

난류채널유동의 라그랑지안 해석 (I) - 입자추적 알고리즘 평가 -

최정일* · 이창훈†
(2002년 10월 9일 접수, 2003년 4월 15일 심사완료)

Lagrangian Investigation of Turbulent Channel Flow (I) - An Assessment of Particle Tracking Algorithms -

Jung-Il Choi and Changhoon Lee

Key Words: Particle Tracking(입자추적), Interpolation Scheme(내삽법), Turbulent Channel Flow(난류채널유동)

Abstract

The Lagrangian dispersion of fluid particles in inhomogeneous turbulence is investigated by a direct numerical simulation of turbulent channel flow. Fluid particle velocity and acceleration along a particle trajectory are computed by employing several interpolation schemes such as linear interpolation, high-order Lagrange polynomial interpolation and the Hermite interpolation schemes. The performances of the schemes are evaluated through comparison of errors in computed particle positions, velocities and accelerations against spectral interpolation. Adopting the four-point Hermite interpolation in the homogeneous directions and Chebyshev polynomials in the wall-normal direction appears to produce most reliable Lagrangian statistics including acceleration correlations with a reasonable amount of computational overhead.

1. 서론

입자유동해석은 대기 혹은 수질 오염물질의 확산에 관련된 환경분야에 매우 중요한 부분이다. 엄밀한 유동의 해석과 더불어 입자운동에 대한 수학적 모델 개발이 필요하다. 대기 환경 내의 입자유동은 그 밀도가 낮아서 난류와 같은 대기 조건에서는 주위 환경유동에 많이 영향을 받는다.⁽¹⁾ 그러므로 입자운동 모사를 위해서는 시공간적으로 매우 정확한 추적방법이 필요하다.

최근들어, 많은 연구자들에 의해 입자유동해석은 DNS를 통한 Lagrangian 해석에 의해 엄밀한 해석을 진행하고 있지만,⁽¹⁻⁴⁾ 입자추적의 속도내삽 및 시간추적에 대한 오차에 의해 그 한계성을 드러내고 있다. 입자추적에 가장 쉬운 방법으로서 선형 내삽에 의한 속도 추정에 대한 예를 들어보면, 내삽에 관계되는 유동정보의 제한성 때문에 격자점이 많지 않은 경우에는 내삽상의 오차가 존재하는 것은 자명하다. 반면, 유동장 내부의 모든 점의 정보를 고려하여 입자를 추정하는 Spectral 내삽법은 엄밀한 추적이 가능하지만, 방대한 계산시간을 요구한다.

기존에 제안된 입자추적 기법을 살펴보면, Taylor 전개를 이용한 방법,⁽²⁾ Lagrange 다항식을 이용하는 방법,^(3,4) Hermite 내삽법⁽⁴⁾ 등이 제안되었다. 그러나, 입자추적기법의 난류입자분산의 적용에 앞서 단순화된 유동현상 혹은 함수의 내삽을 통한 오차분석을 수행하였다. 본 연구에서는 난류유동에 적합한 입자추적 내삽법을 평가하기

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학과

E-mail : cleee@yonsei.ac.kr

TEL : (02)2123-2846 FAX : (02)312-2159

* 연세대학교 기계공학과, 청정기술연구단

위해, 난류채널 유동 내의 유체 입자 운동을 해석하였다. 이에 대해, Spectral 내삽법에 의한 엄밀한 입자추적에 대해 기존의 내삽법의 정량적인 오차를 분석을 하고, 여러 가지 내삽법에 따른 난류 Lagrangian 통계량의 한계성을 제시하고자 한다. 난류채널 유동에서의 비균질 Lagrangian 통계량에 대한 고찰은 Part 2에 정리되어있다.⁽⁵⁾

2. 직접수치모사

입자운동해석을 위해 $Re_\tau = 112$ 인 난류채널유동에 대한 직접 수치모사가 수행되었다. Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해 시간차분에 대해 semi-implicit 방법이 사용되었다. 점성항에 대해서는 Crank-Nicolson 방법, 대류항에 대해서는 3차 Runge-Kutta 방법이 사용되었다. 공간차분에 대해 벽면 수직방향으로는 Chebyshev-tau 방법, 주유동방향 및 횡방향으로는 dealiased Fourier 방법이 적용되었다. 본 연구에서 사용된 spectral 방법은 Kim 등⁽⁶⁾이 사용한 것과 같다. 계산영역은 주유동방향, 수직방향, 횡방향으로 $4\pi\delta \times 2\delta \times 4\pi\delta/3$ 이며, 사용된 격자계는 $32 \times 65 \times 32$ 이다. 여기서 δ 는 채널반폭 길이이다. 계산 시간간격은 $\Delta t u_\tau / \delta \approx 0.001$ 을 사용하였다.

