

구조물의 손상탐지를 위한 센서 위치 최적화 및 적용

Optimal Placement of Sensors for Damage Detection in a Structure and its Application

박 수 용*
Park, Soo Yong

국문요약

본 논문에서는 Shannon의 샘플링 이론을 이용하여 제한된 수의 센서에서 얻은 모드형상으로 정확한 모드형상을 재생성하고, 이렇게 재생성한 모드형상을 이용하여 구조물에 발생한 손상을 탐지할 수 있는지의 가능성에 대해 조사하였다. 우선 시간 영역에서의 Shannon의 샘플링 이론을 검토하였고, 이를 공간영역으로 확대하였다. 공간영역으로 확대한 Shannon의 샘플링 이론은 그 효용성을 확인하기 위하여 단순보의 모드형상을 해석적으로 구한 후 최소한으로 제한된 수의 샘플 데이터로 모드형상을 재생하였고 이를 원래의 모드형상과 비교하였다. 이렇게 하여 얻은 결과를 바탕으로 구조물의 모드형상을 추출하는 동적실험에서 필요한 최적 가속도계의 위치를 구할 수 있는 간단한 관계식을 제안하였다. 제안된 관계식과 공간영역으로 확대한 Shannon의 샘플링 이론의 실용성은 연속 2스팬으로 구성된 실험실 빔 구조물의 손상 전과 후의 모드형상에 적용하여 손상을 탐지함으로써 입증하였다.

주요어 : Shannon의 샘플링 이론, 모드형상 재생성, 가속도계 위치, 손상탐지

ABSTRACT

In this paper, the feasibility of using Shannon's sampling theorem to reconstruct exact mode shapes of a structural system from a limited number of sensor points and localizing damage in that structure with reconstructed mode shapes is investigated. Shannon's sampling theorem for the time domain is reviewed. The theorem is then extended to the spatial domain. To verify the usefulness of extended theorem, mode shapes of a simple beam are reconstructed from a limited amount of data and the reconstructed mode shapes are compared to the exact mode shapes. On the basis of the results, a simple rule is proposed for the optimal placement of accelerometers in modal parameter extraction experiments. Practicality of the proposed rule and the extended Shannon's theorem is demonstrated by detecting damage in a laboratory beam structure with two-span via applying to mode shapes of pre and post damage states.

Key words : Shannon's sampling theorem, reconstruction of mode shape, placement of accelerometers, damage localization

1. 서 론

최근 구조물의 동적특성인 고유주파수와 모드형상을 이용한 구조물의 건전성 평가(Structural Health Monitoring) 분야에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 빌딩, 교량, 댐 등과 같은 주요 구조물은 지진하중, 풍하중 등 다양한 설계 하중 조건에 견딜 수 있도록 설계되어 있지만, 초기설계와 시공이 잘 이루어졌다 하더라도 시간의 흐름에 따른 노후화 현상, 피로하중, 또는 예기치 못한 하중 등으로 인하여 구조물 내 손상이 축적되기 마련이다. 이러한 손상으로 인해 구조시스템이 물리적으로 변하면 구조물의 진동특성도 이에 따라 변화하고, 손상 전과 손상 후의 물리적 변화, 즉 진동특성의 변화를 토대로 손상을 국부적으로 탐지하고 구조물의 건전성을 평가하는 방법들의 연구가 최근 상당한 진전을 보이고 있다.⁽¹⁾ 대상 구조물의 진동특성, 즉 몇 개의 저차 고유진동수와 이에 상응하는 모드형상을 얻기 위하여 현재 가장 널리 쓰이는 방법은 모달 테스트로 구조물의 자신의 유무에 따라 크게 forced vibration과 ambient vibration으로

나눌 수 있다. 구조물의 모드형상은 진동응답을 몇 개 혹은 다수의 가속도계를 구조물에 부착하여 계측한 후 시간영역에서의 응답데이터를 주파수영역으로 치환하고 모달분석을 통하여 추출할 수 있으며, 모드형상을 얻기 위한 과정은 구조물에 가속도계를 부착하는 등의 실험을 위한 set-up 과정, 데이터 계측, 모달분석으로 구분할 수 있다.

일반적으로 구조물 내 손상탐지 혹은 건전성 평가의 목적으로 필요한 모드형상을 실제 구조물에 적용하여 구하려면 많은 수의 센서가 필요하다. 하지만 센서의 수가 증가하면 모달분석에 필요한 주파수 응답함수(Frequency Response Function)의 수가 증가하고 그에 따른 실험과 분석에 필요한 시간과 비용이 증가하게 마련이다. 현재까지의 연구를 살펴보면 필요한 모드형상을 구하기 위해 센서의 숫자나 위치 결정에 일정한 규칙이 없이 연구자의 직감으로 숫자를 결정하여 사용하고 있고 센서의 위치도 일정한 패턴없이 임의로 정하여 사용하고 있다.^{(2),(3)} 또한 센서의 수가 손상탐지의 결과에 미치는 영향을 평가한 연구나 모드형상 재생을 위한 센서위치의 최적화에 관한 연구도 아직 문헌에서 찾아볼 수 없다.

