

격자 정방형화 방법을 이용한 박판 성형해석의 효율개선

윤종현* · 허 훈*
(2003년 5월 15일 접수)

Efficiency Enhancement in Sheet Metal Forming Analysis with a Mesh Regularization Method

J. H. Yoon and H. Huh

Abstract

This paper newly proposes a mesh regularization method for the enhancement of the efficiency in sheet metal forming analysis. The regularization method searches for distorted elements with appropriate searching criteria and constructs patches including the elements to be modified. Each patch is then extended to a three-dimensional surface in order to obtain the information of the continuous coordinates. In constructing the surface enclosing each patch, NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) surface is employed to describe a three-dimensional free surface. On the basis of the constructed surface, each node is properly arranged to form unit elements as close as to a square. The state variables calculated from its original mesh geometry are mapped into the new mesh geometry for the next stage or incremental step of a forming analysis. The analysis results with the proposed method are compared to the results from the direct forming analysis without mesh regularization in order to confirm the validity of the method.

Key Words : Mesh Regularization, Distorted Element, NURBS, Patch, Finite Element Analysis

1. 서론

균일한 두께분포나 좋은 형상을 얻기 위한 다단계의 성형공정이나 성형공정에 이은 충돌해석 등이 많아짐에 따라 연계 해석의 필요성이 대두되었다. 예를 들어 성형 과정을 거쳐 생산된 충돌부재는 실제로 충돌해석 시에 성형 이력을 고려하여 충돌을 수행한 경우와 그렇지 않은 경우 사이에 어느 정도 경향 차이를 보이고 있음이 알려진바 있다. 그러나 이러한 연계 해석을 수행하는 과정에서 1차 성형해석으로 인하여 처음 구

성된 격자 구조는 왜곡과 변형이 극심하게 발생하게 된다. 이러한 경향은 다음 단계의 해석 시에 해석의 신뢰성을 감소시키고 해석 시간을 급격하게 증가시켜 결과적으로 해석의 효율을 떨어뜨리게 된다. 그러므로 1차 성형해석으로부터 얻어진 왜곡된 격자 구조를 부분적으로 개선하여 다음 단계의 해석에 적용하는 것은 해석의 신뢰성과 효율성을 높일 수 있다는 점에서 의미가 있다. 일반적으로 효율적인 요소망 생성 방법에는 유한 요소망의 자유도를 고정된 채 절점의 위치를 조정하는 r-분할 법⁽¹⁾과 요소를 단계별로 세분

* 한국과학기술원 기계공학과

화 해가는 h-분할 법⁽²⁾, 절점의 차수를 높여 정확도를 높이는 p-방법⁽³⁾ 등이 있다. 또한 M.L.C. Sluiter⁽⁴⁾ 와 Talbert⁽⁵⁾ 등은 해석 영역을 하나의 연속 루프를 구성한 뒤 이 분할 선을 사용하여 전 루프를 부 루프들로 나누어가며 요소를 생성하였다. Lo⁽⁶⁾ 등은 전 영역에 걸쳐 삼각형 요소를 생성한 뒤 인접한 삼각형 요소를 합하는 방식으로 사각형 요소를 생성하였다.

본 논문에서는 다단계 성형해석이나 성형 해석에 이은 연계해석의 효율을 향상시키기 위하여 일차 성형해석으로 변형과 왜곡이 심한 격자구조를 패치(patch) 단위로 구성한 뒤 구성된 패치를 NURBS(N-on-Uniform Rational B-Spline)를 이용하여 3 차원 곡면으로 재구성한다. 이렇게 생성된 곡면을 바탕으로 곡면 위의 절점을 이동시키는 방법을 통하여 왜곡된 격자구조를 정방형화 하며 동시에 다음단계 해석에 직접 적용할 수 있는 향상된 질의 격자구조를 만들어낸다. 또한 제안된 방법은 성형해석을 통해 얻어진 박판부재의 충돌해석 시에 매우 효과적인 결과를 보인다.