3. 입자추적기법

3.1 유체입자 운동방정식

유체입자의 궤적계산은 입자 운동방정식의 수치적 적분을 통해서 얻어진다. 유체입자에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial X_j}{\partial t} = V_j(t) \quad j=1,2,3 \quad (1)$$

여기서 $X_j(t)$ 와 $V_j(t)$ 는 초기위치에 대해 시각 t 에서 유체입자의 위치 및 속도를 나타낸다. Lagrangian 입자속도 $V_j(t)$ 와 Eulerian 속도 $U_j(t)$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$V_j(t) = U_j[X_k(t), t] \quad (2)$$

순간 유체입자 속도는 그 위치에서의 Eulerian 속도와 같으며, DNS를 통하여 각 시간에서의 속도를 추출할수 있지만, 일반적으로 격자계가 유체입자 위치와 다르기 때문에 내삽을 통해 Lagrangian 속도를 추정한다. Kontomaris 등⁽³⁾이

제시한 바 있듯이, Lagrangian 속도성분의 내삽과정에서 발생된 오차성분은 유체입자 운동방정식의 시간적분을 통해 얻어진 새로운 유체입자의 위치추정에 영향을 미친다. 이러한 과정에 의해 속도성분내삽에 따른 오차는 시간에 대해 축적되기 때문에 매우 정확한 속도성분의 내삽법이 필요하다.

3.2 유체입자 속도의 내삽

속도성분의 내삽을 사용하는 경우, 유동특성이 복잡함에 따라 정밀한 내삽법이 필요하지만, 그 계산시간은 증가된다.⁽⁴⁾ 이에 대해, 유동조건에 따른 적절한 내삽법의 적용이 필요하다. 본 연구에서는 여러 가지 내삽법에 의한 유체입자 추정의 정확도를 평가하고자 한다.

3.2.1 Spectral interpolation

Spectral 내삽은 모든 파수 영역에서의 속도정보를 직접 합을 이용하여 임의의 지점에서의 속도를 구하였다.

$$V_j(t) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \sum_{n=0}^N \widehat{U}_j(k_x, y, k_z, t) e^{ik_x x} e^{ik_z z} T_n\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (3)$$

여기서 k_x, k_z 는 주유동방향 및 횡방향의 파수를 의미하며, \widehat{U}_j 는 U_j 에 대한 주유동방향, 횡방향으로의 파수영역 및 N 차 Chebyshev 다항식의 계수이다.

$$T_n\left(\frac{y}{\delta}\right) = \cos(n\theta), \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (4)$$

벽면 수직방향으로의 Chebyshev 다항식을 사용함으로써 벽면 부근에서의 높은 전단응력에 의해 발생하는 속도구배에 따른 공간상 분해능을 높이고 Gibbs현상을 피할 수 있다.⁽⁷⁾ 임의의 지점에서의 속도를 식 (3)과 같이 직접합을 이용하여 파수영역에서의 정보의 손실없이 속도가 추정되기 때문에 내삽된 속도의 경우 오차는 전혀 없다. 그러나 유체입자마다 각 방향으로의 Fourier 변환 및 Chebyshev 역변환이 사용되어야하므로 많은 계산시간이 요구된다. 본 연구에서는 직접 합을 하는 과정에서 FFT (Fast Fourier Transform) 알고리즘을 사용하기 위해 위상변환을 이용하여 처리하였다. 임의의 위치에서 각 방향으로의 가장 가까운 격자점 (x_i, z_k) 을 기준으로 위상변화량 (α, β) 에 대해 다음과 같이 식을 변화시켜서 FFT를 적용하였다.

$$V_j(t) = \sum_{k_x} \sum_{k_z} \sum_{n=0}^{N_x} \widehat{U}_j(k_x, y, k_z, t) e^{ik_x x} e^{ik_z z} T_n\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5)$$

$$\widehat{U}_j = \widehat{U}_j e^{ik_x x + ik_z z} \quad (6)$$

3.2.2 Linear interpolation

선형내삽법은 2차 정확도를 갖는 Lagrangian 내삽법이며, 가장 간단한 내삽법이다.

$$V_j(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 U_j P_i(x) P_m(y) P_n(z) \quad (7)$$

여기서, P_i, P_m, P_n 는 각 방향으로의 기저함수들이다. 내삽하고자 하는 점 x 와 격자점 (x_i, x_{i+1}) 이 $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ 와 같을 때, 기저함수는 다음과 같다. 여기서 $\xi = (x - x_i)/h$ 이며, h 는 격자간격을 나타낸다.

$$P_1(\xi) = \xi \quad (8)$$

$$P_2(\xi) = 1 - \xi \quad (9)$$

3.2.3 Lagrange-Chebyshev interpolation

주유동방향 및 횡방향으로 6차 Lagrange 내삽법이 사용되었다. 벽면 수직방향은 Spectral내삽법에서 기술된바 있듯이, Chebyshev 내삽법이 사용되었다.

$$V_j(t) = \sum_{i=1}^6 \sum_{m=1}^6 \sum_{n=0}^{N_z} \widehat{U}_j L_i(x) L_m(z) T_n\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (10)$$

