

## 비대칭 원주방향 관통균열 배관의 탄소성 $J$ -적분 계산식

심도준\* · 허남수\* · 김윤재\*\* · 김영진†

(2002년 12월 20일 접수, 2003년 6월 7일 심사완료)

### Elastic-Plastic $J$ Estimations for Pipes with Off-Centred Circumferential Through-Wall Cracks

Do-Jun Shim, Nam-Su Huh, Yun-Jae Kim and Young-Jin Kim

**Key Words :** Elastic-Plastic Fracture Mechanics(탄소성 파괴역학),  $J$ -integral( $J$ -적분), Off-Centred Circumferential Crack(비대칭 원주방향균열), Reference Stress Method(참조응력법)

#### Abstract

This paper provides approximate  $J$  estimates for off-centred, circumferential through-wall cracks in cylinders under bending and under combined tension and bending. The proposed method is based on the reference stress approach, where the dependence of elastic and plastic influence functions of  $J$  on the cylinder/crack geometry, the off-centred angle and strain hardening is minimised through the use of a proper normalising load. Based on published limited FE results for off-centred, circumferential through-wall cracks under bending, such normalising load is found, based on which the reference stress based  $J$  estimates are proposed for more general cases, such as for a different cylinder geometry and for combined loading. Comparison of the estimated  $J$  with extensive FE  $J$  results shows overall good agreements for different crack/cylinder geometries and for combined tension and bending, which provides sufficient confidence in the use of the proposed method to fracture mechanics analyses of off-centred circumferential cracks. Furthermore, the proposed method is simple to use, giving significant merits in practice.

#### 1. 서론

균열이 존재하는 원자력발전소 배관에 대한 건전성을 평가하기 위해서는, 균열배관에 대한 파괴역학적 해석을 수행하여야 한다. 이를 위해서는 탄소성 파괴역학 매개변수인  $J$ -적분을 계산해야 한다. 특히, 관통균열 배관에 대한 파괴역학적인 해석은 원전배관의 파단전누설(Leak-Before-Break; LBB) 해석을 위해 필수적이다.<sup>(1)</sup> 이와 같은 이유로, 관통균열 배관에 대한 공학적인 평가방법에 대해서는 현재까지 많은 연구가 수행되어왔다.<sup>(2-4)</sup>

대부분의 원전 배관은 굽힘모멘트를 지배적으로 받고 있다. 또한, LBB 해석을 단순화시키고 보

수적인 결과를 얻기 위해 균열이 배관의 굽힘면에 대칭적으로 존재한다고 가정한다. 하지만 균열은 임의의 위치에서 발생할 수 있기 때문에, 경우에 따라서는, 특히 용접부에서는 배관의 굽힘면에 비대칭적(off-centred)으로 존재할 수 있다. Rahman 등<sup>(4,5)</sup>은 비대칭 원주방향 관통균열에 대한 탄소성 파괴역학 해석을 수행한 바 있다. 이를 통해, 균열이 비대칭적으로 존재하는 경우의 균열진전력(crack driving force), 예를 들어, 응력확대계수(stress intensity factor) 또는  $J$ -적분값이 대칭적으로 존재하는 균열의 값보다 작다는 것을 확인하였다. 이와 같은 결과를 바탕으로 Firmature과 Rahman<sup>(6)</sup>은 굽힘모멘트가 작용하고 비대칭 관통균열이 존재하는 배관에 대해 유한요소해석을 수행하여 탄성 및 탄소성  $J$ -적분 계산식을 제시하였다. 이 계산식은 변형소성이론(deformation plasticity theory)에 입각한 3차원 유한요소해석을 통해 도출한 식으로서, 비대칭 원주방향 관통균열이 존재하는 배관에 대한

† 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부

E-mail : yjkim@yurim.skku.ac.kr

TEL : (031)290-5274 FAX : (031)290-5276

\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

\*\* 성균관대학교 기계공학부

탄소성 파괴역학 해석에 유용하게 사용될 수 있다. 하지만, 이 계산식은 특정한 배관형상과 특정한 하중(굽힘모멘트)에 대해서만 적용이 가능하며, 일반적인 경우에 대한 적용은 불가능하다. 하지만, 이와 같이 특정한 경우에 대한 계산식을 도출하기 위해서도 많은 유한요소해석(105가지)을 수행하였다. 다양한 배관형상과 복합하중이 작용하는 경우에 대해서도 이와 같은 계산식을 제시하기 위해서는 매우 많은 유한요소해석을 수행해야 할 것이다. 또한, 이 방법에서는 해석시 입력조건으로 사용되는 Ramberg-Osgood 상수가 응력-변형률 곡선의 곡선적합 구간 및 방법에 민감하기 때문에 해석 결과도 크게 영향을 받는다.<sup>(7)</sup> 반면, 참조응력법(reference stress method)<sup>(8)</sup>에서는 앞서 서술한 방법의 단점이 보완되며, 사용이 매우 편리하여 복잡한 형상이나 하중형태에 적용이 용이하다. 최근 저자들은 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 J-적분 계산을 위한 새로운 공학적 계산식을 제시한 바 있다.<sup>(9)</sup> 이 계산식은 참조응력법에 기초한 식으로서, 그 결과가 유한요소해석결과 및 실험결과와 잘 일치하였다.<sup>(7,9)</sup> 이를 바탕으로 좀 더 복잡한 경우, 즉 복합균열이 존재하는 경우<sup>(10)</sup>와 복합하중이 작용하는 경우<sup>(11,12)</sup>에 대해서도 참조응력에 입각한 계산식을 제시한 바 있다.