2. 왜곡요소의 정방형화

2.1 왜곡요소의 판별기준

연계해석 수행 시에 해석의 효율성과 신뢰성을 떨어뜨리는 왜곡 부위를 찾고 이 영역을 바탕으로 정방형화 방법을 적용하여 격자 구조의 질을 향상 시킨다.

(a) 내각(interior angle)

사각형 요소의 경우 이상적인 요소의 내각은 네 각이 모두 90° 일 경우이다. Zhu⁽⁷⁾는 사각형 요소의 경우 만족스러운 요소를 내각이 90° ± 45° 인 경우로 정의했으며 반대로 적절하지 못한 요소를 90° ± 60° 의 경우로 정의했다. 또한 Lo와 Lee⁽⁸⁾는 90° ± 52.5° 를 적절한 요소로 정의했다. 본 논문에서는 식(1)⁽⁹⁾과 같이 함수를 구성한 뒤 이것의 크기(2)가 π/3 보다 커지거나 (δθ_i)_{max} (3)⁽⁹⁾이 π/6 보다 커지는 경우를 내각에 대한 왜곡이라 정의한다. 이처럼 보다 엄격한 범위를 제시하는 이유는 협소한 영역 내에서 정방형화를 수행할 경우 발생하는 지역적인 제약을 피하기 위함이다.

$$\vec{f}_Q = \delta\theta_1 \hat{e}_1 + \delta\theta_2 \hat{e}_2 + \delta\theta_3 \hat{e}_3 + \delta\theta_4 \hat{e}_4 \quad (1)$$

$$\|\vec{f}_Q\| = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\delta\theta_i)^2} \quad (2)$$

$$\delta\theta_i = |\pi/2 - \theta_i| \quad (3)$$

(b) 요소의 세장비(aspect ratio)

이상적인 요소 길이 비의 경우 사각형 네 변의 길이가 모두 같을 때를 말한다. 본 논문에서는 식(4)와 같이 요소 길이 비를 정의하고 이 값이 5 보다 큰 경우를 길이 비에 대한 왜곡으로 정의하였다.

$$\frac{\max\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}}{\min\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}} \quad (4)$$

단, r_{ij} 는 요소 각 변의 길이

2.2 영역의 선정

2.2.1 패치의 구성

정해진 기준에 따라 탐색된 왜곡 요소들은 성형 형상의 복잡성에 따라 여러곳에 분포하게 된다. 이렇게 찾아진 왜곡 요소들을 프로그램의 효율성 그룹으로 만들어 패치를 형성한다. 또한 패치의 형상은 찾아진 왜곡 요소를 모두 포함하는 최소의 사각형으로 구성하여 정방형화 과정 시 발생할 수 있는 지역적인 제약을 최소화 하고 되에서 언급할 NURBS 곡면식에 적용을 수월하게 한다. 이러한 과정은 Fig. 1 에서와 같은 순서로 진행된다. 즉, 분포된 왜곡요소 사이에 존재하는 홀과 모서리 부를 채워가는 방식으로 왜곡요소를 포함하는 최소의 사각형 패치를 구성하게 된다.

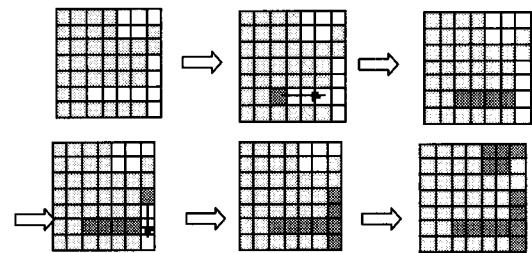


Fig. 1 Process for construction of a patch

다음으로는 구성된 패치를 NURBS 곡면을 이용하여 3 차원 자유곡면으로 재구성한다. 이는 유한 요소 모델링 시 발생하는 형상차이를 극복하고 대상 영역에 대한 다양한 정보를 얻을 수 있으므로 수행된다. 또한 NURBS 곡면을 사용하는 이유

는 복잡한 형상을 적은 수의 조정점으로 빠르게 표현할 수 있으며 국부적인 조정점의 변화로 전체적인 형상이 급격하게 변하지 않는다는 장점이 있기 때문이다.