여기서 \widehat{U}_j 는 U_j 에 대한 N 차 Chebyshev 다항식의 계수이다. 임의의 점 x 와 격자점 (x_i, x_{i+1}) 이 $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ 에 대해 x_{i-2} 에서부터 x_{i+3} 까지의 격자점의 속도를 이용하여 내삽하였다. 이에 대한 각 방향 기저함수 $L_i(x), L_m(z)$ 을 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$L_1(\xi) = (\xi^5 - 5\xi^4 + 5\xi^3 + 5\xi^2 - 6\xi)/(-120) \quad (11)$$

$$L_2(\xi) = (\xi^5 - 4\xi^4 - \xi^3 + 16\xi^2 - 12\xi)/24 \quad (12)$$

$$L_3(\xi) = (\xi^5 - 3\xi^4 - 5\xi^3 + 15\xi^2 + 6\xi - 12)/(-12) \quad (13)$$

$$L_4(\xi) = (\xi^5 - 2\xi^4 - 7\xi^3 + 8\xi^2 + 12\xi)/12 \quad (14)$$

$$L_5(\xi) = (\xi^5 - 2\xi^4 - 7\xi^3 + \xi^2 + 6\xi)/(-24) \quad (15)$$

$$L_6(\xi) = (\xi^5 - 5\xi^3 + 4\xi)/120 \quad (16)$$

기저함수의 변수 ξ 는 $\xi = (x - x_i)/h$ 혹은 $\xi = (z - z_k)/h$ 이다. 그러므로 임의의 점에서의 내삽을 위해 사용된 격자점은 주유동방향 및 횡방향으로 36개이다.

3.2.4 Hermite-Chebyshev interpolation

일반적인 함수 $f(x)$ 에 대한 1차원 Hermite 내삽법은 다음과 같다.

$$f(x) = \sum_{i=0}^N [f(x_i)H_i(x) + f'(x_i)G_i(x)] \quad (17)$$

여기서 H_i 와 G_i 는 Hermite 내삽법의 기저함수이다. 본 연구에서는 주유동방향 및 횡방향으로는 Hermite 내삽법을 사용하고, 벽면 수직방향으로는 Chebyshev 내삽법을 사용하였다.

$$V_j(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=0}^{N_z} \left[\widehat{U}_j H_i(x) H_m(z) + \frac{\partial \widehat{U}_j}{\partial x} G_i(x) H_m(z) + \frac{\partial \widehat{U}_j}{\partial z} H_i(x) G_m(z) + \frac{\partial^2 \widehat{U}_j}{\partial x \partial z} G_i(x) G_m(z) \right] T_n\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (18)$$

여기서 $\widehat{U}_j, \partial \widehat{U}_j / \partial x, \partial \widehat{U}_j / \partial z, \partial^2 \widehat{U}_j / \partial x \partial z$ 는 속도 및 속도구배에 대한 Chebyshev 다항식의 계수를 의미한다.

내삽에 관계하는 점의 개수가 $N=2$ 인 경우에 대한 내삽법은 Balachandar와 Maxey⁽⁴⁾에서 이미 적용한 바 있으며, 그 경우에 대한 기저함수는 다음과 같으며, 함수인자 ξ 는 $\xi = (x - x_i)/h$ 혹은 $\xi = (z - z_k)/h$ 이다.

$$H_1(\xi) = 2\xi^3 - 3\xi^2 + 1 \quad (19)$$

$$H_2(\xi) = -2\xi^3 + 3\xi^2 \quad (20)$$

$$G_1(\xi) = (\xi^3 - 2\xi^2 + \xi)h \quad (21)$$

$$G_2(\xi) = (\xi^3 - \xi^2)h \quad (22)$$

각방향 2점에서의 속도 및 속도구배에 대한 4가지 정보에 대해 총 16개의 유동정보를 이용하여 내삽하였다.

Hermite 내삽법을 사용하는 경우, 내삽에 사용되는 함수들의 정확한 정보가 필요한데, 특히 속도구배에 대한 정보를 파수영역에서의 미분치로 정하는 경우, 잉여 FFT 계산과정이 매순간마다 3번 필요하다. FFT에 의한 유동정보는 모든 계산 영역에서의 구해진다. 이에 대해, 부가적인 FFT 계산이 없이 4점을 이용하는 Hermite 내삽법로 확장하였다. $N=4$ 인 Hermite 내삽법에 대한 각방향 기저함수를 살펴보면 다음과 같다. 내삽에 사용된 점들은 임의의 점 x 가 $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ 에 놓여져 있을 때, x_{i-1} 에서부터 x_{i+2} 까지의 격자점들이며, ξ 는 $\xi = (x - x_i)/h$ 혹은 $\xi = (z - z_k)/h$ 이다.