본 논문의 목적은 Shannon의 샘플링 이론을 이용하여 제한된 수의 센서에서 얻은 모드형상으로 정확한 모드형상을 재생성하고, 이렇게 재생성한 모드형상을 이용하여 구조물에

* 정회원 · 영산대학교 건축학부 전임강사(대표저자 : sypark@ysu.ac.kr)
본 논문에 대한 토의를 2003년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2003. 6. 18 / 심사종료일 : 2003. 7. 10)

발생한 손상을 탐지할 수 있는지의 타당성에 대해 조사하는 것으로 다음과 같은 과제를 수행하였다. 첫째, 시간영역에서 일정한 간격으로 계측한 시그널(signal)을 대표할 수 있는 수식을 제안한 Shannon의 샘플링 이론을 검토하였다. 둘째, 시간영역의 Shannon의 샘플링 이론을 모드형상의 재생성에 적용하기 위하여 단순히 공간영역으로 확대하였다. 셋째, 공간영역으로 치환된 Shannon의 샘플링 이론을 적용하여 제한된 숫자의 센서 데이터만을 이용하여 모드형상을 재생성한 후 그 결과를 원래의 정확한 모드형상과 비교하였다. 넷째, 빔 구조물에서 정확한 모드형상을 재생성 하기위한 가속도계의 최적 위치를 구할 수 있는 관계식을 제안하였다. 다섯째, 제안된 관계식과 공간영역으로 확대한 Shannon의 샘플링 이론의 실용성을 입증하기 위하여 연속 2스팬으로 구성된 실험실 빔 구조물의 손상 전과 후의 모드형상을 이용한 손상탐지에 적용하였다.

2. Shannon의 샘플링 이론

2.1 시간영역

시간영역에서 일정한 시간 간격 T로 샘플링한 데이터로 원래의 시그널을 재생성할 수 있다면 그 시그널은 일정한 수의 샘플링 데이터로 대표할 수 있다고 말할 수 있다. Shannon의 샘플링 이론에 따르면 일정한 간격으로 샘플링한 데이터를 이용하여 원래의 시그널을 재생할 수 있으며 원래의 시그널은 식 (1)로 정의할 수 있다.⁽⁴⁾

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(nT) \frac{\sin \pi(t/T - n)}{\pi(t/T - n)} \quad (1)$$

여기서 $S(nt)$ 는 등간격으로 계측한 샘플, $S(T)$ 는 $S(nT)$ 에 의해 재생된 원래 시그널을 의미하며, T는 샘플링 간격, n은 샘플 수, t는 시간이다. 식 (1)은 시간영역에서 널리 알려진 Shannon의 샘플링 이론이고 이 식의 중요한 공학적 원리는 시그널에 포함되어 있는 모든 정보는 일정한 간격에서 계측한 샘플의 값에 포함되어 있다는 것이다.

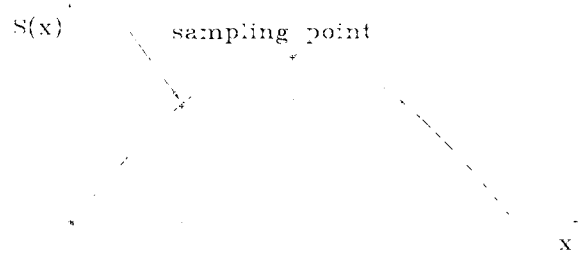
또 하나의 Shannon 이론의 중요한 포인트는 만일 어떤 시그널이 임의의 주파수 f_{max} 보다 크거나 같은 어떠한 요소도 포함하고 있지 않다면 그 시그널은 규칙적인 간격 즉, $T=1/(2f_{max})$ 으로 랜 일련의 데이터로 재생할 수 있다는 것이다. 즉, 샘플링 주파수(빈도) f_s 는 부등식 $f_s > 2f_{max}$ 를 만족하여야 하며 $f_s=1/T$ 이다. 여기서 구한 최소 샘플링 비율은 Nyquist rate⁽⁵⁾으로도 널리 알려져 있다.

2.2 공간영역으로의 확대

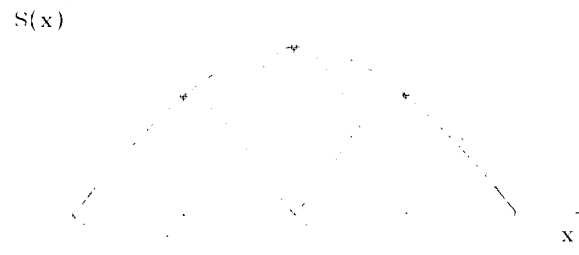
손상탐지 분야에서 필요한 시그널의 형식은 구조물의 동적특성을 대표하는 모드형상이다. 따라서 적은 수의 센서로 원래의 모드형상을 재생성하기 위하여 식 (1)의 시간 t를 공간위치 x로 단순히 치환하여 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$S(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(nT) \frac{\sin \pi(x/T - n)}{\pi(x/T - n)} \quad (2)$$

여기서 $S(x)$ 는 공간위치 x에 따라 재생성된 모드형상이고, $S(nT)$ 는 센서에서 계측한 모드형상의 값, T는 거리를 나타내는 변수로 센서간 간격, n은 센서 수이다. 모드형상을 재생성하는 과정은 그림 1에 나타내었다. 알고 있는 샘플 포인트의 값, 즉 등간격으로 분포된 센서의 값으로부터 원래의 모드형상(그림 1에서 점선)을 식 (2)로 재생한 것이다.



