

論文2003-40SC-4-2

어파인 퍼지 모델을 이용한 Chua 회로의 제어

(Control of Chua's Circuit using Affine Fuzzy Model)

金 殷 泰 *

(Euntai Kim)

요 약

본 논문에서는 Chua회로의 카오스 현상을 안정화시키는 퍼지 제어를 제안한다. 제안되는 퍼지 제어기는 두 가지 과정으로 설계되는데 우선 Chua 회로를 어파인 퍼지 모델로 표현하고 다음은 전체 폐루프의 안정도가 보장되도록 퍼지 제어를 설계한다. 이를 위해 어파인 퍼지 시스템의 전역 점근 안정조건을 유도하고 이를 선형행렬부등식으로 표현하여 문제를 해결한다. 끝으로 컴퓨터 모의 실험을 통하여 타당성을 확인한다.

Abstract

In this paper, a fuzzy controller is designed to suppress and stabilize the chaotic behavior of Chua's circuit. This controller is constructed by the following two phases. First, Chua's circuit is represented by an affine fuzzy model. Second, a fuzzy controller is designed so that the stability of the closed-loop system composed of the fuzzy controller and the affine fuzzy model of Chua's circuit is rigorously guaranteed. The stability condition of the affine fuzzy system is derived and is recast in the formulation of linear matrix inequalities. The guaranteed stability is global and asymptotic. Finally, the applicability of the suggested methodology is highlighted via computer simulations.

Keyword : Chua circuit, affine fuzzy system, chaotic system, LMI, S-procedure

I. 서 론

카오스 시스템의 동특성은 일반적으로 비선형적이고 복잡하여 매 순간 이해하기 어렵고 이러한 카오스 특성을 제어하지 못하는 경우 전체 시스템은 파손될 수도 있다. 최근 Ott, Grebogi, Yorke (OGY) 등의 연구^[1] 이후, 카오스 현상의 제어는 학문적으로나 실제적으로

많은 관심을 끌고 있다.

일반적으로 카오스 현상을 제어하는 방식은 크게 피드백 (feedback) 제어와 비피드백 (nonfeedback) 제어로 나눌 수 있다. 일반적으로 비피드백 제어는 광전자 시스템과 같이 고속의 제어를 필요로 하는 경우 사용하지만 많은 연산을 필요로 하고 강인성이 떨어지기 때문에 피드백 제어 방식이 더욱 선호되고 있다. 피드백 제어의 경우 OGY의 방식이 대표적이며 많은 연구자들이 이 변형에 대한 연구를 진행하고 있다. Dressler 와 Nitsche는 시간 지연축을 도입하여 OGY 제어 방식이 실험환경에 적용할 수 있도록 하였고^[2] 그 밖에도 OPF

* 正會員, 延世大學校 電氣電子工學部

(Yonsei University, School of Electrical and Electronic Engr.)

接受日字:2001年12月1日, 수정완료일:2003年6月17日

(Occasional Proportional Feedback), RPF (Recursive Proportional Feedback), PPF (Proportional Perturbation Feedback), MED (Minimal Expected Deviation) 등 OGY 방식의 변형 방식이 제안되었다^[3]. 또 최근에는 연속 피드백 제어 방식에 대한 연구가 진행되어 카오스 현상의 제어에 응용되고 있다.

Chua 회로는 이러한 카오스 특성을 갖는 전자시스템의 프로토타입으로 연구가 널리 진행되고 있다^[4]. Chen은 연속 선형 피드백 제어를 이용하여 Chua 회로를 제어하였고^[5] Hartley와 Mossayebi는 입출력과 상태공간 제어 방식을 이용하여 수정 Chua 회로에서 커패시터 전압의 추적 제어기를 설계하였다^[6]. Saito와 Mitsubori는 간단한 제어 방식을 이용하여 Chua회로의 어트랙터(attractor)를 안정화시켰다^[7]. Ramirez는 비선형 피드백 제어 기법을 이용하여 카오스 현상을 제어하였으나 제안된 방식은 특이점에서 제어가 불가능한 (uncontrollable)한 단점을 가지고 있다^[8].

