1234 대한기계학회논문집 A 권, 제 27 권 제 7 호, pp. 1234~1242, 2003

구배 지수에 근거한 MEMS 구조물의 강건 최적 설계 기법

한 정 삼† · 곽 병 만*

(2003 년 3 월 7 일 접수, 2003 년 6 월 2 일 심사완료)

Gradient Index Based Robust Optimal Design Method for MEMS Structures

Jeong Sam Han and Byung Man Kwak

Key Words : Gradient Index(구배 지수), Robust Optimal Design(강건 최적 설계), Resonant-Type Micro Probe(공진형 미소탐침)

Abstract

In this paper we present a simple and efficient robust optimal design formulation for MEMS structures and its application to a resonant-type micro probe. The basic idea is to use the gradient index (GI) to improve robustness of the objective and constraint functions. In the robust optimal design procedure, a deterministic optimization for performance of MEMS structures is followed by design sensitivity analysis with respect to uncertainties such as fabrication errors and change of operating conditions. During the process of deterministic optimization and sensitivity analysis, dominant performance and uncertain variables are identified to define GI. The GI is incorporated as a term of objective and constraint functions in the robust optimal design formulation to make both performance and robustness improved. While most previous approaches for robust optimal design require statistical information on design variations, the proposed GI based method needs no such information and therefore is cost-effective and easily applicable to early design stages. For the micro probe example, robust optimums are obtained to satisfy the targets for the measurement sensitivity and they are compared in terms of robustness and production yield with the deterministic optimums through the Monte Carlo simulation. This method, although shown for MEMS structures, may as well be easily applied to conventional mechanical structures where information on uncertainties is lacking but robustness is highly important.

1. 서 론

일반적인 공학 구조물을 구성하는 요소 즉, 하중, 경계조건 및 재료의 기계적 성질 등에 불확실성이 존재하는 경우에 구조물의 강건 설계를 위하여 오랜 경험으로부터 축적되어 코드화된 안전율을 적용하거나 통계적인 방법[1-4] 또는 확률적인 측면을 고려하는 방법들[5-11]이 적용되고 있다. 그러나, 이러한 대부분의 방법은 강건 설계를 위해서 구조물에 존재하는 불확실성에 대한 구체적이고 통계적 정보를 필요로 하기 때문에 MEMS 분야의 설계 단계에 이러한 방법을 적용하기에는 많은 어려움이 있다. 따라서, MEMS 의 강건 최적 설계를 위해서는 다른 많은 강건 설계 수식화와 달리 지나친 계산량을 필요로 하지 않고 불확실성에 대한 적은 정보로도 제작 오차나 기타 불확실성에 대한 강건성을 확보할 수 있는 새로운 강건 설계 기법이 요구되는 실정이다.

현재까지 MEMS 공정에서 발생하는 제작 오차로 인해 발생하는 성능 문제에 대하여 미소가속도계,[12] 미소 광 스위치,[13] 저항열로 좌굴이 발생되는 미소보[14] 등이 언급되었으며 MEMS 구조물에 대한 강건 최적 설계와 관련하여 Han 등[15,16]은 MEMS의 제작 오차를 고려한 강건 설계 기법을 마이크로 자이로스코프에 적용하였고, Hwang 등[17]은 공리 설계와 다구치 방법을 이용하여 비대칭 내부

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계기술연구소
E-mail : jshan@khp.kaist.ac.kr
TEL : (042)869-8264 FAX : (042)869-8270
* 회원, 한국과학기술원 기계공학과

김벌을 가진 진동형 자이로스코프의 강건 설계를 수행하였다. 이러한 연구와 더불어 최근에는 MEMS 제품의 양산시 중요한 사항인 수율 향상에 대한 적극적인 방법[18,19]과 MEMS 에 대한 공차 해석 및 합성 방법[20]이 제시되었으나 현재까지 MEMS 구조물에 대한 최적 설계는 MEMS 의 특성상 실제 제작과 시험이 중요하고 설계에 다양한 해석이 요구되기 때문에 일반 기계 구조물보다는 제한적이다.

본 논문에서는 MEMS 에서의 강건 설계의 필요성을 인식하여 MEMS 구조물에 대한 효율적이고 적용성을 강조한 강건 최적 설계 기법을 제안하고 실제 예제를 통하여 이를 검증하고자 한다.

2. 강건 최적 설계 수식화

2.1 구배 지수에 근거한 강건 최적 설계 기법

일반적인 최적 설계 문제는 목적함수 $\mathbf{f(x,z)}$와 제한조건 $\mathbf{g_j(x,z)}$로 구성되며 다음과 같이 수식화 된다.[21]

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad \mathbf{f(x,z)} \\ &\text{subject to} \quad \mathbf{g_j(x,z)} \le 0 \quad j=1,\ldots,m \\ &\qquad\qquad \mathbf{x_L} \le \mathbf{x} \le \mathbf{x_U} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{x}$는 설계변수, $\mathbf{z}$는 시스템 인자이며 $\mathbf{x_L}$과 $\mathbf{x_U}$는 각각 설계변수의 하한치와 상한치를 의미한다. 설계변수는 구조물의 형상 및 치수 등으로 하한치와 상한치 사이에서 설계자가 임의로 제어 가능한 변수이고, 시스템 인자는 주어진 문제에 따라 결정되는 하중이나 물성치 등의 값이다. 설계변수 및 시스템 인자에 변동이 발생하지 않는다는 가정 하에서 위 수식화로 구한 최적해 $\mathbf{x_{opt}}$를 결정론적 최적해(deterministic optimum)라고 한다. 실제로 많은 경우에 설계변수나 시스템 인자는 설계값으로부터 어느 정도 변동량을 지닌 불확실 변수이므로 이러한 경우에 식 (1)의 목적함수는 변동이 발생하여 성능이 저하되고, 제한조건은 위배되는 경우가 발생한다. 따라서, 이러한 경우에는 불확실 변수가 존재하지 않는 것으로 가정하고 최적해를 구하는 결정론적 최적 설계보다는 여러가지 불확실성을 최적화 중에 고려하는 강건 설계가 바람직하다.