(a) 샘플



(b) 재생 모드

그림 1 Shannon의 샘플링 이론을 이용한 모드형상 재생성 과정

3. Shannon의 이론을 이용한 모드형상의 재생성

본 절에서는 공간영역으로 치환된 Shannon의 샘플링 이론을 적용하여 제한된 숫자의 센서 데이터만을 이용하여 모드형상을 재생성한 후, 그 결과를 원래의 정확한 모드형상과 비교하여 분석하고자 한다. 우선 정확한 모드형상을 선정하고, 모드형상을 재생성 하는데 필요한 최소한의 샘플링 포인트를 결정 한 후 식 (2)를 이용하여 모드형상을 재생하여 원래의 정확한 모드형상과 비교하여 그 정확도를 분석한다.

대상 모드는 이론적으로 쉽게 구할 수 있는 단순 지지보의 1-3차 휨 모드로 선정하였다. 단순 지지보의 표준화된 모드형상 함수 $\Phi(x)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Phi(x) = \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (3)$$

여기서, L은 빔의 길이, m은 모드차수, x는 빔의 길이에 평행한 축의 위치를 나타낸다. 만일 5개의 센서를 빔의 길이 방향으로 균등하게 배치하였다면 2차 휨 모드의 샘플링 값은 그림 2에 표시한대로 5개의 센서 위치에서 각각 $S(0T)=0$, $S(1T)=1$, $S(2T)=0$, $S(3T)=-1$, $S(4T)=0$ 이 된다.

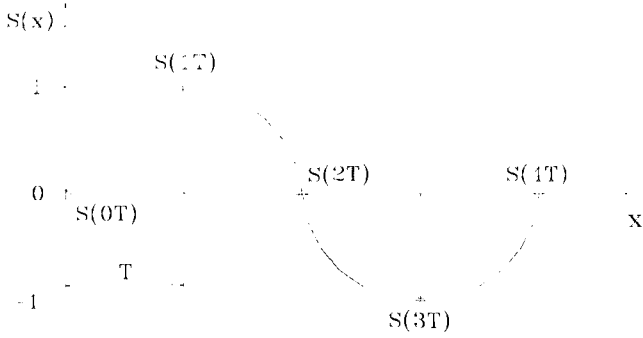
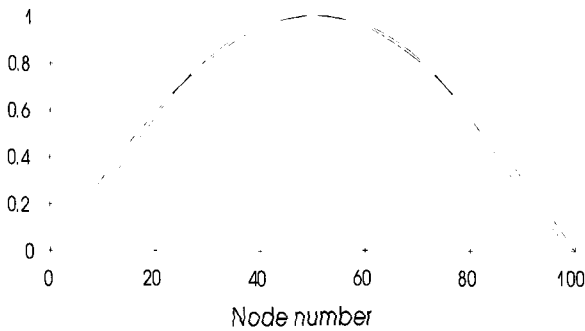
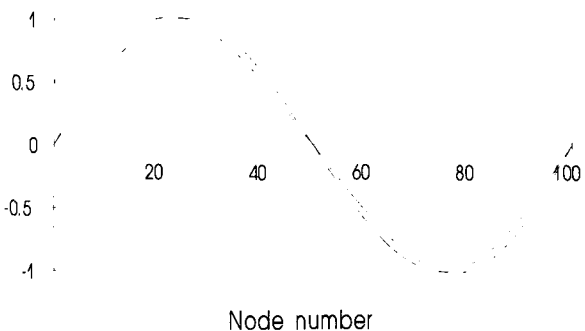


그림 2 2차 휨 모드의 샘플링 포인트

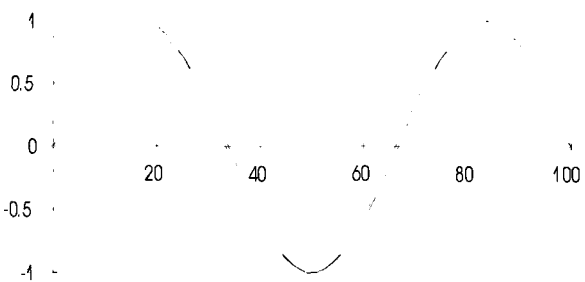
예제 구조물에서 선택한 모드 중 최대 공간주파수 f_{max} 은 3차 모드형상이다. 따라서 샘플링 이론의 조건인 Nyquist rate을 만족시키려면 센서간 간격 T는 L/3보다 작아야 하므로 3차 휨 모드까지 재생하려면 적어도 5개의 센서가 필요하다. 그림 3은 빔의 길이를 L=100으로 하였을 때 식 (2)를 사용하여 재



(a) 1차 휨 모드



(b) 2차 휨 모드



(c) 3차 휨 모드

정확해

재생성모드

그림 3 5개의 샘플 데이터로 재생성한 모드형상과 정확해와의 비교

생한 모드를 정확해와 같이 표시하였다. 그림 3의 각 모드는 위에서 언급한 5개의 센서 값으로만 재생성한 것으로 정확해와 비교해보면 모드마다 어느 정도씩의 오차가 발생한 것을 알 수 있으며, 모드의 차수가 증가할수록 그 차이도 커지는 현상을 보이고 있다. 이러한 오차는 소위 truncation error⁽⁴⁾, ϵ_N 이라고 하며 그 원인은 식 (2)에서 볼 수 있듯이 무한한 수의 샘플링 포인트가 필요하지만 예제에서는 오직 5개의 샘플만을 사용함에 기인한다. 시간영역에서는 단순히 측정시간을 늘림으로써 오차를 줄일 수 있지만 공간영역에서는 빔의 길이가 한정되기 때문에 다른 방법으로 오차를 줄여야만 한다. Truncation error를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\epsilon_N(x) = \left| S(x) - \sum_{n=-N}^N S(nT) \frac{\sin \pi(x/T-n)}{\pi(x/T-n)} \right| \quad (4)$$

