

## 완전소성하 변형경화 이중접합재의 계면균열선단 구속상태 및 $J$ -적분

이 형 일<sup>†</sup> · 김 용 범<sup>\*</sup>  
(2002년 12월 4일 접수, 2003년 4월 30일 심사완료)

### Interfacial Crack-tip Constraints and $J$ -integrals in Plastically Hardening Bimaterials under Full Yielding

Hyungyil Lee and Yongbom Kim

**Key Words:** Bimaterial (이중접합재), Plastic Hardening Mismatch (소성변형경화 불일치),  $J$ -integral ( $J$ -적분),  $T$ -stress ( $T$ -응력), Biaxiality (응력이축성), Constraint (구속상태), Finite Element Analysis (유한요소해석), Modified Boundary Layer Formulation (수정된 경계층법), Full Specimen (전체시편), Slip Line Field (미끄럼선장)

#### Abstract

This paper investigates the effects of  $T$ -stress and plastic hardening mismatch on the interfacial crack-tip stress field via finite element analyses. Plane strain elastic-plastic crack-tip fields are modeled with both MBL formulation and a full SEC specimen under pure bending. Modified Prandtl slip line fields illustrate the effects of  $T$ -stress on crack-tip constraint in homogeneous material. Compressive  $T$ -stress substantially reduces the interfacial crack-tip constraint, but increases the  $J$ -contribution by lower hardening material,  $J_L$ . For bimaterials with two elastic-plastic materials, increasing plastic hardening mismatch increases both crack-tip stress constraint in the lower hardening material and  $J_L$ . The fracture toughness for bimaterial joints would consequently be much lower than that of lower hardening homogeneous material. The implication of unbalanced  $J$ -integral in bimaterials is also discussed.

#### 1. 서 론

결합구조물의 안전평가에 있어 파괴거동 예측은 매우 중요하다. 파괴거동은 균열선단 응력-변형률장과 긴밀한 관계를 갖는다. 구조물 형상과 하중형태가 다르더라도 균열선단에서의 응력-변형률 특성이 같다면 동일한 파괴거동이 발생할 것이라 예상할 수 있다. 파괴역학에서 균열선단 응력-변형률 특성연구가 중요한 것은 이러한 이유 때문이다. 선형탄성 파괴역학에서의 응력확대계수  $K$ , 탄소성 파괴역학에서의  $J$ -적분은 균열선단 근처

응력장을 기술하는 대표변수이다. 이같은 단일 지배변수  $K$  또는  $J$ 에 의해 균열선단에서의 응력-변형률장이 기술되어지는 방법은 시편의 기하형상이나 하중형태에 의해 크게 제한받는다. 이런 연유로 균열선단 응력과 변형률에 대한 기하형상과 하중형태의 영향을 정량화시킬 수 있는 추가적인 인자가 필요하다. Larsson과 Carlsson<sup>(1)</sup>은 Williams<sup>(2)</sup>의 탄성균열선단에서의 응력장식 중 두 번째 항이, 탄·소성균열선단에서 발생하는 소성역의 크기와 형상에 중요한 영향을 미침을 보였다. Rice<sup>(3)</sup>는 이러한 점에 주목하여 균열선단에서 뺀어 나오는 두 개의 대칭 전단밴드 모델을 통하여 두 번째 항의 소성역 크기에 대한 영향을 해석적으로 기술하였다. 그는 응력장 전개식중 두 번째 항을  $T$ -응력이라고 칭하였는데, 이는 균열에 평행한 비특이성 인장 또는 압축응력성분을 나타낸다.

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@sogang.ac.kr

TEL : (02) 705-8636 FAX : (02) 712-0799

\* 서강대학교 대학원 기계공학과

Betegon과 Hancock<sup>(4)</sup>은 여러 가지  $T$ -응력을 갖는 변형경화 평면변형률 시편들의 균열선단 응력장을 살펴봄으로써, 완전소성까지  $J$ 와  $T$  두 개의 변수로 탄·소성 균열선단 응력상태를 정량적으로 기술할 수 있음을 보였다. 즉 앞의 단일 변수로 기술되는 균열선단 점근해는  $J$ - $T$  두 개의 변수에 의해 기술되는 일반화된 해의 특별한 경우 ( $T > 0$ )에 해당된다. 이를 배경으로 다양한 기하형상을 갖는 균질재료 시편들이 여러 형태의 하중에 놓여있는 경우에 대해서, 균열선단 응력장을  $K$ - $T$  또는  $J$ - $Q$ 의 두 변수로 정량화시키는 연구들이 수행되었다.<sup>(5~7)</sup> 같은 재료에서도 시편형상과 하중형태에 따라 인성치가 달라지는 것은 연성파괴나 cleavage 파단의 물리적 특징에서 그 이유를 찾아 볼 수 있다. 즉 기공의 생성, 성장, 통합으로 나누어지는 연성파단의 세 단계 중, 처음 두 단계, 특히 기공의 성장은 균열선단에서의 삼축응력상태 (구속상태)에 매우 민감하게 영향을 받는다.<sup>(8,9)</sup> 한편 cleavage 파단은 균열선단에서의 주응력 크기가 그 주요변수인데, 주응력은 또한 평균수직응력 즉 삼축응력상태와 직접적인 연계를 갖는다.<sup>(10)</sup> 이와 같이 물리적으로 중요한 의미를 갖는 삼축응력은 시편의 기하형상과 하중형태의 영향을 받으며 이러한 영향이 2차변수인  $T$ 나  $Q$ 에 의해 정량화되는 것이다.

한편 두 종류의 재료가 종종 접합되는 경우가 있는데, 가장 취약한 것으로 예상할 수 있는 접합경계면에 균열이 있을 때 균열선단 응력장을 살펴보는 것은 매우 중요하다. 이종접합재의 경우 재료 물성치 차이가 균열선단 근처의 응력-변형률장에 중대한 영향을 미친다. 용접부와 같이 탄성 특성 차이는 없고, 소성특성 차이만 있는 이종접합재도 매우 실제적인 의미를 갖는다. 이에 항복강도 불일치를 갖는 용접부 3차원 표면균열선단에서의 구속상태연구가 수행되었다.<sup>(11)</sup>

본 연구에서는 소성특성 중 항복강도는 같으나 소성변형경화차이로 생기는 균열선단 응력장 특성을 살펴본다. 이를 위해 먼저 평면변형률 수정경계층법<sup>(12)</sup> (modified boundary layer, MBL)에 의한 상세 유한요소해석을 수행한다. MBL 유한요소 응력해들을 기초로,  $T$ -응력과 변형경화 불일치에 따른 균열선단 특성영역들의 변화를 미끄럼선장 응력해와 관련지어 정리해 본다. 이어 변형경화 이종접합재의 균열선단 구속상태를  $J$ - $T$  및 변형

경화지수의 항으로 정량화한다. 평면변형률 single-edge-cracked (SEC) 시편에서, 이 정량식들을 통한 계면균열선단 응력해들을 상세 유한요소해들과 비교한다. SEC 시편 균열길이와 구속상태 사이의 상관관계를 도식적으로 더불어 살펴본다. 끝으로 계면균열선단 근처에서 각 재료의  $J$ -적분값 기여비를  $T$ -응력과 변형경화불일치의 항으로 구하고, 그 의미에 관해 간략히 논해 본다.

