韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2003. 5. 제 7권, 제 1호, 57-64.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
May. 2003, Vol. 7, No. 1, 57-64.

# Serpinsky 삼각형 프로그램의 연구

이정재 (광주교육대학교)

## I. 서론[1)]

정보화 사회에서 요구되는 학교 교육은 컴퓨터화된 환경 속에서 능동적으로 대처할 유능하고 건전한 인재 양성이 되어야 한다고 볼 수 있다. 이를 위해서 학생들은 정보 기술에 관한 지식을 습득하는 것과 함께 실제로 문제해결 및 과제 수행에 필요한 정보 기술을 활용할 수 있도록 하는 것이 중요하므로 학교 교육의 내용과 방법도 그에 따라 정보화 되어야 한다.

수학의 교수-학습에 멀티미디어 학습 보조 자료를 어떻게 하면 효과적으로 활용할 수 있는가에 대한 논의가 있어 왔다. 이태욱(1997)은 멀티미디어를 활용한 학습은 상호 작용이 가능한 다양한 매체로 이루어진 자료를 제공함으로서 학습자로 하여금 능동적이고 자기 주도적으로 학습에 임하게 함은 물론, 정보에 이바지할 것이라고 하였다. 류희찬(1997)은 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계에서 그래픽이나 애니메이션을 통한 직관적, 탐구적 활동은 수학의 역동적이고 발생적인 측면를 부각시킬 수 있다고 하였다.

Haney는 미국의 수학 교과에 컴퓨터를 이용한 "Blair Magnet Program"을 5년간 실시한 결과 컴퓨터를 사고력과 창의력을 신장하는 보조 도구로서 뿐만 아니라 학생들의 요구에 따라 의사소통, 정보 교환, 모형 분석, 추론, 자료의 정리등과 같은데 성공적으로 활용한 수 있음을 보여주었다(허운나, 1992).

수학교육에서 멀티미디어를 가장 효율적으로 활용할 수 있는 영역은 시각적 대상을 주로 다루는 기하영역이다. 초등수학교육 7차 교과과정의 내용인 규칙성과 함수 단원의 과외활동으로 초등학생에 Serpinsky 삼각형을 설명하는데 이론적인 설명보다 직접 학생이 컴퓨터를 이용한 조작을 통한 학습이 보다 효과적이다.

본 연구는 자바를 통한 인터넷상에서 학생들이 직접 조작을 통한 Serpinsky 삼각형을 이해하여 수학적인 규칙성을 터득하고, 교사가 수학 수업에 활용케 함을 목적으로 하였다.

## II. 이론적 배경

Burner에 의한 발견학습법이 제시된 후 탐구학습이 수학 학습에 효과적이며, 멀티미디어를 수학 학습에 활용함으로써 멀티미디어가 갖는 입체적 환경은 학생에게 호기심을 자극하여 학습동기를 유발하고 사고의 촉진을 가져오므로 창의성 개발의 원동력이 될 수 있고 결국 효과적으로 학습에 끌어 들여 쉽게 발견학습에 이르도록 할 수 있다.

또한, 발견학습을 격려하는 개방된 학습 환경은 학생들로 하여금 문제를 푸는 과정에 끊임없이 질문을 던지고 이를 조사하는 가운데 학생들은 의사 결정을 하도록 요구받게 되며, 나아가 사회적 기술을 개발하고 응용해 볼 수 있는 기회를 제공하게 된다. 따라서 피동적인 학습에서 벗어나 능동적으로 참여하는 다양한 학습방법을 통해서 학생들에게 자극과 동기를 부여하고 문제 해결력 향상을 위해 움직이는 영상과 다양한 색채의 그래픽, 음향 등을 결합하여 수학 학습에 생동감과 현장감을 제공하는 멀티미디어 활용은 21세기의 정보화 시대에 절실하다고 할 수 있다. 그러나 교육에 컴퓨터를 활용할 때 학습에 도움이 되는지 반드시 염두에 두어야 할 것이다. 예를 들어 그래픽 소프트웨어를 사용하면 기하학적인 동형들을 정확하게 빠른 시간 내에 얼마든지 그릴 수 있지만 그러나 그것이 학습을 돕는 것과는 별개의 문제이다. 소프트웨어

* ZDM 분류: N83
* MSC2000 분류: 97U70
1) 이 논문은 2002년도 광주교육대학교 초등교육연구원 연구비의 지원으로 수행되었음.