본 논문에서는 어파인 퍼지 모델을 이용하여 Chua회로의 카오스 현상을 제어하는 새로운 방식을 제안한다. 이전에도 Tanaka등이 퍼지 모델을 이용하여 Lorenz 시스템 등 카오스 현상을 제어하는 연구를 발표하였지만^[9, 10] 모두 선형 퍼지 모델을 이용한 방식으로 지역적(local) 안정성만을 보였고 전역적(globally)인 카오스 시스템의 안정성을 보이지는 못하였다. 본 논문에서는 어파인 퍼지 모델을 이용하여 Chua 회로를 전역적으로 모델링하고 전역 안정도를 보장하는 퍼지 제어기를 Lyapunov 정리를 이용하여 설계한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 Chua회로와 구조를 간단히 설명하고 이를 어파인 퍼지 모델로 구성하도록 한다. III장에서는 어파인 퍼지 시스템의 안정조건을 제시하고 이 조건을 선형행렬부등식으로 표현한다. IV장에서는 제안한 알고리즘에 의하여 퍼지 제어기를 설계하고 컴퓨터 모의실험을 통하여 Chua 회로의 안정화를 확인한다. V장에서는 본 논문의 결론을 이끌어 낸다.

II. CHUA 회로와 그 퍼지 모델

1. Chua 회로

Chua 회로는 <그림 1>과 같이 하나의 인덕터 (L), 두 개의 커패시터(C_1, C_2), 하나의 선형저항(R)과 하

나의 음의 값을 가질 수 있는 비선형 저항 $g(\cdot)$ 으로 구성된 회로이다.

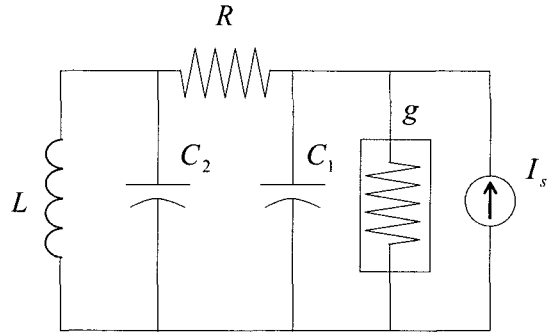


그림 1. Chua 회로
Fig. 1. Chua's circuit.

L, C_1, C_2, R 는 선형 오실레이터를 나타내며 비선형 음의 저항 $g(\cdot)$ 는 다음과 같은 입출력 특성을 갖는다.

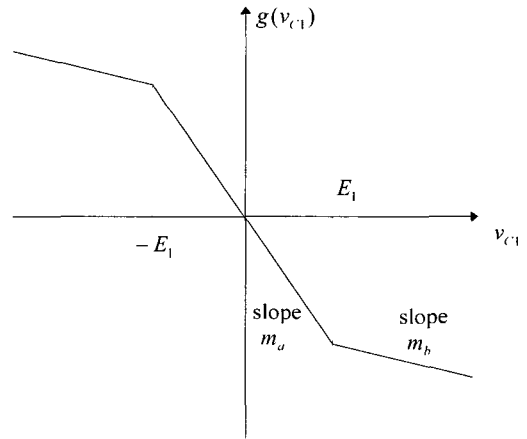


그림 2. $g(\cdot)$ 의 특성
Fig. 2. Characteristic of $g(\cdot)$

여기서 E_1 은 상수 전압이고 m_a 과 m_b 는 <그림 2>에서와 같이 음의 전압이다. 이 같은 Chua 회로는 바이퍼케이션(bifurcation)과 카오스 등 다양한 비선형 특성을 나타내는 것이 알려져 있다^[4, 14]. <그림 1>의 Chua 회로의 동작은 다음의 상태 방정식으로 표현될 수 있다.

$$\dot{v}_{C1} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R} (v_{C2} - v_{C1}) - g(v_{C1}) \right) + \frac{1}{C_1} I_s \quad (1-1)$$

$$\dot{v}_{C2} = \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R} (v_{C1} - v_{C2}) + i_L \right) \quad (1-2)$$

$$i_L = \frac{1}{L} (-v_{C2}) \quad (1-3)$$

여기서 v_{C1} , v_{C2} , i_L 는 상태변수를 나타내고 I_s 는 입력신호이다.

2. Chua 회로의 퍼지 모델

Chua회로의 카오스 성질을 발생시키는 것은 비선형 함수 $g(v_{C1})$ 이고 이 함수는 다음과 같은 세 구간의 구간선형 함수로 표현할 수 있다.

$$g(v_{C1}) = \begin{cases} m_b v_{C1} - (m_a - m_b)E_1, & v_{C1} \leq -E_1 \\ m_a v_{C1}, & -E_1 < v_{C1} < E_1 \\ m_b v_{C1} + (m_a - m_b)E_1, & v_{C1} \geq E_1 \end{cases} \quad (2)$$

