

數學教科에서 關係的 理解의 認識에 대한 實態 分析 및 數學教育의 改善 方向 探索

柳 根 幸¹⁾

본 연구는 수학과 교수·학습에서 고등학교 학생들의 이해와 관련된 여러 가지 상황과 고등학교 교사들의 이해 관을 조사 분석하여 현재 수학과 교수·학습에서 문제점을 찾아보고 그 결과를 바탕으로 미래의 수학교육에서 학생들이 수학을 학습할 때 이해를 보다 잘 하도록 지도 방향을 탐색하는데 목적을 두었다. 충청남도 및 대전광역시에 있는 일부 고등학생 1107명과 고등학교 교사 105명의 응답을 분석한 결과를 연구문제 별로 다음과 같이 요약할 수 있다.

1. 응답 학생의 77%(852명)가 '관계적 이해'를 '수학학습에서의 이해'로 인식하고 있었다.

2. 수학학습에서의 이해에 대한 물음에 응답 교사의 85.7%가 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우(관계적 이해)'라고 응답하였다.

3. 학생들이 얻은 학교수학의 성취도와 모의수학능력고사 성취도 사이에 차이가 큰 이유에 대하여 학생들은 '학교수학은 유사한 문제 유형에 적용하거나 외우면 되나 모의고사는 그렇지 않아서'라고 응답하여 본 연구에서는 현재 수학과 교수·학습에서 제일 큰 문제점으로 지적된다.

4. 연구문제 1, 2, 3의 결론을 토대로 수학학습에서 학생들이 보다 더 이해를 잘 하도록 하기 위한 교수·학습은 다음에 역점을 두고 개선되어야 한다.

1) 교사는 수학과 교수·학습에서 가급적 학생들 스스로가 기본적인 원리가 왜 그런지 알뿐만 아니라 새로운 문제에 적용해 나갈 수 있도록 학습의 안내자가 되어야 한다.

2) 매시간의 학습에서 학생들이 관계적 이해를 했는지 쉽게 확인 할 수 있는 방법을 연구해야 한다.

3) 학생들의 흥미유발을 위하여 '재미있는 수업의 진행'에 보다 더 힘써야 한다.

4) 평가 방법 개선에 힘써야 한다.

주요용어 : 관계적 이해, 도구적 이해

I. 序 論

1. 研究의 必要性和 目的

'수학을 이해하도록 하는 것'이 수학교육의 목표이다. 이종희(1994)는 敎育課程 開發者, 數學 敎師, 數學 敎育學者 등 數學 敎育에 關係하고 있는 사람들 모두가 同意하고 있는 생각

1) 당진고등학교, ygh47@edunet4u.net

은 '학생들은 수학을 이해해야 하고, 또 교사는 학생들이 수학을 이해하도록 지도해야 한다.', 그리고 '學校 現場에서 대부분의 數學 教師는 學生이 數學을 理解하도록 指導하려고 努力하고 있으며, 實際로 概念이나 原理를 指導한 후에 學生들에게 ~을 이해했는가? 라고 質問한다.'고 하였다.

이재실(1989)은 數學教育의 目標가 數學을 理解하도록 하는 데에 있다는 것은 너무나 當然한 事實이지만, 高等學校 數學科의 細部 目標 13개항 가운데 10개항에 '이해'라는 용어가 나온다는 사실은, 그 동안 안이하게 '이해'라는 用語를 使用해온 우리들을 새삼 놀라게 하는 동시에 數學教育에서 理解가 얼마나 重要한지, 또 理解에 대한 研究가 왜 必要한지를 잘 說明해 준다고 하였다.

理解라는 것이 人間의 內面的 現象으로 技能처럼 나타나는 活動이 아니어서 理解를 위한 具體的인 活動을 設定하는 데에는 理論的으로도 實踐的으로도 상당한 어려움이 隨伴되고, 理解의 概念 自體가 학문적으로 모호한 狀態에 있기 때문에 理解를 分析하고 研究한다는 것이 매우 어렵다. 그러나 지금까지 오랫동안 研究되어 왔음에도 분명하게 정립되지 않아 研究할 價値가 있는 分野이기도 하다.

수학교육에서 '이해'에 대한 연구는 Brownell, Skemp, Lehman, Davis 등의 연구가 있으나(이종희, 1994), 본 研究에서는 '이해'의 제 理論 중 R. Skemp의 理論을 研究의 土臺로 하였다. Skemp는 1976에 발표한 論文 'Relational Understanding and Instrumental Understanding'에서 理解에 대한 두 가지 類型을 提示하였다. 數學 學習에서 理解의 모델을 提示한 것은 R. Skemp가 처음인데(박정숙, 1995), 그가 理解라고 말하는 것은 關係的 理解(Relational Understanding)를 지칭하는 말이나, 어떤 學生들이 주어진 規則을 適用하여 正答을 찾아내고 理解하였다고 말하는 경우를 가리켜 그를 道具的 理解(Instrumental Understanding)라고 하였다.

21세기의 數學 教育의 成敗는 數學을 教室에서 어떻게 가르치는 지에 달려 있다고 한다. 最近 構成主義를 비롯하여 많은 學習 方法이 紹介되고 있는데 결국 많은 方法論의 共通點은 學習者 中心의 學習이 이루어져야 한다는 것과 數學 教育에서 暗記 爲主의 習慣的 學習을 止揚하고 思考力과 適應力 등의 關係的 理解를 바탕으로 해야 한다는 것이다.

본 研究에서는 數學과 教授·學習에서 高等學校 學生들의 理解와 관련된 여러 가지 狀況과 高等學校 教師들의 理解 觀을 調査 分析하여 現在 수학과 교수·학습에서 問題點을 찾아보고 그 結果를 바탕으로 未來의 數學教育에서 학생들이 수학을 學習할 때 이해를 보다 잘 하도록 數學教育의 改善 方向을 探索하는데 目的을 둔다.

2. 研究 問題

본 研究에서는 다음과 같은 연구문제를 設定하였다.

- 1) 高等學生들은 무엇을 '數學學習에서의 理解'라고 認識하고 있으며, 수학교육에서 關係的 理解에 관한 實態는 어떠한가?
- 2) 數學教授·學習에서 高等學校 教師들의 理解 觀은 어떠한가?
- 3) 현재 수학과 교수·학습에서 問題點은 무엇인가?

3. 用語의 定義

1) 關係的 理解

본 연구에서 말하는 關係的 理解는 Skemp가 말한 것으로, 理由 없는 法則, 原理를 깨닫지 못한 채 법칙을 記憶하고 그리고 그것을 使用하는 能力인 道具的 理解와 比較하여, 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 아는 것, 즉 Skemp를 비롯한 대부분의 사람들이 생각하는 理解를 말한다(황우형 역, 1995; 최윤녕, 1998).

II. Richard Rowland Skemp의 數學學習 理論

1. R. R. Skemp

Richard Rowland Skemp(1919~1995)는 영국의 수학교육학자로 금세기 최대의 수학학습 심리와 수학교육방법에 관한 研究業績을 남겼다. Skemp는 영국의 Oxford 대학에서 순수수학을 전공하였으며, 대학을 졸업한 뒤에 수학교육연구에 관심을 가지고 수학을 재미있게 지도하는 방법을 연구개발하기 위하여 대학교수직도 사양하고 초·중등학교 교사생활을 경험하였다. Skemp는 훌륭한 이론은 현장에서 나온다는 신념에 따라 교사 생활을 하면서도 다시 Oxford, Manchester, Warwick 대학에서 ‘심리학과 수학’, ‘교육 심리학’, ‘아동심리학’, ‘인지발달심리학’, ‘수학학습심리학’, ‘초등수학 교수법’ 등을 연구하여 수학교수학습 이론을 체계화하는 업적을 남겼다. Skemp는 세계 수학교육계에 널리 알려진 뛰어난 權威者로서 여러 학술회의 및 연구회에서 수학과 교수·학습에 대한 강의를 해왔다. Skemp의 수학학습이론은 전직 교사로서 ‘교실에서의 요구(classroom needs)’와 밀접한 관계가 있는 지적 학습이론을 바탕으로 하여 초·중등학교 교사들과 함께 공동 연구를 많이 하였기 때문에 現場教師들로부터 說得力 있는 理論으로 높이 評價받고 있다(류근행, 2001).

2. 關係的 理解와 道具的 理解

관계적 이해(relational understanding)와 도구적 이해(instrumental understanding)라는 용어는 Skemp가 1976년도 ‘Mathematics Teaching’ 이라는 학술지에 論文을 發表하여 처음으로 알려지기 시작하면서부터 그 이후 새로운 수학교육 용어의 하나로 자리잡게 되었다(박성택, 1996). Skemp는 이해를 ‘새로운 상황을 이미 알고 있는 schema와 同化(assimilation)시키는 것’으로 설명하였다. Skemp는 논문에서 “우리가 이해를 했을 때는 어떤 일이 일어나고, 이해하지 못했을 때는 어떤 일이 일어나지 않는가?”라는 問題를 提起하고 이 문제에 대해 이해를 하게되면 目標의 獲得, 다른 사람과의 相互協力, 創造的인 活動을 더 잘 할 수 있게 된다고 하였다(박정숙, 1995; 박성택, 1996).