## 2. 계면균열선단 응력특성

두 개의 탄·소성 변형경화재의 접합면을 따라 놓여있는 평면변형률 계면균열이 모드 I 소규모 항복 (small scale yielding, SSY) 하중을 받는 경우를 고려하여 보자. Fig. 1은 본 연구에서 사용한 변형경화재료들의 응력-변형률 관계를 보여준다. 이는 Rice와 Rosengren<sup>(13)</sup>이 제안한 아래의 piecewise power law 변형경화식인데, 이로써 명시적인 선형탄성 구간과 동일한 항복응력을 정의할 수 있다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_0; 1 < n < \infty \end{cases} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\sigma_0$ 는 인장항복강도,  $\epsilon_0 (= \sigma_0/E)$ 는 항복 변형률,  $n$ 은 변형경화지수이다. 본 해석에서는 선형탄성재료 ( $n=1$ ), 변형경화재료 ( $n=5, 10$ ), 완전소성재료 ( $n=\infty$ )를 사용한다. 서로 다른 4개의 재료 중 강도면에서 가장 취약한 재료라 여겨지는 탄성·완전소성재료에 각 변형경화재료가 접합하여 3개의 변형경화 이종접합재와 1개의 탄성·완전소성 균질재료의 유한요소모델을 형성하였다.

Williams<sup>(2)</sup>는 등방성 선형탄성재료에서의 균열선단 응력장을 다음과 같은 고유치 전개 (eigen expansion) 식으로 표현하였다.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + T\delta_{ij} + \dots \quad (2)$$

여기서  $(r, \theta)$ 는 균열선단에 원점을 둔 원통좌표계이고,  $f_{ij}(\theta)$ 는 응력성분들의 각도에 따른 변화,  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta를 나타낸다. 식 (2)에 기초한 수정된 경계층법<sup>(4,12)</sup>을 이용하여 평면변형률 유한요

소해석을 수행한다. 실제 유한요소해석시 수렴해가 쉽게 구해지도록 응력경계조건 대신 상응하는 아래와 같은 변위경계조건을 유한요소모델 (Fig. 2)의 가장 바깥쪽 반경 절점들에 적용한다.

$$u_i = \frac{K}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot f_i(\theta, \nu) + \frac{T}{E} r \cdot g_i(\theta, \nu) \quad (3)$$

위 식 (3)에서  $E$ 는 탄성계수,  $\nu$ 는 푸아송비이다.  $f_i(\theta, \nu)$ 는 평면변형을 탄성특이영역에서 직교 변위성분 ( $i=x, y$ )의 각에 따른 변화를,  $g_i(\theta, \nu)$ 는  $T$  항에 의한 평면변형을 변위의 각변화를 나타내며, 각 함수형태가 아래 Table 1에 정리되어 있다.

유한요소해석은 응력확대계수  $K$ 를 고정시키고, 무차원화된 2차변수  $\tau (\equiv T/\sigma_0)$ 와 변형경화지수를 체계적으로 변화시켜 가면서 수행된다.<sup>(12)</sup> 본 연구에서는 변형경화성은 다르나 항복강도와 탄성특성은 같은 이중접합재를 고려하고 있으므로, 균질재에 대한 식 (4)의 변위경계조건을 이중접합 모델에도 그대로 적용한다. Parks<sup>(14)</sup>는 평면변형률의 경우 적용 가능한  $\tau$ 값의 범위를 Mises 항복조건으로부터 아래와 같이 유도하였다.

$$|\tau| < \frac{1}{\sqrt{1-\nu+\nu^2}} \quad (4)$$

식 (4)는 소성역이 경계층영역 (Fig. 2) 내로 제한되는 것 ( $r_b < R$ )을 보장하며, 푸아송비  $\nu=0.3$ 인 경우에는  $|\tau| < 1.125$ 가 아닌  $|\tau| < 0.7$ 로 설정하여, -0.7부터 0.7까지 0.1 간격으로 변화시켰다. 이 결과 최소소성역의 크기가 0.01R보다 작게 되었는데, 이는 SSY 조건이 충분히 만족되었음을 의미한다. 이중접합재내의 계면에는 계면요소 INTER3 (ABAQUS Library<sup>(15)</sup>)를 사용하여 기준이 되는 아래쪽 탄성·완전소성재료와 변형경화성이 다른 위쪽 재료를 접합하였다.

Table 1 The functional forms of  $f_i(\theta, \nu)$  and  $g_i(\theta, \nu)$

fields	x-component	y-component
$f_i$	$AB \cos(\theta/2)$	$AB \sin(\theta/2)$
$g_i$	$(1-\nu)B \cos \theta$	$-\nu B \sin \theta$

$$A = 3 - 4\nu - \cos \theta, \quad B = 1 + \nu$$

또한  $J_2$ -중분소성이론을 따르는 등방성 탄·소성 재료를 사용하며 소변형이론을 적용한다. 이때 8 절점 감차적분 평면변형률요소 CPE8R (ABAQUS Library<sup>(15)</sup>)를 사용하여 소성역에서 발생할 수 있는 비압축성 관련 문제를 피하도록 한다.

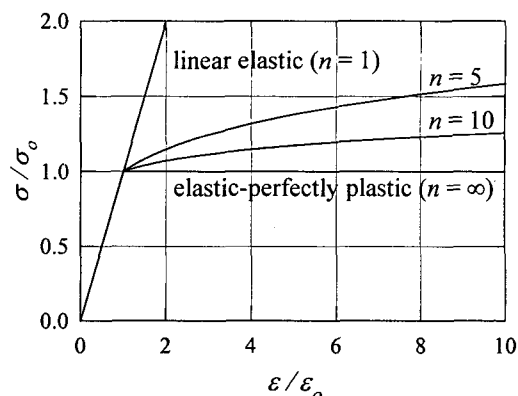
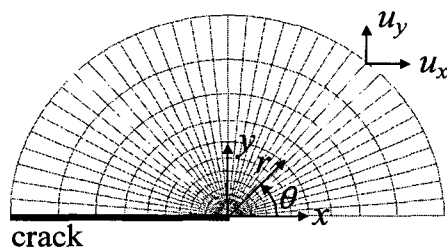
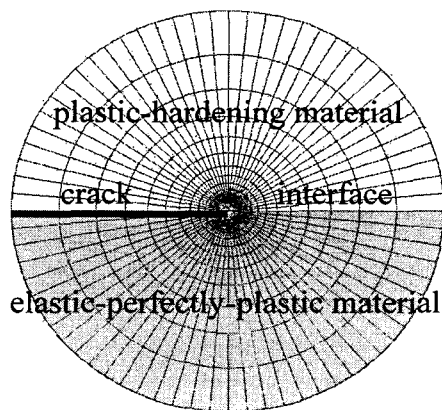