$$H_1(\xi) = (11\xi^7 - 52\xi^6 + 59\xi^5 + 50\xi^4 - 124\xi^3 + 56\xi^2)/108 \quad (23)$$

$$H_2(\xi) = (27\xi^7 - 81\xi^6 - 54\xi^5 + 270\xi^4 + 27\xi^3 - 297\xi^2)/108 + 1 \quad (24)$$

$$H_3(\xi) = (-27\xi^7 + 108\xi^6 - 27\xi^5 - 270\xi^4 + 108\xi^3 + 216\xi^2)/108 \quad (25)$$

$$H_4(\xi) = (-11\xi^7 + 25\xi^6 + 22\xi^5 - 50\xi^4 - 11\xi^3 + 25\xi^2)/108 \quad (26)$$

$$G_1(\xi) = (3\xi^7 - 15\xi^6 + 21\xi^5 + 3\xi^4 - 24\xi^3 + 12\xi^2)h/108 \quad (27)$$

$$G_2(\xi) = (27\xi^7 - 108\xi^6 + 54\xi^5 + 216\xi^4 - 189\xi^3 - 108\xi^2)h/108 + h \quad (28)$$

$$G_3(\xi) = (27\xi^7 - 81\xi^6 - 27\xi^5 + 189\xi^4 - 108\xi^3)h/108 \quad (29)$$

$$G_4(\xi) = (3\xi^7 - 6\xi^6 - 6\xi^5 + 12\xi^4 + 3\xi^3 - 6\xi^2)h/108 \quad (30)$$

내삽에 필요한 격자점은 각 방향으로 4개이며, 관계된 정보는 4개이다. 총 사용된 정보는 64개이다.

3.3 시간적분 (Time integration)

시간적분의 방법에 따른 오차는 공간상 내삽에 의해 발생된 오차에 비해 상대적으로 작다. 이는 입자를 추적하기 위해 사용되는 시간간격이 작기 때문에 2차 정확도의 Runge-Kutta 방법도 충분하다고 알려진 바 있다.⁽⁶⁾ 본 연구에서는 난류채널 유동을 해석함에 있어서 사용하고 있는 3차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 시간적분하였다. 식 (1)에서의 유체입자운동 방정식을 Δt 동안 3단계의 과정을 통해서 시간적분하였다.

$$X_j^{n+1/3} = X_j^n + a_1 \Delta t V_j(X_j^n, t_n) \quad (31)$$

$$X_j^{n+2/3} = X_j^n + a_2 \Delta t V_j(X_j^{n+1/3}, t_n + b_1 \Delta t) + a_3 \Delta t V_j(X_j^n, t_n) \quad (32)$$

$$X_j^{n+1} = X_j^{n+2/3} + a_4 \Delta t V_j(X_j^{n+2/3}, t_n + b_2 \Delta t) + a_5 \Delta t V_j(X_j^{n+1/3}, t_n + b_1 \Delta t) \quad (33)$$

여기서 $a_1 = b_1 = 8/15$, $a_2 = 5/12$, $a_3 = -17/60$, $a_4 = 3/4$, $a_5 = -5/12$, $b_2 = 2/3$ 이다. 각 단계에서 속도 성분은 앞서 제시된 내삽법을 사용하였다.

4. 입자추적기법의 평가

4.1 입자추적의 모의평가

입자추적기법의 정확도를 평가하기 위해, 앞서 언급된 내삽법에 대해 난류채널유동 내에서의 유체 입자추적을 수행하였다. 본 연구에서 적용된 유체 입자추적기법을 간단히 Spectral 내삽법인 경우 Spectral로, 선형내삽을 Linear로, 6차 Lagrange-Chebyshev 내삽을 LG6CH, 2점 Hermite-Chebyshev 내삽을 HM2CH, 4점인 경우에 대해 HM4CH로 표현하였다.

Figure 1은 각 내삽방법에 따라 채널의 중심에

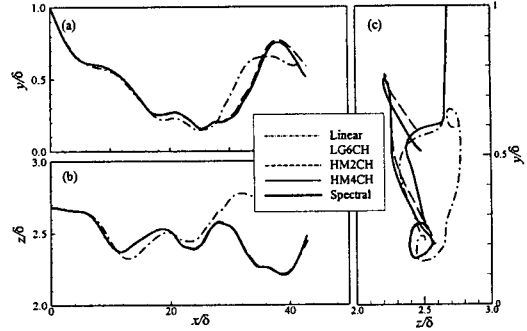


Fig. 1 Trajectories of a particle released at the center using different interpolation schemes

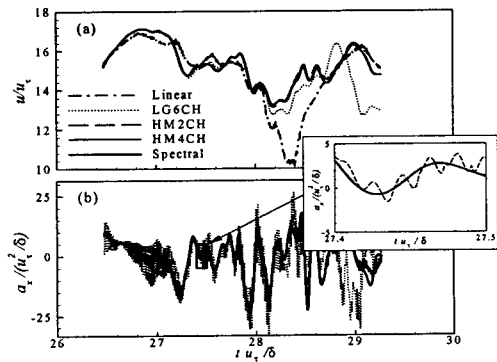


Fig. 2 Time histories of velocity and acceleration of a particle released at the center using different interpolation schemes

서 놓여진 입자가 시간에 따라 흘러가는 궤적을 나타내고 있다. Fig. 1(a)는 xy 평면에서의 입자궤적을 나타내고 있다. Linear는 $x/\delta = 10$ 인 영역에서부터 Spectral에 의한 궤적과 동떨어진 위치를 추정하고 있으며, LG6CH의 경우는 $x/\delta = 25$ 에서부터 위치추정의 오차를 보이고 있다 (Fig. 1(a)). 한편, HM2CH 혹은 HM4CH의 경우는 거의 정확한 위치추정을 하고 있다. 이러한 경향성은 Fig. 1(b)의 xz 평면에서도 발견된다. 특히, Fig. 1 (c)는 유동단면의 입자궤적으로서, 복잡한 난류구조에 따라 Linear의 입자 위치 추정의 부적합성을 보여주고 있다.