1) 關係的 理解와 道具的 理解의 意味

관계적 이해란 문제해결의 방법과 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 알고 있으면서 보다 일반적인 수학적인 관계로부터 특수한 규칙이나 절차를 연역할 수 있는 상태를

말한다. 도구적 이해는 적절히 규칙을 기억하고 있으면서 그 규칙이 왜 그렇게 되는지 알지 못한 채 기억된 능력을 문제해결에 적용하는 상태를 말한다. 우리가 말하고 있는 이해는 관계적 이해를 뜻한다(나병소, 1999).

Skemp는 도구적 이해를 “논리 없는 규칙”으로 보고 이해로 간주하지 않았으나 때에 따라서는 도구적 이해가 필요하다는 점을 그의 저서에서 시사하고 있다(박성택, 1996).

2) 關係的 理解와 道具的 理解에 의한 學習의 長點

(1) 關係적 이해를 통한 학습의 장점(박성택, 1996)

- ① 關係적 이해에 의한 학습은 새로운 課題 解決에 適應하기가 쉽다.
- ② 關係적 이해에 의한 학습은 記憶하기가 쉽다
- ③ 關係적 이해 그 自體만으로도 하나의 目的으로서 유효하다.
- ④ 關係적 도식(Schema)들은 질적으로 유기적이다(Skemp, 1987).

(2) 도구적 이해를 통한 수학학습의 장점

- ① 도구적 이해에 의한 학습은 이해하기 쉽고 빠르게 學習目標 達成을 할 수 있다.
- ② 도구적 이해에 의한 學習效果의 보상은 보다 卽刻적이고 可視적이다.
- ③ 도구적 이해에 의한 학습은 關係적 이해에 의한 학습보다 더 적은 單純한 知識이 관련되므로 때로는 關係적 이해보다 더 迅速하고 信賴할 수 있는 정답을 구할 수 있다.

3) 도구적 이해에 의한 학습이 필요한 경우

도구적 이해에 의한 학습은 다음과 같은 경우 理由 있는 選擇이 될 수 있다.

- (1) 關係적 이해에 의한 학습으로는 學習목표를 成就시키는데 너무 많은 시간이 소요될 때
- (2) 학생들이 問題解決에 특정한 技能을 이용한 能力을 필요로 할 때
- (3) 학생들이 꼭 학습해야 할 要素인데 認知發達水準 또는 보존개념 형성시기가 늦어져 關係적 이해로는 너무 어렵고 복잡하고 지루할 때
- (4) 학생들이 수학과 학습진도에 따라 關係적 이해를 통한 학습을 하기 전에 과학 등의 타 교과 학습에 수학적인 지식이나 기능을 適用할 必要性이 있을 때
- (5) 수학과 교수가 關係적 이해보다는 도구적 이해에 의한 학습지도가 이루어지는 때가 많은 初步教師의 경우

여기서 이유 있는 選擇이라는 말은 교사가 關係적 이해와 도구적 이해의 長短點을 충분히 분석하여 주어진 과제해결에 유효 적절하게 活用해야 함을 뜻하는 것이다

4) 많은 교사들은 關係적 이해를 통한 수학학습만이 수학교육의 본질과 목표 면에 부합하는 학습지도라고 생각하고 있지만 이것을 개선하지 못하는 상황적 요인으로 다음과 같은 것을 들고 있다.

- (1) 시험의 효과
- (2) 과중한 학습 내용
- (3) 평가의 어려움
- (4) 교사가 오랫동안 가지고 있는 기존의 스키마를 재구성하기는 심리적으로 매우 어렵다

Ⅲ. 연구 절차 및 방법

1. 研究 節次

본 연구는 도구의 개발(설문지 제작) → 연구대상 선정 → 실태조사 및 분석 → 논문작성의 절차를 밟았다.

2. 道具 開發

1) 설문지 제작

본 조사연구에서는 학생용과 교사용 2종류의 설문지가 사용되었다. 설문 문항 개발은 연구자가 평소에 관심을 가지고 있던 사항과 R. Skemp의 학습이론을 참고하여 연구자가 작성한 후 대학원 동료들(박사 과정)과 함께 수정 보완하였다. 수정 보완 본은 2차에 걸쳐 수학교육 전문가, 수학내용 전문가로부터 타당도 검증을 받았다. 완성된 설문지는 연구 대상자들에게 보내기 전에 학생용은 연구자가 근무하는 학교의 2학년 학생 5명에게, 교사용은 대학원생(석사 과정) 10명에게 투입하여 문제점은 없는지 거듭 확인하였다.

2) 설문지 구성

(1) 학생용 설문지 구성 내용

관계적 이해에 대한 여러 가지 상황을 알아보기 위한 학생용 설문지는 표. 1과 같이 구성하였다.

표 1. 학생용 설문지 구성 내용

요인	핵심내용	문항번호
성취도	학교수학 성취도, 모의수학능력시험 성취도	3, 4, 5 6, 7, 8
이해	인지, 태도	19, 9, 10, 11, 13, 14
학습방법	관계적 이해를 위한 학습 방법	15-1, 15-2, 15-3, 15-4, 15-5, 15-6, 15-7
교사	지도방향	16, 17, 18, 20
경험	관계적 이해	21
기타	흥미도, 선입견	1, 2, 13

(2) 교사용 설문지 구성 내용

교사들의 이해관을 알아보기 위한 교사용 설문지는 표. 2와 같이 구성하였다.

표 2. 교사용 설문지 구성 내용

요인	핵심내용	문항번호
이해 관	이해관	4, 11
	관계적이해	5, 6, 7, 12
	도구적이해	8, 10
지도 관	공식관리, 지도 중점	2, 3
학생	학생의 기대	9
기타	학생의 흥미도	1

3. 研究 對象 및 方法

1) 研究 對象

본 연구에서는 설문조사에 응답한 대전광역시와 충청남도의 일부 고등학생 1107명과 교사 105명을 대상으로 하였다. 표로 제시하면 표 3, 표 4와 같다.

표 3. 연구 대상(학생)

항목 사례수	성별		학년별			학교별				소재지별		
	남	여	1	2	3	국립 고	공립 인문고	공립 실업고	특수 목적고	시	읍	면
명	463	644	27	592	488	108	804	99	96	595	415	97
백분율	41.8	58.2	2.4	53.5	44.1	9.8	72.6	8.9	8.7	53.7	37.5	8.8

표 4. 연구 대상 (교사)

항목 사례수	성별		교직경력						학력		근무교			학교 소재			담당학년		
	남	여	5년 미만	5년 10년	11년 15년	16년 20년	21년 25년	25년 이상	대졸	대학원재·졸	인문고	실업고	국립·특목고	시	읍	면	1	2	3
명	79	26	22	15	38	13	10	7	41	64	82	6	17	63	17	25	30	42	33
백분율 (%)	75.2	24.8	20.9	14.3	36.2	12.4	9.5	6.7	39.0	61.0	78.1	5.7	16.2	60.0	16.2	23.8	28.6	40.0	31.4

2) 研究 方法 : 設問 調査

3) 研究 期間 : 2002. 11. 1 ~ 2003. 5. 30

4) 資料 분석 : 빈도 분석

IV. 高等學校 學生과 教師의 關係的 理解에 대한 實態 分析

1. 各 문항별 學生의 實態 分析

1) 문항 1 : 수학교과에 대한 學生의 흥미는 어느 정도 입니까?

문항 1에 대하여 전체학생의 32.8%의 학생들이 '높다'라고, 33.3%의 학생들이 '낮다'라고 응답하였으며, 남학생보다는 여학생이, 시 지역보다는 읍·면 지역의 학생들이 數學에 대한 興味가 더욱 낮은 것으로 分析되었다.

2) 문항 2 : 學生은 수학과목이 어려운 과목이라고 생각합니까?

수학이 어려운 교과목이냐는 물음에 전체학생의 70.8%의 학생들이 '그렇다'라고 답변하였으며, 남학생보다는 여학생이, 시 지역보다는 읍·면 지역의 학생들이 수학과목을 더욱 어렵게 생각하고 있는 것으로 分析되었다.

3) 문항 3 : 學生이 高等學校에 입학하여 지금까지 얻은 학교수학의 성취도는 대략 어느 정도 입니까?

표 5. 學生들의 학교수학 성취도

구분 항목	전체(%)	성별		학년별			학교설립별				소재지별		
		남	여	1	2	3	국립	공립 인문	공립 실업	특 목	시	읍	면
수 정도	324(29.3)	138	186	1	218	105	66	216	4	38	227	78	19
우 정도	322(29.1)	135	187	0	181	141	25	236	16	45	200	95	27
미 정도	243(22.0)	98	145	11	122	110	11	200	22	10	105	107	31
양 정도	118(10.7)	59	59	6	44	68	1	90	25	2	42	63	13
가 정도	98(8.9)	31	67	9	27	62	4	62	31	1	20	71	7
무 응답	2	2	0	0	0	2	1	1	0	0	1	1	0
계	1107(100)	463	644	27	592	488	108	805	98	96	595	415	97

표 5에서 보듯이 學生이 高等學校에 입학하여 얻은 學敎數學의 成就도는 전체학생의 58.4%가 '수, 우정도'라고 응답하였고, 19.6%의 學生들은 '양, 가정도'라고 應答하여 학교수학의 성취도는 比較的 우수한 것으로 나타났다.

4) 문항 4 : 성취도의 결과가 수, 우 정도인 이유는 무엇이라고 생각하십니까?