2.2.2 NURBS 곡면의 구성⁽¹⁰⁾

NURBS 곡면은 u 방향으로 p 차수, v 방향으로 q 차수의 텐서 곱 형태의 다항식으로 식(5)와 같이 일반화시켜 나타낼 수 있다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}} \quad (5)$$

여기서 $\{P_{i,j}\}$ 는 조정망으로서 각 u, v 방향으로의 조정점이고, $\{w_{i,j}\}$ 는 가중치, $\{N_{i,p}(u)\}$ 과 $\{N_{j,q}(v)\}$ 는 basis function 으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

2.2.3 곡면의 전체보간

NURBS 를 통하여 생성되는 곡면은 성형된 격자의 절점들을 대부분 지나는 곡면이어야 한다. 이러한 과정을 곡면의 전체적 보간이라 한다. 그러한 곡면을 만들기 위해 우선 조정점 $P_{i,j}$ 를 구하는 것이 필요하다. 성형 해석을 통하여 주어진 $(n+1)*(m+1)$ data points 를 $\{Q_{k,l}\}$ 이라 하여 다음과 같은 선형 방정식을 풀게 된다.

$$Q_{k,l} = S(\bar{u}_k, \bar{v}_l) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(\bar{u}_k) N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad (7)$$

여기에서 \bar{u}_k, \bar{v}_l 의 선택은 곡면의 형상과 경향에 영향을 미치게 되는데 이 것들을 선택하는 일반적인 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다.

- chord length method

$$d = \sum_{k=1}^n |Q_{k,l} - Q_{k-1,l}|, \quad \bar{u}_0 = 0, \bar{u}_n = 1$$

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_{k,l} - Q_{k-1,l}|}{d}, \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (8)$$

- centripetal method

$$d = \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_{k,l} - Q_{k-1,l}|}, \quad \bar{u}_0 = 0, \bar{u}_n = 1$$

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_{k,l} - Q_{k-1,l}|}}{d}, \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (9)$$

여기서 d는 각 data point 들 사이의 거리를 표현한 것이며, $Q_{k,l}$ 은 k, l 번째 data point 가 된다. 식(8)과 (9)를 통하여 \bar{u}_k, \bar{v}_l 를 구할 수 있다. 본 논문에서는 두 번째 방법인 centripetal method 를 사용하였다. 곡면에 대한 보간이므로 u, v 두 방향의 보간이 이루어져야 한다. 식(10)을 통해 $R_{i,l}$ 을 구해내고 이를 바탕으로 식(11)의 최종적인 조정점 $P_{i,j}$ 를 구하게 된다. 또한 각각의 선형 방정식은 Gauss 소거법(with scaled Partial Pivoting)을 적용하여 해를 얻었다.

$$Q_{k,l} = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) \left(\sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \right) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) R_{i,l} \quad (10)$$

$$R_{i,l} = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad (11)$$

이러한 과정을 통해 얻은 조정점들을 식 (5)에 대입함으로써 3 차원 자유곡면을 보간하는 NURBS 곡면을 얻을 수 있게 된다. 위와 같은 방법으로 3 차원 상의 조정점들을 구해내면 이것을 이용하여 최종적인 3 차원 NURBS 곡면을 만든다. 이렇게 구성된 3 차원 NURBS 곡면은 정방형화 과정 시 형상 변화를 최소화 하고 이동될 절점들의 방향과 위치를 결정하기 위하여 생성된다. 즉, 구성된 곡면에 성형 해석 시 사용된 절점보다 훨씬 많은 수의 점들을 조밀하게 생성한 뒤 이 중, 이동될 절점과 가장 가까운 점을 찾아 그 점을 이동될 절점의 위치로 대체하는 방법을 통해 절점의 이동이 곡면 위에서 이루어 지도록 한다. 이러한 방법은 일반적으로 Projection 과정에서 발생하는 추가적인 요소의 왜곡을 방지하고 수직에 가까운

벽면 상에 놓인 요소들의 극단적인 발산을 피하기 위하여 직접 3 차원 곡면 상에서 이루어 지게 된다. 또한, 본 논문에서는 주어진 절점의 개수보다 대략 100 배 이상의 점들을 곡면 상에 생성한 뒤 정방형화 과정을 수행하게 된다. 이는 식(5)의 u, v 값을 $0 \leq u, v \leq 1$ 범위에서 조밀하게 입력함으로써 얻을 수 있다.

