

소형 왕복동 압축기의 동적 거동 및 윤활특성 해석

김 태 종*

(2002년 10월 31일 접수, 2003년 5월 27일 심사완료)

Analysis of the Dynamic Behavior and Lubrication Characteristics of a Small Reciprocating Compressor

Tae-Jong Kim

Key Words : Reciprocating Compressor(왕복동 압축기), Piston Secondary Dynamics(피스톤의 이차적 동역학), Crankshaft-Journal Bearing System(크랭크축-저널 베어링계), Hydrodynamic Force(동수력 힘), Dynamic Behavior(동적 거동)

Abstract

In this paper, a study on the dynamic behavior and lubrication characteristics of a reciprocating compression mechanism used in small refrigeration compressor is performed. In the problem formulation of the compressor dynamics, the viscous frictional force between piston and cylinder wall is considered in order to determine the coupled dynamic behaviors of piston and crankshaft. The solutions of the equations of motion of the reciprocating mechanism along with the time dependent Reynolds equations for the lubricating film between piston and cylinder wall and oil films of the journal bearings are obtained simultaneously. The hydrodynamic forces of journal bearings are calculated using finite bearing model and Gumbel boundary condition. And, a Newton-Raphson procedure was employed in solving the nonlinear equations of piston and crankshaft. The results explored the effects of design parameters on the stability and lubrication characteristics of the compression mechanism.

1. 서 론

왕복동형 압축기 피스톤의 점성 마찰력은 피스톤 반경방향 운동(piston slap)과 유체윤활의 유막 특성을 고려하여 해석되어야 하므로, 적절한 동적 모델링 및 수치적 계산방법이 개발되어야 한다. 기존의 연구에서도 쿨롱(Coulomb) 마찰계수 $\mu=0.03$,⁽¹⁾ $\mu=0.35$ ⁽²⁾ 등으로 가정하여 피스톤의 마찰력을 계산하는 근사적 방법을 이용하고 있으며, 그 값의 범위를 산정할 수 있는 실험적 결과도 없는 실정이다. 왕복동형 피스톤의 슬랩에 관한 연구는 내연기관의 실린더 벽면과 피스톤 사이

의 접촉 문제를 대상으로 하여 충돌해석이 시도되었지만, 유체윤활의 적절한 고려가 없었기 때문에 실험과 일치하는 양호한 결과가 얻어지지 않았다. 그러나, Li 등⁽³⁾에 의해 피스톤의 동수력 윤활 모델을 포함하여 피스톤의 궤적 및 마찰 특성이 계산되었다. 또, Zhu 등⁽⁴⁾에 의해 피스톤 및 실린더의 표면 형상을 고려한 피스톤 조립체 동역학에 대한 수치적 해석이 이루어졌다. 이와 아울러, 피스톤 슬랩에 의해 발생하는 엔진 블록의 충격 및 진동에 관한 연구^(5,6)가 있다. 왕복동형 압축기의 경우, 링이 없는 피스톤의 부차적 동적 해석에 관한 논문이 있다.^(7,8)

동하중이 작용하는 저널 베어링으로 지지되는 축의 운동 궤적 해석은, 레이놀즈 방정식을 적절한 가정을 통해 단순화⁽⁹⁾하거나 해석적으로 계산한 값들을 이용하여 궤적을 찾아가는 방법,⁽¹⁰⁾ 유한요소법⁽¹¹⁾ 등이 사용되고 있다. 또, 동하중이 작

* 회원, 부산대학교 기계공학부 기계기술연구소
E-mail : tjong@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2474 FAX : (051)514-7640

용하는 유체윤활의 저널 베어링에서 레이놀즈 방정식의 해를 질량보존이 성립되는 Elrod 공동 알고리즘이 적용된 유한체적법을 사용하여 수치적으로 계산할 수 있다.^(12,13) 이 모델의 계산에 있어서, 윤활유의 체적계수(혹은 압축율)에 관한 값이 필요하지만 점도 값과는 달리 그 값의 측정 및 환산이 곤란하고, 잘 알려져 있지 않으므로 일반적인 적용이 어렵다. 베어링의 동적 하중용량의 계산을 위한 레이놀즈 방정식의 해석에는 긴 베어링 혹은 짧은 베어링 가정에 의한 근사해, 유한 베어링의 수치적 해석 등이 있다. 직경비가 0.5~3 인 영역의 베어링에 짧은 베어링 이론을 적용하는 경우 원주 방향의 압력유동이 무시되므로 실제보다 높은 유막 압력이 계산된다. 해석 대상 압축기의 주 베어링 직경비는 0.82, 보조 베어링은 0.6 정도이므로 유한 베어링 이론이 적용되어야 한다.

본 연구의 왕복동형 압축기는 마찰손실의 저감 및 조립의 간편성을 위해, 피스톤의 베어링으로 작용하는 실린더 블록의 길이를 짧게 하는 추세에 있다. 소형 구조이므로 미소한 마찰손실 및 성능 변화의 특성 예측, 피스톤과 크랭크축의 동적 거동 측정에 많은 어려움이 있다. 그러므로, 피스톤과 크랭크축의 동적 특성이 연성되고, 압축기구의 미소한 마찰손실의 변화 및 동적 거동을 이론적으로 엄밀하게 예측할 수 있는 해석 모델의 개발이 필요하다. 본 논문에서는 피스톤의 점성 마찰력 및 실린더 벽면 길이의 변화를 고려한 압축기구의 동역학적 모델링으로 피스톤 및 크랭크축의 동적 거동을 수치적으로 해석하였다. 동하중이 작용하는 조건에서 발생하는, 피스톤과 크랭크축을 지지하는 유막 반력 및 모멘트를 구하여 Newton-Raphson 방법으로 피스톤 및 크랭크축의 동적 계적을 수치적으로 구하였다. 또, 피스톤과 실린더 사이의 간극, 윤활유 점도, 실린더 벽면의 길이, 피스톤 핀의 위치, 저널 베어링의 길이, 피스톤과 커넥팅 로드와 질량 및 질량 관성모멘트의 변화에 대한 피스톤 및 축의 동적 거동과 마찰 손실, 누설유량 및 최소 유막 두께의 윤활특성을 해석하여 그 영향을 조사하였다.