성취도의 결과가 '수, 우 정도'인 이유에 대하여 學生들은 '유사문제를 무조건 암기한 후 잘 적용하여'(21.9%), '흥미가 있어 공부를 꾸준히 하여'(18.7%), '학교에서 학습한 수학내용 완전히 이해하여'(17.6%) 등 多樣한 反應을 보여주었다.

5) 문항 5 : 성취도의 결과가 미 이하인 이유는 무엇이라고 생각하십니까?

성취도의 결과가 '미 이하'인 이유로는 '기초학력이 부족하고 흥미가 없어서'라는 응답이 전체 學生의 32.0%이었으며, 成취도의 結果가 '수, 우정도'인 學生들이 '기타' 또는 '무응답'을 한 것으로 分析된다.

6) 문항 6 : 모의수학능력시험에서 學生이 얻은 수학점수(80점 만점)는 대략 어느 정도 입니까?

표 6. 학생들의 모의수학능력시험 성취도

구분 항목	전체(%)	성별		학년별			학교설립별				소재지별		
		남	여	1	2	3	국립	공립 인문	공립 실업	특목	시	읍	면
수(72점 이상)	86(7.8)	44	42	1	59	26	34	32	3	17	78	7	1
우(64점-71점)	151(13.6)	83	68	1	97	53	39	64	4	44	142	8	1
미(56점-63점)	124(11.2)	56	68	3	68	53	9	79	9	27	105	14	5
양(48점-53점)	120(10.9)	59	61	5	63	52	3	94	18	5	82	35	3
가(40점-47점)	91(8.2)	45	46	3	49	39	4	75	9	3	53	29	9
가(32점-39점)	150(13.6)	57	93	9	79	62	3	131	16	0	69	68	13
가(31점 이하)	379(34.2)	118	261	5	173	201	16	326	37	0	65	251	63
무응답	6(0.5)	1	5	0	4	2	0	4	2	0	1	3	2
계	1107(100)	463	644	27	592	488	108	805	98	96	595	415	97

표 6에서 보듯이 모의수학능력시험에서 학생이 얻은 수학점수(80점 만점)에 대한 응답으로 56.5%의 학생들이 '가'라고 응답하였으며, 무려 34.2%의 학생들이 '31점 이하의 가' 점수를 얻었다고 응답하여 학교 수학성취도와 큰 差異를 보이고 있다.

7) 문항 7 : 모의수학능력시험 점수 결과에 대한 이유는 ?

모의수학능력시험 점수 결과에 대한 이유로 전체학생의 52.6%가 '흥미가 없고 기초학력 부족으로 공부를 포기하여'라고 응답하였다.

8) 문항 8 : 학생의 학교수학 성취도와 모의수학능력시험 성취도가 다른 경우, 그 이유는 무엇이라고 생각하십니까?

표 7. 학교수학 성취도와 모의수학능력시험 성취도가 다른 경우에 대한 이유

구분 항목	전체(%)	성별		학년별			학교설립별				소재지별		
		남	여	1	2	3	국립	공립 인문	공립 실업	특목	시	읍	면
기본원리를 알도록 하는 학습을 하지 않아 새로운 문제에 대한 적용능력이 부족하여	215(19.4)	81	134	7	110	98	22	154	18	21	123	86	6
새로운 문제에 대하여 이해를 못하여	206(18.6)	102	104	10	112	84	20	151	19	16	105	84	17
문제는 이해하였으나 계산의 실수로	43(3.9)	25	18	0	26	17	10	23	4	6	29	13	1
학교수학은 유사한 문제유형에 적용하거나 외우면 되나 모의고사는 그렇지 않아서	504(45.5)	183	321	5	263	236	36	401	29	38	260	179	65
기타	99(9.0)	53	46	5	57	37	8	58	26	7	47	44	8
무응답	40(3.6)	19	21	0	24	16	12	18	2	8	31	9	0
계	1107(100)	463	644	27	592	488	108	905	98	96	595	415	97

표 7에서 볼 수 있듯이 학생의 학교수학 성취도와 모의수학능력시험 성취도가 다른 이유로

45.5%의 학생들이 '학교수학은 유사한 문제유형에 적용하거나 외우면 되나 모의고사는 그렇지 않아서'라고 답하여 수학과 교수·학습에 문제가 있는 것으로 나타났다.

9) 문항 9 : 학생은 수학학습에서 새로운 내용을 배울 때 왜 그렇게 되는지 원리를 알고 싶어 하는 편입니까?

문항 9에 대한 응답으로는 53.7%의 학생들이 '그렇다'에 응답을 하였고, 13%의 학생들은 '아니다' 또는 '무응답'에 답하였다.

10) 문항 10 : 학생이 수학학습에서 새로운 내용을 배울 때 왜 그렇게 되는지 원리를 알고 싶어 하는 이유는 무엇이라고 생각하십니까?

문항 10에 대한 응답으로는 35.2%의 학생들이 '기억이 오래 지속되고 문제해결에 적용하기가 쉽기 때문'으로, 25.6%의 학생들은 '수학에 대한 개념형성이 쉽기 때문'이라 하였으며, 14.9%의 학생들은 '수학학습에 대한 흥미가 유발되기 때문'이라고 응답하여 학생들은 역시 '새로운 문제해결에 적용'을 중요하게 생각하고 있는 것으로 나타났다.

11) 문항 11 : 학생은 공부에 필요한 공식은 어떻게 관리하십니까?

수학공부에 필요한 공식관리에 대한 응답으로 46.8%의 학생들이 '공식의 원리를 이해하고 암기한다.'라고 응답하였고, '무조건 외운다.'는 28.8%가, '원리만 이해한다.'는 15.9%의 학생들이 응답하여 기본원리에 대한 이해를 중요하게 생각하고 있는 것으로 분석되었다.

12) 문항 12 : 학생은 수학문제를 풀 때 결과(답)보다 풀이과정을 더 중요시 하는 편입니까 ?

문항 12에 대하여는 30.8%의 학생들이 '그렇다'에 응답을 하였고, 31.2 %의 학생들은 '아니다'에 응답을 하였다. 따라서 학생들은 數學問題를 풀 때, 풀이과정보다 답을 중요시하는 학생들이 적지 않음을 알 수 있다.

표 8. 수학시간에 학습한 경험이 없는 응용문제를 푸는 태도

항목	구분	전체 (%)	성별		학년별			학교설립별				소재지별		
			남	여	1	2	3	국립	공립 인문	공립 실업	특 목	시	읍	면
응용문제는 항상 풀지 못하는 편이다		342(30.9)	106	236	7	175	160	15	263	53	11	97	203	42
유사한 문제를 떠올리며 몇 가지 기본공식을 적용하여 푼다.		355(32.1)	149	206	9	188	158	23	284	24	24	186	130	39
문제의 의미를 파악하면 적당한 공식이나 풀이 방법을 적용하여 푼다.		320(28.9)	155	165	8	169	143	53	204	13	50	251	61	8
기본원리에 대한 학습을 충실히 하여 어떤 방법으로든 항상 문제를 푸는 편이다.		80(7.2)	48	32	3	54	23	16	46	8	10	57	16	7
무응답		10(0.9)	5	5	0	6	4	1	8	0	1	4	5	1
계		1107(100)	463	644	27	592	488	108	805	98	96	595	415	97

13) 문항 13 : 학생은 학교(교과서)에서 배운 경험이 있는 수학문제를 만나면 어떻게 합니까?

‘무조건 공식에 대입하거나 기억된 것을 상기하며 푼다.’라고 응답한 학생이 45.4%, ‘완전한 이해를 하여 자신 있게 푼다.’고 응답한 학생은 23%로 전체학생의 68.4%가 ‘푼다.’라고 응답하였으며, ‘문제의 뜻을 이해하지 못하거나 적당한 공식조차 적용하지 못할 때가 있다’라고 응답한 학생은 23.7%로 나타났다.

14) 문항 14 : 학생은 학교 수학(교과서)시간에 학습한 경험이 없는 응용문제를 만나면 어떻게 합니까?

표 8에서 보듯이 학교 수학(교과서)시간에 배운 경험이 없는 응용문제에 대하여 32.1%의 학생들이 ‘유사한 문제를 떠올리며 몇 가지 기본공식을 적용하여 푼다.’라 하였고, 28.9%가 ‘문제의 의미를 파악하면 적당한 공식이나 풀이 방법을 적용하여 푼다.’라고 하였으며, ‘응용문제는 항상 풀지 못하는 편이다’라고 응답한 학생은 30.9%나 되는 반면에, ‘기본원리에 대한 학습을 충실히 하여 어떤 방법으로든 항상 문제를 푸는 편이다’라고 응답한 학생은 7.2%만으로 나타나 이것 또한 수학과 교수·학습에서의 문제점으로 드러났다.

문항 15 : 기본원리나 법칙을 확실히 알게 하고 또한 그들 사이의 관계를 명확하게 해주는 수학과 학습방법은?

15) 문항 15-1) : 수학학습에 대한 두려움(공포)을 없애줄 수 있다고 생각하십니까?

관계적 이해에 대한 수학학습법은 수학학습에 대한 두려움을 없애줄 수 있느냐는 質問에 67.1%의 학생들이 肯定的인 응답을 한 반면에 9.7%의 학생들이 否定的인 응답 또는 응답을 하지 않았다.