2.3 정방형화(Regularization)

직사각형 형태로 구성된 각 패치를 기준으로 정방형화를 수행한다. 요소의 선택은 Fig. 2 와 같은 방향으로 진행하면서 결정하고 일단 요소가 결정되면 요소가 변형된 방향으로 사각형 요소들 두개의 삼각형 요소로 분할한다. 그리고, 분할 선을 기준으로 삼각형과 같은 평면에 분할 선을 직경으로 하는 원을 생성한 뒤 식(12)에 따라 삼각형의 꼭지 점을 원 위로 이동시켜 주어진 삼각형이 직각 삼각형이 되도록 해준다.(Fig. 3) 이 과정이 끝나면 역의 순서로 같은 과정을 다시 반복해 준다.

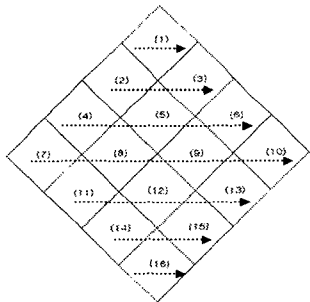


Fig. 2 Selecting direction of distorted elements

$$\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2} = \bar{x}_{cen}, \quad \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{2} = r, \quad (12)$$

$$\bar{x}_{cur} - \bar{x}_{cen} = \bar{x}_{dir}$$

$$\bar{x}_{new} = \frac{\bar{x}_{dir}}{|\bar{x}_{dir}|} \cdot r \cdot factor + \bar{x}_{cen}$$

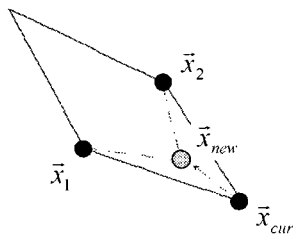


Fig. 3 Regularization scheme by moving nodes

이러한 과정을 통하여 절점의 위치가 결정되면 최종적인 절점의 선택은 이것과 가장 가까운 NURBS 곡면 위의 점으로서 대체한다. 마지막으로 정방형화 과정 시에 발생할 수 있는 부분적인 굴곡과 튀는 부분을 바로잡기 위해 식(13)과 같은 간단한 유연화 과정을 거친다.

$$P_N = \frac{\sum_{i=1}^N A_i C_i}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad (13)$$

P_N 은 새로운 절점의 좌표이고, A_i 는 절점 i 에 이웃한 요소들의 면적이 되며, C_i 는 이웃한 요소들의 중심 좌표가 된다.

2.4 왜곡의 지표

정방형화 과정을 전 후로 왜곡된 격자 구조의 질이 얼마나 향상 되었는지를 평가하고 이에 대한 정량적인 기준을 마련하기 위하여 왜곡의 지표인 LIX(Level of Distortion)를 제안하였다.

$$LD = A \times B \quad (14)$$

LD는 0~1 사이의 값을 가지며 1 일 경우 이상적인 사각형 요소가 된다.

$$A = \frac{\sum_{i=1}^4 |\sin \theta_i|}{4}, \quad (15)$$

$$B = \tanh(k \times B'), \quad (16)$$

$$\left(B' = \frac{\min\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}}{\max\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}} \right), \left(k = \frac{\tanh^{-1}(\beta)}{\alpha} \right)$$