공간영역에서 샘플 포인트를 효과적으로 증가시키기 위해서는 기존에 알고 있는 샘플 포인트를 공간영역에서 반복하여 사용하면 된다. 즉, 예제 구조물의 1, 2, 3차 모드는 대칭이기 때문에 쉽게 반복할 수 있다. 그림 4는 1차 모드를 각각 3회, 5회, 7회 반복한 결과이다. 각각의 반복회수에 따른 샘플 수는 원래 5개에서 13개, 21개, 29개로 증가함을 알 수 있다. 2차 모드와 3차 모드도 같은 방법으로 반복하여 샘플 수를 증가시킬 수 있다. 5개의 샘플 포인트를 3번 반복하여 재생성한 모드형상은 그림 5와 같다. 그림 5와 같이 3번의 반복으로 구한 모드형상은 정확해와 거의 일치함을 알 수 있으며 그림 3과 비교하여보면 단순히 샘플을 반복함으로써 truncation error가 현저하게 감소함을 알 수 있다. 정확한 모드형상과 Shannon의 샘플링 이론으로 재생성한 모드의 일치도를 정량적으로 표시하기 위하여 MAC(Modal Assurance Criteria)을 계산하였다. MAC은 두 모드의 상관관계를 나타내는 값으로 두 모드가 완전히 일치하면 1이 되고, 전혀 관계가 없으면 그 값은 0에 가깝게 된다. MAC을 구하는 식은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$MAC(R, S) = \frac{\left| \sum_{k=1}^N (\phi_R)_k (\phi_S)_k \right|^2}{\left(\sum_{k=1}^N (\phi_R)_k (\phi_R)_k \right) \left(\sum_{k=1}^N (\phi_S)_k (\phi_S)_k \right)} \quad (5)$$

여기서, ϕ_R 은 정확한 모드형상, ϕ_S 는 재생성한 모드형상, N은 노드 수이다. 표 1에 식 (3)을 이용하여 구한 정확한 모드형상과 식 (2)로 재생한 모드형상을 이용하여 계산한 MAC을 표시하였다. 비교하는 노드 점은 101개를 사용하였다. 표 1을 보면 샘플을 반복하면 3모드 모두 1에 가까운 값을 보이고 있으며 7회 반복했을 때의 MAC은 1로서 두 모드가 서로 일치한다고 볼 수 있다.

이러한 결과에 따라 빔 구조물의 모드형상을 얻기 위한 가속도계의 최적 위치에 관한 규칙을 정립할 수 있다. 이 규칙은 시간영역에서 공간영역으로 확대한 Shannon의 샘플링

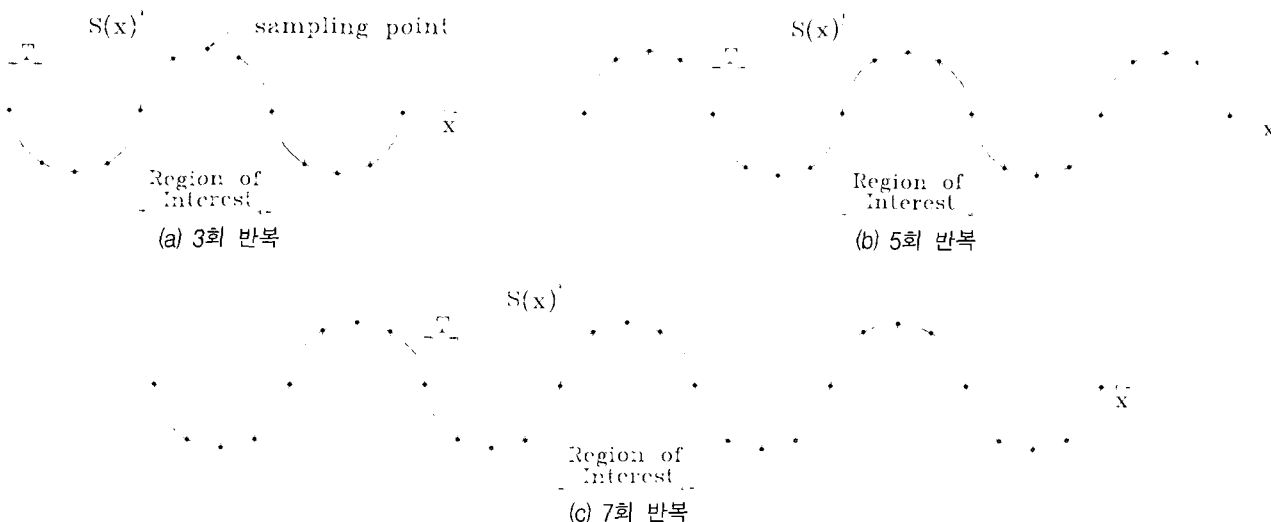
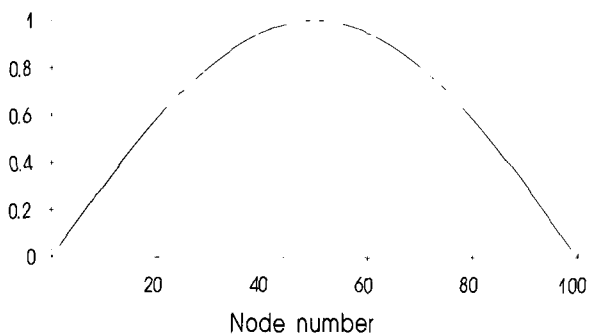
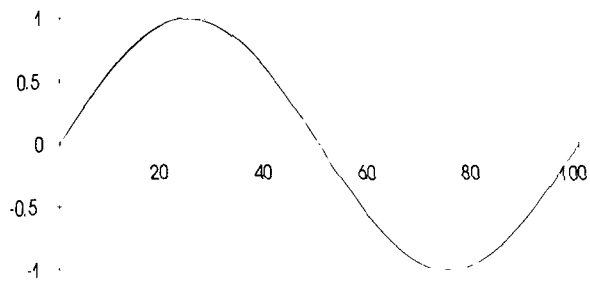


