

## 朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(2)

군산대학교 수리정보통계학부 柳寅永

### Abstract

The mathematicians in the chosun dynasty ages had widely manipulated the beautiful mathematical problems by using the Pythagorean Theorem.

This paper is intended to introduce some problems using the **approximate values of ratios**.

### 0. 內案

본 논문은 바로 앞 본인의 논문에서 다 하지 못한 부분을 보충하고 같은 문제의 색다른 진술 (25), (26)과 비율을 근사값으로 이용하여 해답을 구하는 문제 (27), (28), (29)를 소개하고자 한다. 본 논문은 요약과 안내의 순으로 하고 안내의 내용은 다음과 같다.

1. 계산의 오류와 약해
  2. 문제 진술의 오류와 약해
  3. 색다른 구고 표현과 약해
  4. 근사값 문제와 약해
  5. 결론
- 참고 문헌

### 1. 계산의 오류와 약해

(默思는 慶善微의 默思集算法; 九數는 崔錫鼎의 九數略; 籌書는 趙泰耆의 籌書管見; 理藪는 黃胤錫의 理藪新編; 九一은 洪正夏의 九一集; 借根은 李相燮의 借根方蒙求; 算學과 圖解

는 南秉吉의 算學正義와 劉氏句股術要圖解; 籌解는 洪大容의 籌解需用; 籌學은 邊彥廷의 籌學實用; 東算은 著者未詳의 東算抄)

(1) 今有錢二十五貫二百七文五分共買蜜蠟一百二十六斤六兩只云蠟每斤價三百八十八文蜜每斤價六十八文問蜜蠟各該幾何(默思 p. 126)

答曰 蜜七十三斤二兩, 蠟三(\*)十三斤四兩

\* 밀과 납을 각각  $x$ 양과  $y$ 양이라 하자. 밀과 납의 공매 양은 126근 6양=126.375근이므로 다음 관계가 성립한다.  $x+y=126.375 \dots ①$ ,  $68x+380y=25,207.5 \dots ②$ ,  $② \leftarrow ①$ :  $68x+380(126.375-x)=25,207.5$ ;  $312x=22,815$ ;  $x=73.125$ 근=73근 2양;  $0.125$ 근 $\times 16=2$ 양;  $y=126.375-x=53.25$ 근=5(\*)3근4양;  $0.25$ 근 $\times 16=4$ 양

(2) 今有絹五千九百九十一疋一丈八尺欲分給步馬二軍只云馬車(\*)六人給絹四疋一丈六尺步軍七人給絹二疋一丈二尺其步馬車(\*)適等問各幾何(默思 p. 272)二疋四十八尺

答曰 各五千六百七十一人(\*)

\* 본문 (\*)의 “車 $\rightarrow$ 軍”로 校正함이 맞고 答도 誤答임. 보·마군을 각각  $x$ ,  $y$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x=y \dots ①$ , 4필 1장 6척=112척; 2필 1장 2척=60척; 5,991필 1장 8척=143,802척이므로, 다음 관계도 성립한다.  $112 \times (x/6) + 60 \times (y/7) = 143,802 \dots ②$ ,  $② \leftarrow ①$ :  $784x + 360y = 1,144x = 6,039,684$ ;  $x = 5,279,444$ 人  $\therefore$  불합리한 답임.

$x=y=5,670$ 인이 답인 역산은  $\{(112/6 + (60/7)) \times 5,670 = \{(784 + 360)/42\} \times 5,670 = (1,144/42) \times 5,670 = 154,440$ 척=6,435疋  $\therefore$  급견 6,435필이면 보 마군 각 5,670인 급견함.

(3) 句弦和一百三十六尺九寸股弦和一百六十八尺二寸問句股弦(圖解 p. 23)

答 句四十六尺四寸, 股七十七尺五(\*)寸, 弦九十尺五寸

\* 구, 고, 현을 각각  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x+z=136.9 \dots ①$ ,  $y+z=168.2 \dots ②$ ,  $x^2+y^2=z^2 \dots ③$ ,  $③ \leftarrow ①②$ :  $z^2 = (136.9-z)^2 + (168.2-z)^2$ ;  $H(z) = z^2 - 610.2z + 47,032.85 = 0$ ;  $H(90.5) = 0$ ;  $z = 90.5$ ;  $x = 136.9 - z = 46.4$ ;  $y = 168.2 - z = 77.7(*)$