Fig. 1 Rice and Rosengren piecewise power law type hardening materials



(a) Half model for a homogeneous material



(b) Full model for a bimaterial

Fig. 2 The FE meshes for MBL analyses

2.1 균질 완전소성재료의 균열선단 응력장

완전소성재료에서 균열선단 소성역내 깊은 안쪽의 Prandtl 응력장은 Fig. 3와 같이 3개의 특성 영역으로 구성된다.<sup>(16)</sup> 균열선단에서부터 영역 I과 영역 II의 구분 선  $l$ , 영역 II와 영역 III의 구분 선  $m$ 까지의 위치각을 각각  $\varphi_1$ 과  $\varphi_2$ 로 나타내자. 영역 I ( $135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ )에서는, 항복조건과 자유면 경계조건으로부터, 응력구속상태를 나타내는 삼축응력 즉 평균응력  $\sigma_m$ 이 전단항복응력  $k_0$ 와 같은 값을 갖게 된다. fan 영역 II ( $45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ )에서는 Hencky의 평형방정식 ( $d\sigma_m = -2k_0 d\theta$ )에 준하여,  $\sigma_m$ 이 계면으로부터의 위치각  $\theta$ 의 크기에 따라 선형적으로 변하게 된다. 균열선단 앞 영역 III ( $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ )에서의 삼축응력값은  $k_0(1+\pi)$ 이다.

이러한 균열선단 영역특성은 충분한 구속상태 하에서 얻어지는 것이다. 구속상태가 작아지면 균열선단 영역특성이 바뀐다. 시편형상과 하중형태에 따르는 구속상태는  $T$ -응력으로 정량화된다. Fig. 4는 무차원화된  $T$ -응력 ( $\tau \equiv T/\sigma_0$ )에 따른 균열선단 삼축응력상태를 보여준다. 여기서  $\varphi_0$ 와  $\varphi_1$ 의 의미는 아래 Fig. 5에서 설명된다. 영역 I에서 일정 삼축응력을 갖는 특성이 음의  $\tau$ 에서는 사라지며, 이는 Du와 Hancock<sup>(16)</sup> 결과와 일치한다. 즉 균열선단이 소성역으로 둘러싸여 있다는 미끄럼선장 이론해와는 달리, 실제로는 Fig. 5와 같이 구속상태에 따라 균열자유면과 선  $n$  사이에 탄성역이 존재할 수 있다. 이를 반영해, 균열선단 응력장을 탄성역이 추가된 네 영역으로 수정하여 구분할 수 있다. 계면에서 선  $n$ 까지의 위치각을  $\varphi_0$ 라

하자.  $T$ -응력이 보다 음의 값을 가지면  $\varphi_0$ 는 감소하며 탄성역이 증가하여, 균열선단의 응력완화로 이어지게 된다.  $T$ -응력이 보다 음의 값으로 줄어들면, 영역 I과 II의 경계위치각  $\varphi_1$ 이 줄어들는다. 즉 삼축응력의 선형증가구간인 fan 영역이 감소하여 균열선단에서의 삼축응력 값도 감소한다. 양의  $T$ -응력일 때 비해,  $\tau$ 가  $-0.7$ 인 경우 삼축응력이 약 41% 정도 낮아진다. 결과적으로 (무차원화된)  $T$ -응력의 변화에 따라 균열선단 응력장도 함께 변하게 된다.<sup>(12)</sup> 여기서 또 다른 주목점은,  $T$ -응력이 영역 II와 III를 구별하는 위치각  $\varphi_2$ 에는 전혀 영향을 주지 않는다는 것이다. 양의  $T$ -응력에서는 균열선단이 소성역으로 둘러싸이게 되고, fan 영역 II의 크기 변화없이 삼축응력이 일정값으로 수렴한다.

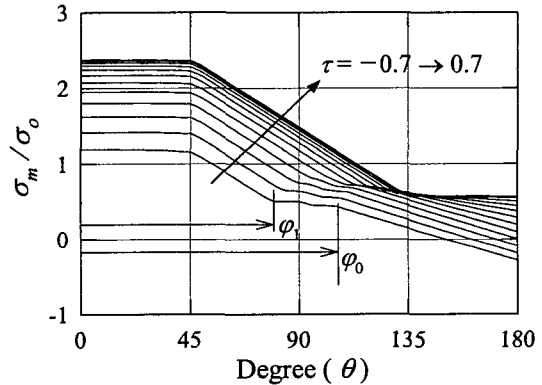


Fig. 4 Normalized hydrostatic stresses at various values of  $T$ -stress in elastic-perfectly plastic material

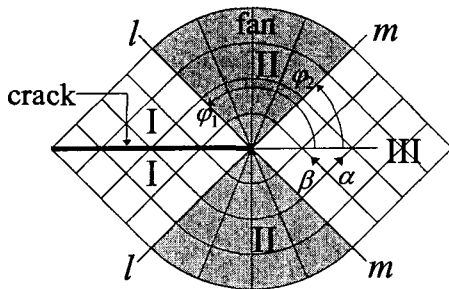


Fig. 3 The Prandtl slip-line field in far-field mode I loading

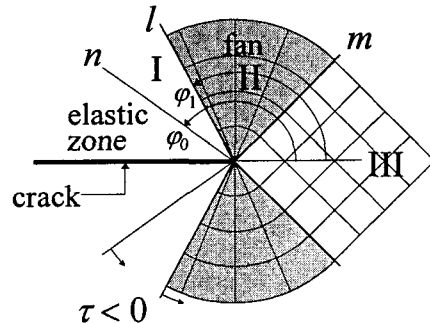


Fig. 5 Modified Prandtl slip line field in far-field mode I loading

2.2 변형경화 이중접합재의 구속상태

앞절에서는  $T$ -응력으로 정량화되는 구속상태에 따라 균질재 균열선단 영역의 변화를 보았는데, 이 때,  $T$ -응력이 영역 II와 III를 구별하는 위치 각  $\phi_2$ 에는 전혀 영향을 주지 않음에 주목하였다.