MEMS 구조물의 강건 최적 설계는 현재까지 비교적 많은 연구가 수행되어 불확실성에 관한 정보가 상당량 축적된 일반 기계 구조물의 문제보다 불확실성의 절대적인 크기나 통계적인 정보를 얻기가 상대적으로 어렵다. 따라서, 본 논문에서는 불확실 변수에 대한 구체적인 정보를 알지 못하고 대략적으로 어떠한 불확실성이 발생한다는 것만을 경험적으로 알 수 있는 경우에 불확실성에 대한 성능함수의 구배 지수 (gradient index) GI 를 정의하고 이를 강건 최적 설계에 이용한다. 기본적으로 구배 지수는 다음과 같이 불확실 변수에 대한 성능함수 Φ의 구배로 정의된다.

$$\mathrm{GI} = \max_i \left| w_i \frac{d\Phi}{du_i} \right| \quad i = 1,2,\ldots,N \tag{2}$$

여기서 N 은 구배 지수에서 고려하는 불확실 변수의 개수를 나타내고, w_i는 불확실 변수가 가지는 변동량의 상대적인 크기를 나타내는 계수이다. 많은 경우에 불확실 변수의 변동량을 정확히 알 수 없으므로 이러한 경우에는 w_i를 모두 1 로 하여 변동량의 상대적인 크기의 차이를 특별히 고려하지 않는다. 위의 구배 지수는 여러 불확실 변수에 대한 성능함수의 구배 중에서 민감도와 불확실 변수들이 가지는 변동량의 상대적인 크기의 곱이 가장 큰 값을 의미하며, 특정한 불확실 변수가 성능함수의 강건성에 큰 영향을 끼칠 때에 이용된다. 몇가지 불확실 변수에서 비슷한 크기의 민감도를 보이는 경우에는 다음과 같은 놈 형태의 구배 지수를 이용하는 것이 효과적이다.

$$\mathrm{GI} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(w_i \frac{d\Phi}{du_i} \right)^2} \tag{3}$$

강건 최적 설계에서 중요한 사항이 성능의 강건성을 나타내는 의미있는 지수를 간단하고 빠르게 계산할 수 있어야 한다는 점을 고려할 때, 구배 지수는 MEMS 구조물의 강건 최적 설계에 있어서 적용이 매우 간편할 뿐만 아니라 그 자체로도 설계자에게 유용하고 직관적인 정보를 제공할 수 있다.

본 논문에서는 불확실 변수에 대한 구체적인 정보없이 각 성능함수의 불확실 변수에 대한 민감도로 정의되는 구배 지수를 이용한 간단하고 효율적인 강건 최적 설계 수식화를 제안하고자 한다. 먼저 일반적인 최적 설계 수식화인 식 (1)에서 설계변수와 시스템 인자가 모두 불확실 변수 $\mathbf{u}$로 취급될 수 있다고 가정하고 목적함수 $\mathbf{f(x,z)}$의 크기를 목표치 M 으로 제한하고자 할 때, 구배 지수를 이용하여 다음과 같이 강건 최적 설계 수식화를 한다

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad \mathrm{GI} \\ &\text{subject to} \quad \mathbf{f(x,z)} \cong M \\ &\qquad\qquad \mathbf{g_j(x,z)} + \Psi_j(\mathbf{g_j(x,z)}) \le 0 \quad j=1,\ldots,J \end{aligned} \tag{4}$$

이처럼 목적함수 $\mathbf{f(x,z)}$의 크기는 목적함수의 목표치 M 을 새로운 제한조건으로 추가하는 방법으로 처리하는데, 이 강건 최적 설계 수식화는 설계에서 요구되는 성능을 만족하면서 성능의 강건성을 최대로 하고자 할 때에 효과적인 수식화이다.

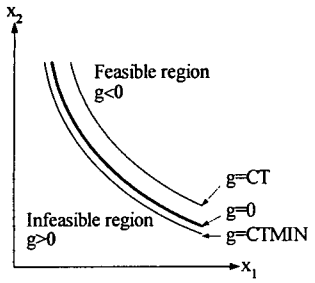


Fig. 1 Geometric relationship between a constraint g and the parameters CT and CTMIN in DOT[22]

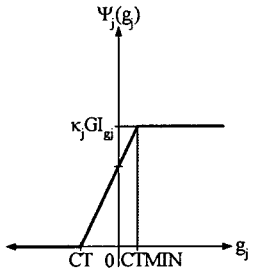


Fig. 2 Definition of $\Psi_j(g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}))$

제한조건에서 $\Psi_j(g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}))$는 원래 제한조건식의 값에 따라서 결정되며 제한조건의 강건성을 위하여 추가되는 항이다. Fig. 1 은 제한조건이 있는 최적화 문제에서 대략적으로 1~10 정도의 크기로 정규화된 제한조건의 상태를 구분한 그림이다. 수치계산을 위하여 제한조건 g가 음수인 CT보다 작을 때는 비활성화 제한조건으로 분류하고, CT 보다는 크고 g=0 보다는 작은 경우는 활성화 제한조건으로 정의한다. 제한조건 g 가 작은 양수인 CTMIN보다 클 경우는 위배 제한조건이며, 제한조건의 값이 CT와 CTMIN 사이에 있을 경우는 임계 제한조건이라 한다. 이러한 제한조건의 상태에 따라서 제한조건의 강건성을 높일 수 있도록 Fig. 2 와 같이 추가항을 도입한다.

$$\Psi_j(g_j) = \begin{cases} 0 & g_j < CT \\ \dfrac{\kappa_j GI_{gj}}{CTMIN - CT}(g_j - CT) & CT \le g_j \le CTMIN \\ \kappa_j GI_{gj} & g_j > CTMIN \end{cases} \quad (5)$$

여기서 불확실 변수에 대한 제한조건의 구배 지수는 다음과 같이 정의되며,

$$GI_{gj} = \max_i \left| w_i \frac{dg_j}{du_i} \right| \quad (6)$$

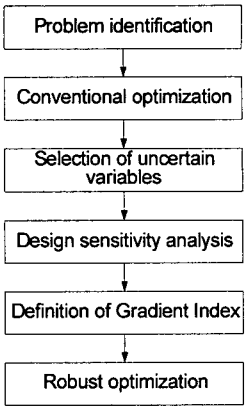


Fig. 3 Proposed robust optimal design procedure

κ_j는 제한조건 함수의 구배 지수의 가중치로서 불확실 변수의 실제 변동량에 따라 달라지는데 대략 0.5~2 의 값을 권장한다. 강건성이 중요한 제한조건의 경우에 이 가중치를 크게 할수록 제한조건의 강건성은 향상된다.