16) 문항 15-2) : 수학학습에 대한 흥미를 높여줄 수 있다고 생각하십니까?

문항 15-2에 대한 응답으로 전체학생의 60.6%가 肯定的인 응답을 하였고, 11.0%의 학생들이 否定的인 응답을 하였다.

17) 문항 15-3) : 새로운 문제해결에 대한 적용력을 길러준다고 생각하십니까?

문항 15-3에 대하여는 전체학생의 67.5%의 학생이 肯定的인 응답을 하였으며, 특히 여학생보다 남학생이, 읍·면 지역의 학생보다 시 지역의 학생들이 관계적 이해에 대한 수학학습법이 새로운 問題 解決에 대하여 適用力을 길러준다고 생각하고 있는 것으로 분석되었다.

18) 문항 15-4) : 기억하기가 쉽고, 그 기억이 오래 지속된다고 생각하십니까?

문항 15-4에 대한 응답으로 전체학생의 55.3%가 긍정적으로, 특히 국립 고, 특수목적고 그리고 시 지역의 학생들은 70%이상의 학생들이 肯定的인 응답을 하였으며, 17.0%의 학생들이 否定的인 응답을 하였다.

19) 문항 15-5) : 수학학습을 장기적으로(오랜 동안) 한다고 볼 때, 결국 수학학습을 하는데 소요되는 시간을 줄여준다고 생각하십니까?

문항 15-5에 대하여 전체학생의 54.3%가 肯定的인 응답을 하였으며, 18.7%의 학생들이 否定的인 응답을 하거나 應答을 하지 않았다.

20) 문항 15-6) : 수학학습에서 학습동기가 유발되고 학습에 대한 호기심, 자신감과 긍정적인 학습태도를 가지게 한다고 생각하십니까?

문항 15-6에 대하여 전체 학생의 53.4%의 학생들이 肯定的인 답변을 하였으며, 12.7%의 학생들이 否定的인 응답 또는 응답을 하지 않았다.

21) 문항 15-7) : 수학학습에서 학생에게 제시된 새로운 수학학습 내용이나 문제를 적

극적으로 탐구하고 개척해 보려는 자세를 길러줄 것이라고 생각하십니까?

문항 15-7에 대하여 응답학생의 50.5%가 '그렇다'고 응답하였고, 11.3%가 '아니다'라 응답하였다. 국립·특수목적 고와 시 지역의 학생들은 좀더 肯定的인 反應을 보여주었다.

以上 15-1)부터 15-7)까지 結果에서 알 수 있듯이 학생들은 '기본원리나 법칙을 확실히 알게 하고 또한 그들 사이의 관계를 명확하게 해주는 수학과 학습방법에 대하여 7개의 문항마다 50%이상의 학생들이 肯定的으로 반응하였다.

22) 문항 16) : 현재 학생을 담당하시는 수학선생님은 여러분을 어떤 방향으로 지도한다고 생각하십니까 ?

문항 16에 대하여는 전체응답자의 69.1%가, 국립 고 및 특수목적 고 그리고 시 지역 학생의 경우에는 80% 이상의 학생들이 '기본원리를 먼저 이해하고 공식이나 풀이법을 외우도록 한다.'라 하였고, 12.6%가 '왜 그런지 기본원리를 알면 된다고 한다'고 응답하였으며, '무조건 공식이나 풀이법을 외우도록 하는 경우가 많다'고 응답한 학생은 8.0%로 나타났다.

23) 문항 17) : 앞으로 학생의 수학선생님이 기본원리나 법칙 또는 그들 사이의 관계를 확실히 알게 하는 학습방법을 적용하신다면 학생의 생각은 어떠하십니까 ?

문항 17에 대하여 전체 학생의 74.0%가 '찬성, 적극찬성'이라고 응답하였으며, 5.3%의 학생들이 '반대, 적극 반대'라 답하였다.

24) 문항 18) : 기본원리나 법칙 또는 그들 사이의 관계를 확실히 알게 하는 학습방법을 계속 실시한다면 앞으로 수학적성이 향상될 것이라고 기대 하십니까 ?

문항 19에 대하여는 肯定的인 應答 者가 전체 학생의 68.1%, 否定的인 應答 者는 6.6%로 나타났다.

25) 문항 19 : 학생은 수학학습에서 다음 중 어느 경우에 수학을 이해했다(알았다)라고 합니까?

표 9. 수학과 학습에서의 이해에 대한 인식

구분 항목	전체 (%)	성별		학년별			학교설립별				소재지별		
		남	여	1	2	3	국립	공립 인문	공립 실업	특 목	시	읍	면
왜 그런지 기본적인 원리를 알고 문제해결에 적용할 수 있는 경우	447(40.4)	198	249	9	222	216	53	322	31	41	272	147	28
왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용할 수 있는 경우	121(10.9)	46	75	6	67	48	3	93	19	6	46	60	15
문제해결에 적용할 뿐 아니라 타인에게 설명도 해 줄 수 있을 경우	405(36.6)	159	246	10	235	160	37	300	32	36	200	151	44
모두	90(8.1)	39	51	1	49	40	10	64	6	10	57	24	9
기타	28(2.5)	15	13	1	13	14	3	17	7	1	13	14	1
무 응답	16(1.5)	6	10	0	6	10	2	9	3	2	7	9	0
계	1107(100)	463	644	27	592	488	108	805	98	96	595	415	97

표 9와 같이 문항19에 대한 응답으로는 40.4%의 학생들이 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 문제해결에 적용할 수 있는 경우(관계적 이해)'라고 응답하였으며, 36.6%의 학생들은 '문제해결에 적용할 뿐만 아니라 타인에게 설명도 해 줄 수 있을 경우'라고 응답하여 결국 77%의 학생들이 이해의 상태를 '문제해결에 적용할 수 있는 경우'로 생각하고 있는 것으로 나타났으며, '왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용할 수 있는 경우(도구 이해)'라고 응답한 학생은 10.9%로 나타났다.

26) 문항 20 : 만일 학생이 수학선생님이라면 여러분의 학생을 어떻게 지도 하겠습니까?

문항 26에 대하여 응답자의 37.6%는 '기본적인 원리와 개념을 충분히 설명한 후 문제풀이를 하겠다.'라 하였고, 24.6%의 학생들은 '재미있는 수업을 진행하겠다.'고 응답하였으며 22.8%의 학생들은 '다양한 풀이방법으로 학생 스스로 해결하도록 유도하겠다.'라 하였다.

그리고 수학학습을 '실생활과 연계한 지도를 한다'에 7.3%가, '수학의 각종 이론을 수학적 배경을 바탕으로 설명한다.'에 3.5%, 기타에 3.3%, 무응답 0.9%로 나타났다.

27) 문항 21 : 영국의 수학학자 스킴프(R, Skemp)는 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력, 즉 기본원리가 왜 그런지 알뿐만 아니라 새로운 문제해결에 적용하는 능력을 '관계적 이해'라고 하였습니다. 학생이 관계적으로 이해한 수많은 문제 중 특히 기억에 남는 문제와 풀이를 하나만 적어주십시오.

문항 21에 대하여 전체 응답자 1,107명의 5.5%정도인 61명의 인문계 학생들만이 응답하였는데, 그 중 읍 지역의 공립 인문계 여학생 19명은 문제와 풀이가 아닌 설문에 응답할 당시의 학습내용, 예를 들면 로그에서 지표와 가수의 성질을 적어주었다. 그리고 10명의 학생들은 첫째 항과 끝항을 알 때의 등차수열의 합을 구하는 공식을 유도하는 방법으로, 3 명의 학생들은 간단한 무한등비급수의 합을 구하는 문제로, 또한 10명의 학생들은 '피타고라스 정리'로 응답하였다.

문항 21의 결과로부터 학생들이 수학학습에서의 이해를 '새로운 문제해결에 적용'이라고 생각하면서도 막상 기본원리를 새로운 문제에 적용한 경험을 가졌거나 기억하는 학생들은 매우 적은 것으로 나타나 이 또한 수학과 교수·학습에서의 問題點으로 지적할 수 있다.

이 외의 19명(시 지역 17명, 면 지역 2명)의 사례를 소개하면 다음과 같다.

사례1 (여, 2학년, 국립 고, 시 지역)

$a*b = a + b + 3ab$ 에서 역원을 가지지 않는 원소는 ?

사례2 (남, 2학년, 공립인문 고, 시 지역)

$A^3 + A^2 - 2A - E = 0$ 일 때, $A - E$ 의 역 행렬 은 ?

사례3 (남, 2학년, 국립 고, 시 지역)

$x^{x^2-3x+2} = 1$ 을 만족하는 양수 x 의 개수는 ?

사례4 (여, 2학년, 공립인문 고, 시 지역)

시간 T에 따라 감소하는 $f(t)$ 에 대하여 $f(t+c) = \frac{1}{2} f(t)$ 를 만족하는 양의 상수 c 를

$f(t)$ 의 반감기라 한다. $f(t) = 3^{-t}$ 의 반감기는 ?

사례5 (여, 3학년, 공립인문 고, 시 지역)

반지름이 15cm인 수박을 6000원에 판다. 반지름이 30cm인 수박은 얼마에 팔아야 할까?

사례6(여, 2학년, 공립인문 고, 시 지역)

그림과 같이 A 지점에서 강 건너에 잇는 B지점에 갈 수 있도록 다리를 놓으려한다. 최단 거리로 가려면 다리를 어떻게 놓아야 하나?(단, 다리는 땅과 직각으로 놓아야 한다.)