즉 함수 $g(v_{C1})$ 는 비선형 저항으로 v_{C1} 의 값에 따라 음의 저항을 가질 수 있다. 퍼지 제어를 위해 위의 Chua 회로를 다음과 같이 퍼지 모델로 표현한다. 위의 Chua 회로의 경우, 선형 퍼지 모델로는 전역적으로 특성을 모델링 할 수 없으므로 다음의 식 (3)과 같이 최근 제안된 어파인 퍼지 모델을 이용한다.

$$\begin{aligned} R_1 : & \text{If } v_{C1} \text{ is } M_1, \text{ then } \dot{x} = A_1 x + B_1 I_s + \mu_1 \\ R_2 : & \text{If } v_{C2} \text{ is } M_2, \text{ then } \dot{x} = A_2 x + B_2 I_s + \mu_2 \quad (3) \\ R_3 : & \text{If } v_{C1} \text{ is } M_3, \text{ then } \dot{x} = A_3 x + B_3 I_s + \mu_3 \end{aligned}$$

여기서 $x = (v_{C1} \ v_{C2} \ i_L)^T$,

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R} - \frac{m_b}{C_1} & \frac{1}{C_1 R} & 0 \\ \frac{1}{C_2 R} & -\frac{1}{C_2 R} & \frac{1}{C_2} \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mu_1 = \begin{bmatrix} \frac{(m_a - m_b)E_1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R} - \frac{m_a}{C_1} & \frac{1}{C_1 R} & 0 \\ \frac{1}{C_2 R} & -\frac{1}{C_2 R} & \frac{1}{C_2} \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R} - \frac{m_b}{C_1} & \frac{1}{C_1 R} & 0 \\ \frac{1}{C_2 R} & -\frac{1}{C_2 R} & \frac{1}{C_2} \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mu_3 = \begin{bmatrix} -\frac{(m_a - m_b)E_1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이 때 어파인 퍼지 모델의 전건부는 다음의 그림과 같다.

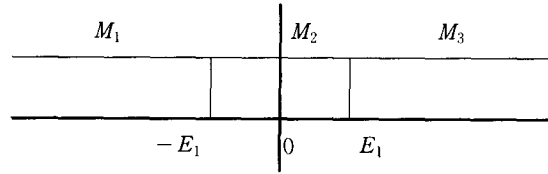


그림 3. Chua회로의 소속함수(구분선형)
Fig. 3. Membership function of Chua circuit (Piecewise linear).

또 본 논문에서는 문제를 더욱 복잡하게 하기 위하여 단순한 구간선형 함수 뿐 아니라 3개의 선형함수가 퍼지 결합된 비선형 함수도 고려한다. 이 때 퍼지 결합된 Chua회로의 전건부의 퍼지 모델 소속함수는 <그림 4>와 같고 부시스템식은 식 (3)에서 E_1 을 E_2 로 교체한 것이다.

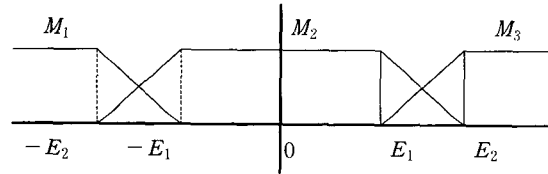


그림 4. Chua회로의 전건부 소속함수(퍼지결합)
Fig. 4. Premise membership function of Chua circuit(Fuzzy blending).

Ⅲ. 어파인 퍼지 시스템의 안정성과 가안정성

본 장에서는 어파인 퍼지 모델에 대한 안정성을 판정하는 방식과 그에 따른 제어기 설계 방식을 설명한다. 위의 방식은 Chua회로의 제어에 직접 이용될 수 있다.

1. 어파인 퍼지 모델의 안정성

어파인 퍼지 모델은 식 (4)의 IF-THEN형식을 취하며 상태방정식은 식 (5)와 같다.

IF-THEN 방식:

$$\begin{aligned} R_i : & \text{If } x_1(t) \text{ is } M_{i1}, x_2(t) \text{ is } M_{i2}, \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } M_{in}, \\ & \text{then } \dot{x} = A_i x + \mu_i \end{aligned} \quad (4)$$

상태방정식:

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(A_i x + \mu_i)}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad \text{여기서 } w_i = \prod_{j=1}^n M_{ij}(x_j) \quad (5)$$

식 (4)와 식 (5)의 어파인 퍼지 시스템의 안정성을 해석하기 위하여 다음을 가정한다.

가정 1.