제한조건에 $\Psi_j(g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}))$를 추가하는 방법은 초기의 제한조건 $g_j(\mathbf{x},\mathbf{z})$가 비활성화 된 경우에는 추가항을 고려하지 않고, 임계 제한조건과 위배 제한조건의 경우에는 제한조건의 값과 제한조건의 불확실 변수에 대한 민감도의 크기에 비례하게 추가항을 더하여 제한조건의 강건성을 고려하는 방법이다. 목적함수의 강건성과 유사하게 제한조건의 값과 제한조건의 불확실 변수에 대한 민감도의 크기만을 이용한 수식화로 제한조건의 강건성을 높인다. 구배 지수를 이용하여 제작 오차에 대한 MEMS 구조물의 강건성을 높일 수 있는 이유는 많은 경우에 제작 오차가 설계변수에서 발생하기 때문에 불확실 변수로 간주되는 설계변수에 대한 성능함수의 민감도를 줄임으로써 제작 오차에 대한 성능함수의 영향을 감소시킬 수 있기 때문이다.

2.2 MEMS 구조물의 강건 최적 설계

본 논문에서는 MEMS 에서의 강건 최적 설계의 중요성을 인식하고 제안한 구배 지수를 이용한 강건 설계 기법을 이용하여 MEMS 설계에 부합되는 강건 최적 설계 절차를 아래와 같이 제안하고 패키지화 된 프로그램으로 개발하였다. Fig. 3 은 제안한 강건 최적 설계의 절차를 나타낸다.

먼저 주어진 문제에서 설계와 관련된 중요한 성능함수를 파악한다. 이외에 설계 및 성능의 제한조건을 파악하여야 한다. 구조물의 고유진동수, 허용응력, 허용변위, 허용온도 그리고 특정 부위의 치수 등이 이에 해당한다. 일반 기계 구조물은 주로 구조물의 강성을 위한 설계를 지향하기 때문에 응

력, 변위, 고유진동수 등의 자체의 값이 중요한 반면에 MEMS 구조물에서는 요구되는 기능 설계가 일차로 중요하며, 이는 구조물의 기계적 특성과 직결되어 있다. 설계와 관련된 성능 및 제한조건을 파악한 후에는 성능 향상과 제한조건의 만족 등과 같이 설계 목적을 달성하는데 설계자가 변경할 수 있는 요소 즉, 필요한 설계변수를 파악해야 한다. MEMS 구조물의 경우는 마이크로머시닝 제조기술로 제작할 수 있는 형상이 일반 기계 구조물에 비하여 다양하지 못하기 때문에 최적 설계 중에 변경할 수 있는 설계변수가 다소 제한적이다. 최적 설계에서 성능 및 제한조건에 효과적인 설계변수의 파악 및 선정은 성공적인 최적 설계에 매우 중요한 요소이다.

앞에서 파악된 성능함수, 제한조건 그리고 설계변수를 이용하여 결정론적 최적화를 수행한다. 이 최적화 단계에서는 설계변수와 시스템 인자에 불확실성이 존재하지 않는다고 가정하고 MEMS 구조물의 성능 향상을 위한 최적 설계만을 고려한다. 성능 향상 최적화 문제에서는 센서에서 측정감도의 최대화, MEMS 구조물에서 초기 변형 최소화, 액츄에이터에서 구동변위 및 응답속도의 최대화 그리고 구동력의 최소화 문제 등이 있으며, MEMS 설계에서는 여러가지 성능함수가 동시에 중요성을 가지는 경우가 대부분이기 때문에 파악된 성능함수 중에서 어떤 성능척도를 최적화 문제의 목적함수와 제한조건으로 선정해야 하는가도 중요한 문제이다. 이 단계에서 수행되는 최적 설계를 통하여 설계변수에 대한 각 성능함수의 민감도, 설계 가능한 성능함수의 구간 및 설계변수가 변화하는 양상 등을 확인할 수 있어 이를 다음의 강건 설계 단계에 근거 자료로 이용할 수 있다.

다음 단계에서는 설계하고자 하는 MEMS 구조물에서 발생할 수 있는 불확실성을 파악하여 강건 설계에 고려할 불확실 변수를 선정한다. MEMS 구조물의 성공적인 강건 설계를 위해서 중요한 점은 구조물에서 실제로 발생 가능한 불확실성을 설계 단계에서 파악하여 모델링하는 것이다. MEMS 소자에 따라 각기 다른 공정조건 및 공정시간 등이 필요하므로 어떤 MEMS 구조물과 연관된 불확실 변수를 선정하기 위해서는 그 구조물의 공정 과정을 반드시 파악할 필요가 있다. MEMS 구조물의 치수와 형상을 결정하는 설계변수에서 바로 제작 오차가 발생하기 때문에 설계변수도 불확실 변수의 후보이다. 많은 경우에 보의 두께 및 폭은 식각 공정시 제작 오차가 많이 발생하는 동시에 구조물의 기계적 응답에 중요한 부분이기 때문에 이를 불확실 변수로 고려해야 할 필요성이 크다.

전 단계에서 후보로 선정한 불확실 변수에 대한 각 성능함수의 민감도 해석을 통하여 불확실성에 영향을 크게 받는 성능과 큰 민감도를 유발하는 불확실 변수를 파악한다. 이 단계에서 실제로 강건 설계를 통하여 강건성을 높여야 하는 성능함수와 중요한 불확실 변수를 결정하게 된다. 민감도 해석은 설계의 초기점과 앞에서 구한 결정론적 최적점에 대하여 수행하며 목적함수와 제한조건의 구배를 이용하는 수학적 계획법으로 최적화를 수행하는 경우에는 초기점과 최적점에 대해서 이미 결정론적 최적화 동안 민감도 해석을 수행하였으므로 불확실 변수 중에서 설계변수 이외의 변수에 대해서만 민감도 해석이 필요하다.