본 절에서는 이중접합재의 계면균열선단 구속상태에  $T$ -응력과 변형경화 불일치가 주는 영향을 미끄럼선장과 관련지어 살펴본다. Fig. 6는 균열선단부터 균열선단 열립 변위 (crack-tip opening displacement, CTOD)의 개략 4배 즉  $r = 2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 반경방향 위치에서 각변화에 따른 삼축응력을 보여주고 있다. 각각의 경우는 단성-완전소성 재료를 기준으로 하여 상대편에 변형경화가 다른 재료를 접합시켰을 때, 기준 단성-완전소성 재료에서의 삼축응력상태를 나타내고 있다.  $T$ -응력과는 무관했던 (Fig. 4), 균열선단면 ( $\theta = 0^\circ$ ) 으로부터  $fan$ 까지의 위치각  $\phi_2$ 는 이중접합재에서는 변형경화불일치에 따라 감소한다 (Fig. 6). 즉 삼축응력의 선형증가구간인  $fan$  영역 II의 증가로 삼축응력은 증가하게 된다. 가장 극단인 선형탄성 재료와 접합된 경우, 완전소성재료에서의  $fan$  영역 II가 계면까지 확장돼 영역 III는 없어지게 된다. 또한 변형경화불일치의 영향으로 영역 III의 균질 응력특성이 사라짐을 알 수 있다. Fig. 7은 완전소성재료내 삼축응력을  $T$ -응력과 변형경화지수에 따라 나타낸 것이며, 아래 식 (5)는 Fig. 7의 유한요소해들의 회귀식이다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right)_{\theta=0} = A_n + B_n \tau + C_n \tau^2 + D_n \tau^3 \quad (5)$$

$$; -0.7 \leq \tau \leq 0.7$$

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2.11 & 1.50 & 5.69 & -6.18 \\ 0.68 & -1.08 & 15.1 & -13.6 \\ -0.88 & 2.14 & -4.07 & 1.49 \\ 0.29 & -1.11 & 1.46 & -0.45 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1/n^0 \\ 1/n^1 \\ 1/n^2 \\ 1/n^3 \end{pmatrix}$$

Fig. 8은 상대 접합재의 변형경화지수가 7, 13인 경우, 식 (5)에 의한 예측해와 유한요소해를 비교한 것으로 식 (5)의 유효성을 보여준다. 가장 큰 변형경화 불일치 이중접합재의 경우 평균응력이 완전소성 균질재료에 비해 최대 32% 정도 크다. 따라서 계면균열선단 응력장 기술시  $T$ -응력과는 독립적으로 재료불일치 영향도 고려해야 한다.

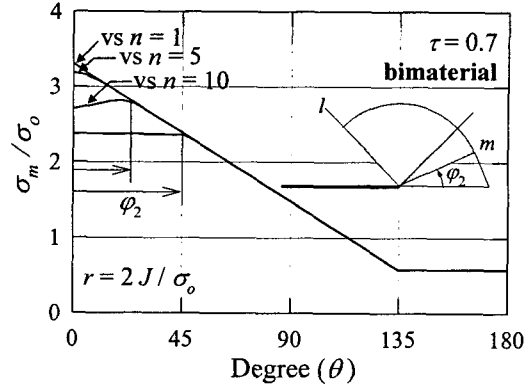


Fig. 6 Normalized hydrostatic stresses at various values of plastic hardening mismatch

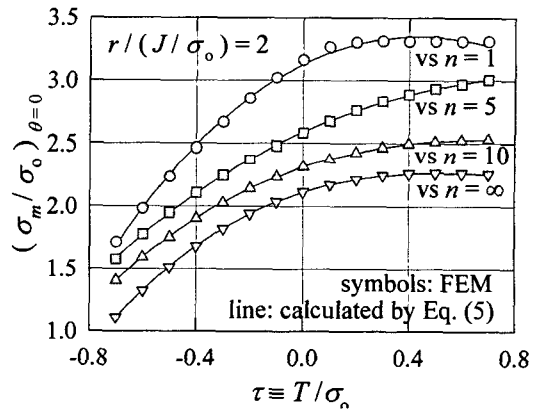


Fig. 7 Normalized interfacial mean stresses obtained from FEM

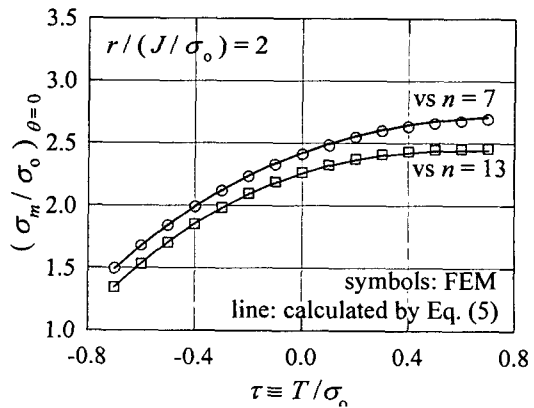


Fig. 8 Normalized interfacial mean stresses obtained from the prediction of Eq. (5) and FEM

### 3. 이중접합 SEC시편의 유한요소해석

#### 3.1 SEC시편의 유한요소모델

Fig. 9은 접합계면을 따라 계면균열이 존재하는 평면변형을 이중접합 SEC시편의 유한요소망이다. 유한요소망은 약 1800개의 요소와 5900개의 절점으로 구성되어 있으며, 균열선단 바로 앞의 가장 작은 요소크기는 시편폭의 0.002배 정도이다. 폭  $W$ 에 대한 균열깊이  $a$ 의 비, 즉 상대 균열깊이 ( $d \equiv a/W$ )를 0.1에서 0.7까지 0.1간격으로 변화시켜, 7개의 SEC시편 형상을 선정한다. SEC시편 상하단에 최고 구속상태를 야기하는 순수굽힘하중을 적용한다. Wu 등<sup>(17)</sup>은 탄성·완전소성재료에서 항복하중의 크기를 각 상대 균열깊이에 따라 아래 식 (6)과 같이 정리하였다.

$$M_{lim} = \begin{cases} (C_0 + C_1d + C_2d^2) k_o b^2 & ; d \leq 0.3 \\ 0.63 k_o b^2 & ; d \geq 0.3 \end{cases} \quad (6)$$

$$(C_0, C_1, C_2) = (0.498, 0.843, -1.33)$$

여기서  $k_o (= \sigma_o/\sqrt{3})$ 는 전단항복응력,  $b (= W-a)$ 는 시편 리가먼트 길이를 나타낸다. 항복하중과의 상대하중비  $M (= M_{app}/M_{lim})$ 을 0.2에서부터 1까지 0.2 크기 간격으로 변화시켜 다양한 크기의 하중을 고려한다.