사례7(남, 3학년, 공립인문 고, 시 지역)

좌표평면 위의 점 A에서 x 축 위의 점 P을 지나 좌표평면 위의 점 B까지의 최단거리 구하기, P의 좌표 구하기

사례8 (남, 3학년, 공립인문 고, 시 지역)

무한 급수 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$ 의 합 구하기

사례9(남, 3학년, 공립인문 고, 시 지역)

계차수열 1, 2, 4, 7, 11, ... 의 일반항 구하기

사례10(남, 3학년, 공립인문 고, 시 지역) \Rightarrow 동일조건외 학생2명이 유사문제 응답

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+10)} = \frac{a_1}{x+1} + \frac{a_2}{x+2} + \dots + \frac{a_{10}}{x+10} \text{ 에서}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} \text{의 값은?}$$

사례11(남, 2학년, 공립인문 고, 면 지역)

$f(x) = x + a$, $g(x) = bx + 3$ 일 때, $(g \circ f)(1) = -4$, $f^{-1}(2) = 4$ 를 만족하는 경우 $g(2)$ 의 값을 구하라.

사례12 (남, 2학년, 국립 고, 시 지역)

1년 달력 중 내년 1월 달력과 같은 달은?

사례13 (남, 2학년, 국립 고, 시 지역)

구슬이 10개씩 들어있는 보따리가 있다. 모두다 10g씩 인데 한 보따리에 들어있는 구슬 10개만이 9g이다. 9g짜리가 들어있는 보따리를 한번에 찾을 수 있는 방법은?

사례14 (남, 2학년, 국립 고, 시 지역)

세 실수 $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{c+a}$ 이 차례로 등차수열을 이룰 때, a, b, c 사이의 관계는?

사례15 (남, 3, 공립인문 고, 시 지역)

$1 \cdot 19 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 17 + \dots + 19 \cdot 1$ 의 합은?

사례16(남, 2학년, 공립인문 고, 시 지역)

1, 1+10, 1+10+100, ... 의 10항까지의 합은?

사례17(남, 2학년, 공립인문 고, 면 지역)

$13^3 + 3 \times 13^2 + 3 \times 13 + 1$ 의 약수의 개수는?

사례18(남, 2학년, 국립 고, 시 지역)

포물선 $y = x^2 - 1$ 과 직선 $y = x - 2$ 사이의 거리는?

사례 19(남, 2학년, 국립 고, 시지역)

$(a+2b)^5$ 을 전개했을 때 계수의 총합?

2. 각 문항 별 敎師의 실태 분석

1) 문항 1 : 선생님 학생들의 수학과목에 대한 학생의 흥미는 어느 정도라고 생각하십니까?

문항 1에 대하여 응답한 전체교사의 31.5%가 '높다', 31.4%는 '낮다'고 생각한다고 응답하여 학생의 응답과 큰 차이를 보이지 않았으며, 여 교사보다는 남 교사가, 학력이 높을수록, 국립 고나 특수목적 고에 근무하는 교사가, 읍·면보다는 시에 근무하는 교사가, 담당학년이 높을수록 담당 학생들의 수학과목에 대한 흥미가 높은 편이라고 생각하였다.

2) 문항 2 : 선생님은 수학학습에 필요한 공식은 어떻게 지도하십니까?

문항 2에 대하여 응답교사의 85.7%가 '왜 그런지 기본원리를 확실히 알고 외우도록 한다', 4.8%가 '무조건 외우도록 한다.'고 응답하였으며, '왜 그런지 원리만 알도록 한다'고 응답한 교사는 8.6% 인데 남교사일수록, 학력이 높을수록, 인문계고 교사가 좀더 '원리만 알도록 지도한다.'고 응답하였다.

3) 문항 3 : 선생님 학생들의 수준이 다양하겠지만, 현재 선생님은 수학학습 지도시에 주로 어디에 중점을 두고 지도하시는 편입니까 ?

문항 3에 대하여 응답교사의 53.4%가 '일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력을 키우는데 중점을 두고 지도한다.'에, 15.3%가 '법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.'에, 29.5%가 '적절하게 둘 다 사용하고 있다'고 응답하였다.

4) 문항 4 : 선생님은 평소에 수학학습에서의 이해는 다음 중 어느 경우라고 생각하고 계십니까?

표 10. 수학학습에서 교사들의 이해 관

구분 항목	전체(%)	성별		교직경력				학교설립별		소재지별								
		남	여	5년미만	5년-15년	15년-25년	25년이상	4년제대학졸	대학원재학졸업	인문고	실업고	국립특목고	시	읍	면	1	2	3
왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우	90(85.7)	68	22	16	48	19	7	38	52	69	6	15	52	14	24	25	36	29
왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용하는 경우	2(1.9)	2	0	0	2	0	0	0	2	1		1	2	0	0	0	0	2
모두	10(9.6)	8	2	5	2	3	0	3	7	9		1	7	2	1	4	4	2
기타	1(0.9)	0	1	1	0	0	0	0	1	1			1	0	0	0	1	0
무 응답	2(1.9)	1	1	0	1	1	0	0	2	2			1	1	0	1	1	0
계	105(100)	79	26	22	53	23	7	41	64	82	6	17	63	17	25	30	42	33

표 10에서 알 수 있듯이 數學學習에서의 理解에 대한 물음에 응답교사의 85.7%가 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우'라고 응답하였다.

5) 문항 5 : 선생님이 수학학습 지도 시에 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법에 중점을 두시는 가장 큰 이유는 무엇입니까?

문항 5에 대하여는 문항 4에서 '어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록'에 응답한 15.3%와 기타에 응답한 0.9%를 제외한 83.8%의 교사들이 多樣한 反應을 보였다. 그 중 25.7%의 교사가 '개념 형성이 쉽고 장기적인 면에서 학습 양이 적어져 학습시간이 절약된다.'에 응답하였고, 23.8%는 '학습내용이 오래 기억되고 새로운 문제해결에 적용하기가 쉽다'에 응답하였다.

6) 문항 6 : 선생님이 수학학습 지도 시에 주로 적용하는 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법에 대하여 학생들의 반응은 어떠합니까?

문항 6에 대하여 응답교사의 35.2%가 '만족해한다.'고 응답하였으며, 9.5%의 교사가 '싫어한다.'고 응답하였고, 응답하지 않은 14.3%의 교사는 문항 4에서 '일반적 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력을 키우도록 지도한다.'에 동의하지 않은 것으로 分析되었다.

7) 문항 7 : 선생님이 수학학습 지도 시에 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법을 적용하실 때 가장 큰 애로사항은 무엇이라고 생각하십니까?

문항 7에 대하여 '처음에 지도해야 할 학습 양이 많다'에 응답한 교사가 27.6%이며, 16.2%가 '학습준비를 위해 많은 시간이 필요하여 심적 부담이 크다'고 하였고, '적절한 학습 자료와 도구가 필요하다'에 16.2%가, 10.5%는 '현재의 대학입시 제도의 문제 때문'이라 하였고, '학습목표가 달성되었는지의 여부와 평가의 어려움 때문'이라고 7.6%가 응답하는 등 多樣한 反應을 보였으며, 무 응답한 14.3%는 문항 4 때문으로 보인다.

8) 문항 8 : 선생님이 수학학습 지도 시 어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 하는 학습방법에 중점을 두시는 가장 큰 이유는 무엇입니까 ?

문항 8에 대하여는 문항 4에서 '어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 지도한다'에 肯定的인 反應을 보인 敎師들이 이러한 學習方法에 重點을 두는 가장 큰 理由로 18.1%의 교사들이 '진도 때문이다'라 하였고, 15.2%는 '성취감과 보상을 즉시 맛볼 수 있기 때문이다', 10.5%의 교사는 '수학학습에 대한 두려움을 없애줄 수 있기 때문'이라 하였고, 6.7%의 교사들은 '학생들이 이해를 더 빨리 하기 때문'이라 하였으며, '여러 가지 모두 때문에'라고 응답한 교사는 4.8%로 나타났다.

9) 문항 9 : 선생님의 학생들은 자신의 수학학습에 대한 이해를 위해 선생님에게 어떤 점을 가장 기대한다고 생각하십니까?

표 11을 보면, 문항 9에 대한 응답으로 49.5%의 교사들은 자신의 학생들은 교사가 '기본적인 원리와 개념을 충분히 설명한 후 문제풀이를 해주기를 원한다'고 하였고, '재미있는 수업의 진행을 바란다'고 응답한 교사는 29.5% 이었으며, '실생활에 연계한 수학 학습지도'에 응답한 교사는 10.5%이었다.