민감도 해석의 결과를 통하여 강건 최적 설계에 실제로 고려할 불확실 변수와 성능함수를 결정하고 구배 지수를 정의한다. 민감도 해석에 유한차분법을 이용하는 경우에 불확실 변수의 수에 비례하여 계산량이 늘어나기 때문에 가능한 큰 영향을 끼치는 중요한 불확실 변수의 선정이 필요하다. 제한조건의 강건성을 고려해야 할 경우는 $\Psi_j(g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}))$의 값을 결정할 수 있도록 불확실 변수에 대한 제한조건의 구배 지수도 정의한다.

끝으로 정의된 목적함수의 구배 지수와 제한조건의 구배 지수를 이용하여 강건 최적 설계 수식화를 구성한다. 제한조건에서 강건성이 특별히 요구되는 경우는 추가항 $\Psi_j(g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}))$을 고려하며 그렇지 않은 경우는 이 추가항을 고려하지 않고 강건 최적 설계를 수행한다.

2.3 수치적 구현

최적 설계를 위한 수치적 계산 과정은 먼저 작성된 프로그램을 실행한 후에 문제에 필요한 DOT[22] 파라미터와 여러가지 인자를 초기화하고 설계변수의 초기값을 지정한다. 이 정보에 따라 유한요소 모델이 구성되고 구조해석이 자동적으로 수행된다. 유한요소해석 결과를 처리하여 최적 설계 수식화의 목적함수와 제한조건을 계산한다. 목적함수와 제한조건의 값은 DOT 로 넘겨지며 DOT 에서는 현재 설계가 최적해인지를 판단한다. 최적해인 경우는 최적화가 종료되고, 그렇지 않은 경우는 최적화 알고리즘에 따라서 최적화를 수행하여 새로운 설계점을 제시하고 수렴할 때까지 이 과정을 반복해서 수행한다.

본 논문에서 제안한 강건 최적 설계 수식화는 일반적인 최적 설계 수식화의 형태이므로 결정론적 최적화와 동일하게 비선형 수학적 계획법을 이용할 수 있다는 수치적 장점을 가진다. 따라서, 강건 최적해를 구하는 과정은 앞에서 설명한 수치적 과정

과 동일하며 단지 목적함수와 제한조건이 일차 민감도를 포함하고 있기 때문에 이를 계산해 주어야 하는 부분이 추가된다. 구배 지수를 계산할 때에는 중앙차분법이나 전방차분법을 사용할 수 있으나 경험적으로 계산량이 작은 전방차분법도 충분히 효과적이었다. 다만 문제에 따라서는 유한차분법에 의한 민감도가 수치적 오차에 민감할 수도 있으므로 유한차분법의 섭동량을 결정할 때는 몇가지 섭동량으로 계산한 민감도를 확인해 본 후에 섭동량을 결정하는 것이 권장된다.

3. 공진형 미소탐침의 강건 최적 설계

3.1 결정론적 최적 설계

공진형 미소탐침[23]은 Fig. 4 와 같이 미소 내경의 수직면을 측정하는 탐침이 측정물에 접촉할 때 발생하는 외팔보의 처짐으로 인하여 양 진동체에서 야기되는 고유진동수의 차이를 이용하여 측정물의 표면 거칠기를 측정하는 장치이다. 개략적인 공진형 미소탐침의 구조는 측정물을 측정하는 긴 외팔보의 탐침이 두 진동체에 연결되어 있고, 이 두 진동체는 빗살 구동체에 의해 일정한 주파수로 구동되고 있다. 탐침이 측정물의 표면에 닫게 되면 외팔보에 처짐이 발생하게 되어 양 진동체에는 서로 다른 부호의 응력이 발생하게 된다. 그 결과로 일정한 주파수로 진동하던 진동체에 고유진동수의 변화가 야기된다. 인장 응력은 진동체의 고유진동수를 증가시키고 압축 응력은 고유진동수를 감소시키는 영향을 끼친다. 따라서 야기되는 고유진동수의 차이를 통해 측정물의 표면 거칠기를 산출할 수 있다.

고유진동수의 차이로 표현되는 공진형 미소탐침의 측정감도(measurement sensitivity)는 아래의 식으로 계산된다.

$$\Delta f / f\ (\%) = (f_2' - f_1') / f_1 \times 100\ (\%) \qquad (7)$$

여기서 f_1은 측정 전의 상태에서 공진형 미소탐침의 첫번째 고유진동수를 나타내고, f_1'과 f_2'은 Fig. 6 과 같이 각각 측정시에 외팔보가 처짐으로 인해 변경되는 첫번째와 두번째 고유진동수를 의미한다. 미소탐침의 측정감도를 높이기 위해서는 f_1의 값을 요구되는 값으로 적당히 유지하면서 측정시 발생하는 고유진동수의 차이를 크게 할 수 있는 구조가 필요하다. 또한 작동시 양 진동체의 진동 형태와 전체 구조의 첫번째 진동모드를 일치하도록 설계함으로써 측정시 발생하는 외팔보의 끝 단의 진동을 최소화하는 것이 고성능 미소탐침을 위해 필요하다.