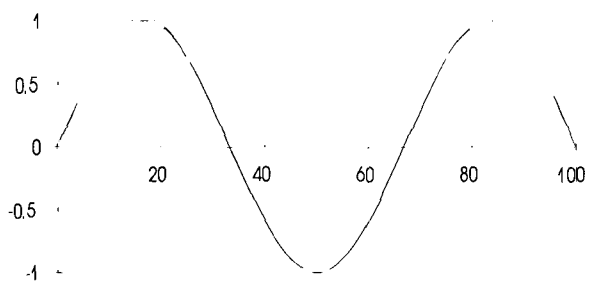
그림 4 1차 모드의 샘플 반복



(a) 1차 휨 모드



(b) 2차 휨 모드



(c) 3차 휨 모드

정확해

재생성모드

그림 5 5개의 샘플 데이터를 3회 반복하여 재생성한 모드형상과 정확해와의 비교

표 1 Modal Assurance Criteria

| 모드 | 샘플 반복 회수 | | | |
|----|----------|----------|----------|----------|
| | 0회 | 3회 | 5회 | 7회 |
| 1차 | 0.998233 | 0.999982 | 0.999997 | 0.999999 |
| 2차 | 0.993506 | 0.999963 | 0.999995 | 0.999999 |
| 3차 | 0.989327 | 0.999783 | 0.999966 | 0.999991 |

이론과 병행하여 쓰여야만 그 효과가 있으며 간단히 정리하면 다음과 같다.

1. 계측하고자 하는 가장 높은 차수의 모드 선택
2. 그 모드의 $\lambda/2$ 산정(여기서 λ 는 모드의 wave 길이)
3. 모드의 각 노드 점(즉 모드형상의 값이 0이 되는 점)에 가속도계 배열
4. 그림 6과 같이 $\lambda/2$ 스펠 부분에 두 개의 가속도계 추가 배열

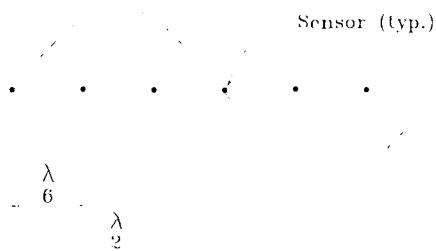


그림 6 Shannon의 샘플링 이론에 따른 센서의 최적 위치

4. 실 구조물에서의 적용

공간영역으로 확대한 Shannon의 이론과 3장에서 제안한 간단한 규칙의 실용성을 입증하기 위해 본 장에서는 이를 실 구조물에 적용하여 손상을 탐지하고자 한다. 예제 구조물은 간단한 빔 구조물로 3장에서 제시한 최소한의 센서보다 많은 수의 센서를 사용하여 모드형상을 구했으며 이를 최적화하여 모드형상을 재생성 하고자한다. 예제 구조물은 Mazurek

과 DeWolf⁽⁷⁾가 실험실에서 제작한 알루미늄 플레이트 거더에 균열을 진전시켜 이에 따른 동적특성의 변화를 연구한 것으로 그림 7과 같이 연속 2스팬으로 구성되어 있다. 손상은 그림 7의 39번 요소 근처에 균열을 3단계로 주었으며, 이를 단면 2차 모멘트 손실로 계산하면 요소 39번의 단면에서 각각 19%, 32%, 33%의 단면 2차 모멘트의 값을 감소하였다. 11개의 가속도계를 빔 길이에 균등하게 배열하였고 모달 테스트를 통하여 추출한 손상 전과 손상 후의 모드형상은 그림 8과 같다.