2. 압축기구의 동역학적 해석⁽¹⁴⁾

2.1 반경방향 운동의 피스톤

실린더 내에서 왕복운동하는 피스톤의 자유물체도 Fig. 1(a)에서 반경방향의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{T}_y + \bar{F}_h = \bar{m}_p \ddot{\bar{y}}_0 \tag{1}$$

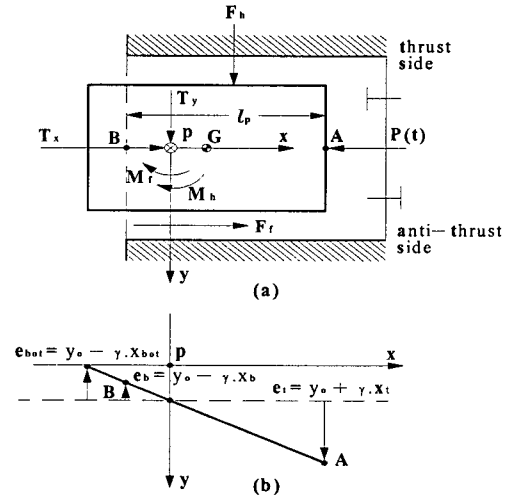


Fig. 1 Free body diagram for the reciprocating piston

$$\bar{M}_f + \bar{M}_h = \bar{I}_p \ddot{\bar{\gamma}} \tag{2}$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{m}_p = \frac{\omega C_p^3}{\lambda R_p^4} m_p$, $\bar{y}_0 = \frac{y_0}{C_p}$,

$$\bar{\gamma} = \frac{R_p}{C_p} \gamma, \bar{I}_p = \frac{\omega}{\lambda R_p^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^3 I_p, \bar{T}_y = \frac{T_y}{\lambda \omega R_p^2} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2,$$

$$\bar{F}_h = \frac{F_h}{\lambda \omega R_p^2} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2, \bar{M}_h = \frac{M_h}{\lambda \omega R_p^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2, \bar{M}_f = \frac{M_f}{\lambda \omega R^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2$$

이다. 또, m_p 는 피스톤의 질량, ω 는 크랭크축의 각속도, C_p 는 피스톤과 실린더 벽면 사이의 간극, R_p 는 피스톤의 반지름, λ 는 윤활유 점도, y_0 는 피스톤의 병진운동 변위, γ 는 피스톤의 회전운동 각변위, I_p 는 피스톤 핀 위치에서의 수직방향 관성 모멘트이다. 피스톤에 작용하는 반경방향의 하중은 T_y 이고, F_h 는 피스톤과 실린더 사이의 유막 반력, M_h 는 유막 반력의 모멘트, M_f 는 피스톤과 실린더 사이의 점성 마찰력 F_f 에 의한 모멘트이다 Fig. 2 (b)에서 피스톤 반경방향의 병진운동 가속도와 회전운동 각가속도를 무차원화하여 표시하면 각각 다음과 같다.

$$\ddot{\bar{y}}_0 = \ddot{\varepsilon}_b - \left(\frac{\ddot{\varepsilon}_b - \ddot{\varepsilon}_t}{\bar{\ell}_p}\right) \bar{x}_b \tag{3}$$

$$\ddot{\bar{\gamma}} = (\ddot{\varepsilon}_t - \ddot{\varepsilon}_b) / \bar{\ell}_p \tag{4}$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{\ell}_p = \frac{\ell_p}{R_p}$, $\bar{x}_b = \frac{x_b}{R_p}$, $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C_p}$,

$\epsilon_i = \frac{e_i}{C_p}$ 이다. 또, ℓ_p 는 실린더와 접촉하는 가변적 피스톤 길이, x_b 는 피스톤 핀 위치에 설정된 xyz 직각좌표계에서 실린더와 접촉하는 피스톤 경계면 B 까지의 거리를 표시한다. ϵ_b, ϵ_i 는 피스톤 상면 A, 경계면 B 에서의 편심율(무차원 편심위치)을 각각 나타낸다. 피스톤의 반경방향 동적 거동을 Newton-Raphson 방법으로 계산하기 위해 무차원의 피스톤 운동방정식 (1), (2)를 다음과 같은 비선형 방정식으로 가정한다.

$$f_1(\dot{\epsilon}_b, \dot{\epsilon}_i) = \bar{T}_y + \bar{F}_h - \bar{m}_p [\ddot{\epsilon}_b - (\dot{\epsilon}_b - \dot{\epsilon}_i) \frac{\bar{x}_b}{\ell_p}] = 0 \quad (5)$$

$$f_2(\dot{\epsilon}_b, \dot{\epsilon}_i) = \bar{M}_J + \bar{M}_h - \bar{I}_p (\ddot{\epsilon}_i - \ddot{\epsilon}_b) / \bar{\ell}_p = 0 \quad (6)$$