본 논문의 목적은 참조응력 접근법을 이용하여 비대칭 원주방향 관통균열이 존재하는 배관에 굽힘모멘트와 인장하중이 동시에 작용하는 경우에 대한 공학적 J-적분 계산식을 제시하는 것이다. 이를 위해 먼저 비대칭 관통균열 배관에 대한 한계하중해석을 수행하였다.

## 2. 비대칭 관통균열 배관에 대한 실단면 한계하중 해석

### 2.1 응력평형에 기초한 한계해석

Fig. 1(a)는 평균반경이  $R_m$ , 두께가  $t$  인 배관에 관통균열이 존재하고, 배관이 인장하중  $P$ 와 굽힘모멘트  $M$ 을 받고 있는 경우를 도시한 것이다. 균열크기는 원주방향 길이  $2c$  또는 각도  $2\theta$ 로 나타내었으며, 비대칭 각도는  $\phi$ 로 나타내었다.

실단면(net-section) 한계하중 해석을 위해 전역평형(global equilibrium)을 만족하는 응력장, 즉, 탄성완전소성(elastic-perfectly-plastic) 재료의 항복응력  $\sigma_y$ 가 중립축 윗부분 및 아래부분에 각각 인장과 압축으로 작용하는 응력장을 이용하였다(Fig. 1(b)). 중립축은 두개의 각도,  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 로 나타낼 수 있다. 해석을 단순화하기 위해서 두 가지 가정을

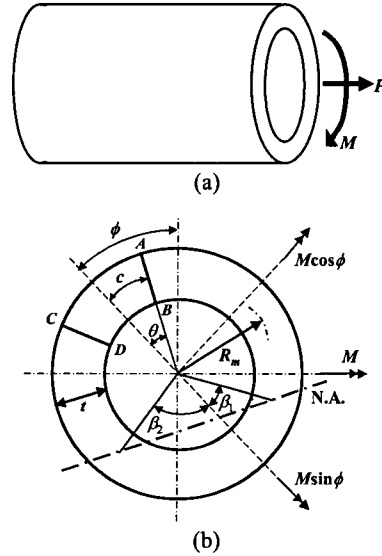


Fig. 1 Schematic illustration of a cylinder with an off-centred circumferential through-wall crack under combined tension and bending

설정하였다. 첫번째 가정은 배관의 두께( $t$ )가 배관의 평균반경( $R_m$ )에 비해 매우 작다는 가정이다. 즉  $R_m/t$ 가 상대적으로 큰 경우를 의미한다. 두번째 가정은 더 중요한 가정으로서, 균열면이 모두 중립축 윗부분, 즉, 인장력이 작용하는 부분에 위치한다는 가정이다. 이 가정으로 인해 균열의 길이(각도) 및 비대칭 각도의 범위는 제한된다. 이 조건이 만족되지 않는 경우, 즉, 균열의 일부가 중립축 아래부분에 존재하여 압축력을 받는 경우에는 균열닫힘(crack closure)현상이 고려되어야 한다.

앞서 서술한 두 가지 가정을 바탕으로 인장하중과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우에 대한 항복궤적(yield locus)을 다음과 같이 도출하였다.

$$m = \frac{1}{2 \cos \phi} (\sin \beta_1 + \sin \beta_2 - \sin \theta) \quad (1)$$

$$\beta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{4A^2(A^2 + B^2 - C^2)} - 2BC}{2(A^2 + B^2)} \right) \quad (2)$$

$$A = \tan \phi [1 + \cos(p\pi + \theta)] + \sin(p\pi + \theta)$$

$$B = 1 + \cos(p\pi + \theta) - \tan \phi \sin(p\pi + \theta)$$

$$C = \tan \phi \sin(p\pi + \theta)$$

$$\beta_2 = (1 - p)\pi - \theta - \beta_1$$

여기서,  $p$ 와  $m$ 은 각각 무차원화된 인장하중( $P$ )과 굽힘모멘트( $M$ )로 다음과 같다.

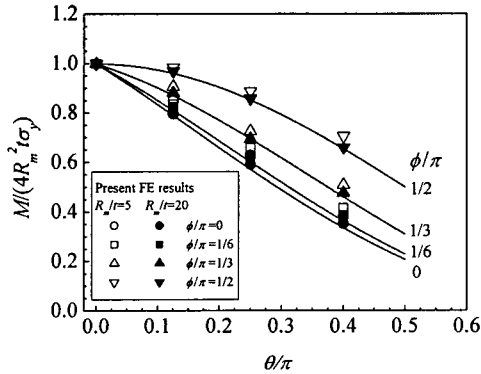


Fig. 2 Comparison of analytical limit moments, Eqs. (1) and (4), with the results from FE limit analysis for cylinders with off-centred circumferential through-wall cracks under bending

$$p = \frac{P}{2\pi R_m t \sigma_y} ; m = \frac{M}{4R_m^2 t \sigma_y} \quad (3)$$

순수굽힘모멘트가 작용하는 경우( $p=0$ ), 식 (2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\beta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{4A^2(A^2 + B^2 - C^2) - 2BC}}{2(A^2 + B^2)} \right) \quad (4)$$

$$A = \tan \phi (1 + \cos \theta) + \sin \theta$$

$$B = 1 + \cos \theta - \tan \phi \sin \theta$$

$$C = \tan \phi \sin \theta$$

$$\beta_2 = \pi - \theta - \beta_1$$

Fig. 2는 순수굽힘모멘트가 작용하는 비대칭 관통균열 배관에 대한  $m$ 을  $\theta/\pi$ 에 대하여 도식한 것으로, 4가지 비대칭 각도( $\phi/\pi$ )를 고려하였다. Fig. 2에 나타난 바와 같이  $\phi$ 가 증가할수록 한계굽힘모멘트가 증가하였다.