A 는 요소의 내각에 대한 지표가 되며 θ_i 는 한 요소의 네 내각이 된다. 또한 B 는 요소의 길이 비에 대한 지표로서 \tanh 함수를 사용하여 전체 LD 값이 B 에 의해 민감해 지는 것을 막았다. 예를 들어 요소의 허용 길이 비를 1:4 로 제한할 경우 $\alpha=0.25, \beta=0.6$ 을 대입하여 B' 의 값이 0.25 를 전 후로 B 의 값이 급격히 달라지게 할 수 있다. 결과적으로 요소의 길이 비 B' 가 0.25 보다 작은 경우엔 전체 LD 값이 급격히 나빠지고 B' 가 0.25 보다 큰 경우에 대해서는 LD 값이 천천히 변하도록

록 한다. 이와 같은 방법으로 왜곡 요소의 길이 키와 내각에 대한 지표를 동시에 표현할 수 있는 왜곡요소의 지표를 생성하였다.

2.5 변수값의 사상

정방형화 방법을 통하여 개선된 격자 구조를 이용하여 연계 해석을 수행할 경우, 성형 이력을 고려한 정확한 해석을 수행하기 위하여 이전 격자구조를 바탕으로 얻어진 성형 해석 결과를 개선된 격자 구조로 사상 시키는 과정이 필요하다. 이는 식(17)에서 제시한 바와 같이 새로 위치된 절점을 기준으로 3 차원 구를 생성하고 구안에 포함되는 절점(Fig. 4)들을 거리에 따른 역 가중치를 부과하여 새로운 절점의 변수 값을 결정하게 된다.

$$V_c = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{V_j}{r_j}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{r_i}} \quad (17)$$

V_j 는 이전 격자구조의 절점에서 나온 응력과 변형률 값들이며, r_j 는 그 절점과 새로 결정된 절점 간의 거리를 나타낸다.

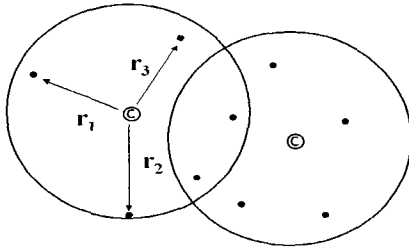


Fig. 4 Control sphere for mapping of the state variables

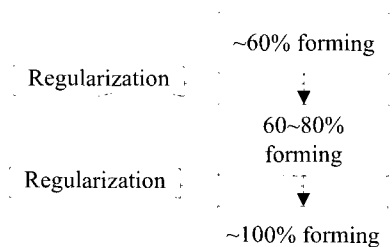


Fig. 5 Applying the regularization method to the forming analysis

3. 수치해석 예제

3.1 오일팬 성형해석

성형 단계에서 정방형화 과정을 적용하기 위하여 다음과 같이 변형이 집중되는 각 단계 사이에서 정방형화 방법을 적용한다.(Fig. 5) 또한 성형 해석을 위한 다이 펀치 셋은 Fig. 6 과 같다.

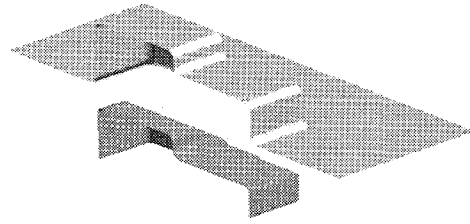
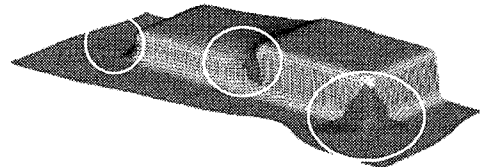
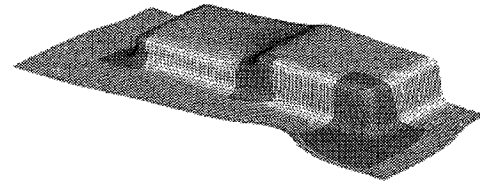


Fig. 6 Punch and die set for oil pan forming

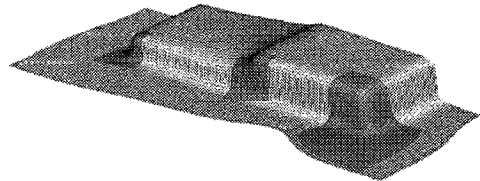
Fig. 7 은 성형 60%단계에서 정방형화 과정을 나타낸 그림으로서 형상차이로 인해 세 곳에 걸쳐 왜곡이 집중되므로 구성된 패치의 개수도 세 개가 된다. 패치 단위로 정방형화를 수행한 뒤 같은 과정을 성형 80%단계에서 적용한다.