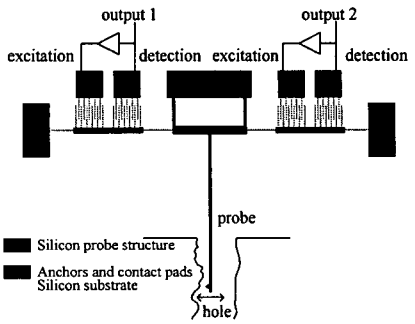


Fig. 4 Structure and operational principle[23]

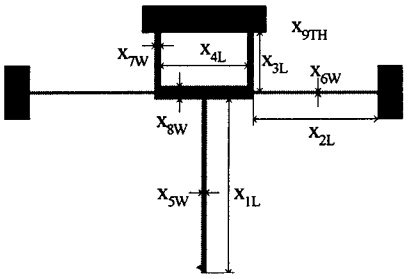
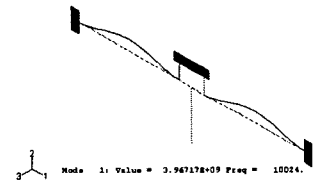
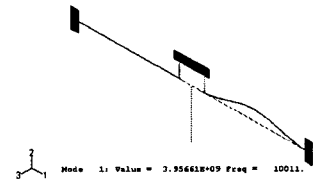


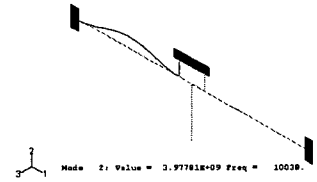
Fig. 5 Definition of design variables for optimization



(a) First mode of the undeformed probe



(b) First mode of the deformed probe



(c) Second mode of the deformed probe

Fig. 6 Mode shapes of the micro probe

이 미소탐침의 성능 향상을 위한 설계가 초기 개발자들에 의해서 수행되었는데, 양 진동체의 길이가 2 mm이하에서 2~3 % 정도의 측정감도를 얻었음이 보고되었다.[23] 본 연구에서는 미소탐침의 측정감도를 높이기 위한 최적 설계를 다음과 같이 수식화 하였다.

Table 1 Design variables and performances at deterministic and robust optimums

Design variable		Initial design	M=4 %		M=8 %	
			Deterministic method	GI-based method †	Deterministic method	GI-based method †
x_1	μm	1000	1000.0	1000.0	1000.0	1000.0
x_2	μm	2000	1994.6	1999.7	1988.1	2013.3
x_3	μm	300	310.4	253.3	291.3	208.8
x_4	μm	500	498.3	489.7	496.1	468.3
x_5	μm	20	35.1	80.0	49.4	79.9
x_6	μm	5	4.9	8.7	4.9	7.3
x_7	μm	50	27.2	49.1	36.0	36.4
x_8	μm	100	112.2	146.0	118.1	200.0
x_9	μm	20.5	25.0	25.0	24.8	25.0
Δf/f	%	0.26	4.00	3.99	7.98	7.99
GI	% μm^{-1}	0.12	2.24	1.09	4.16	2.62
f_1	Hz	10024	10000	17453	10000	14486
f'_1	Hz	10011	9797	17100	9591	13894
f'_2	Hz	10037	10197	17798	10390	15052
f_3	Hz	21036	19988	20151	20003	20182

† Feasibility robustness by Ψ_j with κ_1=2.0, κ_3=2.0, κ_4=2.0

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} && \Delta f / f\ (\%) \\ &\text{subject to} && f_1 \geq 10000\,\text{Hz} \\ & && f_{\Gamma 1i} - f_1 \leq 0.001 \\ & && f_3 \geq 20000\,\text{Hz} \\ & && \sigma_{max} \leq \sigma_{yield} \\ & && \Delta f / f \cong M \end{aligned} \tag{8}$$

첫번째와 세번째 제한조건은 구조물의 첫째와 셋째 고유진동수가 각각 10 과 20 kHz 보다 크다는 것이고, 네번째 제한조건은 발생하는 최대응력이 재질의 항복응력인 1.94 GPa보다 작아야 한다는 것이다. 여기서 세번째 진동모드는 탐침에 해당하는 외팔보만 진동하는 형상이다. 마지막 제한조건은 측정감도의 목표치인 M 을 얻기 위함이다. 특히 두번째 제한조건은 앞에서 설명한 것과 같이 구조물의 첫째 진동모드가 Fig. 6(a)와 같은 진동 형상을 가지도록 함으로써 측정시 외팔보의 끝 단에 발생할 수 있는 불필요한 진동을 최소화하기 위함이다. 여기서 $f_{\Gamma 1i}$는 Fig. 6(a)와 같은 모양의 진동 형상을 가지는 진동모드의 고유진동수를 의미하기 때문에 f_1 이 $f_{\Gamma 1i}$ 와 일치하는 경우, 첫번째 진동모드는 설계에서 요구하는 형상의 진동모드를 가지게 된다.[15]

최적 설계에서 설계변수는 Fig. 5 에 나타낸 것과 같이 미소탐침의 각종 치수에서 9 개를 선정하였다. 이는 외팔보의 길이와 폭, 두 진동체의 길이와 폭, 외팔보와 두 진동체를 연결해 주는 부분의 길이와 폭, 그리고 구조물의 두께에 해당한다. 측정감도의 목표치 M을 4와 8 %로 구분하여 결정론적 최적 설계를 수행한 결과를 Table 1에 정리하였다. 각각의 경우에 측정감도는 그 목표치를 얻을 수 있었고, 모든 제한조건은 만족되었다.

3.2 민감도 해석

공진형 미소탐침의 제작 공정은 Fig. 7(a)와 같이 사진 작업과 몇 단계의 식각 공정으로 구성되는데, 제작 오차는 주로 RIE (reactive ion etching) 공정과 이 공정 후에 희생층을 제거하기 위한 추가적인 식각 공정에서 발생한다. 따라서, 이 경우에 Fig. 7(b)처럼 구조물의 길이, 폭, 그리고 두께에 제작 오차가 생길 수 있다.