손상 전과 손상 후의 모드형상은 Shannon의 샘플링 이론으로 재생하여 손상탐지 알고리즘에 적용하였다. 손상탐지 알고리즘은 이미 개발하여 쓰이고 있는 손상지수방법^{(8),(9)}을 사용하였다. 손상지수는 손상 전과 손상 후의 강성의 비로 나타내며 빔 구조물일 경우 식 (6)과 같다.

$$\beta_j = \frac{k_j}{k_j^*} = \frac{\left(\int_a^b \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx + \int_0^L \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx \right) \cdot \int_0^L \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx}{\left(\int_a^b \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx + \int_0^L \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx \right) \cdot \int_0^L \{\phi_i^{*''}(x)\}^2 dx} + 1 \quad (6)$$

여기서 k_j 와 k_j^* 는 각각 손상 전과 손상 후의 j 번째 요소의 강성, $\phi_i^{*''}(x)$ 는 손상 전 모드형상의 curvature, $\phi_i^{*''}(x)$ 는 손상 후 모드형상의 curvature, i 는 모드차수, L 은 빔의 길이, a, b 는 j 번째 요소의 제한범위이다. 손상의 가능성이 있는 요소의 수는 그림 7과 같이 50요소로 하였다. 손상탐지 과정을 간단히 소개하면 다음과 같다. 우선 식 (6)을 이용하여 각 요소의

손상지수를 구한 후 손상이 유무를 결정하기 위하여 다음 식으로 표준화한다.

$$Z_j = \frac{\beta_j - \mu_\beta}{\sigma_\beta} \quad (7)$$

여기서, μ_β 와 σ_β 는 각각 β_j 의 평균과 표준편차이다. 다음은 가설테스트를 통하여 손상의 유무를 판단한다. 즉, $Z_j < 2$ 이면 j 번째 요소에 손상이 없음을 의미하고, $Z_j \geq 2$ 이면 j 번째 요소에 손상이 있음을 의미한다. 기준 값에 따라 가설테스트의 신뢰도(significance level)는 달라지며 기준 값이 2일 경우 가설테스트는 약 98%의 신뢰도를 가진다. 그림 8에 나타난 11개의 샘플 포인트를 7회 반복하여 Shannon의 이론으로 재생한 모드를 그림 9에 나타내었고 앞에 언급한 손상지수방법을 이용하여 구한 3단계 손상 별 손상탐지 결과는 그림 10과 같다. 모든 손상 경우에서 실제 손상을 가한 요소 39번의 근처에서 손상을 탐지했음을 알 수 있다.

다음은 본 연구에서 제안한 센서의 최적화에 대한 가능성을 조사하기 위하여 센서의 수를 7개로 줄이고 손상탐지 과정을 반복하고자 한다. 7개의 샘플 포인트는 11개의 샘플 포인트로 재생한 그림 9의 모드형상을 정확해로 가정하고 빔의 6등분 지점에서 추출하였다. 이렇게 구한 7개의 샘플을 그림 11에 나타내었고 Shannon의 이론을 이용하여 재생한 손상 전과 손상 후의 모드는 그림 12와 같다. 7개의 센서만을 이용하여 구한 손상탐지 결과는 그림 13에 나타내었으며, 이를 11개의 센서를 이용하여 손상을 탐지한 그림 10과 비교하여 보면 매우 흡사하다는 것을 알 수 있다. 다시 말해 본 연구에서 제안한 센서의 최적화로 4개의 센서를 줄일 수 있으며, 적은 수의 센서로도 손상의 위치를 정확하게 탐지할 수 있다는 결론을 얻을 수 있다.