2.2 크랭크 축

저널 베어링으로 지지되는 크랭크축의 해석 모델 Fig. 2 (a)에서 축의 편심질량에 의한 불평형 하중과 전동기 회전자의 자이로 모멘트를 고려하면, 강체 축의 병진 및 회전의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{m}_e \ddot{X}_0 = -\bar{S}_x + \bar{F}_{bx} - \bar{m}_e E_u \cos(\bar{t} + \varphi) \quad (7)$$

$$\bar{m}_e \ddot{Y}_0 = -\bar{S}_y + \bar{F}_{by} - \bar{m}_e E_u \sin(\bar{t} + \varphi) \quad (8)$$

$$\bar{I}_x \ddot{\alpha} = -\bar{I}_x \ddot{\beta} + \bar{M}_x + \bar{M}_{bx} \quad (9)$$

$$\bar{I}_y \ddot{\beta} = \bar{I}_x \ddot{\alpha} + \bar{M}_y + \bar{M}_{by} \quad (10)$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{m}_e = \frac{\omega C^3}{\lambda R^4} m_e$, $E_u = \frac{r_e}{C}$,

$$\bar{X}_0 = \frac{X_0}{C}, \bar{Y}_0 = \frac{Y_0}{C}, \bar{t} = \omega t, \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{C/R}, \bar{\beta} = \frac{\beta}{C/R},$$

$$\bar{I} = \frac{\omega}{\lambda R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^3 I, \bar{S} = \frac{S}{\lambda \omega R^2} \left(\frac{C}{R}\right)^2, \bar{F}_b = \frac{F_b}{\lambda \omega R^2} \left(\frac{C}{R}\right)^2,$$

$$\bar{M} = \frac{M}{\lambda \omega R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^2, \bar{M}_b = \frac{M_b}{\lambda \omega R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^2 \text{ 이다. 또, } m_e \text{ 는 크}$$

랭크축과 전동기 회전자의 불평형 질량, C는 축과 베어링의 중심이 일치할 때의 반경 틈새, R은 크랭크축의 반지름, t는 시간이다. S_x, S_y 는 X, Y 방향으로 크랭크축에 작용하는 하중, 이 하중에 의한 모멘트는 M_x, M_y 이고 F_{bx}, F_{by} 는 저널 베어링의 유막 반력을 표시한다. Fig. 2 (b)를 이용하여 크랭크축의 X, Y 방향의 병진운동 가속도 \ddot{X}_0, \ddot{Y}_0 와 X, Y 방향의 회전운동 각가속도 $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}$ 를 무차원화하여 표시하면 다음과 같다.

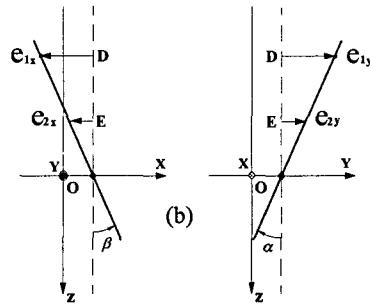
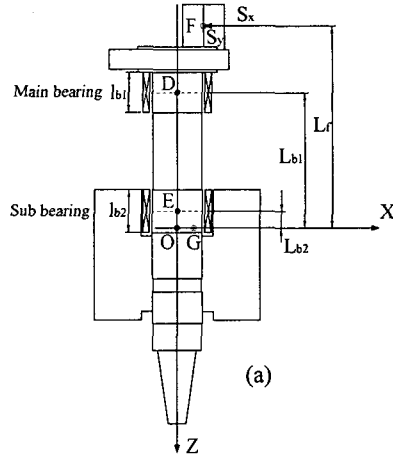


Fig. 2 Analytical model for the crankshaft-journal bearing system

$$\ddot{X}_0 = \ddot{\epsilon}_{2x} - \frac{\ddot{\epsilon}_{2x} - \ddot{\epsilon}_{1x}}{L_b} \cdot \bar{L}_{b2} \quad (11)$$

$$\ddot{Y}_0 = \ddot{\epsilon}_{2y} + \frac{\ddot{\epsilon}_{1y} - \ddot{\epsilon}_{2y}}{L_b} \cdot \bar{L}_{b2} \quad (12)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{\ddot{\epsilon}_{1y} - \ddot{\epsilon}_{2y}}{\bar{L}_b} \quad (13)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{\ddot{\epsilon}_{2x} - \ddot{\epsilon}_{1x}}{\bar{L}_b} \quad (14)$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{L}_b = \frac{L_b}{R}, \bar{L}_{b2} = \frac{L_{b2}}{R}, \epsilon_{1x} = \frac{e_{1x}}{C},$

$$\epsilon_{1y} = \frac{e_{1y}}{C}, \epsilon_{2x} = \frac{e_{2x}}{C}, \epsilon_{2y} = \frac{e_{2y}}{C} \text{ 이고, } L_b = (L_{b1} - L_{b2})$$

는 베어링 중심 사이의 거리, L_{b2} 는 XYZ 좌표계에서 보조 베어링의 중심 E 까지의 거리를 나타낸다. 또, $(\epsilon_{1x}, \epsilon_{1y}), (\epsilon_{2x}, \epsilon_{2y})$ 는 주 베어링의 중심 D, 보조 베어링의 중심 E에서의 X, Y 방향의 편심률을 각각 나타낸다. 크랭크축의 동적 계측을 Newton-Raphson 방법으로 계산하기 위해 무차원의 크랭크축 운동방정식을 다음과 같은 비선형방정식으로 가정한다.

$$g_1(\dot{\epsilon}_{1x}, \dot{\epsilon}_{2x}, \dot{\epsilon}_{1y}, \dot{\epsilon}_{2y}) = -\bar{S}_x + \bar{F}_{bx} - \bar{m}_e E_u \cos(T + \varphi) - \bar{m}_e [\ddot{\epsilon}_{2x} - (\frac{\dot{\epsilon}_{2x} - \dot{\epsilon}_{1x}}{L_b}) \bar{L}_{b2}] = 0 \quad (15)$$

$$g_2(\dot{\epsilon}_{1x}, \dot{\epsilon}_{2x}, \dot{\epsilon}_{1y}, \dot{\epsilon}_{2y}) = -\bar{S}_y + \bar{F}_{by} - \bar{m}_e E_u \sin(T + \varphi) - \bar{m}_e [\ddot{\epsilon}_{2y} - (\frac{\dot{\epsilon}_{1y} - \dot{\epsilon}_{2y}}{L_b}) \bar{L}_{b2}] = 0 \quad (16)$$