표 11. 학생의 기대(수학학습에서 이해를 위한)에 대한 교사의 인식

구분 항목	전체(%)	성별		교직경력				학교설립별		소재지별								
		남	여	5년미만	5년-15년	15년-25년	25년이상	4년제 대학졸	대학원 재학졸업	인문고	실업고	국립특목고	시	읍	면	1	2	3
실생활에 연계한 수학학습지도	11(10.5)	8	3	0	9	0	2	5	6	5	1	5	1	4	6	2	3	6
재미있는 수업의 진행	31(29.5)	24	7	10	12	8	1	13	18	24	4	3	17	6	8	9	17	5
수학의 기본원리 지도시 수학사적인 배경으로 한 설명	4(3.8)	4	0	0	1	2	1	1	3	3	0	1	2	1	1	2	0	2
기본적인 원리와 개념을 충분히 설명한 후 문제 풀이	52(49.5)	37	15	11	26	12	3	18	34	44	0	8	38	5	9	16	19	17
학생 스스로 다양한 풀이 방법을 모색	5(4.8)	5	0	1	4	0	0	2	3	5	0	0	4	1	0	1	1	3
무응답	2(1.9)	1	1	0	1	1	0	2	0	1	1	0	1	0	1	0	2	0
계	105(100)	79	26	22	53	23	7	41	64	82	6	17	63	17	25	30	42	33

10) 문항 10 : 선생님이 수학학습 지도 시에 주로 적용하는 어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 하는 학습 방법에 대하여 학생들의 반응은 어떠합니까?

문항 10에 대하여도 문항 4에서 ‘어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.’에 肯定的인 反應을 보인 教師들은 이러한 학습 방법에 대한 學生들의 反應에 대하여 24.8%의 교사들은 ‘만족해한다.’ 하였고, 1.9% 교사들이 ‘싫어한다.’고 응답하였다.

11) 문항 11 : 선생님은 수학적으로 부진한 학생들에게 어떤 이해 능력이 더 필요하다고 생각하십니까?

數學的으로 부진한 학생들에게 어떤 理解 能力이 더 必要하다고 생각하느냐는 물음에 應答한 교사의 64.8%가 ‘왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 능력이 더 필요하다’고 하였으며, ‘왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용하는 능력이 더 필요하다’고 응답한 교사는 13.3%, ‘모두 필요하다.’고 응답한 교사는 21.0%로 나타났다.

12) 문항 12 : 스킴프(R, Skemp)는 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력, 즉 기본원리가 왜 그런지 알뿐만 아니라 새로운 문제해결에 적용하는 능력을 ‘관계적 이해’라 하였습니다. 선생님이 학생들을 관계적으로 이해하도록 지도하신 많은 학습내

용 중 한 가지만 소개해 주십시오.

문항 12에 대하여는 전체 응답교사 105명의 18.1%인 19명의 인문계 고등학교 교사들이 다음의 사례와 같이 응답하였다.

사례1(남, 16-20년 경력, 대학원 졸, 공립인문 고, 면 지역, 1, 2학년 담당)

삼각함수의 정의⇒삼각함수의 성질(정의로부터 확인)⇒응용문제 풀이(정의 및 성질을 활용)

사례2(여, 5년 미만, 4년 졸, 공립인문 고, 면 지역, 1학년 담당)

완전제곱식을 이용한 근의 공식 유도

사례3(남, 5년 미만, 4년 졸, 공립인문 고, 시 지역, 2학년 담당)

삼각함수의 정의를 이용한 삼각함수의 그래프 개형 그리기

사례4(남, 5-10년, 4년 졸, 공립인문 고, 시 지역, 3학년 담당)

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ 임을 이해시키고, 문제에 어떻게 적용되어 중요시되는지 소개

사례5(남, 11-15년, 대학원 졸, 국립 고, 시 지역, 3학년 담당)

피타고라스정리를 이용한 도형의 넓이 구하기

사례6(남, 21-25, 대학원 졸, 국립 고, 시 지역, 2학년 담당)

삼각함수의 덧셈정리를 2가지 방법으로 유도 ⇒활용지도

사례7(남, 16-20, 대학원 졸, 국립 고, 시 지역, 2학년 담당)

내적 관련성 문제를 제시 ⇒ 해결해야 할 문제의 풀이를 Polya의 4단계로 해결한 후 ⇒유사문제를 제작하도록 지도

사례8(남, 5-10년, 대학원 재, 공립인문 고, 시 지역, 2학년 담당)

n각형 내각의 크기의 합을 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용해 설명

사례9(여, 11-15, 4년, 공립인문 고, 시 지역, 1학년 담당)

부분집합의 개수를 구하는 공식의 의미를 경우의수로 설명한 후 문제풀이 시 다양한 문제의 유형을 경우의 수의 원리에 맞춰 이해하도록 지도

사례10(여, 5년 미만, 4년 졸, 공립인문 고, 시 지역, 1학년 담당)

인수정리를 이용한 인수분해

사례11(남, 11-15년, 4년, 사립인문 고, 면 지역, 3학년 담당)

오일러 공식을 이용 정다면체의 면의 개수를 구하기와 준다면체인 축구공의 5각형과 6각형 개수 구하기

사례12(남, 16-20, 4년, 사립인문 고, 시 지역, 3학년 담당)

확률지도 중 조합을 이용한 로또 복권 당첨 확률지도 ⇒졸던 학생도 깨어 적극참여

사례13(남, 5-10, 대학원 졸, 사립인문 고, 시 지역, 3학년 담당)

자동차속도단속에 사용하는 속도측정기와 미분의 개념

사례14(여, 11-15, 대학원 졸, 국립 고, 면 지역, 2학년 담당)

피보나치수열에서 계단이용

사례15(남, 11-15, 대학원 재, 국립 고, 읍 지역, 2학년 담당)

이항연산 시 $(x+y)^n$ 또는 $x \odot y$ 의 의미 이해 유도

사례 16(남, 11-15년, 4년 졸, 사립인문 고, 면 지역, 1학년 담당)

미팅과 경우의 수 이용

사례17(남, 11-15, 대학원 졸, 공립인문 고, 면 지역, 2학년 담당)

$$a^{\log_c b} = c^{\log_a b} \text{ 이므로 } a^{\log_a b} = b^{\log_a a} = b$$

사례 18(남, 11-15, 대학원 재, 공립인문 고, 시 지역, 2학년담당)

$$\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases} \text{의 해가 유일하지 않다} \Leftrightarrow \text{두 직선이 일치한다.} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \text{의 해가 유일하지 않다}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{의 해가 } x=y=0 \text{ 이외의 해를 갖는다.}$$

사례 19(남, 5-10년, 4년 줄, 공립인문 고, 면 지역, 3학년 담당)

행렬의 곱셈 \Rightarrow 관광지 코스 총 방법 \Rightarrow 모든 성분의 합 구하는 행렬

V. 요약 및 논의

본 研究는 數學과 教授·學習에서 高等學校 學生들의 理解와 관련된 여러 가지 狀況과 高等學校 教師들의 이해 관을 調査·分析하여 現在 수학과 교수·학습에서 問題點을 찾아 보고 그 結果를 바탕으로 未來의 數學教育에서 학생들이 수학을 학습할 때 이해를 보다 잘 하도록 數學教育 改善 方向을 探索하는데 目的을 둔 조사연구이다.

충청남도 및 대전광역시 에 있는 일부 고등학생 1107명과 고등학교 교사 105명의 응답한 結果를 研究問題 별로 要約하면 다음과 같다.

1. 연구문제 1: 고등학생들은 무엇을 '수학학습에서의 이해'라고 인식하고 있으며, 수학과 학습에서 관계적 이해에 관한 실태는 어떠한가?

1) 응답학생의 40.4%(447명)가 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우'라 하였고, 36.6%(405명)는 '문제해결에 적용할 뿐만 아니라 타인에게 설명도 해줄 수 있을 경우'라 하였으며, '왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용할 수 있는 경우'에 답한 학생은 10.9%(121명)인 결과에서 학생들은 관계적 이해(황우형 역, 1995; 최윤영, 1998; 나병소, 1999)를 數學學習에서 理解로 認識하고 있었다.

2) 수학학습을 할 때, '관계적으로 이해하려 한다'고 응답한 이유로 65.7%가 '기억이 오래 지속되고 문제해결에 적용하기가 쉽기 때문'이라고 응답한 것에서 알 수 있듯이 학생들은 관계적 이해의 장점(박성택, 1996)중에서 '記憶의 持續과 새로운 問題解決에 適用'을 첫 번째로 생각하고 있었다.

3) 관계적으로 이해하도록 하는 학습을 계속한다면 앞으로 數學成績이 向上될 것이라고 기대하는 물음에 68.1%의 학생들이 '肯定的'으로 반응하여 심성호(1998)의 연구와 일치하였다.

4) 만일 학생이 수학선생님이라면 여러분의 학생을 어떻게 지도하겠냐는 물음에 대한 응답은 比較的 多樣하였는데 그 중 '기본적인 원리와 개념을 충분히 설명한 후 문제풀이를 하겠다.'에 416명(37.6%)이 應答하여 우리나라 학생들이 수학학습을 위해 교사에게 바라는 첫 번째 사항(한경숙, 2000)과 그리고 본 연구에 참여한 교사들의 응답(49.5%)과도 일치 하였다. 學生들은 數學學習에서 關係的 理解를 중요하게 생각하고 있었다.

2. 연구문제 2 : 수학교수·학습에서 고등학교 교사들의 이해 관은 어떠한가?

1) 수학학습에서의 이해에 대한 물음에 應答 教師의 85.7%가 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우'라고 하였다.

또한 53.4%의 교사가 數學學習指導 시에도 '일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력(관계적 이해)을 키우는데 중점을 두고 지도한다.'에, '관계적 이해와 도구적 이해 둘 다 적절하게 사용하고 있다'고 응답한 교사도 29.5% 인 결과로부터 그동안의 연구(황우형 역, 1995; 심성호, 1998; 나병소, 1999)에서의 지적과는 다르게 나타났다.