(4) 今有物不知其數只云五數剩一七數剩三九數剩一問共若干(東算 p. 155)

答曰 一百零一(\*)箇

\* 아래 연립 합동식과 동일 명제임.  $x \equiv 1 \pmod{5} \dots ①$ ,  $x \equiv 3 \pmod{7} \dots ②$ ,  $x \equiv 1 \pmod{9} \dots ③$ ; ①에서  $x = 5k + 1$  for some  $k \dots ④$ , ④ $\rightarrow$ ②:  $5k + 1 \equiv 3 \pmod{7}$ ;  $5k \equiv 2 \pmod{7}$ ;  $k \equiv 6 \pmod{7} \therefore k = 7k_1 + 6$  for some  $k_1 \dots ⑤$ , ⑤ $\rightarrow$ ④:  $x = 5(7k_1 + 6) + 1 = 35k_1 + 31 \dots ⑥$ , ⑥ $\rightarrow$ ③:  $35k_1 + 31 \equiv 1 \pmod{9}$ ;  $35k_1 + 3 \equiv 0 \pmod{9}$ ;  $k_1 \equiv 3 \pmod{9}$ ;  $k_1 = 9k_2 + 3$  for some  $k_2 \dots ⑦$ , ⑦ $\rightarrow$ ⑥:  $x = 35(9k_2 + 3) + 31 = 315k_2 + 136$  for some  $k_2$ ;  $x \equiv 136(*) \pmod{315}$

(5) 今有銀二百九十九兩五錢四分六釐八毫七絲五忽令九等人四六出之間各該若干(九一 p. 292;

東算 p. 124)

答曰 甲一百二兩五錢一分五釐六毫二(\*)絲五忽, 乙六十八兩三錢四分三釐七毫五(\*)絲  
 丙四十五兩五錢六分二釐五毫, 丁三十兩三錢七分五釐  
 戊二十兩二錢五分, 己十兩五錢  
 庚九兩, 辛六兩, 壬四兩

\* 은 299양 5전 4분 6리 8호 7사 5홀 = 299.546875양; 갑 출전을 x양이라 하고 사륙 차 등 출전이므로, 갑을, ..., 신임을 각각  $a_1, a_2, \dots, a_8, a_9$ 라 하면, 다음 관계가 성립한다.  $S_9 = a_1 + a_2 + \dots + a_8 + a_9 = x + (2/3)x + \dots + (2/3)^8x = 299.546875 \therefore 299.546875 = x[1 + (2/3) + (2/3)^1 + \dots + (2/3)^8]$ ;  $299.546875 = x\{[1 - (2/3)^9]/[1 - (2/3)]\} = 2.9219634x$ ;  $a_1 = x = 102.515615 \dots \approx 102.51561(*)5$ ;  $a_2 = (2/3)x = 68.343743 \approx 68.34374(*)$ ;  $a_3 = (2/3)^2x = 45.562493 \approx 45.5625$ ;  $a_4 = (2/3)^3x = 30.375$ ;  $a_5 = (2/3)^4x = 20.25$ ;  $a_6 = (2/3)^5x = 13.5$ ;  $a_7 = (2/3)^6x = 9$ ;  $a_8 = (2/3)^7x = 6$ ;  $a_9 = (2/3)^8x = 4$

(6) 坐間一客號默思翁曰守郡之戶固非不足令縣之米豈可有餘監與或者之言亦無異同今清酒白三色酒滿煎正可共飲不須多言但清酒三人共傾一壺煮酒四人共傾一壺白酒七人共傾一壺已傾六百一十壺而罷不記坐客之數問坐客及三色酒各該幾何(默思 p. 256)

答曰 坐客八百四十八(\*) , 清酒二百八十戶, 煮酒二百一十戶, 白酒一百二十戶

\* 좌객수 x; 청·자·백주 호수를 각각 y, z, u라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x = 3y = 4z = 7u \dots \textcircled{1}$ ,  $y + z + u = 610 \dots \textcircled{2}$ ,  $\textcircled{2} \leftarrow \textcircled{1}$ :  $(x/3) + (x/4) + (x/7) = 610 \therefore x = 840(*) \dots \textcircled{3}$ ,  $\textcircled{3} \rightarrow \textcircled{1}$ :  $y = x/3 = 280$ ;  $z = x/4 = 210$ ;  $u = x/7 = 120$