앞서 서술한 바와 같이 식 (1)~(4)는 균열 전체가 중립축 윗부분, 즉, 인장력이 작용하는 부분에 위치한다는 가정으로부터 도출된 식이다. 따라서, 균열길이  $\theta/\pi$ 는 다음과 같이 제한된다.

$$\beta_1 + \theta \leq \pi \quad \text{and} \quad \beta_2 + \theta \leq \pi \quad (5)$$

본 연구에서는 실제문제에서 주로 적용되는 범위인  $\theta/\pi \leq 0.5$ 이고  $\phi/\pi \leq 0.5$ 인 경우만을 고려하므로, 식 (5)의 조건이 만족된다.

## 2.2 유한요소한계해석 결과와 비교

2.1절에서 도출한 한계해석 결과를 검증하기 위

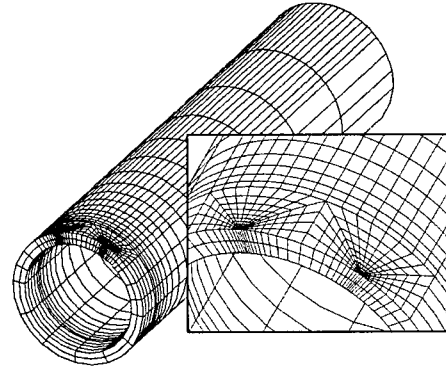


Fig. 3 A typical 3-D FE mesh for the cylinder with an off-centred circumferential through-wall crack with  $\theta/\pi=0.125$ , employed in the present work

해 범용 해석 프로그램인 ABAQUS<sup>(13)</sup>를 이용하여 탄성완전소성 재료에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 유한요소모델의 예를 나타낸 것이다. 해석모델의 대칭성을 고려하여 1/2모델링을 하였으며, 20절점 등계수 사각주요소(C3D20R)를 사용하였다. 또한, 해석과정에서 발생하는 수렴 문제를 고려하여 ABAQUS 내에서 지원하는 RIKS 옵션을 사용하였으며, 이를 통해 한계굽힘모멘트를 계산하였다.

Fig. 2는 식 (1)과 식 (4)를 이용하여 해석적으로 산출한 결과와 유한요소해석 결과를 도식적으로 비교한 것이다.  $R_m/t=20$ 인 경우,  $\theta/\pi$ 가 증가할수록 두 결과의 차이가 증가하였으나,  $\phi$ 가 증가할수록 차이가 감소하였다. 하지만, 모든 경우에 대하여 최대오차는 5% 이내였다.  $R_m/t=5$ 인 경우에는  $R_m \gg t$ 가 만족되지 못하므로 두 결과의 차이가 최대 12%까지 나타나지만, 유한요소해석 결과의 전체적인 경향은  $R_m/t=20$ 인 경우와 일치하였다.

## 3. 참조응력에 기초한 $J$ -적분 계산식

3.1 대칭 관통균열 배관에 대한  $J$ -적분 계산식  
재료가 Ramberg-Osgood 관계식을 따른다고 가정하면, 재료의 응력-변형을 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\varepsilon}{(\sigma_y/E)} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad (6)$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수,  $\alpha$ 와  $n$ 은 각각 상수와 가공경화지수이다. 대칭 관통균열 배관에 굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대한  $J$ -적분의 소성성분( $J_p$ )과

탄성성분( $J_e$ )는 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(2,14)</sup>

$$J_p = \alpha \left( \frac{\sigma_y^2}{E} \right) R_m \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) \cdot h_1 \left( \frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R_m}{t} \right) \cdot \left[ \frac{M}{M_L} \right]^{n+1} \quad (7)$$

$$J_e = \left( \frac{\sigma_y^2}{E} \right) R_m \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) h_1(n=1) \cdot \left[ \frac{M}{M_L} \right]^2 \quad (8)$$

여기서,  $M_L$ 은 대칭 관통균열에 대한 한계굽힘모멘트로서, 식 (1)과 식 (4)에서  $\phi=0$ 인 경우이다.<sup>(15)</sup>

$$M_L = 4R_m^2 t \sigma_y \left[ \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) - \frac{\sin \theta}{2} \right] \quad (9)$$

한편, 식 (7)에서  $h_1$ 은 소성영향함수로, 배관형상, 균열형상 및 가공경화지수의 함수이며 유한요소해석으로부터 그 값을 계산할 수 있다.<sup>(2,14)</sup> 식 (8)에서  $h_1(n=1)$ 은 탄성재료에 대한  $h_1$ 값을 의미한다. 식 (7)을 식 (8)을 이용하여 무차원화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{M}{M_L} \right)^{n-1} \quad (10)$$