- (1) 원점 $x=0$ 에 대하여 한 개의 퍼지 규칙만이 반응하는 것으로 한다. 이때 그 규칙을 R_ξ 로 한다. 즉, 식 (5)에서

$$w_\xi(0) = 1 \quad \text{이고} \quad w_i(0) = 0, \quad (i=1, \dots, r, i \neq \xi).$$

- (2) $w_\xi(0) = 1$ 인 $i = \xi$ 인 퍼지 규칙에 대해서는 상수항 μ_ξ 은 0이다.

$$\mu_\xi = 0. \quad \blacksquare$$

이 같은 가정은 원점 $x=0$ 이 어파인 퍼지 시스템의 평형점이 되도록 한다. 이때 식 (4)와 식 (5)의 어파인 퍼지 시스템의 안정조건은 다음의 정리 1과 같다.

정리 1.

식 (4)로 나타나는 어파인 퍼지 시스템이 모든 규칙 R_i 에 대하여 다음을 만족하는 공통 양행렬 행렬 P 가 존재하면 퍼지 시스템은 전역 점근적으로 안정하다.

- (i) 원점이 속하는 퍼지 규칙 R_ξ 은 0 아닌 점 x 에 대하여,

$$x^T(A_\xi^T P + PA_\xi)x < 0 \quad (6-1)$$

- (ii) 그 외의 퍼지 규칙 R_i ($i \neq \xi$)은 소속된 x ($w_i(x) \neq 0$)에 대하여

$$F_{i0}(x) \equiv x^T(A_i^T P + PA_i)x + \mu_i^T P x + x^T P \mu_i < 0 \quad (6-2)$$

(증명)

$V(x) = x^T P x$ 를 식 (5)의 Lyapunov 후보함수로 하고 P 를 양행렬행렬이라 할 때 시간 도함수는 다음의 식으로 나타나게 된다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x) (x^T A_i^T + \mu_i^T) P x}{\sum_{i=1}^r w_i(x)} \\ &+ \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x) x^T P (A_i x + \mu_i)}{\sum_{i=1}^r w_i(x)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x) \{x^T (A_i^T P + PA_i)x + \mu_i^T P x + x^T P \mu_i\}}{\sum_{i=1}^r w_i(x)} \end{aligned}$$

(i)의 경우 가정 1에 의하여 원점의 R_ξ 의 소속도는 1이고 ($w_\xi(0) = 1$), 상수항은 $\mu_i = 0$ 이므로 식 (6-1)에 의해 $dV/dt < 0$ 이다. (ii)의 경우는 식 (6-2)에 의해 $dV/dt < 0$ 이고 따라서 식 (4)의 퍼지 시스템은 전역 점근적으로 안정하다. ■

위의 정리 1을 x 를 포함하지 않은 부등식으로 만들기 위해 퍼지 규칙 R_i 가 활성화되는 x 의 범위를 부등식으로 표현한다. 이 방식은 최근 발표된 [11]의 방식과 비슷한 방식이지만 이해를 돕기 위해 본 논문에서도 다시 기술한다.

우선 퍼지 규칙 R_i 에 반응하여 $w_i(x) \neq 0$ 인 x 의 범위를 다음의 n 개의 연립 부등식으로 표현한다.

$$\begin{aligned} x_1 \text{에 대하여, } &x_1 \leq \alpha_{11} \text{ 또는 } x_1 \geq \beta_{11} \text{ 또는 } \alpha_{11} \leq x_1 \leq \beta_{11} \\ x_2 \text{에 대하여, } &x_2 \leq \alpha_{12} \text{ 또는 } x_2 \geq \beta_{12} \text{ 또는 } \alpha_{12} \leq x_2 \leq \beta_{12} \\ &\vdots \\ x_n \text{에 대하여, } &x_n \leq \alpha_{1n} \text{ 또는 } x_n \geq \beta_{1n} \text{ 또는 } \alpha_{1n} \leq x_n \leq \beta_{1n} \end{aligned}$$

위의 조건들은 다음의 연립 이차 부등식의 형태로 나타낼 수 있다. 편의상 x_q ($q=1, \dots, n$)에 대하여 위의 조건을 이차 부등식 $F_{iq}(x)$ 의 형태로 바꾸면, $x_q \leq \alpha_{iq}$ 인 경우,

$$\begin{aligned} F_{iq}(x) &\equiv x^T T_{iq} x + 2u_{iq}^T x + v_{iq} \leq 0 \\ \begin{cases} T_{iq} &= 0_{n \times n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \\ u_{iq} &= (0 \ 0 \ \dots \ 1/2 \ \dots \ 0)^T \\ &\quad q\text{-번째항} \\ v_{iq} &= -\alpha_{iq} \end{cases} \end{aligned}$$

