x = \beta yz\phi, \quad (5)$$

여기서  $\beta$ 는 복합재료의 경우 단면의 제원뿐 만 아니라 윤곽선을 따라서 정의되는 전단강성의 함수로 표현된다.<sup>6)</sup> 단면에 대한 워핑함수를 보다 일반화하여 표시하

면 급수형태로 전개되며, 각 급수에 대한 계수들은 단면 자체의 형상에 대한 고유치문제로부터 결정할 수 있다. 급수 위핑에 대한 자세한 사항은 참고문헌 6에 자세히 소개되어 있다. 결론적으로 복합재료 보의 해석에서 위핑은 단면의 기하학적 특성 이외에 단면의 적층형상을 고려해야하는 부가적인 노력이 요구된다.

### 2.4 위핑구속 효과

개방형 단면을 갖는 보의 경우 하중이 작용하는 보의 끝단이나 구속 경계에서는 단면의 위핑변형이 자유롭게 일어나지 못하고 구속당함으로써 축응력이 발생하게 된다. 이러한 현상을 위핑구속 효과라고 부른다. 결국 자유위핑으로 가정되는 St. Venant 이론은 더 이상 적용할 수 없으며 이 경우는 Vlasov 이론 등으로 해결해야 한다. 복합재료 보의 경우는 위핑구속 효과가 국부적인 영역에 머물지 않고 구조물의 상당 부분에 적지 않은 영향을 미치며, 따라서 실제 상황을 감안하여 적절히 고려할 필요가 있다. Vlasov 이론을 보면, 이러한 구속 경계의 영향을 감쇠계수  $\mu$ 를 이용하여 표시한다. 연성이 있는 복합재료의 경우는 감쇠계수가 보의 제원과 더불어 강성계수의 함수로 표시된다.<sup>18)</sup> 그림 9는 감쇠계수의 변화에 따른 비틀림 이론의 적용범위를 도식화하여 나타낸 것이다. 감쇠계수가 0에 가까우면 Vlasov 이론이 바람직하며, 감쇠계수가 10을 넘을 경우는 고전적인 St. Venant 비틀림 이론이 타당하다는 것을 알 수 있다.

그림 10은 대칭으로 적층된 복합재료 I-형 보에 대해서 그림 9에 등장하는 비틀림 이론들을 적용하여 구한 끝단 비틀림 각의 해석결과를 보의 세장비의 함수로 나타낸 것이다. 본 해석결과에 대한 정량적인 비교