$$g_3(\dot{\epsilon}_{1x}, \dot{\epsilon}_{2x}, \dot{\epsilon}_{1y}, \dot{\epsilon}_{2y}) = -\bar{I}_z \ddot{\alpha} + \bar{M}_x + \bar{M}_{bx} - \bar{I}_x (\frac{\dot{\epsilon}_{1y} - \dot{\epsilon}_{2y}}{L_b}) = 0 \quad (17)$$

$$g_4(\dot{\epsilon}_{1x}, \dot{\epsilon}_{2x}, \dot{\epsilon}_{1y}, \dot{\epsilon}_{2y}) = \bar{I}_z \ddot{\alpha} + \bar{M}_y + \bar{M}_{by} - \bar{I}_y (\frac{\dot{\epsilon}_{2x} - \dot{\epsilon}_{1x}}{L_b}) = 0 \quad (18)$$

3. 동수력 해석

3.1 피스톤과 실린더 사이의 유막

피스톤과 실린더 벽면 사이 유체유회의 무차원 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}) = 6 \bar{V}_p \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} \quad (19)$$

$$\bar{h} = 1 - (\bar{y}_0 + \bar{y} \cdot \bar{x}_i) \cos \theta \quad (20)$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{h} = \frac{h}{C_p}$, $\bar{x} = \frac{x}{R_p}$, $\bar{x}_i = \frac{x_i}{R_p}$,

$\bar{p} = \frac{p}{\lambda \omega} (\frac{C_p}{R_p})^2$, $\bar{V}_p = \frac{V_p}{\omega R_p}$ 이다. 또, \bar{x}_i 은 피스톤

편 위치에 설정된 xyz 직각 좌표계에서 피스톤 베어링면 격자점까지의 축방향의 무차원 위치를 나타낸다. h 는 피스톤과 실린더 사이의 반경방향 간극, p 는 유막의 동수력 압력, V_p 는 피스톤의 축방향 속도를 나타낸다. 피스톤 표면에 작용하는 무차원 유막 반력 및 반력에 의한 피스톤 수직축 방향의 모멘트는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{F}_h = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} \bar{p}(\theta, \bar{x}) \cos \theta \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (21)$$

$$\bar{M}_h = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} [\bar{p}(\theta, \bar{x}) \cdot \cos \theta] \bar{x}_i \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (22)$$

피스톤에 작용하는 점성 마찰력은 축방향 운동의 반대방향으로 작용한다고 가정하면, 무차원의 점성 마찰력 및 마찰모멘트는 각각 다음과 같다.

$$\bar{F}_f = \frac{C_p}{R_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} (\frac{\bar{h}}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{V}_p}{\bar{h}}) \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (23)$$

$$\bar{M}_f = \frac{C_p}{R_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} (\frac{\bar{h}}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{V}_p}{\bar{h}}) \cos \theta \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (24)$$

피스톤 왕복운동의 한 주기동안 무차원의 평균 마찰손실은 각각 다음과 같다.

$$\bar{W}_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{W} \, d\theta \quad (25)$$

여기서, $\bar{W} = \bar{F}_f \cdot \bar{V}_p$ 이다. 피스톤과 실린더 벽면 사이의 축방향의 무차원 누설유량은 다음과 같다.

$$\bar{Q}_x = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\bar{V}_p \bar{h}}{2} - \frac{\bar{h}^3}{12} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=\bar{z}_i} \, d\theta \quad (26)$$

여기서, $Q_x = \omega C_p R_p^2 \bar{Q}_x (3.6 \times 10^9) \text{ (cm}^3/\text{h)}$ 이다.

3.2 저널 베어링의 유막

크랭크축과 저널 베어링의 벽면 사이 유체유회의 무차원 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{h}_i^3 \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_i} (\bar{h}_i^3 \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \bar{z}_i}) = 6 \frac{\partial \bar{h}_i}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \bar{h}_i}{\partial \bar{t}} \quad (27)$$

$$\bar{h}_i = 1 - (\epsilon_{ix} \cos \theta + \epsilon_{iy} \sin \theta) \quad (i=1, 2) \quad (28)$$

여기서, 무차원 변수 $\bar{h}_i = \frac{h_i}{C}$, $\bar{z}_i = \frac{z_i}{R}$, $\bar{p}_i = \frac{p_i}{\lambda \omega} (\frac{C}{R})^2$

이고, h_i 는 크랭크축과 베어링 사이의 반경방향 간극, p_i 는 베어링 유막의 동수력 압력을 나타낸다. 크랭크축 표면에 작용하는 무차원 유막 반력 및 반력에 의한 X, Y 축방향의 모멘트는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{F}_{bxi} \\ \bar{F}_{byi} \end{matrix} \right\} = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_{bi}} \bar{p}_i(\theta, \bar{z}_i) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} \, d\bar{z}_i \cdot d\theta \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{M}_{bxi} \\ \bar{M}_{byi} \end{matrix} \right\} = \pm \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_{bi}} \bar{p}_i(\theta, \bar{z}_i) \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{Bmatrix} \bar{z}_{i,j} \, d\bar{z}_i \cdot d\theta \quad (30)$$

여기서, $\bar{l}_{bi} = l_{bi} / R$ 이고, $l_{bi} (i=1, 2)$ 는 주 및 보조 베어링 길이를 각각 나타낸다. $\bar{z}_{i,j}$ 는 XYZ 좌표계의 중심 O 에서 베어링면에 설정된 각 격자점 (i, j) 까지의 무차원 거리 ($\bar{z}_{i,j} = \frac{z_{i,j}}{R}$) 를 나타낸다.