$x_q \geq \beta_{iq}$ 인 경우,

$$F_{iq}(x) \equiv x^T T_{iq} x + 2u_{iq}^T x + v_{iq} \leq 0$$

$$\begin{cases} T_{iq} = 0_{n \times n} \\ u_{iq} = (0 \ 0 \ \dots \ -1/2 \ \dots \ 0)^T \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad q\text{번째항} \\ v_{iq} = \beta_{iq} \end{cases}$$

$\alpha_{iq} \leq x_q \leq \beta_{iq}$ 인 경우 $(x_q - \alpha_{iq})(x_q - \beta_{iq}) \leq 0$ 이고

$$F_{iq}(x) \equiv x^T T_{iq} x + 2u_{iq}^T x + v_{iq} \leq 0$$

$$\begin{cases} T_{iq} = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \\ u_{iq} = \left(0 \ 0 \ \dots \ -\frac{1}{2} (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) \ \dots \ 0 \right)^T \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad q\text{번째항} \\ v_{iq} = \alpha_{iq} \beta_{iq} \end{cases}$$

이제 정리 1의 (ii)는 다음의 연립 부등식으로 등가적으로 표현할 수 있다.

$F_{i1}(x) \leq 0, F_{i2}(x) \leq 0, \dots, F_{in}(x) \leq 0$ 을 만족하는 모든 x 에 대하여

$$F_{i0}(x) < 0 \quad (7)$$

여기서 $F_{iq}(x) \equiv x^T T_{iq} x + 2u_{iq}^T x + v_{iq}$ ($i=1, \dots, q$) 그리고

$$F_{i0}(x) \equiv x^T (A_i^T P + PA_i) x + \mu_i^T P x + x^T P \mu_i.$$

위의 연립 부등식은 참고문헌 [11, 12]에 소개된 S-과정을 이용하여 다음의 부등식으로 표현할 수 있다.

모든 x 에 대하여 $F_{i0}(x) - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} F_{iq}(x) < 0$ 을 만족하는 양수 $\tau_{i1} \geq 0, \tau_{i2} \geq 0, \dots, \tau_{in} \geq 0$ 이 존재한다. (8)

식 (8)의 조건은 모든 x 에 대하여 성립하는 식이므로 식 (8)은 등가적으로 선형행렬부등식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} A_i^T P + PA_i - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} T_{iq} & P\mu_i - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} u_{iq} \\ \mu_i^T P - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} u_{iq}^T & -\sum_{q=1}^r \tau_{iq} v_{iq} \end{pmatrix} < 0$$

따라서, 정리 1을 x 를 포함하지 않은 선형행렬부등식 형태로 표현하면 다음과 같다.

수정정리 1

식 (4)로 나타나는 어파인 퍼지 시스템은 모든 규칙 R_i 에 대하여 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 공통 양한정 행렬 P 와 $\tau_{i1} \geq 0, \tau_{i2} \geq 0, \dots, \tau_{in} \geq 0$ 가 존재하면 안정하다.

$$A_\xi^T P + PA_\xi < 0, w_\xi(0) = 1 \text{ and} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} A_i^T P + PA_i - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} T_{iq} & P\mu_i - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} u_{iq} \\ \mu_i^T P - \sum_{q=1}^r \tau_{iq} u_{iq}^T & -\sum_{q=1}^r \tau_{iq} v_{iq} \end{pmatrix} < 0 \quad (10)$$

($i=1, \dots, r, i \neq \xi$) ■

2. 어파인 퍼지 모델의 가안정성

퍼지 제어기 설계를 단순히 하기 위하여 전건부에 대하여서는 Tanaka가 제안한 병렬 보상 기법 (Parallel Distributed Compensation: PDC)을 이용한다.

제어 대상 플랜트가 (11)과 (12)의 어파인 퍼지 시스템으로 표현된다고 가정한다.

$$R_i: \text{If } x_1(t) \text{ is } M_{i1}, x_2(t) \text{ is } M_{i2}, \dots \text{and } x_n(t) \text{ is } M_{in} \\ \text{then } \dot{x} = A_i x + B_i u + \mu_i \quad (11)$$

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i (A_i x + B_i u + \mu_i)}{\sum_{i=1}^r w_i}$$

$$\text{여기서 } w_i = \prod_{j=1}^n M_{ij}(x_j) \quad (12)$$

병렬 보상 기법의 기본적인 아이디어는 퍼지 시스템의 각 부시스템을 제어하는 보상기를 만들어 전체를 제어하는 방식이다. 퍼지 제어기는 식 (13)와 같이 퍼지 플랜트와 같은 전건부를 공유한다.