#### 3.2 SEC시편의 계면균열선단 응력장

본 절에서는 기하형상과 하중형태 및 이중재 변형경화 불일치까지 고려하여, SEC시편 계면균열선단 탄소성 응력장을 기술한다. 이를 위해서는, 동일형상에서 선형탄성 파괴역학에 기초하여  $J-T$  두 변수에 의한 응력장기술 작업이 선행되어야 한다. 실제시편에서 소규모 항복하의  $T$ -응력은 0이다. 그러나 하중이 증가하면  $T$ -응력이 상당한 값으로 변화한다. 일단 시편형상과 하중형태가 주어지게 되면, 하중크기와는 무관하게, 음 또는 양의  $T$ -응력이 결정되고, 하중크기는 그러한  $T$ -응력의 크기를 비례적으로 증가시키는 역할을 한다. 그 비례 상수에 해당되는 것이 응력이축성비 (biaxiality ratio)이다. Fig. 10은 굽힘하중을 받는 SEC시편의 기하형상 즉 상대 균열깊이 변화에 따른 응력이축성비를 보여준다.

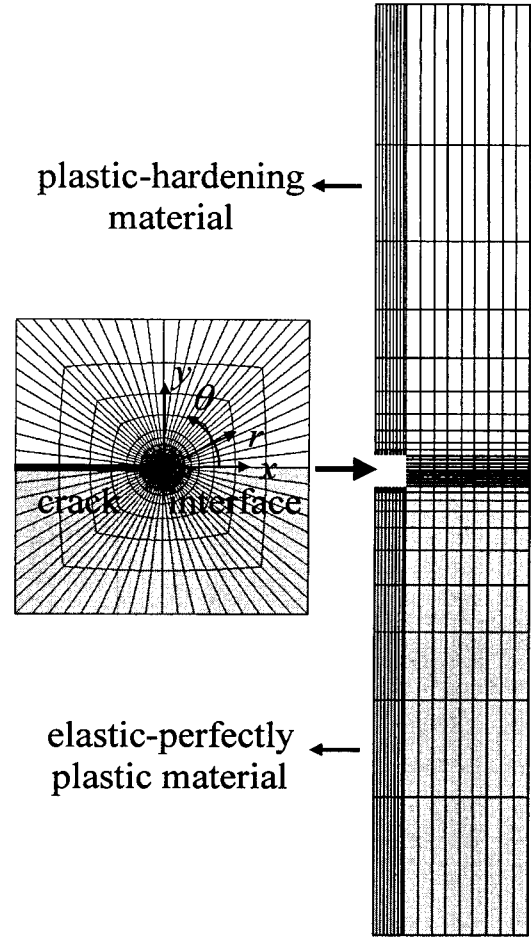


Fig. 9 The FE mesh for a plane strain SEC bimaterial specimen with relative crack depth of 0.1 under pure bending

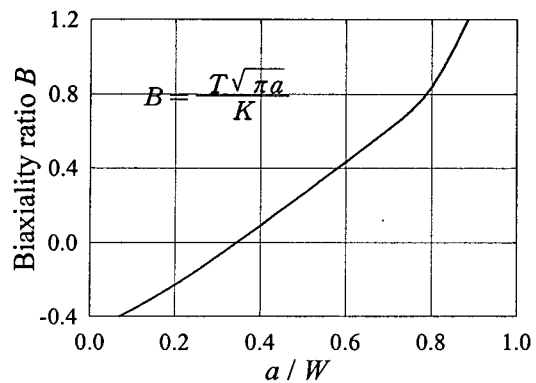


Fig. 10 The values of the biaxiality ratio for the SEC specimen under pure bending

Leevers와 Radon<sup>(18)</sup>은 아래식 (7)과 같이 응력이축성 비  $B$ 를 정의하였고, 이  $B$ 가 응력집중계수  $K$ 와는 독립적인 유용한 변수라는 것을 밝혔다.

$$B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K} \quad (7)$$

선형탄성 파괴역학에서의 응력집중계수  $K$ 는 식 (8)과 같이 표현된다.

$$K = F(d)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (8)$$

$F(d)$ 는 기하형상 및 하중형태를 반영하는 무차원화된 상대균열길이 ( $d \equiv a/W$ )만의 함수이며, 응력  $\sigma$ 는 본 해석의 SEC 시편 순수굽힘하중의 경우  $6M_{app}/W^2$ 이다. 식 (7)  $B$ 의 정의에 따라  $T$ -응력은 다음 식 (9)와 같이 표현될 수 있다.

$$T = \frac{B(d)K(d,\sigma)}{\sqrt{\pi a}} = B(d)F(d)\sigma \quad (9)$$

즉  $T$ -응력도  $K$ 와 마찬가지로 하중크기 최도인  $\sigma$ 와 시편형상 및 하중형태의 함수인  $B(d)$ 와  $F(d)$ 의 곱으로 나타낼 수 있다. 따라서 두 지배변수들로 표현되는 균열선단 응력장은 식 (2)에서 식 (10)으로 변환되어, 시편 기하형상 및 하중형태를 표현하는 상대 균열길이의 함수와 하중크기의 함수 곱으로 나타낼 수 있다. 즉 선형탄성재료에서 균열선단 응력장은 하중형태가 결정되어 있을 때 기하형상과 하중크기의 두개의 독립된 요인으로 설명되어 질 수 있다.

$$\sigma_{ij} = F(d)\left[\sqrt{\frac{a}{2r}} f_{ij}(\theta) + B(d)\delta_{ij}\delta_{ij}\right]\sigma \quad (10)$$

이같은 선형탄성해석 특성을 탄소성 해석으로 확장하여 적용하면, 균열선단 재료특성이 같으면 시편형상 및 하중형태와 크기가 균열선단에서의 응력장을 결정한다고 볼 수 있다. 따라서 주어진 재료에 대해, 기하형상과 하중상태가 다르더라도, 함수  $F(d)[\sqrt{a/2r} f_{ij}(\theta) + B(d)\delta_{ij}\delta_{ij}]$ 와 하중크기 함수  $\sigma$ 의 곱의 크기가 같다면, 동일한 응력장이 얻어지리라 예상할 수 있다. Figs. 11a-d는 위와 같은 방법으로 굽힘하중하의 SEC시편에서 형상과