2) 수학적으로 不振한 學生들에게 어떤 理解 能力이 더 必要하다고 생각하느냐는 물음에도 68명(64.8%)의 교사들이 '관계적 이해'에, 22명(21.0%)은 '둘 다 필요하다'고 응답하여 이 또한 강옥기(1995), 황우형 역(1995)의 연구 결과와는 달랐다.

3. 연구문제 3 : 현재 수학과 교수·학습에서 문제점은 무엇인가 ?

1) 학생들이 高等學校에 入學하여 지금까지 얻은 학교수학의 成就 結果가 '우정도' 이상이 58.4%, '미정도' 이상은 80.4%로 比較的 優秀한 것으로 나타난 반면, 모의수학능력 시험에서 얻은 수학점수(80점만점)는 56.5%의 학생들이 '가'에 해당하는 점수를 얻었다고 하였으며, 40점 미만의 점수인 '가'를 얻은 학생들도 47.8%나 되는 점.

이와 같이 成就度가 다른 이유에 대하여 학생들은 '학교수학은 유사한 문제 유형에 적용하거나 외우면 되나 모의고사는 그렇지 않아서'라고 응답한 점.

2) 학교(교과서)에서 배운 經驗이 있는 問題에 대하여는 68.4%의 학생들이 '푼다.'고 하였으나, 학교(교과서)에서 배운 經驗이 없는 應用問題에 대하여는 30.9%가 '응용문제는 항상 풀지 못하는 편'이라 하였으며, '기본원리가 이해되어 어떤 방법으로든 문제를 푸는 편'이라고 응답한 학생은 7.2% 뿐인 점.

3) 본 연구에 참여한 많은 교사들이 數學學習 指導 시에도 '일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력(관계적 이해)을 키우는데 중점을 두고 지도한다.' 하였고, 학생들 또한 수학학습에서의 이해를 '왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우(관계적 이해)'라고 인식하면서도 황우형 역(1995)이 지적한 바와 같이 막상 기본원리를 새로운 문제에 적용한 경험을 가졌거나 기억하는 학생들은 매우 적은 점.

이상을 본 연구 결과 수학과 교수·학습에서의 問題點으로 지적할 수 있다.

VI. 수학과 교수·학습 개선 방향

연구문제 1, 2, 3의 結論을 土臺로 수학학습에서 학생들이 보다 더 理解를 잘 하도록 하기 위한 教授·學習은 다음에 力點을 두고 개선되어야 한다.

1. 教師는 수학과 교수·학습에서 可及的 學生들 스스로가 基本的인 原理가 왜 그런지 알뿐만 아니라 새로운 問題에 適用해 나갈 수 있도록 學習의 案內者가 되어야 한다.

학생들도 수학학습을 할 때 關係的 理解를 위해 애쓰고 있다 응답하였고, 교사들 역시 수학

학습 지도 시 학생들의 關係的 理解力을 키우는데 重點을 두고 지도한다고 하였으나 說問의 分析 結果 아직도 많은 학생들이 關係적으로 이해를 하지 못하고 있음을 알 수 있다. 따라서 매 시간의 수학과 교수·학습에서 교과서에 있는 基本 概念(공식)을 교사가 먼저 설명하거나 유도하는 등 지식의 傳受 者가 되지 말고 학생들에게 적당한 발문과 암시(힌트)를 주어 학생들 스스로 공식을 이끌어 내고 이를 새로운 문제에 適用해 가는 態度를 기르도록 학습을 促進하고 補助해야 한다.

2. 매시간의 학습에서 학생들이 關係적 이해를 했는지 쉽게 확인 할 수 있는 방법을 연구해야 한다.

理解라는 것이 人間의 內面的 現象으로 技能처럼 나타나는 活動이 아니어서 교사는 학생이 關係적으로 이해했는지 한 명씩 인터뷰를 하지 않으면 알기 어려우나, 학생 자신은 알 수도 있다. 면담이 제일 좋은 확인 방법이겠지만 이는 교사의 수고와 시간적 부담이 너무 크다. 그러므로 교사가 체크 지를 만들어 학생들이 매 시간 학습의 각 단계에서 자신의 關係적 이해 정도를 체크하고 교사는 이를 쉽게 확인할 수 있는 방법을 연구해야 한다.

3. 학생들의 흥미유발을 위하여 '재미있는 수업의 진행'에 보다 더 힘써야 한다.

지금도 교사들이 학생들의 흥미유발을 위하여 노력하고 있으나, 인문계고등학교에서는 진도나 입시의 부담 때문에 동기화 교육이 제대로 이루어지지 못하고 있는 실정이다.

4. 평가 방법 개선에 노력해야 한다.

지필 평가의 결과만으로는 학생이 關係적으로 이해했는지 알기 어려우므로 일대일 또는, 소집단 면담 등을 통하여 학생의 關係적 이해 정도를 확인할 수 있다. 그러나 이 방법은 많은 학생을 지도해야 할 교사에게 수고와 시간적 부담이 너무 크다. 그러므로 학생들이 關係적 이해를 했는지 좀더 쉽게 확인할 수 있는 새로운 평가방법을 찾아야 하겠다.

참 고 문 헌

- 교육부, 고등학교교육과정 해설, 1997
 강옥기, 이해의 지도와 평가, 대한수학교육연합회 논문집 제 5권 제 2호, 1995
 나병소, 數學학습에서의 關係的 理解를 위한 Schema 構成에 관한 研究, 단국대학교 대학원 박사학위논문, 1999
 류근행, Skemp의 수학학습 이론에 관한 소고, 한국학교수학회 학술발표회논문집 제 5권, 2001
 박성택, Skemp 理論에 따른 數學學習 效果 分析, 대한수학교육학회 논문집 제 6권 제 2호, 1996
 박정숙, Skemp 의 학습이론에 대한 고찰, 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1996
 심성호, 關係적 이해를 통한 수학불안의 해결방안 연구, 한양대학교 교육대학원 석사학위 논문, 1998
 이종희, 이해에 대한 수학교육적 고찰, 서울대학교 대학원 교육학박사학위 논문, 1999
 이재실, 이해의 의미에 관한 수학교육적 고찰, 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1989
 최윤녕, 關係적이해를 위한 수업도구로서의 소프트웨어 활용에 관한 사례연구, 이화여자 대학교 대학원 석사학위 논문, 1998

한경숙, Skemp의 관계적 이해를 신장시키기 위한 교수-학습 방법 연구, 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2000

황우형 역(Richard Rowland Skemp 저), 수학학습 심리학, 민음사, 1995

Skemp,R,R, Relational understanding and instrumental understanding, Mathematics Teaching, 1976

Skemp,R,R, The Psychology of Learning Mathematics. Lawrence Erlbaum Associates, Inc., New Jersey, 1987

The difference in the Relational understanding of the mathematics curriculum and the search for a better direction in mathematics education.

Ryou, Geun-Hang¹⁾

Abstract

This research is how students and teacher apprehend mathematics education, pointing out problem areas as a basis on how to improve students understanding of mathematics through improved guidance by teachers in the future. 1107 high school students and 105 teachers from around Daejeon and Choongnam province were surveyed and the results were as follows.

1. 77 %(852) of students viewed the “application of problem solving methods” as understanding mathematic problems.
2. Replies to the question on understanding the study of mathematics resulted in 85.7% of teachers saying “it is the understanding of the basic concept to which you solve the problems”
3. For questions relating to the large difference in-class mathematics achievements and mock University entrance exam achievements, students’ response that “for in-class tests you only have to learn problems with similar form but the mock tests are not like that” pointed out the problem in the area of mathematics education.
4. For future mathematic education teachers will have to “explain better and more completely the basic principles and concepts before solving problems”, and make an effort to stimulate students by “creating a more fun atmosphere”. There will also be the need to prevent as much as possible, the use of “formula or memory driven problems” and encourage students to initiate problem solving for themselves.

Key Words : Relational Understanding, Instrumental Understanding

1) Dangjin High School, ygh47@edunet4u.net

<부록> 1. 설문지(학생용)