또, $\left\{ \begin{matrix} \bar{F}_{bx} \\ \bar{F}_{by} \end{matrix} \right\} = \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{matrix} \bar{F}_{bxi} \\ \bar{F}_{byi} \end{matrix} \right\}$, $\left\{ \begin{matrix} \bar{M}_{bx} \\ \bar{M}_{by} \end{matrix} \right\} = \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{matrix} \bar{M}_{bxi} \\ \bar{M}_{byi} \end{matrix} \right\}$ 이다. 크랭크

크축의 회전 반대방향으로 작용하는 무차원의 점성 마찰력과 축 회전운동의 한 주기동안 평균 마찰손실은 다음과 같다.

$$\bar{F}_f = \frac{C}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_w} \frac{\bar{h}_i}{2} (\frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \theta} + \frac{1}{\bar{h}_i}) \, d\bar{z}_i \cdot d\theta \quad (31)$$

$$(\bar{W}_i)_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{W}_i \, d\theta \quad (32)$$

$$\text{여기서, } \bar{F}_\beta = \frac{F_\beta}{\lambda \omega R^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2}, \quad \bar{W}_i = \frac{W_i}{\lambda \omega^2 R^3 \left(\frac{R}{C}\right)^2}$$

$W_i = F_\beta \cdot \omega R$ 이다. 저널 베어링의 축방향 양쪽 끝단에서의 무차원의 누설유량은 다음과 같다.

$$\bar{Q}_z = -\int_0^{2\pi} \left. \frac{\bar{h}_i^3}{12} \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial z} \right|_{z=0} d\theta - \int_0^{2\pi} \left. \frac{\bar{h}_i^3}{12} \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial z} \right|_{z=\bar{h}_i} d\theta \quad (33)$$

4. 해석 과정 및 결과

4.1 수치적 해석 과정

피스톤 및 크랭크축 동적 해석의 초기조건 $\varepsilon_b(t)$, $\varepsilon_i(t)$, $\dot{\varepsilon}_b(t)$, $\dot{\varepsilon}_i(t)$, $\varepsilon_{ix}(t)$, $\varepsilon_{iy}(t)$, $\dot{\varepsilon}_{ix}(t)$, $\dot{\varepsilon}_{iy}(t)$ ($i=1, 2$) 및 점성 마찰력 F_f 를 0으로 가정하고, 피스톤, 커넥팅 로드, 크랭크축으로 구성되는 압축기구의 운동방정식에서 구속력을 Newton-Raphson 방법으로 계산한다. 또, 피스톤과 실린더 벽면 사이의 점성 마찰력, 유막 반력 및 모멘트를 연속 가속 완화법(Successive Over Relaxation scheme)으로 계산한다. 비선형 방정식 (5), (6)이 만족되는 $\dot{\varepsilon}_b(t+\Delta t)$, $\dot{\varepsilon}_i(t+\Delta t)$ 를 quasi-Newton 방법으로 구하고, $\ddot{\varepsilon}_b(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_b(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_b(t)}{\Delta t}$, $\ddot{\varepsilon}_i(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_i(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_i(t)}{\Delta t}$ 도 계산한다. 계산 단계 $j+1$ 에서, 계산 단계 j 의 초기조건을 이용하여 앞서의 비선형 방정식계가 만족되는 $\dot{\varepsilon}_b(t+\Delta t)$, $\dot{\varepsilon}_i(t+\Delta t)$, $\ddot{\varepsilon}_b^{j+1}(t)$, $\ddot{\varepsilon}_i^{j+1}(t)$ 를 계산한다. 반복 계산 과정에서 수렴조건이 만족되면, 유막반력 및 모멘트를 SOR 방법으로 계산하여 크랭크축의 궤적을 구한다. 즉, 비선형 방정식 (15)~(18)가 만족되는 $\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t)$, $\dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t)$ 를 quasi-Newton 방법으로 구하고, $\ddot{\varepsilon}_{ix}^m(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_{ix}(t)}{\Delta t}$, $\ddot{\varepsilon}_{iy}^m(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_{iy}(t)}{\Delta t}$ 도 계산한다. 계산단계 $m+1$ 에서 앞 단계 m 의 초기조건을 이용하여 축의 비선형 방정식계가 만족되는 $\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t)$, $\dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t)$, $\ddot{\varepsilon}_{ix}^{m+1}(t)$, $\ddot{\varepsilon}_{iy}^{m+1}(t)$ 를 계산한다.

4.2 해석 결과 및 토의

해석 대상 왕복동형 압축기는 축동력이 150W 급인 소형 모델로서, 흡입압력 $p_s = 0.132$ MPa, 토출압력 $p_d = 1.352$ MPa 조건에서 3570rpm으로 운전된다. 이 압축기의 주요 설계변수 및 그 값은 Table 1과 같다. 피스톤의 궤적 해석에 있어서, 수렴에 필요한 축 회전의 주기적 반복 횟수는 설계

Table 1 Design parameters of the reciprocating compressor and baseline values used in the simulation

Mass of the piston (m_p)	0.043 kg
Mass of the connecting rod (m_c)	0.024 kg
Mass of the crankshaft and motor rotor (m_r)	0.944 kg
Moment of inertia of the piston (I_p)	$3.93 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
Mass moment of inertia of the crankshaft and motor rotor about the axial gravity center.	$I_x = 0.82881 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ $I_y = 0.8313 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ $I_z = 0.3855 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
Radius of the piston (R_p)	11.5 mm
Length of the piston (L)	22 mm
Length of the connecting rod ($l = a + b$)	$a = 25.5 \text{ mm}, b = 15.7 \text{ mm}$
Length of the cylinder (CYL)	28.85 mm
Radial clearance between the piston and the cylinder wall (C_p)	4 μm
Journal clearance on bearings (C)	11 μm
Lengths of the main bearing (l_{b1}) and sub bearing (l_{b2})	13.09 mm, 9.5 mm
Rotating radius between crankshaft center and crank-pin center (r)	7.5 mm
Lubricant viscosity (λ)	5 mPa·s