(a) searching distorted elements



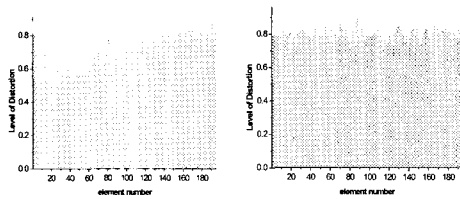
(b) constructing patches for distorted elements



(c) regularization of distorted elements

Fig. 7 Procedure of regularization

정방형화를 통하여 개선된 격자 구조의 향상도를 측정하기 위하여 제안된 왜곡 요소의 지표인 LD 를 비교해 보았다. 정방형화를 통해 전체적인 격자의 질이 상향 평준화 됨을 알 수 있다.(Fig. 8) 이러한 개선된 격자 구조로 인하여 Fig. 9 에서 나타내듯이 해석 도중에 상대적으로 큰 시간 증분 크기로 해석이 가능함을 알 수 있으며 결과적으로 약 12%정도의 계산시간을 단축할 수 있었다.



(a) Original mesh (b) Regularized mesh
Fig. 8 Comparison of LD

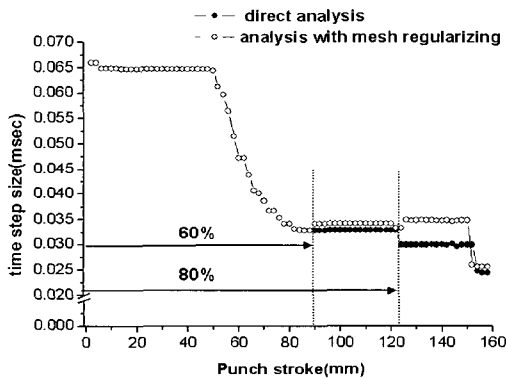


Fig. 9 Comparison of the time step size with respect to the punch stroke

3.2 Front side member 충돌해석

성형 해석에 연이은 충돌 해석의 경우 성형 해석 시에 발생하는 왜곡과 변형으로 충돌 해석의 신뢰성이 떨어질 수 있으며 계산 시간의 급증으로 해석의 효율이 떨어지게 된다. 그러나 이러한 단점을 극복하기 위해 연계 해석을 수행하기 앞서 이미 알고 있는 최종형상에 적합한 격자를 재구성하고 이전 격자구조에서 얻어진 각종 변수 값을 사상하여 연계해석을 수행할 수 있다. 그러나 이러한 경우 해석의 효율이 급격하게 떨어지게 된다. 그러므로 정방형화 방법을 이용하여 성형 해석으로 인한 부분적인 격자 구조의 왜곡을

완화시키고(Fig. 11) 이를 충돌 해석에 적용하도록 하였다. 해석에 사용된 충돌부재는 Fig. 10 의 reinf_ft_C 이며 해석 조건은 한쪽 단이 고정된 충돌부재에 40kg 의 rigid wall 을 초기속도 13.3m/s 으로 충돌시키는 예제가 된다.