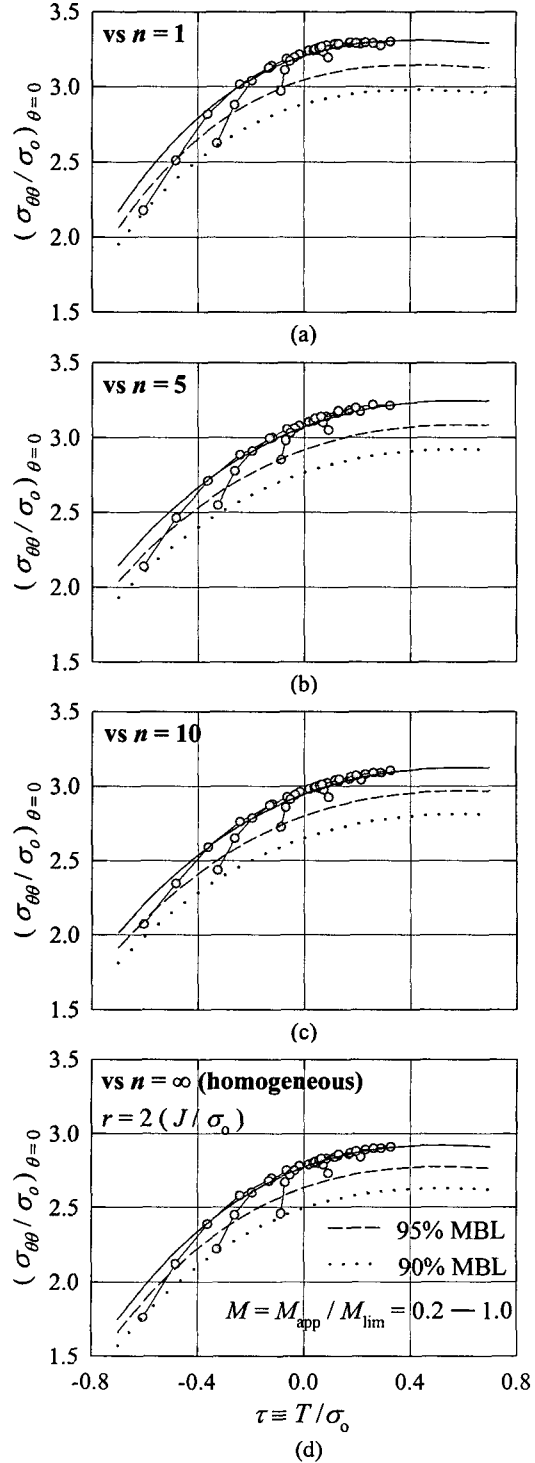
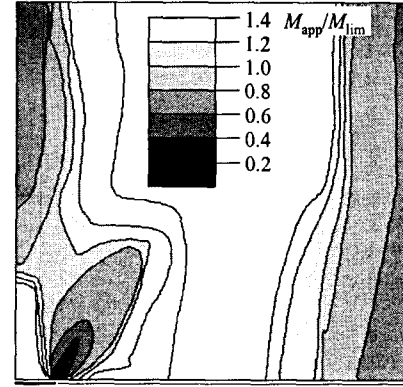


Fig. 11 Normalized opening stresses obtained from MBL and SEC specimen for various values of  $T$ -stress and plastic hardening mismatch

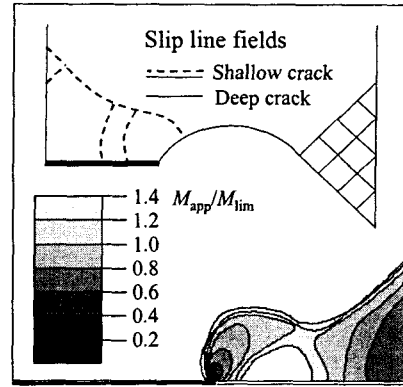
하중크기에 따라  $T$ -응력을 구하여, 균열선단으로부터 거리  $r=2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서 균열선단면( $\theta=0^\circ$ )에서의 열림응력  $\sigma_{\theta\theta}$ 를 나타낸 것이다. 2차 파괴변수  $T$ -응력으로 기술한 SEC시편에서의  $\sigma_{\theta\theta}$  값이 대부분 MBL해와 90% 이내로 근사함을 알 수 있다. 이는, 본 해석 범위내에서, 적어도 항복하중상태  $M=1$ 일 때까지  $J$ - $T$  두 변수에 의한 응력장 기술이 유효함을 입증한다. 실제 구조물에서는 항복하중 상태인 경우는 거의 없으므로, 대부분의 경우, 균열선단 응력장을  $J$ - $T$  두 변수로 정확하게 예측할 수 있다고 볼 수 있다. Fig. 11에서 가는 실선은 같은 기하형상(같은 균열깊이)을 나타내고 있으며, 하중증가에 따라 MBL해보다 낮은 응력값을 보인다. 또한 이러한 응력완화는 SEC시편 균열길이가 짧을 때 즉  $T$ -응력이 음일 때 더 크게 발생한다. Fig. 12는 하중증가시 상대균열깊이에 따른 소성역의 성장과정 특성을 보여준다. 여기서 균열길이가 짧으면 ( $a/W=0.1$ ) 균열선단과 뒤쪽 자유면이 가까워서, 소성역이 자유면과 연결되는 것을 볼 수 있다. 이로 인해 응력완화가 보다 쉽게 발생한다. MBL 유한요소 해석시는 SSY 상태를 유지하면서 다양한  $T$ -응력값들을 경계층에 적용한다. 이에 균열선단 응력장에 대한  $T$ -응력의 영향을 독립적으로 명기할 수 있었다. SEC시편 전체 모델에서는 하중증가에 따라 SSY 상태를 벗어나  $J$ -지배영역이 사라지게 된다. 어느 시점에서는 변형정도가 심해  $J$ - $T$  두 변수에 의한 응력장 기술도 한계에 이른다. 그러나, Fig. 11에서 확인된 바와 같이, 항복하중상태 이전에는 변형경화 이중접합재 SEC시편의 완전 소성 구속상태가 두 변수로 충분히 기술된다.

4. 계면균열에서의  $J$ -적분

$J$ -적분은 탄·소성 파괴역학에서 응력-변형률장을 설명하는 주요 인자이다. 본 장에서는 SEC시편을 대상으로 변형경화 이중접합재 균열선단에서, 파괴지배변수  $J$ -적분에 대한 각 재료의 상대적 기여도를 살펴보고자 한다. 변형경화가 다른 이중접합재의  $J$ -적분은 Fig. 13과 같이, 변형경화성이 큰 재료 (작은 변형경화지수)의 기여치  $J_H$  와 변형경화성이 작은 재료 (큰 변형경화지수)의 기여치  $J_L$  의 합 ( $J=J_H+J_L$ )으로 생각할 수 있다.



crack interface  
(a)  $a/W=0.1$



crack interface  
(b)  $a/W=0.5$

Fig. 12 Effect of the relative crack depth on the evolution of plastic zone shape and size with deformation in elastic-perfectly plastic homogeneous specimens under pure bending (a) shallow crack (b) deep crack