식 (10)에서  $h_1(n)/h_1(n=1)$ 은  $\theta/\pi$ 와  $n$ 의 영향을 크게 받는다.<sup>(9)</sup> 저자들은 이 영향을 최소화하기 위해 최적참조모멘트  $M_{OR}$ 을 제시하였다.<sup>(7,9)</sup>

$$M_{OR} = \gamma(\theta) M_L \quad (11)$$

$$\gamma = 0.82 + 0.75 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) + 0.42 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^2 \text{ for } \theta/\pi \leq 0.5$$

식 (11)과 식 (9)를 이용하여 식 (10)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha H_1 \left( \frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R_m}{t} \right) \left( \frac{M}{M_{OR}} \right)^{n-1} \quad (12)$$

with  $H_1 = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \left( \frac{M_{OR}}{M_L} \right)^{n-1} = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \gamma^{n-1}$

$H_1$ 은  $\theta/\pi$ 와  $n$ 의 값에 큰 영향을 받지 않으며, 그 값은 공학적인 관점에서 보면 1에 가깝다.<sup>(9)</sup> 이를 근거로 식 (12)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} \approx \alpha \left( \frac{M}{M_{OR}} \right)^{n-1} \quad (13)$$

Ramberg-Osgood 재료에서 소성변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_p = \alpha \frac{\sigma}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{n-1} \quad (14)$$

따라서, 식 (13)은 참조응력( $\sigma_{ref}$ )과 참조변형률( $\epsilon_{ref}$ )을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} \cong \frac{E \epsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} ; \sigma_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} \sigma_y \quad (15)$$

소규모항복을 고려한 소성보정성분을 포함한 J-적분 계산식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(16)</sup>

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E \epsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E \epsilon_{ref}} ; \sigma_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} \sigma_y \quad (16)$$

### 3.2 비대칭 관통균열 배관에 대한 J-적분 계산식

Firmature와 Rahman<sup>(6)</sup>은 비대칭 관통균열 배관에 대하여 다음과 같은 보정계수를 이용하여 J-적분 계산식을 제안하였다.

$$K_{e,\phi} = \frac{J_{e,\phi}}{J_{e,\phi=0}} ; K_{p,\phi} = \frac{J_{p,\phi}}{J_{p,\phi=0}} \quad (17)$$

여기서, 하첨자  $\phi$ 와  $\phi=0$ 는 각각 비대칭 균열과 대칭 균열에 대한 값을 의미한다. 식 (17)을 이용하여 비대칭 균열에 대한 J-적분의 탄성성분( $J_{e,\phi}$ )과 소성성분( $J_{p,\phi}$ )을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{e,\phi} = \left( \frac{\sigma_y^2}{E} \right) R_m \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) h_1(n=1) \cdot K_{e,\phi} \left[ \frac{M}{M_L} \right]^2 \quad (18)$$

$$J_{p,\phi} = \alpha \left( \frac{\sigma_y^2}{E} \right) R_m \theta \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) \cdot h_1 \left( \frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R_m}{t} \right) \cdot K_{p,\phi} \left[ \frac{M}{M_L} \right]^{n+1} \quad (19)$$

참고문헌 (6)에서는  $R_m/t=10$ ,  $\theta/\pi=0.0625, 0.125, 0.25$ ,  $\phi=0, \pi/12, \pi/6, \pi/4, \pi/3, 5\pi/12, \pi/2$  및  $n=3, 5, 7, 10$ 에 대하여  $K_{e,\phi}$ 와  $K_{p,\phi}$ 를 균열선단 A-B 와 C-D (Fig. 1(b))에 대하여 각각 제시하였다. 한편, 식 (18)과 식 (19)에서의  $M_L$ 은 대칭 균열에 대한 한계굽힘모멘트이다.

식 (18)을 이용하여 식 (19)를 무차원화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

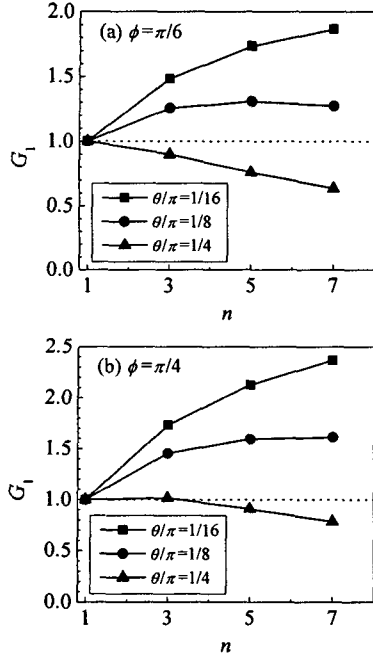


Fig. 4 Variations of  $G_1$  for off-centered cracks with  $n$  for the crack front  $A-B$

$$\frac{J_{p,\phi}}{J_{c,\phi}} = \alpha \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \frac{K_{p,\phi}}{K_{c,\phi}} \left(\frac{M}{M_L}\right)^{n-1} \quad (20)$$

식 (20)을 식 (1)과 식(4)에 주어진 비대칭 균열에 대한 한계급힘모멘트( $M_{L,\phi}$ )를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{J_{p,\phi}}{J_{c,\phi}} &= \alpha \left[ \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \frac{K_{p,\phi}}{K_{c,\phi}} \left(\frac{M_{L,\phi}}{M_L}\right)^{n-1} \right] \left(\frac{M}{M_{L,\phi}}\right)^{n-1} \\ &= \alpha G_1 \left(\frac{M}{M_{L,\phi}}\right)^{n-1} \end{aligned} \quad (21)$$

Fig. 4와 Fig. 5는 각각 다양한  $\theta/\pi$ ,  $n$ ,  $\phi$ 에 대하여 균열선단  $A-B$  및  $C-D$ 에 대하여 계산된  $G_1$  값을 나타낸 것으로,  $G_1$  값은  $\theta/\pi$ ,  $n$ ,  $\phi$ 에 따라 많은 차이를 나타내었다.