변수의 값에 따라 대략 20~30 회 이고, Newton-Raphson 과정의 계산은 3~4 회에서 수렴되었다. 또, 크랭크축의 궤적은 회전주기 3 바퀴 이내에서 양호하게 수렴되었다. 윤활유 점도 5mPa·s의 조건에서 피스톤의 반경방향 간극을 3, 4, 5 μm 으로 변화시켜 피스톤과 축의 동적 거동을 구하였다. 간극이 작아짐에 따라 유체윤활의 감쇠력이 증가하여 피스톤의 반경방향 궤적이 안정되는 것을 Fig. 3에서 관찰할 수 있지만 축의 궤적에는 그 영향을 미치지 않았다. 피스톤의 유막 간극 4 μm 의 조건에서, 피스톤과 실린더 사이의 유막 및 저널 베어링의 유막 점도값을 4, 5, 7, 10, 15mPa·s로 변화시켜 궤적을 해석하였다. 점도값을 증가시키면 Fig. 4와 같이 피스톤의 궤적은 불룩한 형상에서 오목하게 변화되고, 실린더 중심으로 근접하여 안정화된다. Fig. 5의 결과에서, 윤활유 점도 5mPa·s의 조건에서 피스톤의 반경방향 간극을 증가시키면 마찰손실은 비선형적으로 감소하지만 누설유량은 증가한다. 또, 피스톤 벽면 사이의 유막 간극 4 μm 의 조건에서, 윤활유 점도값을 증가시키면 마찰손실은 선형적으로 증가되지만 누설유량은 비선형적으로 감소된다. 같은 현상으로, 피스톤의 간극을 증가시키면 최소 유막 두께는 감소되지만 점도의 증가에는 이 값도 같이 증가하였다.

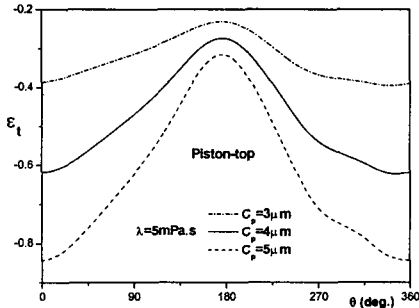


Fig. 3 Comparison of the piston-top orbits with different piston clearances

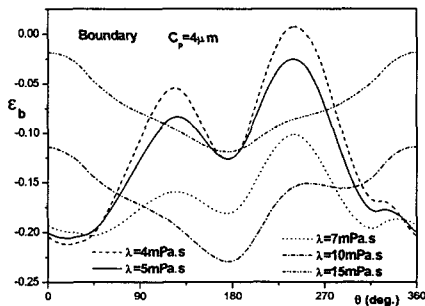


Fig. 4 Comparison of piston-boundary orbits with various lubricant viscosities

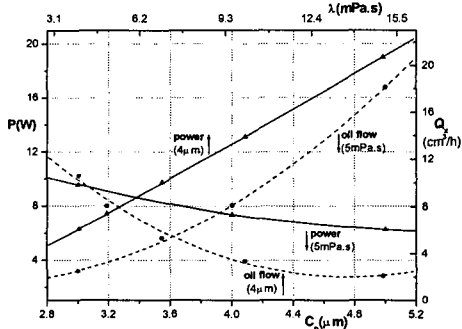


Fig. 5 Cycle averaged power consumption and oil leakage of the piston as a function of radial clearance and lubricant viscosity

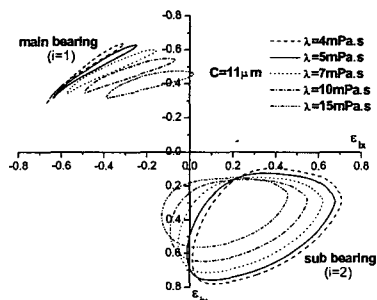


Fig. 6 Comparison of the crankshaft orbits on main bearing and sub bearing variation in the lubricant viscosity

저널 베어링 간극 $11 \mu\text{m}$ 의 조건에서, 점도값의 변화에 따라 축의 궤적이 민감하게 변동되는 것을 Fig. 6 에 나타내었다. 또, Fig. 7 에서 저널베어링의 윤활유 점도값을 증가시키면 주 및 보조베어링에서의 마찰 손실은 증가되지만, 누설유량은 감소되었다. 이 결과에서, 피스톤의 마찰손실과 비교하여 저널 베어링의 마찰손실의 크기는 비슷하지만 누설유량은 상당한 차이가 난다. 피스톤과 실린더 사이의 간극에서는 왕복운동에 의해 윤활유가 흡입되고 누설됨에 따라 그 차이만큼 누설유량으로 계산되지만, 베어링의 경우에는 항상 윤활유가 누설되고 그 간극도 상대적으로 크기 때문이다. 실린더 벽면 길이를 기준조건에서 증가시키면 피스톤의 궤적은 불룩한 형상에서 오목하게 변화되어 안정되지만, 이 값을 계속 증가시키면 실린더의 스러스트 반대면(anti-thrust side)으로 궤적이 근접하여 불안정하여 지는 것을 Fig. 8 에서 볼 수 있다. 이 결과에서 실린더 길이 37mm 일 때, 피스톤이 하사점(BDC)에 위치하는 경우에도 실린더 벽면과 충분히 접촉하므로 경계면의 궤적은 나타나지 않는다. 또, Fig. 9 에서 해석 대상 압축기에 적용되고 있는 기준조건의 편 위치($Z_p/R_p = 1.18$)를 피스톤의 상면방향 (+x) 으로 증가시키면 궤적이 불룩한 형상에서 오목하게 변화되어 안정된다. Fig. 10 에서 실린더 길이를 증가시키면 마찰손실은 증가되지만 누설유량은 감소되고, 피스톤 편 위치를 피스톤 하면방향 (-x) 으로 이동시키면 마찰손실과 누설유량은 증가한다. Fig. 11 에서 실린더 길이를 증가시키면 최소 유막 두께는 증가되지만, 그 길이를 34.5mm 이상으로 크게 하면 유막 두께는 감소된다. 편 위치를 피스톤 하면방향으로 이동시키면 최소 유막 두께는 감소되고, 실린더 길이 34.5mm , 편 위치 $Z_p/R_p = 0.9$ 일 때 최소 유막 두께는 가장 크게 계산된다.