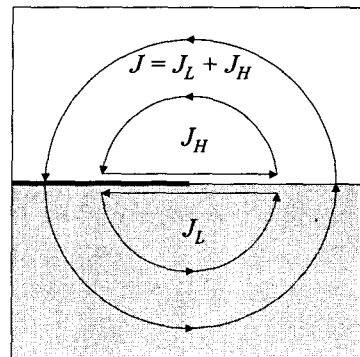


Fig. 13 Definition of contour integrals for mismatch specimens



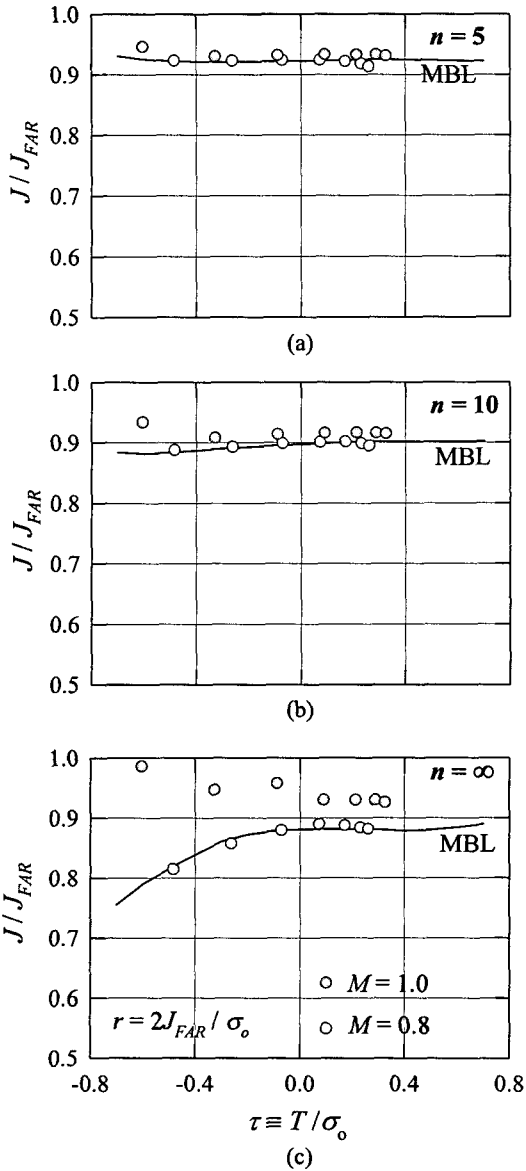


Fig. 14  $J$ -integral at various values of  $T$ -stress for plastic hardening homogeneous materials

본 해석은  $J$ -적분의 이론 배경인 변형소성이론이 아닌  $J_2$ -중분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하였다. 이 연유로  $J$ -적분값은 적분 경로에 의존적인 값을 갖는다. 먼 경로를 따르는  $J$ -적분은 한 값으로 수렴하는데 그 값을  $J_{FAR}$  라 정의 하자. Fig. 14은 변형경화 균질재료를 대상으로 MBL 모델과 SEC시편에서 다양한  $T$ -응력에 따른 균열선단 근처의 ( $r=4CTOD$ )  $J$ 값과  $J_{FAR}$  값의

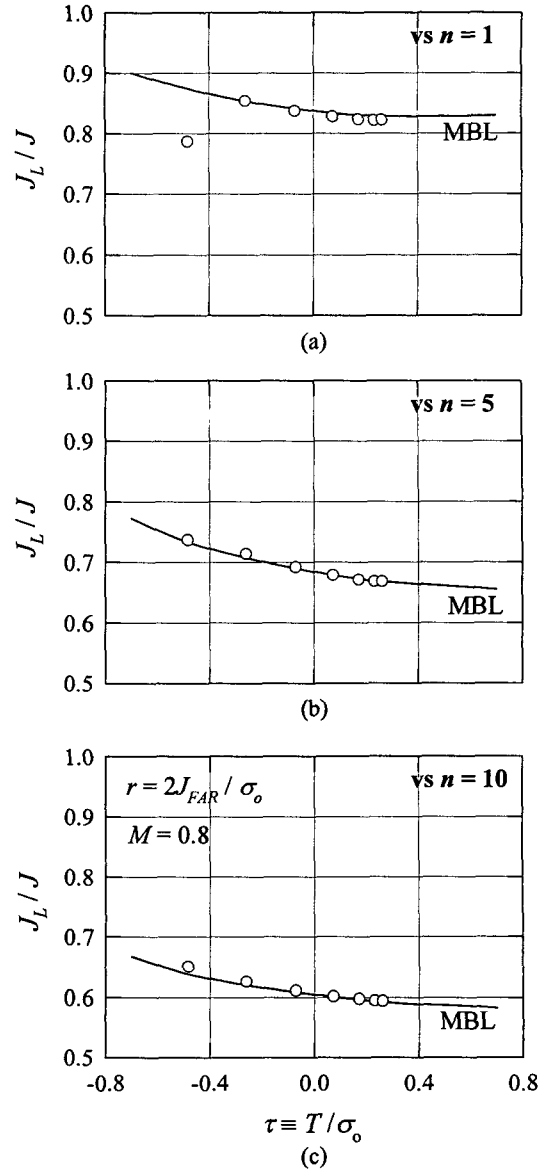


Fig. 15  $J$ -decomposition at various values of  $T$ -stress for plastic hardening bimaterials

비를 비교하여 보여주고 있다.  $n=5, 10$ 인 경우에 대해 MBL  $J$ -적분값은  $T$ -응력과 상관없이 거의 일정하다. 단  $n=\infty$ 인 완전소성재료의 경우, 음의  $T$ -응력에서 MBL  $J$ -적분값은 감소한다. 양의  $T$ -응력에서는 변형경화성이  $J/J_{FAR}$ 의 변화에 주 영향 인자로 작용하는데, 완전소성재료에서는 약 0.88의 값을 갖고, 경화지수가 10, 5인 경우 각각 0.9, 0.93의 값을 갖는다. SEC시편의 경우, 하중  $M=0.8$ 일 때

까지는 MBL 해와 일치하는  $J$ -적분값들을 보이나, 하중이  $M=1$ 인 완전소성상태에 들어서면 MBL 해와 다른  $J$ -적분값들을 보인다. 특히  $n=\infty$ 인 완전소성 재료에서는 음의  $T$ -응력에서 약 10% 큰  $J/J_{FAR}$  값을 갖는다.

이중접합재에서는 구성재료들의 변형경화불일치에 따라 각 구성재료에서의 균열선단 소성역의 크기와 모양, 그리고 소성역내의 변형정도가 서로 다르다. 이에 따라 계면균열선단 각 재료에서의  $J$ -값이 전체  $J$ -적분값에 기여하는 정도가 다르게 된다. Fig. 15은, 주어진 변형경화 불일치에서 하중  $M=0.8$ 일 때,  $T$ -응력에 따른 균열선단  $J$ -적분의 상대기여도이다. 각 경우는 탄성-완전소성 재료를 기준으로 하여 상대편에 변형경화가 다른 재료를 접합시켰을 때, 기준 탄성-완전소성재료의  $J$ -적분 상대기여도  $J_L/J$ 를 보여준다.  $T$ -응력보다는 접합된 상대재료의 변형경화지수가  $J_L/J$  값에 더 지배적인 영향을 줌을 볼 수 있다. 하중  $M=0.8$ 일 때, 이중접합 SEC시편에서의  $J$ -적분 상대기여도는 이중접합 MBL모델에서의 그것과 거의 일치한다. 이중접합재의 변형경화차이가 클수록 탄성·완전소성 재료의  $J$ -적분의 기여비는 커진다. 완전탄성재료와 접합된 극단 이중접합재에서는  $J_L/J$  값은 최대 0.9가 된다. 변형경화지수가 10, 5인 재료와 접합된 경우에는  $J_L/J$  값이 각각 최대 0.67, 0.77이 된다. 양의  $T$ -응력에서는, 상대접합재료의 변형경화지수가 1, 5, 10일 때,  $J_L/J$ 는 각각 0.83, 0.66, 0.58의 수렴값을 갖는다. 이중접합재의 변형경화차이는  $T$ -응력과는 거의 독립적으로 완전소성재료의  $J$ -적분의 기여비에 영향을 준다고 볼 수 있다.