Figure 2는 유체입자의 속도 및 가속도의 시간 이력곡선을 나타낸다. 가속도의 추정은 입자운동 방정식에 의해 얻어진 속도를 2차정확도의 시간

미분을 통해서 구하였다. Fig. 2(a)는 주유동방향 속도의 시간이력곡선을 나타내는데, Linear의 경우 초기 방출 시각부터 Spectral에 의해 추정된 속도와 차이를 나타내고 있다. LG6CH의 경우는 벽단위 시간으로 $tu_w/\delta=28$ 을 전후부터 차이를 나타내고 있지만, HM2CH, HM4CH의 경우에는 Spectral과 큰 차이를 보여주지 않는다. Fig. 2(b)는 유체입자의 가속도의 시간이력곡선을 나타낸다. Linear의 경우, Fig. 2(a)에서 보여준 부정확한 속도 예측에 대해 가속도 예측은 더욱 부정확하다. 그러므로 Fig. 2(b)에서 가속도의 시간이력곡선에서는 Linear의 경우를 배제하였다. LG6CH에 의해 추정된 가속도는 Spectral에 의한 것과 비교했을 때, 많은 차이를 보여주고 있다. 속도예측에 있어서는 큰 차이를 보여주지 않았지만, 짧은 시간동안의 속도변화량 추정에 있어서 내삽에 의한 오차가 증대되어 타나기 때문이다. 여러 가지 내삽법에 의해 추정된 가속도의 전체적인 경향성은 비슷하지만, 입자초기부터 가속도의 시간요동특성의 차이가 존재한다. Fig. 2(b)에 확대된 그림을 살펴보면, 가속도의 시간요동특성을 잘 관찰할 수 있다. HM4CH는 기존의 Spectral방법에 의한 결과와 비교했을 때, 정확한 입자 가속도를 예측하고 있지만, HM2CH는 그 시간요동이 존재한다. 입자 추적기법에 따른 정확도를 정량적으로 표현하기위해 유체입자 1000개에 대한 Spectral 방법과의 각 물리량들의 표준편차를 다음과 같이 정의하였다.

$$|\Delta\phi|^2 = \frac{1}{N} \sum_n (\phi_{int}^n - \phi_{spec}^n)^2 \quad (34)$$

여기서 ϕ_{int} 는 내삽법에 따른 물리량과 ϕ_{spec} 는 Spectral 방법에 의한 물리량을 나타내며, N 은 오차분석에 사용된 입자수이다. 유체입자의 초기 위치는 각방향으로 무작위로 방출시켰다. Fig. 3은 각 내삽법에 따른 오차의 시간변화를 나타낸다. Fig. 3(a)는 위치에 대한 오차의 표준편차이다. 초기 시간에서는 각 내삽법에 상관없이 시간에 대해 t 에 비례하지만, 초기 오차는 Linear, LG6CH, HM2CH, HM4CH의 순으로 큰 오차를 보여준다. 시간이 지남에 따라 각 물리량들의 오차는 누적되어 입자가 방출된 장시간 후의 결과는 신뢰할 수 없다. 또한 Fig. 3(b)와 (c)에서 제시

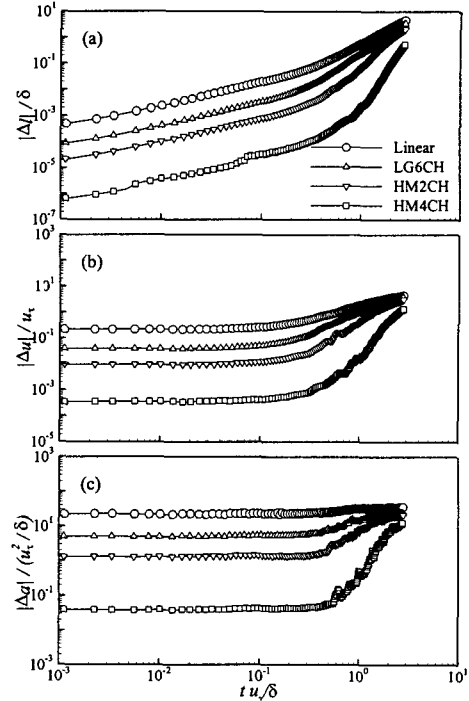


Fig. 3 Root-mean square errors for position, velocity and acceleration of 1000 particles using different interpolation schemes

Table 1 Root-mean-squared position errors at $2T_L$ and computational cost for interpolation

	Linear	LG6CH	HM2CH	HM4CH	Spectral
$ \Delta\phi _{2T_L}/\delta$	0.458	0.186	0.042	0.001	-
CPU Time (sec)	0.033	0.120	0.208	0.347	24.4

된 속도 및 가속도에 대한 오차를 살펴보면, HM4CH가 오차 정도가 다른 내삽법에 비해 현저하게 작다. 그러나 Lagrangian 통계량 추출의 관점에서 볼 때, 특정시간에서의 신뢰성 있는 유체입자의 추적이 요구된다.