$$L_j: \text{If } x_1(t) \text{ is } M_{j1}, x_2(t) \text{ is } M_{j2}, \dots \text{and } x_n(t) \text{ is } M_{jn}, \\ \text{then } u = F_j x \quad (13)$$

여기서 퍼지 제어기 식 (13)은 다음의 식으로 표현된다.

$$u = \frac{\sum_{j=1}^r w_j (F_j x)}{\sum_{j=1}^r w_j} \quad \text{여기서 } w_j = \prod_{i=1}^n M_{ij}(x_j) \quad (14)$$

식 (12)와 식 (14)을 결합하면 페루프 어파인 퍼지 시스템은 다음의 식으로 표현된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i^2 (G_{ii} \mathbf{x} + \mu_{ii})}{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j} + 2 \frac{\sum_{1 \leq i < j \leq r} w_i w_j (G_{ij} \mathbf{x} + \mu_{ij})}{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j} \quad (15)$$

여기서

$i=1, \dots, r$ 에 대하여 $G_{ii} = A_i + B_i F_i$, $\mu_{ii} = \mu_i$,

$i < j \leq r$ 에 대하여

$$G_{ij} = \frac{(A_i + B_i F_i) + (A_j + B_j F_j)}{2}, \quad \mu_{ij} = \frac{\mu_i + \mu_j}{2}.$$

앞 절의 수정정리 1로부터 페루프 어파인 퍼지 시스템의 가안정성은 다음의 수정정리 2로 표현할 수 있다.

수정정리 2

식 (11)로 나타나는 어파인 퍼지 시스템은 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 공통 양한정 행렬 P 와 $\tau_{ijq} \geq 0$ ($i \leq j \leq r$, $i = j \neq \xi$, $q = 1, \dots, n$)가 존재하면 식 (13)으로 표현되는 퍼지 제어기에 의해 안정화 될 수 있다.

$$G_{\xi\xi}^T P + P G_{\xi\xi} < 0, \quad w_\xi(0) = 1 \quad (16)$$

$$\left(\begin{array}{cc} G_{ij}^T P + P G_{ij} - \sum_{q=1}^n \tau_{ijq} T_{ijq} & P \mu_{ij} - \sum_{q=1}^n \tau_{ijq} u_{ijq} \\ \mu_{ij}^T P - \sum_{q=1}^n \tau_{ijq} u_{ijq}^T & - \sum_{q=1}^n \tau_{ijq} v_{ijq} \end{array} \right) < 0 \quad (17)$$

($i \leq j \leq r$, $i = j \neq \xi$, $q = 1, \dots, n$)

여기서

$i=1, \dots, r$ 에 대하여 $G_{ii} = A_i + B_i F_i$, $\mu_{ii} = \mu_i$,

$i < j \leq r$ 에 대하여

$$G_{ij} = \frac{(A_i + B_i F_i) + (A_j + B_j F_j)}{2}, \quad \mu_{ij} = \frac{\mu_i + \mu_j}{2} \quad \blacksquare$$

IV. Chua 회로의 제어기 설계

본 장에서는 MATLAB을 이용하여 제안한 방법의 성능을 확인한다.

1. 구간 선형의 경우

음의 비선형 저항이 <그림 2>, <표 1>과 같은 구간 선형인 경우를 고려한다.

표 1. Chua 회로의 파라미터

Table 1. Parameters of Chua's circuit.

R	C_1	C_2	L	m_a	m_b	E_1
1	1/9	1	7/100	-3/2	-1/4	1

그 전전부 함수는 <그림 3>과 같고 전술한 바와 같이 퍼지 제어기는 같은 전전부를 갖으며 식 (18)로 표현된다.

$$R_i : \text{If } v_{C1} \text{ is } M_i, \text{ then } I_s = F_i x \quad (i=1,2,3) \quad (18)$$

이 경우 $\xi=2$ 이다. 전전부 함수는 서로 겹치는 부분이 없기 때문에 G_{12} 나 G_{23} 같은 중간 부시스템이 없이 전체 페루프 시스템은 3 개의 부시스템 (G_{11} , G_{22} and G_{33})으로 구성된다. 퍼지 제어기는 G_{11} , G_{22} , G_{33} 의 고유치가 $(-10, -15, -5)$ 에 위치하도록 다음과 같이 설정한다.

$$F_1 = (-2.4722 \quad -26.7460 \quad 2.6111)$$

$$F_2 = (-3.7222 \quad -26.7450 \quad 2.6111) \quad (19)$$

$$F_3 = (-2.4722 \quad -26.7460 \quad 2.6111)$$

이 때 각 부시스템에 대한 동작 영역의 행렬은 (1, 1) 규칙에 대하여,

$$T_{111} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad u_{111} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_{111} = E_1.$$