의 활용이 학습을 향상시킨다는 보장이 없으며 여기에는 교수 학습 전략이 매우 중요한 역할을 한다. 문제는 컴퓨터의 사용이 학생들의 지식과 이 지식이 구조화되는 방식, 이 지식을 활용하는 학생들의 방식에 어떤 영향을 미치는가 하는 것이다.

이러한 점을 고려하여 본 연구에서는 다음과 같은 Gagne의 수업 설계 원리를 기초로 삼고자 한다(Gagne & Briggs, 1979).

1) 학습자의 주의 획득 : 어떤 수업에서도 학습자의 주의를 끈다는 것은 매우 중요하다. 코스웨어(교육 내용을 담고 있는 컴퓨터 소프트웨어)는 애니메이션, 게임, 그래픽, 음향을 통해서 학습자의 주의를 집중시킬 수 있다. 멀티미디어 환경은 이를 충분히 지원할 수 있고 이것이 곧 멀티미디어 타이틀의 장점이라 할 수 있다.

2) 학습 목표 제시 : 목표를 제시함으로써 학습자는 학습에서 자신에게 기대되는 것을 알고 그 기대가 학습 과정에서 통하여 마지막까지 충족되도록 노력하게 된다.

3) 선수 학습 재생 자극 : 코스웨어에서 선수 지식이나 기능의 재생은 모니터를 통한 문장 제시, 분석된 질문이나 검사, 학습자 메뉴 등의 방법을 사용할 수 있다.

4) 학습 자료 제시 : 학습 자료를 제시할 때 학습자의 선택적 지각을 결정하도록 돕는 데 초점을 맞추어야 한다.

5) 학습 안내 제공 : 제시된 학습 자료들 중 본질적이고 중요한 부분에 학습자들이 선택적으로 주의를 쏟도록 함으로써 학습 효과를 높이려는 데 목적이 있다. 코스웨어에서 학습 안내는 특히 중요하다.

6) 학습 성취 행동 유도 : 학습자가 학습한 것들을 보일 수 있도록 기회를 제공해야 한다. 학습자의 행동을 끌어내기 위한 방법으로 흔히 질문법을 많이 사용하는 것이 바람직하다.

7) 피드백의 제공 : 학습된 내용에 바탕을 두어 성취 행동을 나타낸 학습자들은 성취 행동이 어느 정도 정확했는가에 대한 정보가 주어져야 한다.

8) 학습자의 파지(破紙)와 전이 촉진 : 학습이 보다 가치 있는 것은 배운 지식이 적절한 상황에서 재생되어 사용될 때이다.

이런 관점에서 초등수학교육의 규칙성과 함수 단원의 과외활동에서 역동적인 움직임을 교과서에서 표현할 수 없으므로 이 Serpinsky 삼각형 프로그램으로 규칙성를 표현하고자 하였다.

## III. 인터넷용 학습자료 개발 배경

인류 역사상 시대 변화에 따라 교육의 내용은 바뀌었어도 가르치는 사람과 배우는 사람이 직접 얼굴을 서로 마주하는 전통적인 교육 방식에는 큰 변화가 없었다. 즉, 같은 시간에 같은 장소에 모여 같은 교재를 가지고 같은 내용을 동일한 선생님의 강의와 설명을 들으면서 학습하는 것은 현재에도 각급학교의 교실에서 흔히 볼 수 있는 모습이다. 그러나 각종 대중매체의 발달과 컴퓨터의 등장으로 교육하는 방법에도 변화의 물결이 밀어닥치고 있다. 특히, 컴퓨터와 통신의 발전은 기존의 교육방식에 급격한 변화를 가져오고 있다. 정보화 사회를 맞이하여 각급 학교와 가정에까지 컴퓨터가 널리 보급되면서 웹을 이용한 각종 정보검색은 우리의 생활을 변화시키고 있다.

웹을 이용한 교육이 가능해진다면 기존의 교육방식과는 정반대로 언제 어디서나 각자 선택한 학습 주제에 따른 멀티미디어 자료를 사용하여 생동감 넘치는 교육이 이루어질 수 있다.