대칭 균열에 대해서는 최적참조모멘트(식 (11))를 제안하여  $\theta/\pi$ 와  $n$ 이  $J$ -적분 계산에 미치는 영향을 최소화 하였다. 이와 마찬가지로, 비대칭 균열에 대해서도 최적참조모멘트를 제시하여 Fig. 4와 Fig. 5에 나타낸  $\theta/\pi$ ,  $n$ ,  $\phi$ 의 영향을 최소화할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 비대칭 균열에 대한 최적참조모멘트를 다음과 같이 제안하였다.

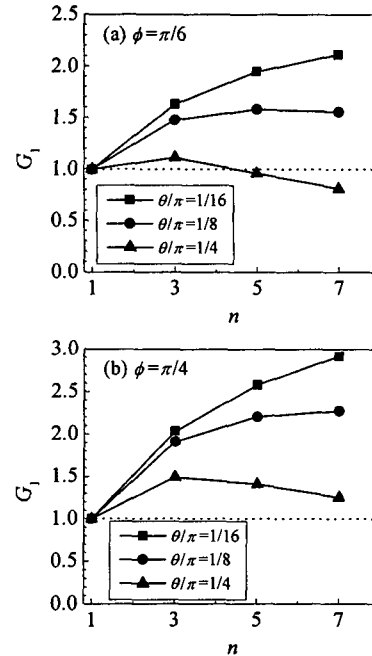


Fig. 5 Variations of  $G_1$  for off-centered cracks with  $n$  for the crack front  $C-D$

$$M_{OR} = \psi(\phi) \cdot \gamma \left(\frac{\theta}{\pi}\right) M_{L,\phi} \quad (22)$$

여기서,  $\gamma$ 는 식 (11)에 나타나 있으며,  $\psi$ 는 참고문헌 (6)의 유한요소해석 결과를 이용하여 도출한 식으로 다음과 같다.

$$\psi = 1 + 0.0352\phi - 0.1307\phi^2 \text{ for } \phi/\pi \leq 0.5 \quad (23)$$

식 (22)에서  $\psi$ 는  $\phi$ 만의 함수이며,  $\gamma$ 는  $\theta/\pi$ 만의 함수이다. 식 (22)의  $M_{OR}$ 을 식 (21)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{J_{p,\phi}}{J_{c,\phi}} = \alpha \left[ G_1 \psi^{n-1} \gamma^{n-1} \right] \left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1} = \Lambda_1 \left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1} \quad (24)$$

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 다양한  $\theta/\pi$ ,  $n$ ,  $\phi$ 에 대하여 균열선단  $A-B$  및  $C-D$ 에 대하여 계산된  $\Lambda_1$  값을 나타낸 것으로,  $G_1$  값에서 나타난  $\theta/\pi$ ,  $n$ ,  $\phi$ 의 영향이 상당히 줄어든 것을 볼 수 있다. 또한, 공학적인 관점에서 보면, 모든 경우에 대하여  $\Lambda_1$  값은 1에 가깝다고 가정할 수 있다.

따라서, 비대칭 관통균열 배관에 순수급힘모멘트가 작용하는 경우에 대한  $J$ -적분 계산식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

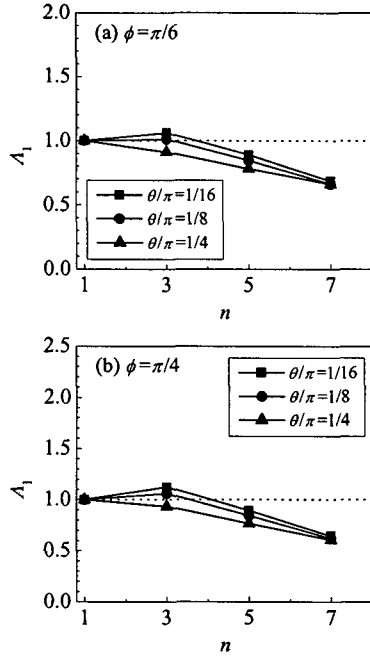


Fig. 6 Variations of  $A_1$  for off-centred cracks with  $n$  for the crack front A-B

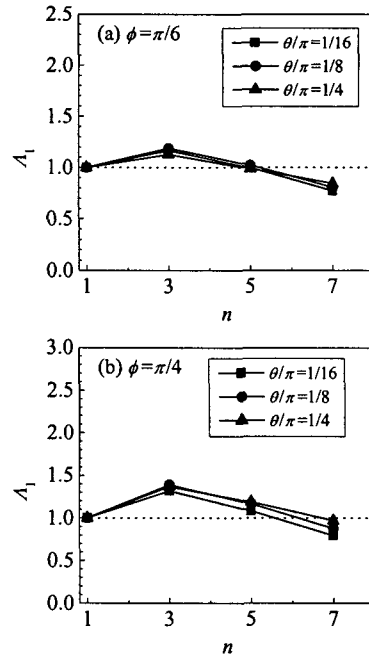


Fig. 7 Variations of  $A_1$  for off-centred cracks with  $n$  for the crack front C-D

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E\varepsilon_{ref}} ; \quad \sigma_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} \sigma_y \quad (25)$$

여기서,  $M_{OR}$ 은 식 (22)에 나타내었다.