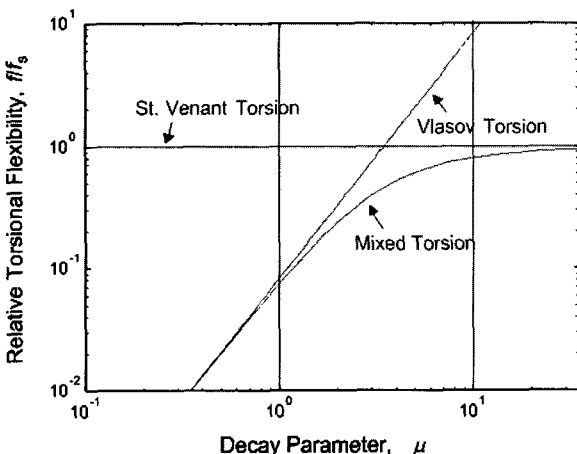


그림 9 비틀림 이론 비교

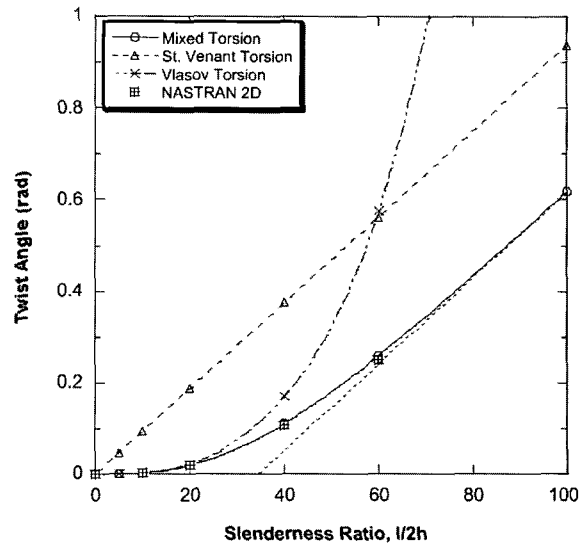


그림 10 위핑구속 효과

를 위하여 MSC/NASTRAN을 이용한 2차원 유한요소 해석결과를 함께 나타냈다. 결과를 살펴보면 혼합 비틀림 이론을 이용한 본 해석결과는 NASTRAN 2D 해석결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 한편, Vlasov 보 이론은 세장비가 20이하의 영역에서 보의 비틀림 거동을 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 이는 보 양단의 구속 경계의 효과가 전 영역에 걸쳐 지배적으로 나타나기 때문이다. 세장비가 커질수록 이러한 구속 경계의 영향은 점차로 국부화되며, 따라서 Vlasov 이론 보다는 St. Venant 이론이 보다 타당해진다. 세장비가 큰 경우(60 이상) 혼합 비틀림 이론의 해석 결과는 세장비에 대해 선형 비례 관계를 나타내며, 결국 St. Venant 이론과 유사한 거동을 보인다. 하지만, 두 이론의 계산 결과는 세장비가 매우 큰 경우에도 일정한 양만큼의 차이를 가지며, 등방성 재료의 개방형 단면 보의 해석에 비해 그 격차가 크게 나타난다.<sup>19)</sup> 참고로 혼합 비틀림 이론에 대한 상대오차를 살펴보면 세장비가 100인 경우 Vlasov 이론은 330%, 그리고 St. Venant 이론은 52%이다. 이러한 해석 결과를 놓고 볼 때 위핑 및 위핑구속 효과를 고려하는 혼합 비틀림 이론은 개방형 단면 복합재료 보의 해석시 필수적이라고 판단된다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 박판 복합재료 보의 모델링과 관련한 최근의 연구동향을 파악하고 해석상의 주요 관건들을 주제별로 나누어 심층적으로 토의하였으며, 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 복합재료 보의 해석상 단면 벽에 대한 구성방정식의 적절한 설정은 매우 중요하다. 특히 연성이 있는 보의 경우, 기존의 보 이론에서 많이 이용하고 있는 가정 1( $\epsilon_{ss} = \kappa_{ss} = 0$ ) 혹은 가정 2( $N_{ss} = M_{ss} = 0$ )를 이용한 해석은 보의 강성계수를 제대로 예측하지 못한다. 단면 벽에서의 환주응력만을 무시하는( $N_{ss}=0$ ) 구성방정식은 복합재료의 연성특성을 정확히 기술하는 것이 가능하다.
2. 횡 전단변형 효과는 세장비가 낮을 경우 반드시 고려해야 하며, 대칭적층 보다는 반대칭 적층에서 그 영향이 더 크게 나타난다. 이러한 전단변형 효과를 엄밀하게 기술하기 위해서는 응력해석법이나 혼합법 등을 이용하여 해석할 필요가 있다.
3. 단면의 워핑은 개방형 단면에서 특히 중요하며, 복합재료 보의 경우는 단면의 제원과 더불어 적층형상의 함수가 되므로 이들을 적절히 고려하는 워핑함수가 요구된다.
4. 복합재료 보의 경우 워핑구속 효과는 국부적인 영역에 머물지 않고 보다 광범위한 지역에 영향을 미친다. 따라서 기존의 St. Venant 이론과 Vlasov 이론을 혼합한 형태의 비틀림 이론을 적용할 필요가 있다.

### 참 고 문 헌

1. Timoshenko, S., "On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibrations of Prismatic Bars," *Philosophical Magazine*, Vol. 41, 1921
2. Vlasov, V. Z., *Thin-Walled Elastic Beams*, NSF & DOC, 1961
3. Jung, S. N., Nagaraj, V. T., and Chopra, I., "Assessment of Composite Rotor Blade Modeling Techniques," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 44, No. 3, 1999
4. Hodges, D. H., "Review of Composite Rotor Blade Modeling," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 28, No. 3, 1990, pp.561~565
5. Rehfield, L. W., "Design Analysis Methodology for Composite Rotor Blades," *7th DoD/NASA Conference on Fibrous Composites in Structural Design*, 1985.
6. Bauchau, O. A., "A Beam Theory for Anisotropic Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, 1985
7. Smith, E. C., and Chopra, I., "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 36, No. 3, 1991
8. Chandra, R., and Chopra, I., "Experimental and Theoretical Analysis of Composite I-Beams with Elastic Couplings," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 12, 1991
9. Bauld, N. R. and Tzeng, L. S., "A Vlasov Theory for Fiber Reinforced Beams with Thin-Walled Open Cross-Sections," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 20, No. 3, 1984
10. Mansfield, E. H., and Sobey, A. J., "The Fiber Composite Helicopter Blade, Part I: Stiffness Properties, part II: Prospects for Aeroelastic Tailoring," *Aeronautical Quarterly*, Vol. 30, 1979
11. Worndle, R., "Calculation of the Cross Section Properties and the Shear Stresses of Composite Rotor Blades," *Vertica*, Vol. 6, No. 2, 1982
12. Libove, C., "Stress and Rate of Twist in Single-Cell Thin-Walled Beams with Anisotropic Walls," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 9, 1988
13. Berdichevsky, V. L., Armanios, E., and Badir, A., "Theory of Anisotropic Thin-Walled Closed Cross-Section Beams," *Composites Engineering*, Vol. 2, Nos. 5-7, 1992
14. Kosmatka, J. B., "Flexure-Torsion Behavior of Prismatic Beams, Part I: Section Properties via Power Series," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 1, 1993
15. Jung, S. N., Nagaraj, V. T., and Chopra, I., "Refined Structural Model for Thin- and Thick-Walled Composite Blades," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 1, 2002
16. Volovoi, V. V. and Hodges, D. H., "Theory of Anisotropic Thin-walled Beams," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 67, No. 3, 2000
17. Rehfield, L. W., Atilgan, A. R., and Hodges, D. H., "Nonclassical Behavior of Thin-Walled Composite Beams with Closed Cross Sections," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 35, No. 2, 1990

18. Jung, S. N. and Lee, J. Y., "Closed-form Analysis of Thin-walled Composite I-beams Considering Non-classical Effects," *Composite Structures*, Vol. 60, 2003
19. Gjelsvik, A., *The Theory of Thin-Walled Bars*, Wiley, 1981 