지금 이 시기는 인터넷을 이용할 수 있는 프로그램의 개발에 관심을 가져야 할 단계라고 본다. 완벽한 통신망 구축과 이를 활용할 수 있는 교육용 프로그램은 동시적으로 이루어져야 만이 구축된 통신망을 교육에 효과적으로 활용할 수 있을 뿐만 아니라 구축된 통신망의 수준에 적합한 프로그램의 지속적인 개발이 가능하기 때문이다.

CD롬으로 개발된 프로그램은 사용자가 각각 구입해야하고 프로그램의 업데이트가 될 때마다 사용자가 새롭게 구입하든지 아니면 제작사가 배포해야 하는데 이에 소요되는 시간과 경비는 엄청날 것이다. 이와 같이 시간과 경비의 절감을 위해서는 웹을 통한 프로그램은 웹을 통하여 누구나 사용할 수 있으며, 또한 업데이트된 내용을 사용자가 즉시에 사용할 수 있기 때문에 효과적이라고 할 수 있다. 인터넷으로 제공되는 자료들은 교사의 약간의 수고를 통하여 각각의 학교와 학생들에게 적합한 프로그램으로 재편집하여 사용할 수 있

다는 편리성을 가질 수 있다. 특히, 자바언어로 제작된 애플릿은 이식성이 뛰어나기 때문에 기존의 CD-ROM 형태의 프로그램과는 비교할 수 없을 정도로 활용 가치가 크다고 할 수 있을 것이다. 이는 교수 학습 자료의 제작과 수집에 분주한 교사들의 수고를 줄이고 교육의 효과를 크게 할 수 있는 한 방안이 될 것이다. 즉 정보를 수집하는데 걸리는 시간과 경비를 줄일 수 있다.

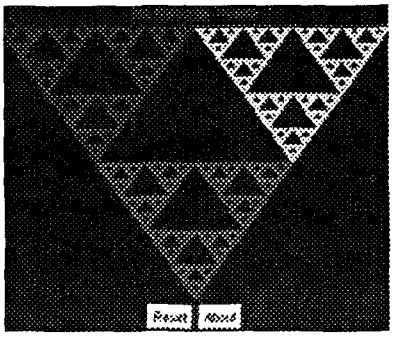
본 연구에서 개발하고자 하는 Serpinsky 삼각형에 Zoom 기능을 삽입한 프로그램은 7차 교과과정의 규칙성과 함수 단원의 교사용 보조 자료이다. 교사의 경우 해당 교과에 관한 전문적인 지식을 가지고 있고 분석력이 뛰어날 뿐만 아니라 교사마다 교수 방법이 다르기 때문에 프로그램 통제 방식보다는 사용자(학습자) 통제 방식이 적절하다고 판단되어 이를 본 연구의 개발 방향으로 삼았다.

## IV. Serpinsky 삼각형의 개발

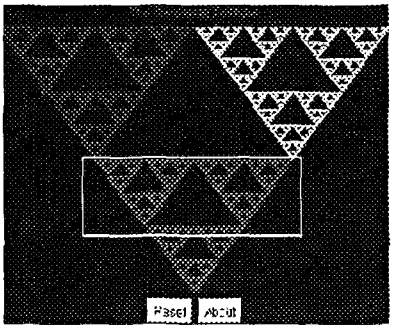
규칙성과 함수 단원에서 한 개의 정삼각형 세변의 중앙부분에 점을 찍고, 연결하면 4개의 정삼각형이 만들어진다. 다음 단계에서 4개의 정삼각형 세변의 중앙부분에 점을 찍고, 연결하면 16개의 정삼각형이 만들어진다. 계속적으로 반복하는 규칙성이 Serpinsky 삼각형이다. 이를 교과서에서 설명하는데 학생들의 상상력을 동원하는 것보다 직접 Serpinsky 삼각형 프로그램의 조작으로 그 결과가 어떻게 표현되는지 알 수 있게 된다.