참고문헌 (6)에서 제안한  $J$ -적분 계산방법은  $R_m/t=10$ 인 경우에 대해서만 적용이 가능하다. 반면, 본 논문에서 제안한 계산식은 최적화된 한계모멘트를 사용함으로써  $R_m/t$ 의 영향을 최소화하여 다양한  $R_m/t$ 에 대해 적용이 가능하다.

### 3.3 유한요소해석을 이용한 계산식의 검증

제안된  $J$ -적분 계산식을 검증하기 위하여 비대칭 관통균열 배관에 대하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 해석에 사용된 재료는 SA312 TP304 ( $T=50^\circ\text{C}$ )로서, 탄성계수  $E=204\text{GPa}$ , 포아송비  $\nu=0.3$ , 항복응력  $\sigma_y=269\text{MPa}$ , 인장강도  $\sigma_u=558\text{MPa}$ 이다. Fig. 8은 SA312 TP304에 대한 응력-변형률 선도를 나타낸 것이다. 배관형상에 대해서는  $R_m/t=5, 10, 20$ 인 경우를 고려하였으며, 원주방향균열길이는 LBB 해석에서 주로 적용되는  $\theta/\pi=0.125$ 인 경우를 고려하였으며, 4가지 비대칭 각도  $\phi=0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$ 를 고려하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 모델이며, 모든 경우에 대해 탄소성해석을 수행하였다. 해석으로부터 작용모멘트에 따른  $J$ -적분 값을 도출

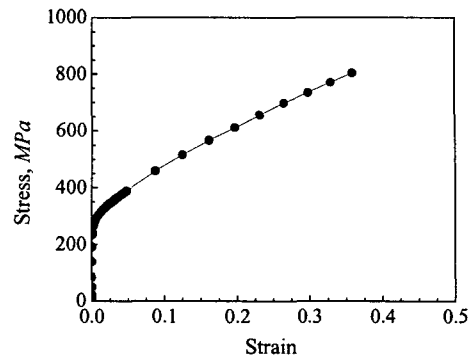


Fig. 8 Stress-strain curve for SA312 Type 304 ( $50^\circ\text{C}$ ) stainless steel

하였으며, 본 논문에서는 두께방향으로 계산된  $J$ -적분값의 평균값을 사용하였다.

Fig. 9~11은 각각  $R_m/t=5, 10, 20$ 인 경우에 대한 유한요소해석 결과를 제안된 식(식 (25))과 비교한 것이다.  $J$ -적분과 모멘트는 각각 탄성  $J$ -적분( $J_e$ )과 식 (22)로부터 계산된 최적참조모멘트( $M_{OR}$ )를 이용하여 무차원화하였다. Fig. 9~11에서 유한요소해석결과는  $\phi$ 와 무관하게 하나의 선상으로 대표되었다. 모든 경우에 대하여 본 논문에서 제안한 계산식의 결과가 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 본 논문에서 제시한  $J$ -적분 계산방법은 사용이

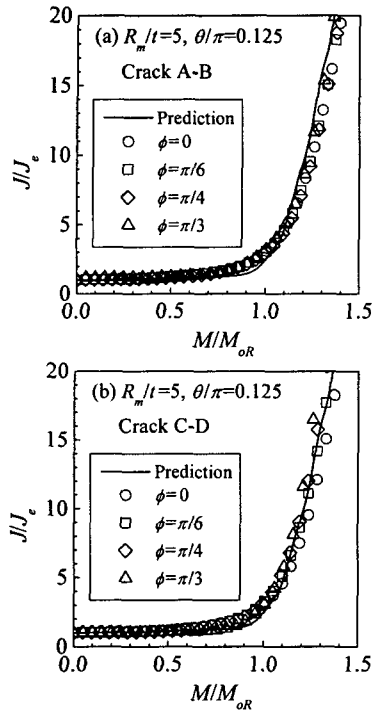


Fig. 9 Comparison of the proposed reference stress based  $J$  estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with  $R_m/t=5$

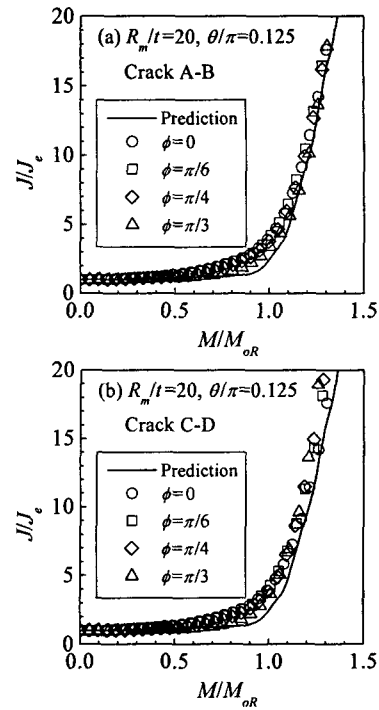


Fig. 11 Comparison of the proposed reference stress based  $J$  estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with  $R_m/t=20$