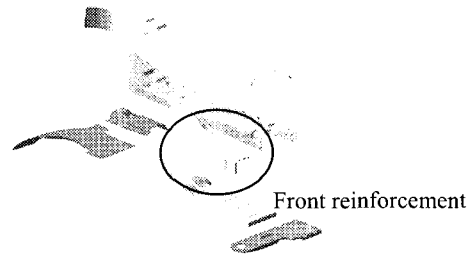


Fig. 10 Assembly of a front side member

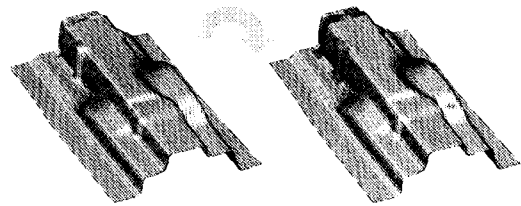


Fig. 11 Regularization of a front reinforcement

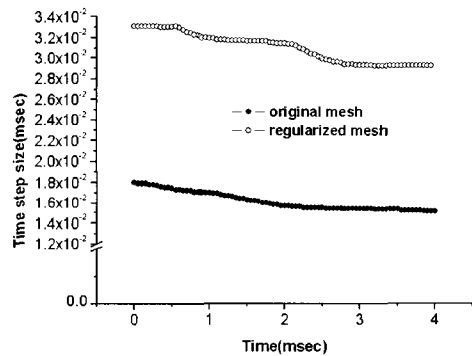


Fig. 12 Comparison of the time step size between the original and regularized mesh system

이 경우 정방형화를 통하여 개선된 격자 구조는 해석 시 더 큰 시간 증분으로 해석이 가능함을 알 수 있으며(Fig. 12) 결과적으로 대략 40%정도의 계산시간을 단축할 수 있었다.

4. 결 론

1 차 성형 해석으로 인해 변형과 왜곡이 심한 격자 구조를 정방형화 방법을 이용하여 다음 단계의 연계 해석을 위한 향상된 질의 격자구조로 개선하였다. 이는 왜곡된 격자 구조를 연계 해석에 적용할 경우 발생하는 모델링 과정에서의 번거로움과 많은 시간의 소요를 줄이고 해석 과정에서 발생하는 시간의 급격한 증가를 막아 전체적인 해석의 효율을 높일 수 있게 된다. 또한 이러한 정방형화 방법은 예제에서 제시된 바와 같이 다단계 성형 해석이나 성형 해석과 연이은 충돌 해석에까지 적용할 수 있음을 보여주었다.

참 고 문 헌

- (1) Diaz, A. R., Kikuchi, N. and Taylor, 1983, J. E. "A Method of Grid Optimization for Finite Element Methods." *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 41, pp. 29~45.
- (2) Szavo, B. A. , 1986, "Mesh Design for the p-Version of the Finite Element Method." *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 55, pp. 181~197.
- (3) Diez, P., Huerta, A. , 1999, "A Unified Approach to Remeshing Strategies for Finite Element h-adaptivity." *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 176, pp. 215~229.
- (4) Sluiter, M. L. C. and Hansen, D.C. , 1982, "A General Purpose Two-Dimensional Mesh Generator for Shell and Solid Finite Elements." *Computer in Eng.*, Vol. 3, ASME, pp. 29~34.
- (5) Talbert, J. A., and Parkinson, A. R. , 1990, "Development of an Automatic, Two-dimensional Finite Element Mesh Generator using Quadrilateral Elements and Bezier Curve Boundary Definition." *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 29, pp. 1551~1567.
- (6) Lo, S.H. , 1989, "Generating Quadrilateral Elements on Plane and Over Curved Surfaces." *Computers and Structures*, Vol. 31, pp. 421~426.
- (7) Zhu, J. Z., Zienkiewicz, O. C., Hinton, E., Wu, J. , 1991, "A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation." *Int. J. Numer. Meth. Eng.* Vol. 32, pp. 849~866.
- (8) Lo, S. H., Lee, C. K. , 1992, "On Using Meshes of Mixed Element Types in Adaptive Finite Element Analysis." *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 11, pp. 307~336.
- (9) El-Hamalawi, A. 2000, "A Simple and Effective Element Distortion Factor." *Computers and Structures*, Vol. 75, pp. 507~513.
- (10) Piegl, L., Tiller, W. , 1997, "The NURBS Book." 2nd Ed., Springer-Verlag.