(7) 今有糧一萬三千四百七十七石一斗三分斗之一欲給軍人只云馬軍每六人給糧五十三斗水軍每七人給糧五十四斗步軍每九人給糧五十五斗其馬軍如水軍中半步軍多如馬軍太半問三色軍及給糧各該幾何(默思 p. 276)

答曰 馬軍三千一百六十四人, 給糧二千七百九十四石八斗三分斗之二,

水軍六千三百二十八人, 給糧四千八百八十一石六斗,

步軍九千四百九十二人, 給糧五千八百(\*)六斗三分斗之二(\*에 石 脫字)

\* 마·수·보군 수를 각각 x, y, z라 하면 다음 관계가 성립한다.  $53 \times (x/6) + 54 \times (y/7) + 55 \times (z/9) = 134,771 \frac{1}{3} \dots \textcircled{1}$ ,  $y = 2x$ ;  $z = 3x \dots \textcircled{2}$ ,  $\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{1}$ : 정돈하면 다음과 같다.  $(1,113 + 1,944 + 2,310)x = 5,367x = 16,981,188$ ;  $x = 3,164$ ;  $y = 2x = 6,328$ ;  $z = 3x = 9,492$ ; 마군급양  $53 \times (x/6) = 27,948 \frac{2}{3} \text{두} = 2,794.86 \text{석}$ ;  $0.6 \text{두} = \frac{3}{5} \text{두}$ ; 수군급양  $54 \times (y/7) = 48,816 \text{두} = 4,881.6 \text{석}$ ; 보군급양  $55 \times (z/9) = 58,006 \frac{2}{3} \text{두} = 5,800.66 \text{석} (*)$ ;  $0.6 \text{두} = \frac{3}{5} \text{두}$

(8) 今有米三萬二千六百一十石二斗四升於上中下三鄉從上作折半差配之又上鄉三等作九一折中鄉三等作二八折下鄉三等作三七折上鄉上等一百一十二戶中等一百四十八戶下等一百九十六戶中鄉上等一百六十四戶中等二百四十戶下等三百二十戶下鄉上等一百九十戶中等三百四十四戶下等

三百六十戶問 三鄉九等各若干(九一 p. 308)

答曰 上鄉四百五十六戶,	共一萬五千七百五十四石四斗四升
上等每戶三十九石,	共四千三百六十九(*)石
中等每戶三十五石一斗,	共五千一百九十四石八斗
下等每戶三十一石五斗九升,	共六千一百九十一石六斗四升
中鄉七百二十四戶,	共一萬九百三十五石六斗
上等每戶一十九石五斗,	共三千一百九十八石
中等每戶一十五石六斗,	共三千七百四十四石
下等每戶一十二石四斗八升,	共三千九百九十三石六斗
下鄉八百九十四戶,	共五千九百二十石二斗
上等每戶九石七斗五升,	共一千八百五十二石五斗
中等每戶六石八斗二升五合,	共二千三百四十七石八斗
下等每戶四石七斗七升七合五勺,	共一千七百一十九石九斗

\* 전호수 2,074호에 32,610.24석을 상·중·하 삼향 각각  $a_{hs}=456$ 호;  $b_{hs}=724$ 호;  $c_{hs}=894$ 호에 배정하는 일이다. 3향 3등 매호를 각각  $a_1, a_2, a_3; b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3$ 이라 하고 상향 상등  $a_1=x$ 라 하면, 각등 매호 및 공미는  $a_1=x; 112a_1=112x; a_2=0.9x; 148a_2=148 \times 0.9x; a_3=0.9^2x; 196a_3=196 \times 0.9^2x; b_1=0.5x; 164b_1=164 \times 0.5x; b_2=0.5 \times 0.8x; 240b_2=240 \times 0.5 \times 0.8x; b_3=0.5 \times 0.8^2x; 320b_3=320 \times 0.5 \times 0.8^2x; c_1=0.5^2x; 190c_1=190 \times 0.5^2x; c_2=0.5^2 \times 0.7x; 344c_2=344 \times 0.5^2 \times 0.7x; c_3=0.5^2 \times 0.7^2x; 360c_3=360 \times 0.5^2 \times 0.7^2x \therefore 32,610.24=112a_1+148a_2+196a_3+164b_1+240b_2+320b_3+190c_1+344c_2+360c_3=x(112+133.2+158.76+82+96+102.4+47.5+60.2+44.1)=876.16x \therefore x=a_1=39$ 석;  $112a_1=4,368$ (\*);  $a_2=35.1; 148a_2=5,194.8; a_3=31.59; 196a_3=6,191.64; a_{hs}=456$ 호;  $a_{rs}=15,754.44$ 석;  $b_1=0.5x=19.5$ 석;  $164b_1=3,198; b_2=15.6; 240b_2=3,744; b_3=12.48; 320b_3=3,993.6; b_{hs}=724; b_{rs}=10,935.6$ 석;  $c_1=9.75$ 석;  $190c_1=1,852.5; c_2=6.825; 344c_2=2,347.8; c_3=4.7775; 360c_3=1,719.9; c_{hs}=894$ 호;  $c_{rs}=5,920.2$ 석