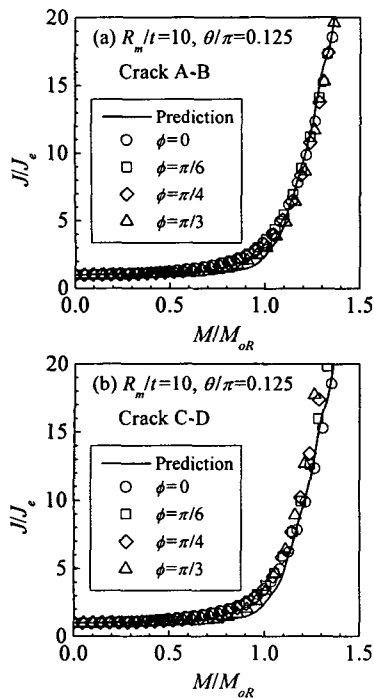


Fig. 10 Comparison of the proposed reference stress based  $J$  estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with  $R_m/t=10$

간단하고 실제 문제에 적용이 용이함으로 비대칭 관통균열 배관에 대한 파괴역학해석에 유용하게 사용될 것으로 판단된다.

#### 4. 복합하중에 대한 $J$ -적분 계산식

참조응력 접근법의 장점 중 하나는 복잡한 문제, 예를 들면, 복합하중이 작용하는 경우에 대한 적용이 용이하다는 것이다. 본 장에서는 3 장에서 제안된 계산식을 확대 적용하여 굽힘모멘트와 인장하중이 동시에 작용하는 비대칭 관통균열에 대한  $J$ -적분 계산식을 제안하였다.

##### 4.1 한계하중해석: 항복계적

굽힘모멘트( $M$ )와 인장하중( $P$ )이 동시에 작용하는 비대칭 관통균열에 대한 항복계적은 식 (1)과 식 (2)를 이용하여 도출할 수 있다. Fig. 12는 복합하중이 작용하는 경우에 대한 항복계적을 나타낸 것으로, 대칭 균열인 경우에 대한 항복계적(Fig. 12(a))도 나타내었다. 본 논문에서는 복합하중이 작용하는 경우에 대해서도  $R_m/t=5, 20$ 인 경우를 고려하여 유한요소한계해석을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 12에 나타내었다. 본 논문에서 유도한 항복계적은  $R_m \gg t$  인 경우에 대한 항복계적이므로

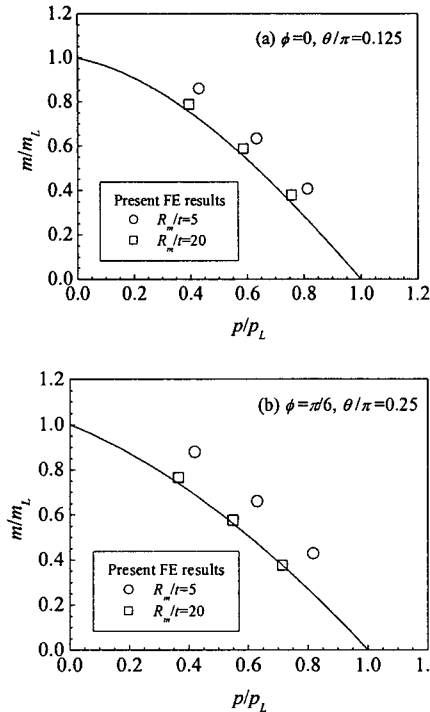


Fig. 12 Comparison of analytical yield locus, Eqs. (1) and (2), with the FE results for symmetric cracks ( $\phi=0$ ) and for off-centred cracks under combined tension and bending

$R_m/t=20$ 인 경우에는 유한요소해석 결과와 정확히 일치하였으나,  $R_m/t=5$ 인 경우에는 유한요소 해석결과가 더 크게 나타났다. 복합하중에 대한 정확한 한계하중식을 제시하는 것이 본 논문의 목적이 아니므로,  $R_m/t$ 가 항복계적에 미치는 영향에 대해서는 연구를 수행하지 않았다.

4.2 복합하중에 대한 J-적분 계산식

복합하중이 작용하는 경우에 대한 탄소성 J-적분 및 참조응력이 주어지면, 식 (25)를 이용하여 복합하중에 대한 J-적분값을 계산할 수 있다. 복합하중에 대한 탄소성 J-적분은 인장하중 및 굽힘모멘트에 대한 각각의 탄소성 J-적분을 중첩함으로써 구할 수 있다. 또한, 참조응력은 복합하중에 대한 한계모멘트와 식 (22) 및 식 (25)를 이용하여 구할 수 있다.