1) 메뉴화면

메뉴화면에 들어오면 <그림 1>처럼 Serpinsky 삼각형의 모형이 보여주며, 아래 부분의 Reset 버튼이 만들어 졌다. Reset 버튼을 누르면 원상태로 되돌아가게 만들어 졌다. Serpinsky 삼각형내부에 마우스로 드래그하여 원하는 상태에 마우스를 두면 드래그된 부분은 Zoom 기능이 작동하여 그 부분만 자세히 확대되어 보인다. 계속적인 반복 사용하여 마우스를 드래그하면 더욱 더 섬세한 부분이 확대 보여준다.

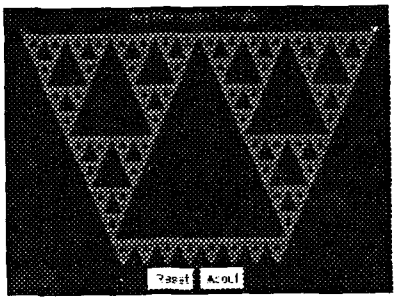


<그림 1>



<그림 2>

<그림 1>부분에서 <그림 2>의 내부의 흰선으로 된 부분이 마우스로 드래그하는 모습이고, 마우스를 멈추면 <그림 3>처럼 그 부분이 확대된 모습을 알 수 있다. 이 자바 프로그램은 학생과 컴퓨터간의 상호작용을 통하여 Serpinsky 삼각형이 어느 각도에서나 자세히 조사해 볼 수 있어서 Serpinsky 삼각형의 개념을 이해할 수 있는 프로그램이다.



<그림 3>

이 프로그램의 소스는 부록에 수록되어 있어서 보다 더 정교한 작업을 수행하거나 큰 화면으로 변화하여 보고자 하면, 그 프로그램 소스의 교정으로 여러분이 바꿔볼 수 있다.

## V. Serpinsky 삼각형에 대한 적합성 및 활용성 분석

본 연구에서 개발한 Serpinsky 삼각형 프로그램이 수학의 규칙성 분야에서 실제 현장 수업에 얼마나 적합하고 또 얼마만큼의 활용 가치가 있는지를 알아보기 위하여 광주 교육대학교 부속 초등학교 교사 30명과 6학년 1개반(30명)을 임의로 선정하여 수업한 후 설문조사를 실시하였다. <표 1>은 그 결과를 보여준다. 70%의 교사와 96%의 학생들이 Serpinsky 삼각형 프로그램의 수업에 적합한 것으로 응답하였다. 83%가 모두 적합하다고 응답하였다.

<표 1> Serpinsky 삼각형 프로그램에 대한 학습의 적합성 여부 (단위: 명)

| 적합성 / 대상 | 매우 적합 | 적합 | 보통 | 별로 부적합 | 전혀 부적합 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 교사 | 6(20) | 15(50) | 9(30) | 0(0.0) | 0(0.0) | 30(100) |
| 학생 | 13 (43.3) | 16 (53.3) | 1 (3.3) | 0 (0.0) | 0 (0.0) | 30(100) |
| 평균 | 9.5 (31.7) | 15.5 (51.7) | 5 (16.7) | 0 (0.0) | 0 (0.0) | 30(100) |

<표 2>는 개발된 프로그램이 학습에 적합하다고 응답한 교사와 학생들에게 그 적합한 이유를 묻는 질문에 대한 결과를 보여준다. 약 62%의 교사와 66%의 학생들이 시각화를 이용한 학습효과가 학습을 증대시킬 수 있을 것으로 응답하였고, 38%의 교사와 35%의 학생들이 학습에 흥미를 줄 수 있기 때문인 것으로 응답하였다.

<표 2> 개발된 프로그램이 학습에 적합한 이유

(단위: 명)

| 이유 / 대상 | 시각화를 이용한 학습효과 | 학습의 흥미 유발 | 기존학습 자료의 부족 | 계 |
|---|---|---|---|---|
| 교사 | 13 (61.9) | 8 (38.1) | 0 (0.0) | 21 (100) |
| 학생 | 19 (65.5) | 10 (34.5) | 0 (0.0) | 29 (100) |
| 평균 | 16 (64) | 9 (36) | 0 (0.0) | 25 (100) |

이로부터 개발된 Serpinsky 삼각형 프로그램이 학습의 효과를 제고하고 수업에 흥미를 유발할 수 있는 것으로 나타났다.