이러한 제작 오차에 대한 측정감도의 민감도 해석을 M=8 %의 초기 설계와 결정론적 방법으로 구한 최적점에서 각각 수행한 결과, Fig. 8 과 같이 결정론적 최적점에서 민감도가 많이 증가하고 양 진동체의 폭에 해당하는 변수 x_6 에서 가장 큰 민감도를 보이며 나머지 변수는 탐침의 측정감도에 미치는 영향이 상대적으로 매우 작음을 알 수 있었다. 즉, 미소탐침의 측정감도가 낮은 초기 설계에서는 제작 오차에 대한 측정감도의 민감도가 비교적 작은 반면에 측정감도의 값이 커지면 측정감도의 제작 오차에 민감도도 함께 증가한다. 그리고, 미소탐침의 제작 공정에서 발생할 수 있는 여러 제작 오차 중에서 양 진동체의 폭에 해당하는 부분이 미소탐침의 측정감도에 미치는 영향이 가장 크기 때문에 양 진동체의 폭에 발생하는 제작 오차에 대한 영향을 줄이는 것이 가장 바람직하다. 따라서 강건 최적 설계의 불확실 변수로는 양 진동체의 폭인 x_6이 지배적이나 몇가지 변수를 더 고려하여 다음과 같이 각 부분의 폭과 구조물의 두께를 선정하였다.

$$u_i = \{x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\} \tag{9}$$

Table 2 Results of the Monte Carlo simulation for a design variation of $\Delta x_1=\Delta x_2=\Delta x_3=\Delta x_4=\pm 2.0$ μm, $\Delta x_5=\Delta x_6=\Delta x_7=\Delta x_8=\pm 1.0$ μm and $\Delta x_9=\pm 0.5$ μm

Optimization formulation				Deterministic optimum	Robust optimum †	Robust optimum ‡
M=4 %	Mean ± Standard deviation	Δf/f	%	4.00 ± 0.79	3.99 ± 0.42	3.99 ± 0.37
		f_1	Hz	9999 ± 667	18677 ± 608	17453 ± 663
		f_3	Hz	19988 ± 155	19992 ± 138	20151 ± 139
		σ_{max}	MPa	7.3 ± 0.06	16.4 ± 0.06	16.3 ± 0.06
	Violation probability	g_1	%	50.0	0.0	0.0
		g_2	%	0.0	3.1	0.0
		g_3	%	44.6	42.6	9.5
	Yield	SY	%	81.8	93.8	99.2
M=8 %	Mean ± Standard deviation	Δf/f	%	7.98 ± 1.46	7.99 ± 0.91	7.99 ± 0.90
		f_1	Hz	10000 ± 671	14276 ± 664	14486 ± 655
		f_3	Hz	20003 ± 145	19980 ± 139	20182 ± 143
		σ_{max}	MPa	10.2 ± 0.06	16.4 ± 0.06	16.4 ± 0.06
	Violation probability	g_1	%	50.0	0.0	0.0
		g_2	%	0.0	0.0	0.0
		g_3	%	41.0	46.5	7.1
	Yield	SY	%	50.8	72.9	73.0

† No feasibility robustness

‡ Feasibility robustness by Ψ_j with $\kappa_1=2.0$, $\kappa_3=2.0$, $\kappa_4=2.0$

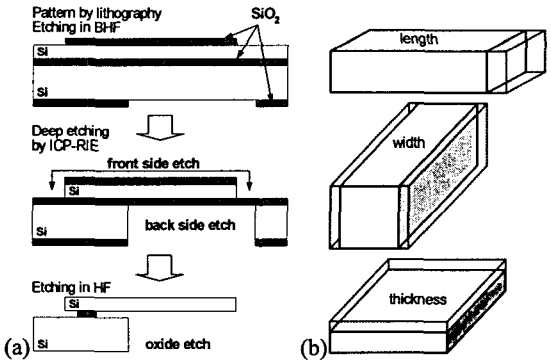


Fig. 7 (a) Fabrication process and (b) types of errors

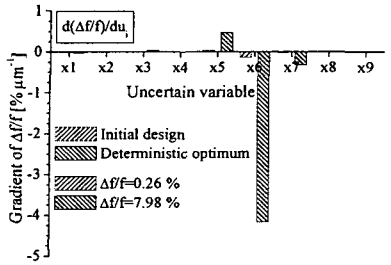


Fig. 8 Gradient of Δf/f to uncertain variables

3.3 강건 최적 설계

정의한 불확실 변수에 대한 구배 지수를 이용하여 제작 오차에 강건한 동시에 설정한 측정감도의 목표치를 가질 수 있도록 성능 향상과 강건성을 동시에 고려한 미소탐침의 강건 최적 설계를 수행한다. 앞에서 설명한 바와 같이 미소탐침의 측정감도를 향상시키는 경우에 제작 오차 때문에 발생할 수 있는 측정감도의 변동량은 측정감도에 따라서 증가하는 경향을 가진다. 이러한 제작 오차로 발생하는 성능의 변동량은 미소탐침의 양산시 생산수율과도 밀접한 관계가 있으며 제작 후 보정에 필요한 노력도 더 필요하게 되므로 생산성 측면에서도 이를 적정한 수준으로 낮추는 것이 요구된다. 따라서, 제한조건에 부합하고 측정감도의 목표치를 만족하는 결정론적 최적화에 제작 오차에 둔감한 결과를 얻을 수 있도록 성능의 강건성을 추가적으로 고려하는 것이 필요하다고 하겠다. 이 문제에서는 특정한 불확실 변수에 대한 측정감도의 민감도가 지배적이기 때문에 다음과 같이 최대 민감도를 구배 지수로 지정하였다.

$$GI = \max_k \left| \frac{d(\Delta f / f)}{du_k} \right| \qquad k = 1,2,\cdots,5 \qquad (10)$$

위의 구배 지수와 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 강건 최적 설계를 수식화 하였다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && GI \\ &\text{subject to} && g_j + \Psi_j(g_j) \le 0 \quad j = 1,3,4 \\ & && \Delta f / f \cong M \end{aligned} \qquad (11)$$

위의 강건 최적 설계 수식화로 구해진 최적해는 측정감도의 목표치에 따라서 Table 1 에 정리하였다.

측정감도의 목표치가 4 %인 경우, 강건 최적해에서 목표치는 만족되었으며 구배 지수도 결정론적 최적해의 2.24에서 1.09 % μm^{-1}로 감소하여 강건성이 많이 향상 되었다. 목표치가 8 %인 경우에도 강건 최적해는 목표치를 만족하고 구배 지수도 감소되어 강건성이 향상되었음을 확인할 수 있다. 이와 함께 각 경우에 제한조건의 위반률도 많이 낮아졌다. 즉, 구배 지수를 이용한 강건 최적 설계를 통해 성능의 목표치에 부합하면서 결정론적 최적해보다 강건성이 많이 향상된 결과를 얻을 수 있었다.