## 2. 문제 진술의 오류와 약해

(9) 問試以三十數隨手割爲二以其一加六十以其一加二十而加六十者爲加二十者之三之二(\*)其割分之數各幾何(九數 p. 609)

\* 본문 (\*)의 “三之二→三倍”로 바로 잡음. 두 수를  $x$ 와  $y$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x+y=30 \dots \textcircled{1}, (x+60)/(y+20)=3 \dots \textcircled{2}, \textcircled{2} \leftarrow \textcircled{1}: y=7.5; x=22.5$

(10) 今有貸錢起息共錢三百二十文不言每日細數只云每日增錢六文(\*)問初末日錢數幾何(九數 p. 590)

\* 본문 (\*)의 탈구 “併初日末日共錢一百六十文(九數 p. 558참조)” 보충 후 해답. 수열의

초항  $a$ , 항수  $n$ , 공차  $d=6$ , 말항  $a_n=a+6(n-1)$ , 합  $S_n=n\{2a+6(n-1)\}/2$ ;  $2a+6(n-1)=160$   
 $\cdots$ ②, ② $\rightarrow$ ①:  $n=4\cdots$ ③, ③ $\rightarrow$ ②:  $a=71=a_1$ ;  $a_2=a+d=77$ ;  $a_3=a+2d=83$ ;  $a_4=a+3d=89$

(11) 今有立圓立方平圓平方各一(立圓從古法平圓從密率)共積一萬八千五百八十六尺(\*)只云立圓徑多於平圓徑二尺却少於立方面八尺立方面如平方面三分之一(\*1)問四事各幾何(東算 p.363)

答曰 立圓徑一十六尺, 立方面二十四尺, 平圓徑一十四尺, 平方面四十八尺

\* 공적이 18,568척이면 입방면(24척)이 평방면(48척)의  $\frac{1}{2}$ 이 될 수 없고  $\frac{1}{2}$ 이어야 함. 만일  $\frac{1}{2}$ 을 교정하지 않으면 공적을 21,466척으로 하고 답의 평방면을 72척으로 교정해야 함. 후자인 경우에 문제 답 풀이는 다음과 같다.

\* 今有立圓立方平圓平方各一(立圓從古法平圓從密率)共積二萬一千四百六十六尺只云立圓徑多於平圓徑二尺却少於立方面八尺立方面如平方面三分之一問四事各幾何

答曰 立圓徑一十六尺, 立方面二十四尺, 平圓徑一十四尺, 平方面七十二尺

\* 입원과 평원의 적과 경을 각각  $V_1, S_1$ ;  $2r, 2r_1$ 이라 하고, 입방과 평방의 적과 면을 각각  $V_2, S_2$ ;  $a, b$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $V_1=(\pi^2/2)r^3$  ( $\pi=3$ );  $S_1=\pi r^2$  ( $\pi=22/7$ );  $V_2=a^3$ ;  $S_2=b^2$ ;  $2r=2r_1+2=a-8$ ;  $a=b/3 \therefore a=2(r+4)$ ;  $b=6(r+4)$ ;  $r_1=r-1$ ;  $V=V_1+V_2+S_1+S_2=21,466=(9/2)r^3+8(r+4)^3+(22/7)(r-1)^2+36(r+4)^2=(9/2)r^3+8(r^3+12r^2+48r+64)+(22/7)(r^2-2r+1)+36(r^2+8r+16)$ ; L.C.M.(7; 2)=14;  $14V=300,524=63r^3+112(r^3+12r^2+48r+64)+44(r^2-2r+1)+504(r^2+8r+16)$ ;  $H(r)=175r^3+1,892r^2+9,320r-285,248=0$ ;  $285,248=2^6 \cdot (4,457)$ ;  $H(8)=0$ ;  $r=8$ ;  $2r=16$ ;  $a=2r+8=24$ ;  $b=3a=72$ ;  $2r_1=2r-2=14$