피스톤과 커넥팅 로드와 질량 및 질량 관성모멘트를 변화시켜 피스톤과 크랭크축의 궤적을 해석하였다. 질량 및 관성모멘트를 감소시키면 피스톤의 궤적이 안정되는 것을 Fig. 12 에 나타내었다. 또, 피스톤의 질량 및 관성모멘트를 증가시키면 피스톤의 마찰손실 및 누설유량도 거의 비례적으로 증가되었다. 피스톤과 커넥팅 로드와 질량 및 관성모멘트의 변화는 축의 궤적에도 Fig. 13 과 같이 영향을 미친다. 질량 및 관성모멘트가 감소될수록 피스톤의 궤적은 안정되지만 크랭크축의 궤적은 불안정하게 된다. 즉, 피스톤과 커넥팅 로드와 관성효과를 줄이면 피스톤의 반경방향 작용 하

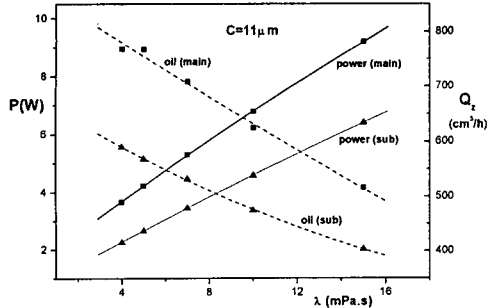


Fig. 7 Cycle averaged power consumption and leakage of the crankshaft as a function of lubricant viscosity

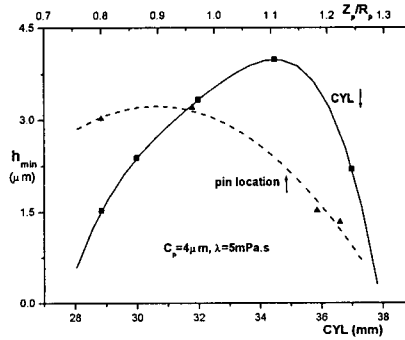


Fig. 11 Minimum oil film thickness of the piston during a cycle as a function of cylinder length and ratio of pin location

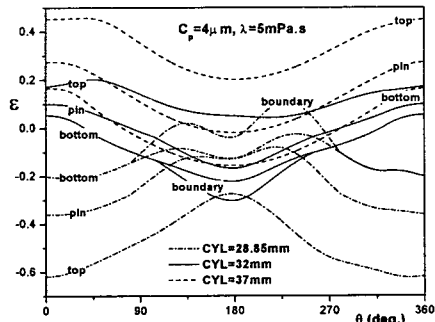


Fig. 8 Comparison of the trajectories of the piston bottom, boundary, pin, and top locations using various lengths of a cylinder wall

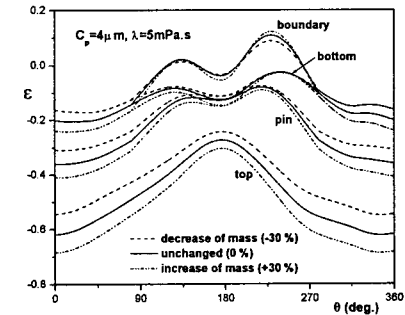


Fig. 12 Comparison of the trajectories of the piston bottom, boundary, pin, and top positions variation in mass of the piston and connecting rod

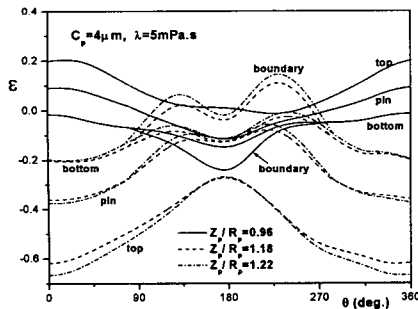


Fig. 9 Comparison of the trajectories of the piston bottom, boundary, pin, and top locations variation in the Z_p/R_p

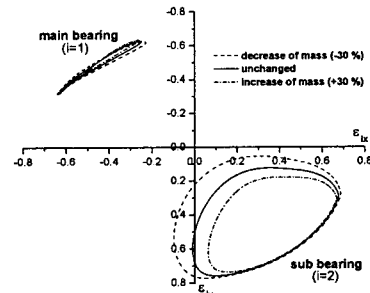


Fig. 13 Comparison of the crankshaft orbits on main bearing and sub bearing variation in mass of the piston and connecting rod

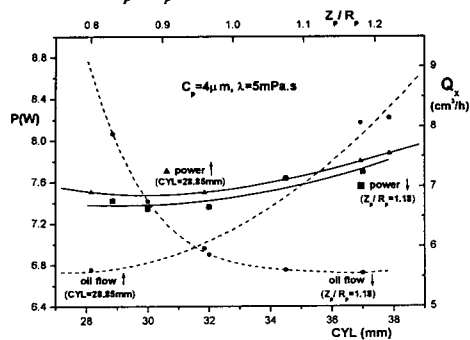


Fig. 10 Cycle averaged power consumption and oil leakage of the piston as a function of cylinder length and ratio of pin location