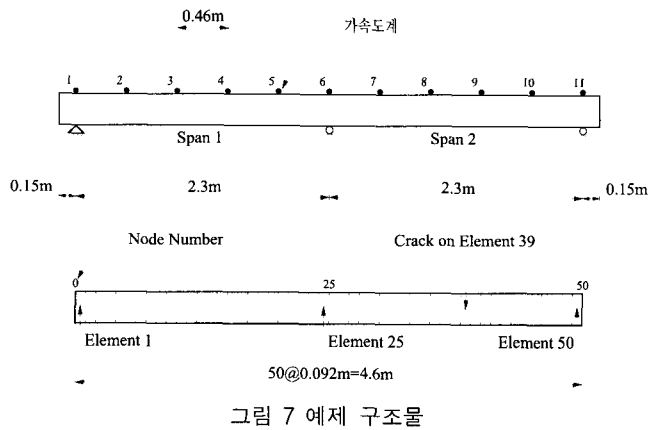


그림 7 예제 구조물

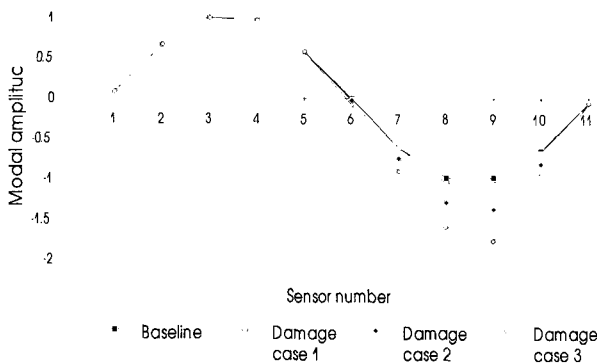


그림 8 손상 전과 손상 후의 모드형상

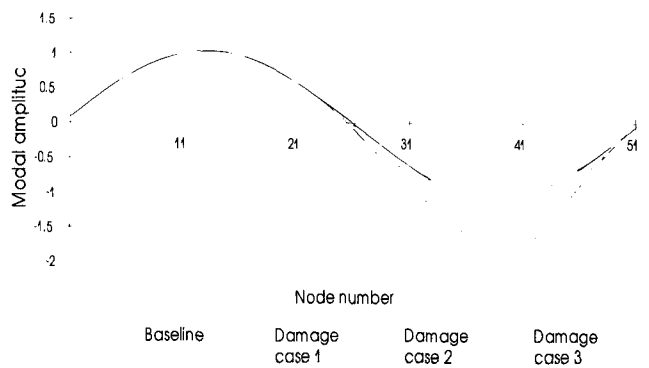


그림 9 11개의 샘플로 재생한 모드형상

5. 결 론

본 연구에서는 먼저 시간영역에서의 Shannon의 샘플링 이론을 검토한 후, 이를 공간영역으로 확대하여 구조물의 진동특성을 대표하는 모드형상을 재생할 수 있는지의 가능성을 조사하였다. 공간영역으로 확대한 Shannon의 샘플링 이론으로 모드형상을 재생하기 위한 조건을 만족하는 최소한의

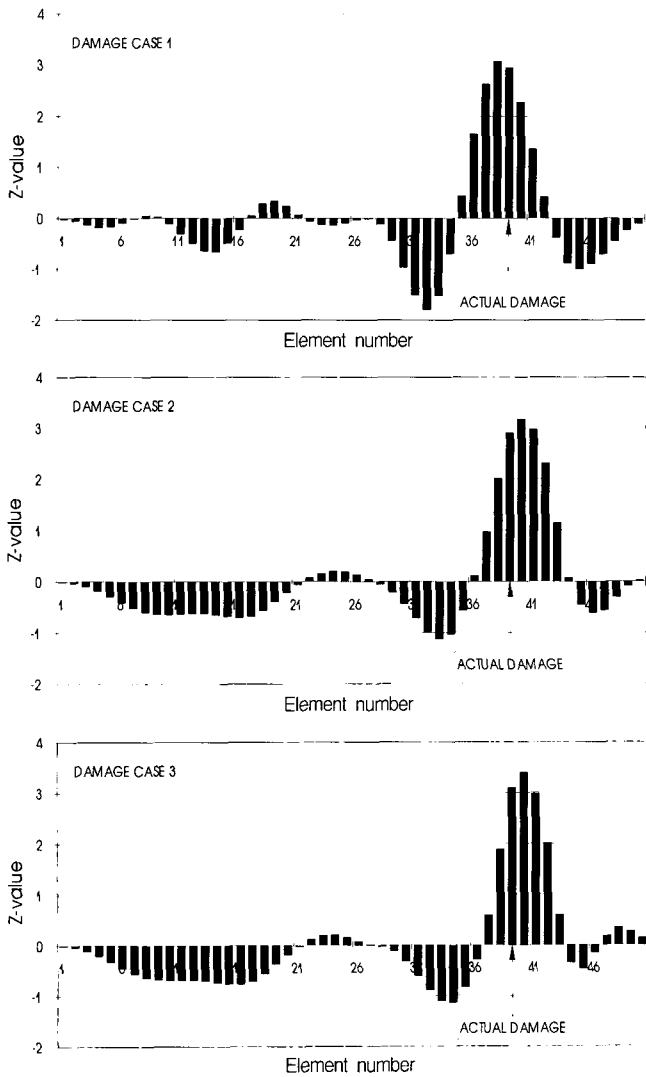


그림 10 11개의 샘플을 이용한 손상탐지 결과

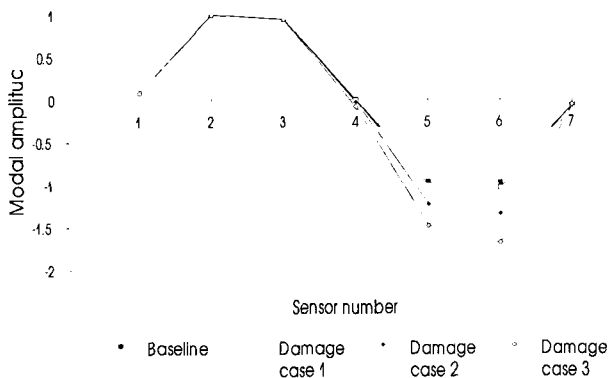


그림 11 7개의 샘플로 추출한 손상 전과 손상 후의 모드형상

센서 위치를 제안하였고, 제안된 센서의 최적 위치의 객관적 타당성을 검증하기 위해 이를 실 구조물에 적용하여 손상탐지를 수행하였다. 본 연구를 통해서 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 시간영역에서 시그널의 재생을 위해 쓰이고 있는 Shannon의 샘플링 이론을 공간영역으로 확대하여 구조물의 손상평가나 건전성평가에 널리 쓰이고 있는 모드형상을 재생하는데 효과적으로 사용할 수 있다는 것을 확인하였다.