(3, 3)규칙에 대하여,

$$T_{331} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad u_{331} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_{331} = E_1.$$

이제 다음의 선형 행렬 부등식 문제를 풀어서 식 (3)과 식 (18)로 주어진 퍼지 시스템의 안정성을 보장하도록 한다.

$$G_{22}^T P G_{22} - P < 0, \quad w_\xi(0) = 1 \text{ and}$$

$$\begin{pmatrix} G_{ij}^T P G_{ij} - P - \tau_{ij1} T_{ij1} & G_{ij}^T P \mu_{ij} - \tau_{ij1} u_{ij1} \\ \mu_{ij}^T P G_{ij} - \tau_{ij1} u_{ij1}^T & -\tau_{ij1} v_{ij1} \end{pmatrix} < 0$$

여기서 $(i, j) = (1, 1), (3, 3)$

위의 선형 행렬 부등식 문제는 근이 존재하며 다음과 같이 주어진다.

$$P = \begin{pmatrix} 0.0123 & 0.0095 & -0.0069 \\ 0.0095 & 2.9447 & -0.3247 \\ -0.0069 & -0.3247 & 0.3564 \end{pmatrix} > 0 \quad (20)$$

따라서 식 (3)으로 표현되는 Chua 회로는 식 (18)로 표현되는 퍼지 제어기에 의해서 안정화된다. <그림 5>는 초기값 $x = (-10 \ 20 \ -15)^T$ 에 대하여 입력 없이 동작하는 Chua 회로의 동작과 식 (18)의 퍼지 제어기로 제어되는 Chua 회로의 동작을 v_{c1} 과 v_{c2} 의 상태공간상에서 관측한 것이다. 퍼지 제어되는 경우 Chua 회로는 카오스 현상을 보이지 않고 평형점으로 안정화되는 것을 볼 수 있다.

2. 퍼지 결합된 Cubic형 비선형 함수

$g(\cdot)$ 로써 [13]과 같은 cubic형 비선형 함수를 생각한다. 3개의 어파인형 함수로 이를 근사하면 다음의 표와 같다. 여기서 m_b 는 양의 값을 갖는다.

표 2. Chua 회로의 파라미터 (Cubic형 비선형 함수)

Table 2. Parameters of Chua's circuit (Cubic type nonlinear function).

R	C ₁	C ₂	L	m _a	m _b	E ₁	E ₂
1	1/9	1	7/100	-3/2	1/4	1	2

Chua 회로 퍼지 모델의 전전부는 <그림 4>와 같고 후전부는 식 (3)의 E₁을 E₂로 교체한 경우이다. 퍼지 규칙 R₁과 R₂의 전전부가 서로 겹치고 R₂와 R₃의 전전부가 서로 겹치므로 전체 폐루프 시스템은 G₁₁, G₂₂, G₃₃과 G₁₂, G₂₃은 5개의 부시스템으로 구성된다. G₁₁, G₂₂, G₃₃의 동작영역 행렬은 앞 절의 경우와 같고 G₁₂, G₂₃의 동작영역 행렬은 다음과 같다.

(1, 2)규칙에 대하여,

$$T_{121} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, u_{121} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(E_1 + E_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_{121} = E_1 \cdot E_2.$$

(2, 3)규칙에 대하여,

$$T_{231} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, u_{231} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(E_1 + E_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_{231} = E_1 \cdot E_2.$$

퍼지 제어기는 G₁₁, G₂₂, G₃₃의 고유치가 (-10, -20, -15)에 위치하도록 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} F_1 &= (-3.6389 \ -66.7460 \ 18.40) \\ F_2 &= (-5.3889 \ -66.7460 \ 18.40) \\ F_3 &= (-3.6389 \ -66.7460 \ 18.40) \end{aligned} \quad (21)$$

이제 다음의 선형 행렬 부등식 문제를 풀어서 식 (17)과 식 (18)로 주어진 퍼지 시스템의 안정성을 보장하도록 한다.

$$G_{22}^T P G_{22} - P < 0, \quad w_\varepsilon(0) = 1$$

$$\begin{pmatrix} G_{ij}^T P G_{ij} - P - \tau_{ij1} T_{ij1} & G_{ij}^T P \mu_{ij} - \tau_{ij1} u_{ij1} \\ \mu_{ij}^T P G_{ij} - \tau_{ij1} u_{ij1}^T & -\tau_{ij1} v_{ij1} \end{pmatrix} < 0$$