Lagrangian 적분 시간척도(T_L)은 Armenio 등⁽¹⁾에서 제시된 바와 같이 벽단위 시간 40정도임을 고려해볼 때, $2T_L$ 시각에서의 추정된 오차에 대한 위치편차는 Table 1에서와 같다. 채널 중심에서의 소산율에 따른 Kolmogorov 길이척도(η/δ)는 $\eta/\delta=0.03$ 정도이다. HM4CH의 오차는 Kolmo-

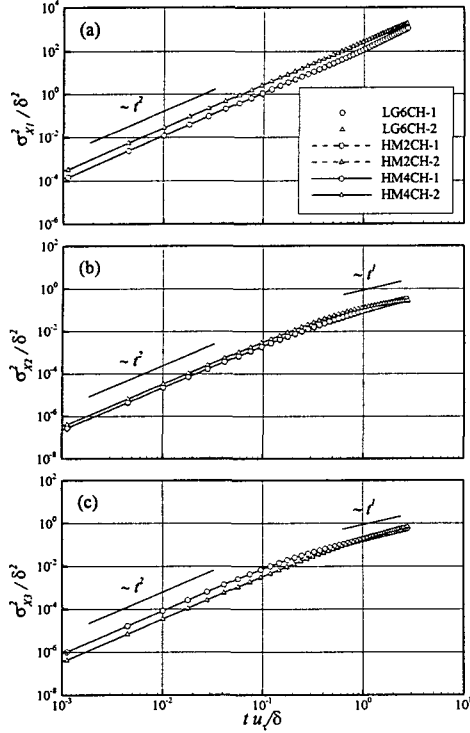


Fig. 4 The effect of the interpolation schemes on fluid particle dispersion

gorov 길이척도에 비해 1/30 정도 오차를 나타내고 있다. 입자 1000개의 속도내삽에 관한 계산 시간을 살펴보면, Spectral 내삽에 비해 HM4CH는 약 1/70배 정도의 시간에 의해 적어도 $2T_L$ 시간 동안에 위치추정을 Kolmogorov 길이척도 이하의 오차범위로 할 수 있으며, 이는 LG6CH의 경우에 비해 약 3배의 계산시간이 소요된다.

4.2 Lagrangian 통계량에 의한 평가

난류채널유동 내의 입자유동의 Lagrangian 통계량에 대한 입자추적기법의 영향을 살펴보기 위해 $y^+ = 15.8, 112$ 에서 입자를 방출한 뒤 추적하였다. 난류 채널유동은 벽면수직방향의 비균질효과에 따른 방출위치가 Lagrangian 통계량의 변수이기 때문에, 벽면 난류구조가 상이한 두 지점에 대해 평가를 수행하였다. xz 평면에서 576개의 입자를 무작위로 방출하였으며, Lagrangian 적분 시간간격을 고려하여, 벽단위 시간간격 $tu_i/\delta = 1.0$ 마다 새로운 입자를 방출시켰다. 각 통계량에 사용

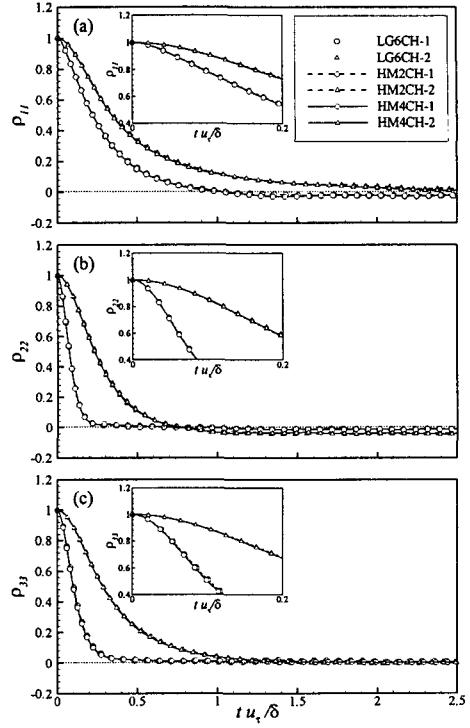


Fig. 5 The effect of the interpolation schemes on Lagrangian velocity auto-correlations

된 입자들의 표본집단은 100개이며, 이를 앙상블 평균에 의해 통계량을 구하였다. 입자방출위치에 대해 입자추적기법의 약자 뒤에 1 혹은 2에 의해 구분하였다. 여기서, 1은 벽면근처 ($y^+ = 15.8$)에서 방출된 입자를 의미하며, 2는 채널의 중심 ($y^+ = 112$)에서 방출된 것을 나타낸다.