비대칭 관통균열 배관에 복합하중이 작용하는 경우에 대한 계산식을 검증하기 위해 3차원 유한요소해석을 수행하였으며, 순수굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대해 사용한 유한요소모델과 재료물성치를 동일하게 사용하였다. 본 논문에서는 굽힘모멘트와 인장하중이 비례적으로 증가한다고 가정

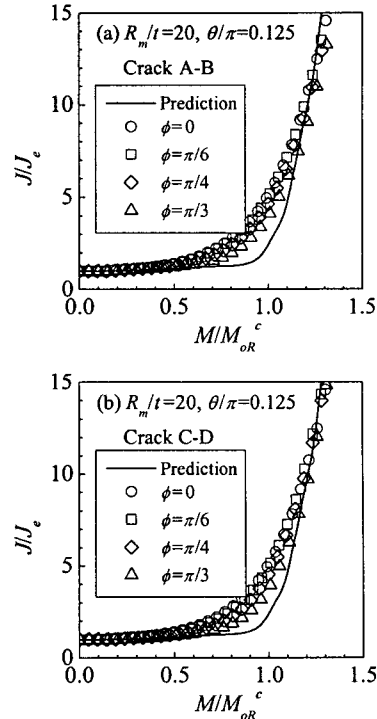


Fig. 13 Comparison of the proposed reference stress based J estimates with the FE results for off-centred cracks under combined tension and bending with  $R_m/t=20$

하고 다음과 같은 하중비례상수(load proportionality factor)를 정의하였다.

$$\lambda = \frac{M}{PR_m} = 1 \tag{26}$$

탄성유한요소해석으로부터 단일하중에 대한 각각의 탄소성 J-적분 계산하고 이를 중첩하여 복합하중에 대한 탄소성 J-적분을 계산하였다. 참조응력은 유한요소한계해석으로부터 얻어진 한계모멘트(Fig. 12)를 이용하여 계산하였다. Fig. 13은 비대칭 관통균열배관( $R_m/t=20$ )에 복합하중이 작용하는 경우에 대한 제안식의 결과를 유한요소해석 결과와 비교한 것이다. 순수굽힘모멘트만 작용하는 경우(Fig. 11)보다 두 결과가 차이를 나타내었다. 본 논문에서  $\lambda=1$ 인 경우, 즉 굽힘모멘트와 인장하중이 동일한 비율로 작용하는 경우에 대한 결과만을 나타내었는데, 이는 오차가 가장 많이 발생하는 조건이다.<sup>(11)</sup> 굽힘모멘트 또는 인장하중이 지배적인 경우에는 제안식의 결과와 유한요소해석 결과가 더 잘 일치할 것이다.<sup>(7,9)</sup> 실제 상황에서는 굽힘모멘트가 지배적인 경우가 많으므로, 본 논문에서 제안한



계산식은 신뢰성 높은 결과를 제공할 수 있을 것이다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 굽힘모멘트 또는 굽힘모멘트와 인장하중이 동시에 작용하는 비대칭 원주방향 관통균열 배관에 대한 공학적  $J$ -적분 계산식을 제안하였다. 제안된 계산식에서는 굽힘하중이 작용하는 비대칭 관통균열에 대한 기존의 유한요소 해석 결과를 이용하여 다양한 배관형상 또는 복합하중이 작용하는 경우에 대해 적용이 가능한 최적참조하중을 정의하였다. 이와 같은 경우에 대한 제안식의 결과는 유한요소해석 결과와 모두 잘 일치하여, 제안된 계산식의 타당성을 입증하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 사용이 간단하고 실제 문제에 적용이 용이함으로 비대칭 관통균열 배관에 대한 파괴역학해석, 특히 LBB 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) NUREG 1061, 1984, "Evaluation of Potential for Pipe Break," Vol. 3, USNRC.
- (2) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part I: Analytical Models," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 357~373.
- (3) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part II: Model Validation," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 375~396.
- (4) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part III: Off-Center Crack, Restraint of Bending, Thickness Transition and Weld Residual Stresses," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 397~415.
- (5) Rahman, S., Ghadiali, N., Wilkowski, G. and Bonora, N., 1997, "Effects of Off-Centred Crack and Restraint of Induced Bending Due to Pressure on the Crack Opening Area Analysis of Pipes," *Nuclear Engineering Design*, Vol. 167, pp. 55~67.
- (6) Firmature, F. and Rahman, S., 2000, "Elastic-Plastic Analysis of Off-Center Cracks in Cylindrical Structures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 66, pp. 15~39.
- (7) Kim, Y.J., Huh, N.S. and Kim, Y.J., 2001, "New Engineering Estimation Method of  $J$ -Integral and COD for Circumferential Through-Wall Cracked Pipes," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 25, No. 3, pp. 548~553.
- (8) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (9) Kim, Y.J. and Budden, P.J., 2002, "Reference Stress Approximations for  $J$  and COD of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes," *International Journal of Fracture*, Vol. 116, pp. 195~218.
- (10) Huh, N.S., Kim, Y.J. and Kim, Y.J., 2001, "New Engineering Approach for Estimating Crack Opening Displacement for Complex Cracked Pipes," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 25, No. 8, pp. 1235~1241.
- (11) Kim, Y.J., Huh, N.S. and Kim, Y.J., 2002, "Reference Stress Based Elastic-Plastic Fracture Analysis for Circumferential Through-Wall Cracked Pipes under Combined Tension and Bending," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 69, No. 3, pp. 367~388.
- (12) Kim, Y.J., Huh, N.S. and Kim, Y.J., 2002, "Quantification of Pressure-Induced Hoop Stress Effect on Fracture Analysis of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 69, No. 11, pp. 1249~1267.
- (13) 2001, "ABAQUS User's manual," Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc.
- (14) Kumar, V. and German, M.D., 1988, "Elastic-Plastic Fracture Analysis of Through-Wall and Surface Flaws in Cylinders," EPRI Report, NP-5596.
- (15) Miller, A.G., 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (16) 2001, "R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 4, British Energy Generation Ltd.