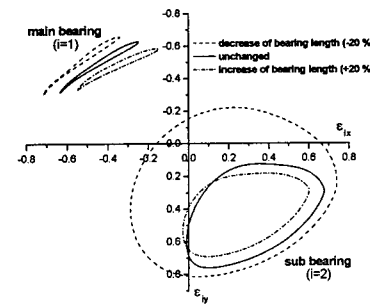


Fig. 14 Comparison of crankshaft orbits on main bearing and sub bearing variation in the length of bearing

중이 감소되므로, 피스톤의 가진력이 줄어들어 피스톤의 반경방향 궤적은 안정된다. 하지만, 이 관성력들은 크랭크축에 작용하는 하중에도 영향을 미치므로, 피스톤과 커넥팅로드의 질량 및 관성모멘트를 감소시키면 보조 베어링의 경우 축 궤적이 불안정하여짐을 볼 수 있다. 또, 주 및 보조 베어링의 길이를 증가시키면 축의 궤적이 안정되는 결과를 Fig. 14에 나타내었다. 피스톤과 커넥팅로드의 질량 및 관성모멘트를 증가시키면 저널 베어링의 마찰손실은 변화가 거의 없지만 누설유량은 선형적으로 증가한다. 또, 베어링의 길이의 증가에 따라 마찰손실은 선형적으로 증가되지만 누설유량은 변화가 없었다. 그 이유는 주 베어링의 경우 베어링의 길이를 기준조건에서 증가시키면 누설유량이 감소되는 현상이 발생되기 때문이다.

5. 결론

동수력 모델링을 이용하여 피스톤의 점성 마찰력과 피스톤을 지지하는 실린더 벽면 접촉 길이의 변화를 고려한 왕복동형 압축기구의 동적 거동 해석 프로그램을 작성하였다. 압축기의 설계변수가 피스톤과 크랭크축의 연성된 동적 특성에 미치는 영향을 해석하여 다음의 결론을 구하였다.

- (1) 피스톤과 실린더 사이의 간극 변화는 피스톤의 동적거동에는 민감한 영향을 미치지 않지만 크랭크축의 궤적과는 상관성을 나타내지 않았다. 유막의 점도값은 피스톤과 축의 동적 궤적에 큰 영향을 나타내었다.
- (2) 실린더 벽면 길이와 피스톤 편 위치에 따라 피스톤의 궤적은 민감하게 변동되며, 이 값들을 적절하게 설계하면 동적으로 안정된 피스톤의 궤적을 얻을 수 있다.
- (3) 피스톤과 커넥팅로드의 질량 및 관성모멘트 변화는 피스톤과 크랭크축의 동적 거동에 영향을 나타내었다. 즉, 이 값들이 감소될수록 피스톤의 궤적은 안정되지만 축의 궤적은 크게 나타난다. 이상과 같이 피스톤의 점성 마찰력이 고려된 피스톤과 크랭크축의 연성된 동적 해석 프로그램은 왕복동형 압축기구의 고효율 설계에 활용될 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R01-2001-00383) 지원으로 수행된 결과의 일부이며, 재단의 연구비 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Ishii N., Imaichi K., Kagoroku N., and Imasu K., 1975, "Vibration of a Small Reciprocating Compressor," *ASME Paper* 75-DET-44.
- (2) Dufour R., Hagopian J. Der and Lalanne M., 1995, "Transient and Steady State Dynamic Behavior of Single Cylinder Compressors: Prediction and Experiments," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 181, No.1, pp. 23~41.
- (3) Li, D. F., Rohde, S. M., and Ezzat, H. A., 1983, "An Automotive Piston Lubrication Model," *ASLE Transactions*, Vol. 26, No. 2, pp. 151~160.
- (4) Zhu, D., Cheng, H. S., Arai, T., and Hamai, K., 1992, "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication Part 1: Basic Modeling," *Journal of Tribology*, Vol. 114, pp. 553~562.
- (5) Nakada, T., Yamamoto, A. and Abe, T., 1997, "A Numerical Approach for Piston Secondary Motion Analysis and its Application to the Piston Related Noise," *SAE paper* No. 972043.
- (6) Cho, S. H., Ahn, S. T. and Kim, Y. H., 2000, "A Model of Collision Point to Estimate Impact Force Related to Piston Slap," *Journal of KSNVE*, Vol. 10, No. 3, pp. 474~479.
- (7) Prata, A. T., Fernando Julio R. S., and Fagotti, F., 2000, "Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors," *Trans ASME, Journal of Tribology*, Vol. 122, pp. 752~760.
- (8) Kim, T. J., "Numerical Analysis of the Piston Secondary Dynamics in Reciprocating Compressors," *KSME International Journal*, Vol. 17, No. 3, pp. 350~356.
- (9) Kirk, R. G. and Gunter E. J., 1975, "Short Bearing Analysis Applied to Rotor Dynamics, Part 1: Theory," *Journal of Lubrication Technology*, April, pp. 319~329.
- (10) Booker, J. F., 1971, "Dynamically-Loaded Journal Bearings: Numerical Application of the Mobility Method," *ASME Journal of Lubrication Technology*, January, pp. 168~176.
- (11) Goenka, P. K., 1984, "Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 106, pp. 429~439.
- (12) Brewe, D. E., 1986, "Theoretical Modeling of the Vapor Cavitation in Dynamically Loaded Journal Bearings," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 108, pp. 628~638.
- (13) Kim, T. J. and Han, D. C., 1998, "Dynamic Behavior Analysis of Scroll Compressor Crankshaft Considering a Cavitation Phenomenon in Dynamically Loaded Journal Bearings," *Transaction of KSME, A*, Vol. 22, No. 8, pp. 1375~138.
- (14) Kim, T. J., 2002, "Dynamic Analysis of the Small Reciprocating Compressor Considering Viscous Frictional Force of a Piston," *Transaction of the KSNVE*, Vol. 12, No. 11, pp. 904~913.