Figure 4는 유체입자의 분산을 나타내며, 초기 위치에 따른 유체입자 변위의 제곱평균량이다.

$$\sigma_{xi}^2(t) = \langle (X_i(t) - X_i(0))^2 \rangle \tag{35}$$

여기서 $\langle \rangle$ 은 입자표본의 앙상블 평균을 의미한다. 입자확산과정의 초기 입자분산은 Kontomaris 등⁽³⁾에 의해 지적된 바와 같이, 직방향으로의 비균질 특성에도 불구하고, Taylor의 이론⁽⁸⁾에 의거하여 시간에 대한 2차함수를 나타내고 있다 ($t \ll T_L$). 입자가 방출된 후, $t \gg T_L$ 인 시점에 대해 입자분산은 시간에 대해 1차 함수로 표현된다.⁽⁸⁾ Fig. 4 (b)와 (c)에서 보면, $tu_i/\delta \approx 1$ 인 지점에서 기울기가 1인 입자분산을 확인할 수 있다. 주유동방향의 입자분산은 평균속도에 의해 기울

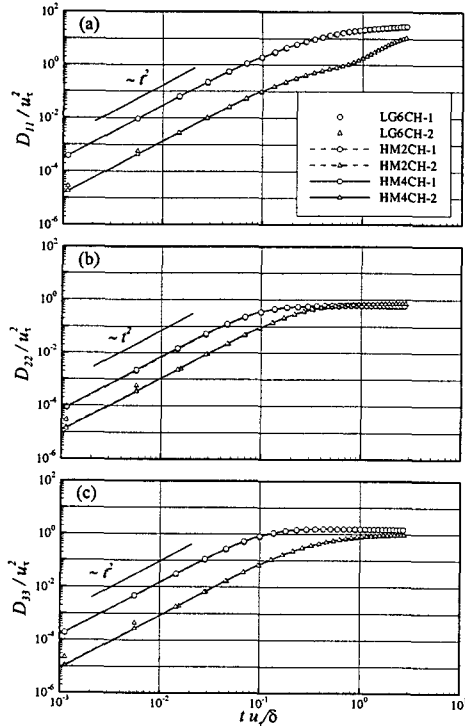


Fig. 6 The effect of the interpolation schemes on Lagrangian velocity structure functions

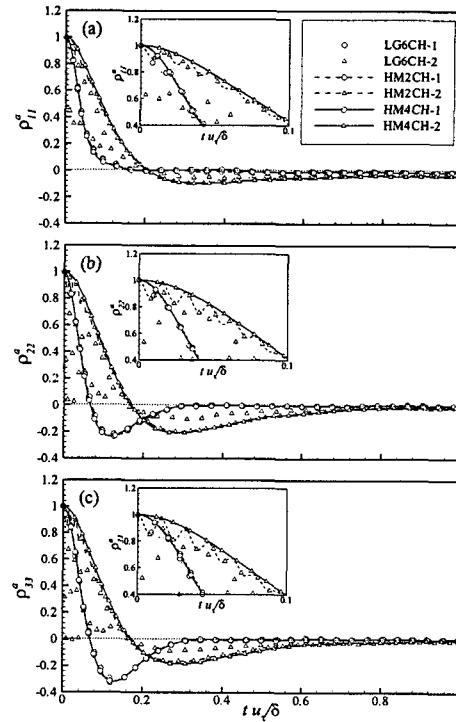


Fig. 7 The effect of the interpolation schemes on Lagrangian acceleration auto-correlations

기가 1인 영역은 관찰되지 않는다. 입자추적기법에 따른 입자분산은 LG6CH, HM2CH, HM4CH에 대해 차이가 없다.

입자속도에 대한 Lagrangian 상관함수를 각 입자추적기법에 대해 계산되어졌다. Lagrangian 상관함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_{ii}(t; x_0) = \frac{\langle v_i(t_0; x_0)v_i(t+t_0; x_0) \rangle}{\langle v^2_i(t_0; x_0) \rangle^{1/2} \langle v^2_i(t+t_0; x_0) \rangle^{1/2}} \quad (36)$$

여기서 v_i 는 각방향 입자속도의 난류성분을 의미하며, 이는 Shen과 Yeung⁽⁹⁾에서 전단이 있는 경우에 대한 속도상관함수를 정의함에 있어서 입자유동의 섭동량을 고려한것과 마찬가지로, 입자의 위치에 따른 Eulerian 속도성분과의 차를 입자유동의 난류성분으로 정의하였다. Fig. 5는 각 방향 속도성분에 대한 상관함수를 나타내고 있다. 전체적으로 주유동방향의 상관성은 다른 방향의 상관성 보다 더 크다. 이는 전단응력이 존재하는 등방성 유동에서와 비슷한 경향을 보여주고 있다. 입자추적 기법에 따른 차이는 발견되지 않으며, 삽입된 그림에서도 짧은 시간 변화에 대한

상관함수의 변화량도 거의 3가지 방법이 모두 일치하고 있다. 입자추적에 대한 통계적 모델로서 Langevin방정식과 밀접한 관련이 있는 Lagrangian 구조함수를 평가하였다. Lagrangian 구조함수는 각 방향의 속도와 입자가 방출되는 시점에서의 속도 차에 대해 제곱 평균량이다.⁽⁹⁾

$$D_{ii}(t) = \langle [V_i(t+t_0) - V_i(t_0)]^2 \rangle \quad (37)$$

Fig. 6에서 볼 수 있듯이, 입자가 방출된 초기의 구조함수는 시간에 대해 2차함수임을 볼 수 있는데, Kolmogorov의 가정과 잘 일치하고 있다. 입자추적기법에 따라 채널의 중심에서 방출된 초기입자들의 통계량을 살펴보면, LG6CH의 경우 초기에는 2차함수를 나타내지만, $tu_i/\delta = 0.01$ 부근에서 함수의 형태가 바뀌고 있음이 확인된다. 그러므로, LG6CH의 경우, 초기의 Lagrangian 구조함수의 예측에 있어서 오차를 보여주고 있다.