1. 수학에 대한 학생의 흥미는 어느 정도입니까?
 ① 매우 높은 편이다 ② 높은 편이다 ③ 보통이다
 ④ 낮은 편이다 ⑤ 매우 낮은 편이다.
2. 학생은 수학과목이 어려운 과목이라고 생각합니까?
 ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
 ④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다
3. 학생이 고등학교에 입학하여 지금까지 얻은 학교수학의 성취도는 대략 어느 정도입니까?
 ① 수 정도 ② 우 정도 ③ 미 정도 ④ 양 정도 ⑤ 가 정도
4. 성취도의 결과가 수, 우 정도인 이유는 무엇이라고 생각하십니까?
 ① 유사문제를 무조건 암기한 후 잘 적용하여
 ② 흥미가 있어 공부를 꾸준히 하여
 ③ 학교에서 학습한 수학내용을 완전히 이해를 하여 ④ 기타
5. 성취도의 결과가 미 이하인 이유는 무엇이라고 생각하십니까?
 ① 기본학력이 부족하고 흥미가 없어서
 ② 아는 문제인데 계산을 실수하여
 ③ 학교에서 학습한 수학내용을 완전히 이해하지 못하여
 ④ 기타
6. 모의수학능력시험에서 학생이 얻은 수학점수(80점 만점)는 대략 어느 정도입니까?
 ① 수(72점 이상) ② 우(64점- 71점) ③ 미(56점- 63점) ④ 양(48점- 55점)
 ⑤ 가(40점-47) ⑥ 가(32점- 39점) ⑦ 31점 이하
7. 모의수학능력시험 점수 결과에 대한 이유는 ?
 ① 평소에 공부한 문제가 많이 나와서
 ② 문제에 대한 이해를 잘 하였고 계산도 잘하여
 ③ 문제를 이해는 하였으나 계산을 많이 틀려서
 ④ 흥미가 없고 기초학력 부족으로 공부를 포기하여
8. 학생의 학교수학 성취도와 모의수학능력시험 성취도가 다른 경우, 그 이유는 무엇이라고 생각하십니까?
 ① 학교수학을 학습할 때 왜 그런지 기본원리를 알도록 하는 학습을 하지 않아 새로운 문제에 대한 적용능력이 부족하여
 ② 새로운 문제에 대하여 이해를 못하여
 ③ 문제를 이해는 하였으나 계산의 실수로
 ④ 학교수학은 유사한 문제유형에 적용하거나 외우면 되나 모의고사는 그렇지 않아서
 ⑤ 기타
9. 학생은 수학학습에서 새로운 내용을 배울 때 왜 그렇게 되는지 원리를 알고 하는 편입니까?
 ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
 ④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다
10. 학생이 수학학습에서 새로운 내용을 배울 때 왜 그렇게 되는지 원리를 알고 애쓰는 이유는 무엇이라고 생각하십니까?
 ① 수학학습에 대한 두려움이 없어진다. ② 수학학습에 대한 흥미가 유발된다.
 ③ 수학에 대한 개념 형성이 쉽다
 ④ 기억이 오래 지속되고 새로운 문제해결에 적용하기가 쉽다
 ⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 때문에 ⑥ 기타

11. 학생은 수학공부에 필요한 공식은 어떻게 관리합니까?

- ① 무조건 외운다 ② 공식의 원리를 이해하고 암기한다 ③ 원리만 이해한다
④ 기타

12. 학생은 수학문제를 풀 때 결과(답)보다 풀이과정을 더 중요시하는 편입니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

13. 학생은 학교(교과서)에서 배운 경험이 있는 수학문제를 만나면 어떻게 합니까?

- ① 문제의 뜻을 이해하지 못하거나 적당한 공식조차 적용하지 못할 때가 있다
② 무조건 공식에 대입하거나 기억된 것을 상기하며 푼다
③ 이미 학습한 내용이 완전이해가 되었으므로 자신 있게 푼다
④ 기타

14. 학생은 학교(교과서)에서 배운 경험이 없는 응용문제를 만나면 어떻게 합니까?

- ① 응용문제는 항상 풀지 못하는 편이다.
② 유사한 문제를 떠올리며 몇 가지 기본공식을 적용하여 푼다.
③ 문제의 의미를 파악하면 적당한 공식이나 풀이방법을 적용하여 해결한다.
④ 기본학습 원리가 이해되었으므로 어떤 방법으로든 항상 문제를 푸는 편이다

※ 다음 15번 문항에는 작은 7개의 문항이 연결되어 있습니다!!

15. 기본원리나 법칙을 확실히 알게 하고 또한 그들 사이의 관계를 명확하게 해주는 수학학습 방법은

1) 수학학습에 대한 두려움(공포)을 없애줄 수 있다고 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

2) 수학학습에 대한 흥미를 높여줄 수 있다고 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

3) 새로운 수학문제 해결에 적용하는 능력을 길러준다(높여준다)고 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

4) 수학내용을 기억하기가 쉽고, 그 기억이 오래 지속된다고 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

5) 수학학습을 장기적으로(오랜 동안) 한다고 볼 때, 결국 수학학습을 하는데 소요되는 시간을 줄여준다고 생각하십니까 ?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

6) 수학학습에서 학습동기가 유발되고 학습에 대한 호기심, 자신감과 긍정적인 학습태도를 가지게 할 것이라 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

7) 수학학습에서 학생에게 제시된 새로운 수학학습 내용이나 문제를 적극적으로 탐구하고 개척해 보려는 자세를 길러줄 것이라고 생각하십니까?

- ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다
④ 아니다 ⑤ 전혀 아니다

<부록> 1. 설문지(교사용)

1. 선생님 학생들의 수학과목에 대한 학생의 흥미는 어느 정도라고 생각하십니까?
 - ① 매우 높은 편이다 ② 높은 편이다 ③ 보통이다
 - ④ 낮은 편이다 ⑤ 매우 낮은 편이다
2. 선생님은 수학학습에 필요한 공식은 어떻게 지도하십니까?
 - ① 무조건 외우도록 한다. ② 왜 그런지 기본 원리를 확실히 알고 외우도록 한다.
 - ③ 왜 그런지 기본 원리만 알도록 지도한다.
 - ④ 기타
3. 선생님은 평소 수학과목에서의 이해는 어디까지라고 생각하고 계십니까?
 - ① 왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 경우
 - ② 왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용하는 경우
 - ③ ①과 ② 모두
 - ④ 기타
4. 선생님 학생들의 수준이 다양하겠지만, 현재 선생님은 수학학습 지도 시에 주로 어디에 중점을 두고 지도하시는 편입니까?
 - ① 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력을 키우도록
(☞ 5번 으로, ☞ 6번 으로, ☞ 7번 으로)
 - ② 어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록(☞ 8번 으로, ☞ 9번 으로)
 - ③ ①과 ② 모두 적절하게 사용
 - ④ 기타
5. 선생님이 수학학습 지도 시에 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법에 중점을 두시는 가장 큰 이유는 무엇입니까?
 - ① 학생들의 수학학습에 대한 두려움을 줄여줄 수 있다
 - ② 학생들이 수학학습에 대한 학습동기와 흥미가 유발된다
 - ③ 학생들이 수학에 대한 개념 형성이 쉽고 장기적인 면에서 학습할 양이 적어지며 수학 학습하는 데 필요한 시간이 절약된다.
 - ④ 학생들이 학습한 내용을 더욱 오래 기억하고 새로운 문제해결에 적용하기가 쉽다
 - ⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 때문에
6. 선생님이 수학학습 지도 시에 주로 적용하는 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법에 대하여 학생들의 반응은 어떠합니까?
 - ① 매우 만족해한다. ② 만족해한다. ③ 보통이다
 - ④ 싫어한다. ⑤ 매우 싫어한다.
7. 선생님이 수학학습 지도 시에 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법을 적용하실 때 가장 큰 애로사항은 무엇이라고 생각하십니까?
 - ① 학습준비를 위해 너무 많은 시간이 필요하여 교사의 심적 부담이 크다
 - ② 적절한 학습자료 및 도구가 부족하다.
 - ③ 처음에 학습지도 해야 할 양이 과중하다.
 - ④ 학습목표가 달성되었는지의 여부와 평가의 어려움이 있다.
 - ⑤ 현재의 대학입시제도의 문제
 - ⑥ ①, ②, ③, ④, ⑤ 모두 때문에

8. 선생님이 수학학습 지도 시 어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 하는 학습방법에 중점을 두시는 가장 큰 이유는 무엇입니까?
- ① 학생들의 수학학습에 대한 두려움을 줄여줄 수 있기 때문에
 - ② 학생들이 이해를 더 빨리 하기 때문에
 - ③ 문제의 정답을 빠르게 알 수 있어 학생들이 성취감과 보상을 즉시 맛 볼 수 있기에
 - ④ 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 학습방법을 적용할 경우 시간이 너무 많이 걸린다. 즉, 진도 확보를 위해
 - ⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 때문에
9. 선생님이 수학학습 지도 시에 주로 적용하는 어떤 문제를 해결함에 있어 법칙이 어떻게 적용되는지 알지는 못하지만, 기억하고 있는 적절한 법칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 하는 학습방법에 대하여 학생들의 반응은 어떠합니까 ?
- ① 매우 만족해한다. ② 만족해한다. ③ 보통이다.
 - ④ 싫어한다. ⑤ 매우 싫어한다.
10. 선생님은 수학적으로 부진한 학생들에게 어떤 이해 능력이 더 필요하다고 생각하십니까?
- ① 왜 그런지 기본적인 원리를 알고 있으면서 문제해결에 적용할 수 있는 능력
 - ② 왜 그런지 기본적인 원리를 알지는 못하면서 기억된 능력을 문제해결에 적용하는 능력
 - ③ ①과 ② 모두
11. 선생님의 학생들은 자신의 수학학습에 대한 이해를 위해 선생님에게 어떤 점을 가장 기대한다고 생각하십니까 ?
- ① 실생활에 연계한 수학학습지도 ② 유머와 재미가 있는 수업의 진행
 - ③ 수학의 기본원리 지도 시 수학적 배경을 바탕으로 한 설명
 - ④ 기본적인 원리와 개념을 충분히 설명한 후 문제풀이
 - ⑤ 학생 스스로 다양한 풀이 방법을 모색
12. 스킴프(R, Skemp)는 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙 또는 절차를 연역해 내는 능력, 즉 기본원리가 왜 그런지 알뿐만 아니라 새로운 문제해결에 적용하는 능력을 ‘관계적 이해’ 라 하였습니다. 선생님이 학생들을 관계적으로 이해하도록 지도하신 많은 학습내용 중 한 가지만 소개해 주십시오.