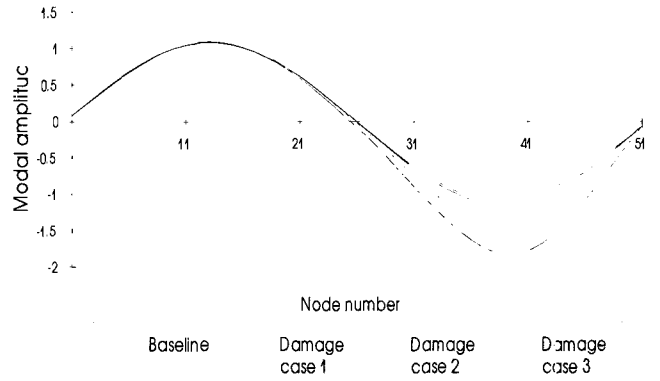


그림 12 7개의 샘플로 재생한 모드형상

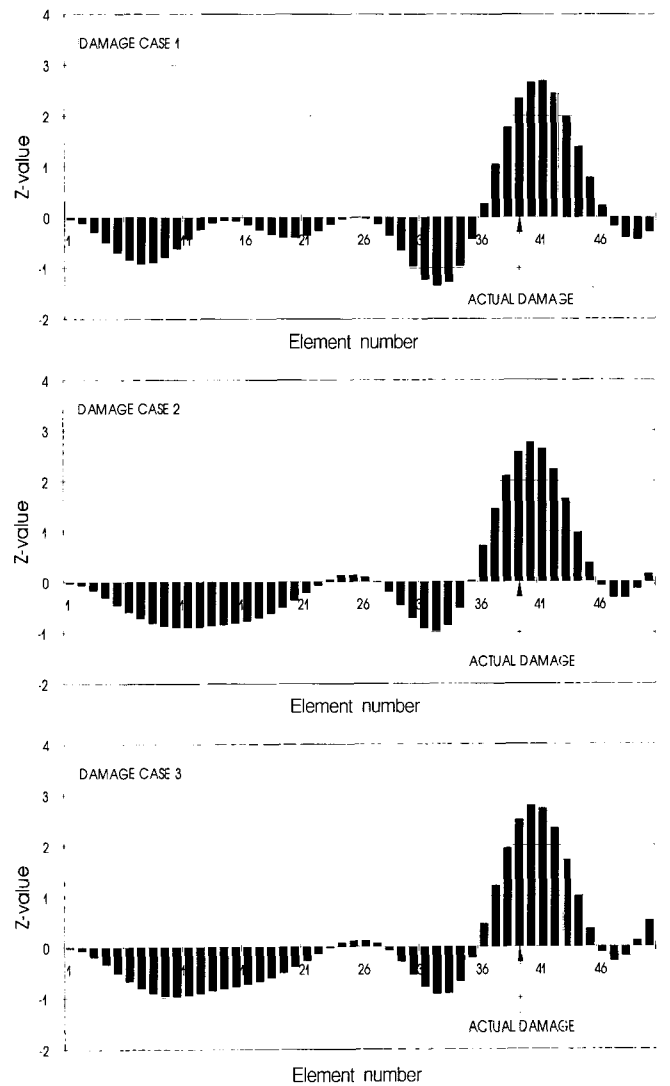


그림 13 7개의 샘플을 이용한 손상탐지 결과

- (2) 제한된 샘플의 수를 사용하여 모드를 재생할 때 발생하는 오차는 샘플을 단순히 반복하여 사용함으로써 완벽하게 줄일 수 있고 두 개의 모드형상 간의 상관관계를 나타내는 MAC을 분석한 결과 샘플을 공간영역에서 7회 반복하여 사용하면 정확하게 모드형상을 재생할 수 있다.
- (3) 구조물의 모드형상을 추출하는 동적실험에서 필요한 최적 가속도계의 위치를 구할 수 있는 간단한 관계식을 제

안하였으며, 빔 구조물일 경우 구하고자 하는 최고 차수의 휨 모드와의 관계를 정립하였다.

- (4) 제안된 최적 가속도계의 위치를 실 구조물의 손상탐지에 적용한 결과 4개의 가속도계를 줄일 수 있었으며, 11개의 가속도계를 사용한 손상탐지 결과와 최적화한 가속도계 7개를 사용한 손상탐지의 결과 모두 정확하게 손상의 위치를 찾아냄으로써 본 연구의 효용성을 입증하였다.

참 고 문 헌

1. Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., and Shevitz, D. W., "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibrational Characteristics: A Literature Review," Technical Report LA-13070-MS, Los Alamos National Laboratory, 1996.
2. Eggers, D. W. and Stubbs, N., "Structural Assessment using Modal Analysis Technique," *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii*, Vol. II, 1994, pp. 1595-1601.
3. Stubbs, N., Kim, J. T., and Topole, K., "Nondestructive Damage Analysis of Body Flaps for Orbiters OV-102, OV-103, and OV-104 using Theoretical Baselines," Technical Report No. MM-32525-40210, Mechanics and Materials Center, Texas A&M University, 1992.
4. Marks II, R. J., *Advanced Topics in Shannon Sampling and Interpolation Theory*, Springer-Verlag, 1993.
5. Zayed, A. I., *Advances in Shannon's Sampling Theory*, CRC Press, 1993.
6. Ewins, D. J., *Modal Testing : Theory and Practice*, Research Studies Press, England, 1986.
7. Mazurek, D. F. and DeWolf, J. T., "Experimental Study of Bridge Monitoring Technique," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 9, 1990, pp. 2532-2549.
8. Stubbs, N., Kim, J. T., and Topole, K., "An Efficient and Robust Algorithm for Damage Localization in Offshore Platforms," *ASCE 10th Structures Congress '92*, San Antonio, Texas, 1992, pp. 543-546.
9. Park, S., "Development of a Methodology to Continuously Monitor the Safety of Complex Structures," Dissertation for Ph.D. in Civil Engineering, Texas A & M University, 1997.