입자속도에 대한 통계량은 Langevin 방정식에서 입자쌍들의 가속도에 대한 상관함수를 무시하였지만, 그 상관성이 inertial영역에서 중요하게 인식되고 있다.⁽¹⁰⁾ 본 연구에서는 입자추적기법들

의 가속도 관련 통계량들에 대한 영향을 살펴보기 위해 Lagrangian 가속도 상관함수를 다음과 같이 정의하였다.

$$\rho_{ii}^a(t; x_0) = \frac{\langle a_i(t_0; x_0) a_i(t_0 + t; x_0) \rangle}{\langle a_i^2(t_0; x_0) \rangle^{1/2} \langle a_i^2(t_0 + t; x_0) \rangle^{1/2}} \quad (38)$$

LG6CH의 경우는 입자가 방출된 초기부터 강한 진동현상을 보여주고 있는데, 이는 앞서 제시된 가속도의 시간이력곡선 (Fig. 2(b))에 나타난 진동현상에 대한 결과이다. HM2CH의 경우에는 시간 이력곡선에서 나타난 미약한 진동현상이 상관함수에 초기 부분의 진동현상을 초래하고 있다. 반면, HM4CH는 입자초기부터 단조감소하는 상관함수의 특징을 잘 나타내고 있다.

5. 결론

난류채널유동에서의 입자유동에 대한 입자추적 기법을 평가하기 위해 직접수치모사가 수행되었다. 입자추적 기법의 영향을 살펴보기 위해, Linear, LG6CH, HM2CH, HM4CH에 의한 입자의 위치, 속도, 가속도를 Spectral에 의한 것들과 비교하였다. HM4CH에 의한 입자추적은 Spectral에 의해 얻어진 물리량들에 대해 Lagrangian 시간척도를 고려해볼 때, 위치의 경우 Kolmogorov 길이 척도 정도의 오차범위 내에서 추적이 가능하며, 이에 대한 계산시간은 Spectral에 필요한 것의 1/70정도이다. 입자추적기법이 Lagrangian 통계량에 대해 미치는 영향을 살펴보기 위해, 입자분산, 속도 및 가속도의 상관함수 및 구조함수를 구해본 결과, HM4CH 방법을 제외한 내삽법을 사용하는 경우, 가속도의 물리량의 예측에 있어서 적분시간 이내의 거동을 잘 예측하지 못하고 있다. 엄밀한 Lagrangian 통계량 분석을 위해서는 HM4CH에 의한 입자추적이 필수적이며, 각 내삽법에 따른 계산시간을 고려해볼 때, 타당한 방법이라고 사료된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구사업

(R01-2000-000-00306-0) 지원으로 수행되었다.

참고문헌

- (1) Armenio, A., Piomelli, U. and Fiorotto, V., 1999, "Effect of the Subgrid Scales on Particle Motion," *Phys. Fluids*, Vol. 11, No. 10, pp.3030~3042.
- (2) Yeung, P.K. and Pope, S.B., 1988, "An Algorithm for Tracking Fluid Particles in Numerical Simulation of Homogenous Turbulence," *J. Comp. Phys.*, Vol. 79, pp.373~416.
- (3) Kontomaris, K., Hanratty, T.J. and McLaughlin, J.B., 1992, "An Algorithm for Tracking Fluid Particles in a Spectral Simulation of Turbulent Channel Flow," *J. Comp. Phys.*, Vol. 103, pp.231~242.
- (4) Balachandar, S. and Maxey, M.R., 1989, "Methods for Evaluating Fluid Velocities in Spectral Simulations of Turbulence," *J. Comp. Phys.*, Vol. 83, pp.96~125.
- (5) Choi, J.-I. and Lee, C., 2002, "Lagrangian Investigation of Turbulent Channel Flow - (II) Analysis of Lagrangian Statistics," *KSME*, submitted.
- (6) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, "Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number," *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp.133~166.
- (7) Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A., Zang, T.A., 1988, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer-Verlag.
- (8) Pope, S.B., 2000, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press.
- (9) Shen, P. and Yeung, P.K., 1997, "Fluid Particle Dispersion in Homogenous Turbulent Shear Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 9, No. 11, pp.3472~3484.
- (10) Yeung, P.K., 1997, "One- and Two-particle Lagrangian Acceleration Correlations in Numerically Simulated Homogenous Turbulence," *Phys. Fluids*, Vol. 9, No. 10, pp.2981~2990.