앞절에서는 변형경화불일치 이중재에서 작은 변형경화 재료가 그 재료의 균열인 경우보다 더 높은 삼축응력을 가짐을 보였다. 본 절에서는 변형경화불일치 이중재에서 작은 변형경화 재료가  $J$ -적분의 상대적 기여비가 0.5 이상임을 보였다. 즉 변형경화불일치 이중재에서 낮은 변형경화재료에서 더 큰 균열선단 구속상태와 균열 진전력  $J$ 를 갖게 된다. 결과적으로 상대 접합된 재료보다 더 큰 인성을 가짐에도 불구하고 계면근처의 균열은 낮은 변형경화재료 (대개는 인성이 더 큼)에서 성장할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 균질재와 불일치재료의 응력장에 유사성이 없고 또한  $J_L/J$ 가 균열선단부터의 거리에 의존적이어서,  $J$ -분할의 실용적 의미는 추후 연구를 필요로 한다.

## 5. 요약

본 연구에서는 변형경화불일치 이중접합재의 유한요소해석을 통하여, 계면균열선단 응력장과  $J$ -적분을 고찰하였다. 파괴지배변수  $J$ - $T$ 에 의한 SEC 시편 계면균열선단 응력장 기술의 유효성을 확인하였다. 기하형상 및 하중상태를 반영하는 2차변수  $T$ -응력에 의해 균열선단 응력장이 상당히 달라짐을 알 수 있었다. 또한 변형경화 불일치는  $T$ -응력과 거의 독립적으로 균열선단 응력장과  $J$ -적분기여비에 영향을 줌을 보였다.  $T$ -응력과 변형경화불일치가 계면균열 응력구속상태와  $J$ -적분에 미치는 영향에 대한 연구에서 아래와 같은 결과들을 얻었다.

(1) 이중접합 계면균열선단의 구속상태 특성을 보면,  $\tau(\equiv T/\sigma_0)$ 가 -0.7인 경우 완전소성균질재에서 삼축응력이 Prandtl해보다 41% 감소하며, 탄성재료와 접합된 극단 이중접합재에서는 삼축응력이 Prandtl해보다 32% 증가한다.

(2) 순수균질하 완전소성 하중상태에서의 SEC 시편 응력들은  $J$ - $T$ 에 의한 응력해과 오차 10% 내로 일치하며, 음의  $T$ -응력이 얻어지는 얇은 균열 깊이의 시편에서 상대적으로 큰 균열선단 응력 완화가 발생한다.

(3) 증분소성이론에 기초한 균열선단 근처의  $J$ -적분은 재료의 변형경화성이 작을수록 작아지며 이는 결과적으로 높은 파괴인성치로 연결된다고 볼 수 있다. 완전소성재료의  $J/J_{FAR}$ 는 양의  $T$ -응력에서 약 0.88이다.

(4) 변형경화 이중접합재에서 완전소성재료의  $J$ -적분기여비  $J_L/J$ 는 상대접합재의 변형경화지수가 1, 5, 10일 때, 최대 0.9, 0.77, 0.67의 값을 갖고, 이로써 변형경화불일치가 클수록 완전소성재료에 균열선단변형이 집중됨을 유추할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 산하 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Larsson, S. G. and Carlsson, A. J., 1973, "Influence of Non-singular Stress Terms and Specimen Geometry on Small-Scale Yielding at Crack-Tips in Elastic-Plastic Materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 21, pp. 263~277.
- (2) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 111~114.
- (3) Rice, J. R., 1974, "Limitations to the Small-Scale Yielding Approximation for Crack-Tip Plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 22, pp. 17~26.
- (4) Betegon, C. and Hancock, J. W., 1991, "Two-Parameter Characterization of Elastic-Plastic Crack-tip Fields," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 104~110.
- (5) Wang, Y.-Y. and Parks, D. M., 1993, "On the Two-Parameter Characterization of Elastic-plastic Crack-front Fields In Surface-cracked Plates," In *Constraint Effects in Fracture*, ASTM STP 1171, pp. 120~138.
- (6) O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., 1991, "Family of Crack-tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter- I. Structure of Fields," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 989~1015.
- (7) O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., 1991, "Family of Crack-tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter- II. Fracture Application", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 40, pp. 939~963.
- (8) McClintock, F. A., 1968, "A Criterion for Ductile Fracture by Growth of Holes," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 363~371.
- (9) Rice, J. R. and Tracey, D. M., 1969, "On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, pp. 201~217.
- (10) Dodds, R. H., Jr., Shih, C. F. and Anderson, T. L., 1992, "Continuum and Micromechanics Treatment of Constraint in Fracture," UILU-ENG-92-2014, University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Civil Engineering.
- (11) Lee, H. and Heon, S., 2000, "The 3D Surface Crack-front Constraints in Welded Joints, *Transactions of KSME (A)*, Vol. 24, pp. 144~155.
- (12) Lee, H., Ham, J. and Kim, Y.-J., 1999, "MBL Based Investigations of Interfacial Crack-Tip Constraints and  $J$ -integrals in Plastically Hardening Bimaterials," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 23, pp. 1525~1535.
- (13) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (14) Parks, D. M., 1992, "Advanced in Characterization of Elastic-Plastic Crack-Tip Fields," In *Topics in Fracture and Fatigue*, A. S. Argon (ed.), Springer-Verlag, pp. 59~98.
- (15) ABAQUS *User's Manual*, 1998, Version 5.8, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (16) Du, Z.-Z. and Hancock, J. W., 1991, "The Effect of Non-Singular Stresses on Crack-tip Constraint," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 37, pp. 555~567.
- (17) Wu, S.-X., Mai, Y.-W. and Cotterell, B., 1990, Plastic  $\eta$ -factor ( $\eta_p$ ) of Fracture Specimens with Deep and Shallow Cracks," *International Journal of Fracture*, Vol. 45, pp. 1~18.
- (18) Leevers, P. S. and Radon, J. C., 1982, Inherent Stress Biaxiality in Various Fracture Specimen Geometries," *International Journal of Fracture*, Vol. 18, pp. 311~325.