본 프로그램으로 실제 수업에 활용할 의사가 있는가를 교사에게 묻는 질문에 대해서는 응답자의 21명(70%)이 수학 수업에 활용할 의사가 있는 것으로 나타났다. 이것은 본 프로그램이 수학의 규칙성 및 함수영역에서 수학 수업에 활용해야한다는 강한 의지에서 비롯된 것이라고 생각된다.

## VI. 결론

초등수학교육 7차 교과과정에 언급된 규칙성과 함수 단원의 과외활동에서 Serpinsky 삼각형의 프로그램에 접한 학생은 접하지 못한 학생과 비교하면, 규칙적으로 삼각형의 모양이 변하여 최종적인 그림의 모습을 보면서 초기의 규칙적인 변화가 어떤 결과로 나타나는지 예측할 수 있었고, 또한 부분적인 모양에 Zoom 기능을 사용하여 여러 각도에서 각자가 상상된 그림의 모양을 터득하여 또 다른 모양의 규칙성에 보다 더 적극적으로 학습에 임하게 됨을 알 수 있었다.

그러나 첨단 정보화 시대에도 컴퓨터가 교사를 대신하여 학생을 교육할 수는 없다. 또한 모든 교과목과 모든 수업시간에 컴퓨터를 사용하는 것이 효과적이라는 연구결과도 없지만 그렇게 생각하는 사람도 없을 것이다. 정보화 시대의 교사의 역할은 변해야 하지만 그 중요성은 더욱 크리라 본다. 어디까지나 컴퓨터는 교육에 있어서 하나의 도구이지 주체가 될 수 없다.

교사와 학생이 서로 마주보면서 인간애를 나누는 현실의 교육의 원칙은 지속되어야 한다고 본다. 특히 통신망을 활용한 수업에서 파생될 수 있는 교육의 역효과를 철저히 연구하여 이에 적합한 교수법의 개발이 필요하다고 본다. 현재 수업시간에 활용할 수 있는 수학과 학습 자료가 충분하지 않지만 인터넷을 통한 수학과 교수법에 대한 연구가 체계적으로 이루어져야 한다고 본다. 아무리 좋은 프로그램이라 할지라도 사용하는 교사와 방법에 따라서 그 효과는 천차만별일 수 밖에 없는 것이 현실이다. 곧 모든 기관, 학교와 가정이 초고속망으로 연결될 것이다. 모든 교사와 학생들이 인터넷을 통하여 수학과 교수 학습 자료를 자유롭게 이용할 수 있기 위해서는 보다 더 많은 수학 프로그램의 개발을 위해 정부의 끊임없는 지원이 필요하다.

## 참 고 문 헌


류희찬 (1997). 수학교육에서의 컴퓨터의 활용 : 현황과 과제, 청람수학교육 **6**, 한국교원대학교 수학교육연구소.

이태욱 (1997). 멀티미디어 시대의 초·중등 학교 컴퓨터의 활용, 교육월보 **11월호**, 교육부.

허운나 (1992). 미래학교에서의 첨단매체 활용방안, 한국 정보과학회 전산교육연구회 추계학술발표논문집.

Burner, J. S. (1960). *The Process of Education Vintage Books*, New York.

Gagne, R. M. & Briggs, L. J. (1979). *Principles of Instructional Design*, Holt, 2nd Ed., New York.

Weaver, J. L. & Quinn, R. J. (1999). Geometer's Sketchpad in Secondary Geometry, *Computers in the Schools(Binghamton)*. v. **15(2)** pp. 83-95.

M. Azita. & Enderson, M.C. & Pugnucco, L. A. (1998). Exploring Geometry with Technology, *Mathematics Teaching in the Middle School*. v. **3(6)** pp. 436-442.


# A Note of the Serpinsky Triangle Program


**Jeang-Jai Lee**

Department of Mathematics Education, Kwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Pukku, Kwangju, 500-703, Korea.



This article is that we develop a learning Serpinsky Triangle using on the internet by the domain of regulations and function in elementary school mathematics. We construct the learning operation of zoom Serpinsky Triangle that can be used on the internet and develop the java program for understanding the concept of the Serpinsky Triangle.



* ZDM classification: N83

* MSC2000 classification: 97U70