최적 설계로 얻어진 여러가지 최적해에 대하여 몬테카를로 모의실험을 수행하여 그 최적해의 강건성을 정량적으로 서로 비교하였다. 사용한 모의실험 횟수는 1000 회이다. 변동량은 $\Delta x_1=\Delta x_2=\Delta x_3=\Delta x_4=\pm 2.0$ μm, $\Delta x_5=\Delta x_6=\Delta x_7=\Delta x_8=\pm 1.0$ μm, $\Delta x_9=\pm 0.5$ μm 로 가정하였고, 그 비교 결과는 Table 2 에 정리하였다. 각 경우의 측정감도에 대한 평균 및 표준편차 그리고 수율은 Fig. 10 과 11 에 각 측정감도의 목표치에 따라 표시하였다. 각각의 경우에 측정감도의 목표치는 최적화 방법에 상관없이 거의 일치하였으나 결정론적 최적해에서 측정감도의 표준편차가 훨씬 크다는 것을 확인할 수 있다. 강건 최적 설계를 통하여 이러한 성능의 변동을 많이 감소시킬 수 있었으며 특별히 제한조건의 강건성을 고려한 경우에는 제한조건의 위반률도 많이 낮아졌다.

몬테카를로 모의실험 결과에서 얼마나 많은 경우가 실제로 공진형 미소탐침의 작동원리를 만족하는 동시에 허용 가능한 설계로 채택될 수 있는가를 확인하기 위하여 다음과 같이 수율을 정의하였다.

$$SY(\%)=\frac{N_{ac}}{N}\times 100=\frac{N-(N_{g2}+N_S)}{N}\times 100(\%)\quad(12)$$

여기서 N, N_{g2} 그리고 N_S는 각각 몬테카를로 모의실험의 총 횟수, 제한조건 g_2가 위반되는 실험수, 그리고 Fig. 9처럼 제한조건 g_2를 만족하지만 $\Delta f/f$가 S_{target}에 ±1 %이상 벗어나서 허용 가능한 경우로 채택될 수 없는 경우의 수를 의미한다. 최종적으로 만족되는 경우의 수 N_{ac}는 $N-(N_{g2}+N_S)$로 계산되며 g_2를 만족하는 동시에 측정감도가 $S_{lower}\le S\le S_{upper}$인 경우를 의미한다. 측정감도가 4 %인 경우, 수율을 81.8에서 99.2 %로 향상시킬 수 있었고, 고유진동수와 관련된 제한조건의 위반률도 대폭 감소시킬 수 있었다. 측정감도가 8 %인 경우에도 거의 같은 경향으로 수율은 50.8에서 73.0 %로 각각 증가하였다.

제안한 강건 최적 설계 방법을 통하여 비교적 적은 계산량으로 측정감도의 표준편차를 많이 감소시키는 동시에 제한조건 함수의 구배 지수를 이용하여 제한조건의 강건성도 대폭 증가시킬 수 있었다.

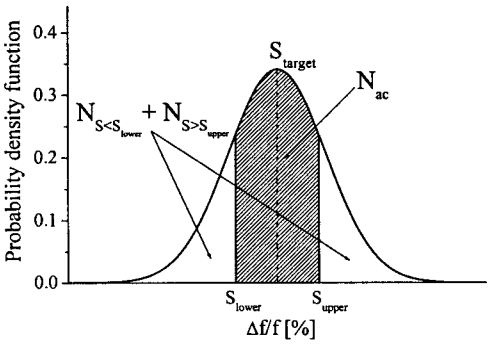


Fig. 9 Definition of accepted designs

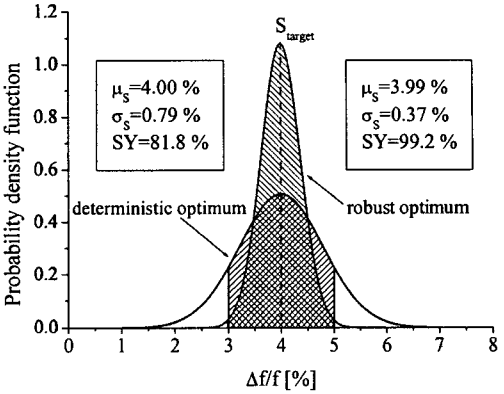


Fig. 10 Comparison of robustness for M=4 %

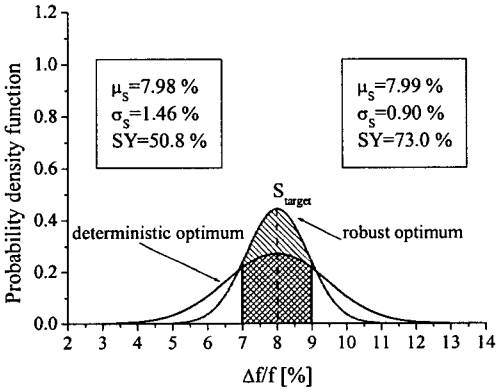


Fig. 11 Comparison of robustness for M=8 %

같은 측정감도를 가지는 미소탐침의 경우에 강건 최적해는 결정론적 최적해보다 제작 오차에 대한 측정감도의 변동량과 고유진동수 응답에 있어서 훨씬 강건성이 높아졌다.