여기서 $(i, j) = (1, 1), (3, 3), (1, 2), (2, 3)$

위의 선형 행렬 부등식 문제는 근이 존재하며 다음과 같이 주어진다.

$$P = \begin{pmatrix} 0.0053 & 0.0130 & 0.0013 \\ 0.0130 & 3.5073 & -0.7443 \\ 0.0013 & -0.7443 & 0.3960 \end{pmatrix} > 0. \quad (22)$$

<그림 6>은 초기값 $x = (-10 \ 20 \ -15)^T$ 에 대하여 입력 없이 동작하는 Chua 회로의 동작 <그림 6a>와 퍼지 제어기로 제어되는 Chua 회로의 동작 <그림 6b>을 비교한 것이다. 퍼지 제어되는 Chua 회로는 카오스 현상을 보이지 않고 평형점으로 안정화되는 것을 볼 수 있다. <그림 6c>는 0~3초간 제어를 하지 않다가 그 이후 제어를 하는 결과를 보이고 있다. 이때도 우수한 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 어파인 퍼지 시스템을 이용한 Chua 회로의 퍼지제어기 설계방법을 제안하였다. 우선 Chua 회로를 어파인 퍼지모델로 표현하였고 Lyapunov의미에서 전역적이고 점근적으로 안정화되는 퍼지 제어를 설계하였다. 이를 위해 어파인 퍼지 시스템의 안정조건과 가안정조건을 제안하고 이를 선형행렬부등식으로 표현하였다. 본 논문에서 제안된 방식은 어파인퍼지모델을 이용하여 Chua 회로를 표현하였기 때문에 기존의 퍼지이론을 이용한 카오스 제어와 달리 안정도가 전역적으로 보장되는 장점을 갖는다. 끝으로 컴퓨터 모의 실험을 통하여 제안한 조건의 타당성을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] E. Ott, C. Grebogi and J. Yorke, "Controlling chaos," Phys. Rev. Lett., vol. 64, pp 1196~1199, 1990.
- [2] U. Dressler and G. Nitsche, "Controlling chaos using time delay coordinates," Phys. Rev. Lett., vol. 68, pp 1~4, 1992.
- [3] J. F. Lindner and W. L. Ditto, "Removal, suppression and control of chaos by nonlinear design," Appl. Mech. Rev., vol. 48, no. 12, pp. 795~808, 1995.
- [4] L. O. Chua, M. Komuro and T. Matsumoto, "The double scroll family: I and II," IEEE Trans. Circuit and Syst., vol. CS-33, pp. 1072~1118, 1986.
- [5] G. Chen, "Controlling Chua's global unfolding circuit family," IEEE Trans. Circuit and Syst., vol. CS-40, pp. 829~832, 1993.
- [6] T. Hartley and F. Mossayebi, "Control of Chua's circuit," J. of Circuits Systems Comput., vol. 3, pp. 173~194, 1993.
- [7] T. Saito and K. Mitsubori, "Control of chaos from a piecewise linear hysteresis circuit," IEEE Trans. Circuit and Syst., vol. CS-42, pp. 168~172, 1995.
- [8] J. Ramirez, "Nonlinear feedback for controlling the Lorenz equation," Phys. Rev. E., vol. 50, pp 2239~2342, 1994.
- [9] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "A unified approach to controlling chaos via LMI-based fuzzy control system design," IEEE Trans. Circuits and Syst. -Part 1: Fundamental Theory and Appl., vol. 45, no. 10, pp. 1021~1028, 1998.
- [10] K. -Y. Lian, C. -S. Chiu, T. -S. Chiang and P. Liu, "LMI-based fuzzy chaotic synchronization and communications" IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 9, No. 4, pp. 539~553, 2001.
- [11] 김은태, 이희진, "이산 시간 어퍼 Type III 퍼지 제어 시스템의 안정도에 대한 연구," 대한전자공학회지, 제 38권 SC편 제4호, pp. 1~10, 2001.
- [12] S. Boyd, L. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM: Philadelphia, 1994.
- [13] Y. -H. Joo, L. -S. Shieh and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol 7, no. 4, pp 394~408, Aug 1999.

저자 소개



金殷泰(正會員)

1992년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1994년 2월 : 연세대학교 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1999년 2월 : 연세대학교 전자공학과 박사과정 졸업(공학박사). 1999년 3월~2002년 2

월 : 국립한경대학교 제어계측공학과 조교수. 2002년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학부 조교수. 1998년~현재 : IEEE TFS, IEEE SMC, IEEE CAS, FSS 등에서 심의위원으로 활동중. <주관심분야 : Computational intelligence, 로봇틱스>