4. 결 론

본 논문은 구배 지수를 이용한 간단하고 효율적인 강건 최적 설계를 통하여 MEMS 구조물의 성능과 강건성을 초기 설계 단계부터 체계적으로 고려하여 설계할 수 있는 강건 최적 설계 방법론을 제

안하였다. 지금까지 강건 설계와 관련된 대부분의 연구는 불확실 변수의 변동에 대한 구체적이고 통계적인 정보를 수식화에 이용하였기 때문에 강건 최적 설계를 적용하는데 많은 어려움이 있었던 것에 비하여 구배 지수를 이용한 강건 최적 설계 방법은 적용이 간단할 뿐만 아니라 계산량이 상대적으로 작으며 불확실성에 대한 통계적인 정보를 요구하지 않으므로 설계 단계부터 적극적으로 활용될 수 있다. 성능의 목표치를 가지는 미소탐침의 문제에서 성능 향상과 강건성의 증대로 수율을 대폭 향상시킬 수 있었고 구배 지수를 이용한 방법으로 제한조건의 강건성도 충분히 고려한 강건 최적해를 얻을 수 있었다. 그리고, 불확실성에 대한 성능함수의 구배 지수를 감소시켜 강건성을 높일 수 있다는 개념의 본 강건 최적 설계 기법은 불확실성에 대한 정보가 부족하지만 강건성이 중요한 경우의 일반 기계 구조물에도 충분히 적용 가능할 것이다.

후 기

본 연구는 한국과학기술원 동시공학설계연구센터에서 수행하고 있는 과학기술부의 국가지정연구실사업의 지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

참고문헌

(1) Shoemaker, A.C., Tsui, K.L. and Wu, C.F.J., 1991, "Economical Experimentation Methods for Robust Parameter Design," *Technometrics*, Vol. 33, pp. 415~427.

(2) Chen, W., Allen, J.K., Tsui, K.L. and Mistree, F., 1996, "A Procedure for Robust Design: Minimizing Variations Caused by Noise Factors and Control Factors," *J. Mech. Des.*, Vol. 118, pp. 478~485.

(3) Gao, X., Low, T.S., Chen, S. and Liu, Z., 2001, "Structural Robust Design for Torque Optimization of BLDC Spindle Motor Using Response Surface Methodology," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 4, pp. 2814~2817.

(4) Parkinson, A., Sorensen, C. and Pourhassan, N., 1993, "A General Approach for Robust Optimal Design," *J. Mech. Des.*, Vol. 115, pp. 74~80.

(5) Wu, Y.T., Millwater, H.R. and Cruse, T.A., 1990, "Advanced Probabilistic Structural Analysis Method for Implicit Performance Functions," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 9, pp. 1663~1669.

(6) Hasofer, A.M. and Lind, N.C., 1974, "Exact and Invariant Second-Moment Code Format," *ASCE Journal of the Engineering Mechanics*, Vol. 100, pp. 111~121.

(7) Ayyub, B.M. and Haldar, A., 1984, "Practical Structural Reliability Techniques," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 8, pp. 1707~1724.

(8) Nikolaidis, E. and Burdisso, R., 1988, "Reliability based Optimization: a Safety Index Approach," *Computers & Structures*, Vol. 28, No. 6, pp. 781~788.

(9) Kwak, B.M. and Lee, T.W., 1987, "Sensitivity Analysis for Reliability-based Optimization Using an AFOSM Method," *Computers & Structures*, Vol. 27, No. 3, pp. 399~406.

(10) Jung, D. H. and Lee, B.C., 2000, "Development of an Efficient Optimization Technique for Robust Design by Approximating Probability Constraints," *Transactions of the KSME*, A, Vol. 24, No. 12, pp. 3053~3060.

(11) Seo, H.S. and Kwak, B.M., 2002, "Efficient Statistical Tolerance Analysis for General Distributions Using Three-Point Information," *Int. J. Prod. Res.*, Vol. 40, No. 4, pp. 931~944.

(12) Ko, J.S., Cho, Y.H., Kwak, B.M. and Park, K.H., 1996, "Design, Fabrication and Testing of a Piezoresistive Cantilever-Beam Microaccelerometer for Automotive Airbag Applications," *Transactions of the KSME*, A, Vol. 20, No. 2, pp. 408~413.

(13) Ko, J.S., Lee, M.L., Lee, D.S., Choi, C.A. and Kim, Y.T., 2002, "Development and Application of a Laterally Driven Electromagnetic Microactuator," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 81, pp. 547~549.

(14) Chiao, M. and Lin, L., 2000, "Self-Buckling of Micromachined Beams under Resistive Heating," J. *Microelectromech. Syst.*, Vol. 9, No. 1, pp. 146~151.

(15) Han, J.S. and Kwak, B.M., 2001, "Robust Optimal Design of a Vibratory Micro Gyroscope Considering Fabrication Errors," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 11, pp. 662~671.

(16) Han, J.S. and Kwak, B.M., 2002, "Robust Design in Terms of Minimization of Sensitivity to Uncertainty and Its Application to Design of Micro Gyroscopes," *Transactions of the KSME*, A, Vol. 26, No. 9, pp. 1931~1942.

(17) Hwang, K.H., Lee, K.H., Park, G.J., Lee, B.L., Cho, Y.C. and Lee, S.H., 2002, "Robust Design of the Vibratory Gyroscope with Unbalanced Inner Torsion Gimbal Using Axiomatic Design," *Transactions of the KSME*, A, Vol. 26, No. 5, pp. 914~923.

(18) Delauche, F., Affour, B. and Dufaza, C., 2002, "Parametric Yield Optimization of MEMS," *DTIP of MEMS /MOEMS*, Proc. SPIE, Vol. 4755, pp. 126~135.

(19) Muchow, J., Kretschmann, A., Henn, R., Skrobanek, K., Finkbeiner, S. and Krauss, H.R., 2002, "Influence of Process Variation on the Functionality of a High Pressure Sensor," *DTIP of MEMS/MOEMS*, Proc. SPIE, Vol. 4755, pp. 143~148.

(20) Germer, C., Hansen, U., Franke, H.J. and Buttgenbach, S., 2002, "Tolerance Analysis and Synthesis in Micro Systems," *DTIP of MEMS/MOEMS*, Proc. SPIE, Vol. 4755, pp. 355~364.

(21) Vanderplaats, G.N., 1984, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications," McGraw-Hill, New York.

(22) DOT Users Manual version 4.20, 1995, VR&D.

(23) Lebrasseur, E., Bourouina, T., Pourciel, J., Ozaki, M., Masuzawa, T. and Fujita, H., 2000, "Resonant-Type Micro-Probe for Vertical Profiler," *2000 International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems*, pp. 285~288.