(12) 今有平圓徑平方立方面三乘方四乘方五段共積(?)一萬六千零七十七尺只云平方面爲四乘方二分之一三乘方三分之一立方面四分之一而圓徑少平方面一尺問各幾何(理數 p.302)

答曰 平圓徑二尺, 平方面三尺, 三乘方九尺, 四乘方六尺, 立方面十二尺; 各四段四積六萬四千三百零八尺

\* 경과 방면은 선분인데 선분의 합이 공적(volume)으로 진술되었다. 올바른 진술은 다음과 같다.

\*1. 今有平圓平方立圓三乘方四乘方五段共積一萬六千零七十七尺只云平方面爲四乘方二分之一三乘方三分之一立方面四分之一而圓徑少平方面一尺問各幾何

\*2. 今有平圓積平方積立方積三乘方積四乘方積五段共積一萬六千零七十七尺只云平方面爲四乘方二分之一三乘方三分之一立方面四分之一而圓徑少平方面一尺問各幾何

★ 평원적  $S_1$ , 경  $2r$ ;  $S_1=\pi r^2$ , 평방적  $S_2$ , 평방면  $a$ ;  $S_2=a^2$ , 입방적  $V_1$ , 입방면  $b$ ;  $V_1=b^3$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $c$ ;  $V_2=c^4$ , 사승방적  $V_3$ , 사승방면  $d$ ;  $V_3=d^5$ 이고 관계  $a=d/2=c/3=b/4$ ,  $2r=a-1$ , i.e.  $a=2r+1$ ,  $d=2(2r+1)$ ,  $c=3(2r+1)$ ,  $b=4(2r+1)$ ;  $V=V_1+V_2+V_3+S_1+S_2=16,077$ 척  $=64(8r^3+12r^2+6r+1)+81(16r^4+32r^3+24r^2+8r+1)+32(32r^5+80r^4+80r^3+40r^2+10r+1)+3r^2+4r^2 4r+1$ ;  $H(r)=1,024r^5+3,856r^4+5,664r^3+3,999r^2+1,356r-15,899=0$

15,899=13 · 1,223;  $H(1)=0 \therefore r=1; 2r=2; a=2r+1=3; d=2a=6; c=3a=9; b=4a=4(2r+1)=12$

(13) 今有直田積八百六十四步長闊較十二尺(\*)問長闊各幾何(算學 p. 73)

答曰 長三十六步, 闊二十四步

\* 본문의 尺(\*)은 步의 誤植임. 장과 활을 각각  $y$ 와  $x$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $xy=864 \dots ①, y-x=12 \dots ②, ② \rightarrow ①: H(x)=x^2+12x-864=0; 864=2^5 \cdot 3^3; H(24)=0; x=24; y=x+12=36$

(14) 今有句股容方只云(\*)二十一尺股二十九尺問容方面(籌書 p. 114)

答 十二尺一寸八分

\* 본문 (\*)에 句자 落字. 구, 고, 용방을 각각  $x, y, r$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $xy/2=r^2+(r/2)[(x-r)+(y-r)] \dots ①, x=21; y=29 \dots ②, ② \rightarrow ①: 50r=609; r=12.18$

(15) 方城東南正中設閘(\*)出南門三十步有旗竿一株出東門七百五十步見旗竿與城角弦直問城方幾何餘句餘股求容方(籌解 p. 503; 籌學 p. 201)

答曰 三百步

\* 주학실용에서는 閘(\*)→門으로 바르게 진술 됨. 방성의 반방을  $r$ 라 하면 다음 관계가 성립한다. 여구/반방=반방/여고  $\dots ①, 여구 30보, 여고 750보, 반방=r \dots ②, ② \rightarrow ①: r^2=30 \times 750=22,500=150^2 \therefore r=150; 2r=300$

(16) 設如有銀一千六百四十兩兄弟二人分之各不知數只兄云之(\*)四分之一弟之六分之一共三百五十兩問兄弟各分銀幾何(借根 p. 480)

\* 본문 (\*)의 “只兄云之→只兄云之”로 바로 잡음. 형제분은 각  $x$ 와  $y$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x+y=1,640 \dots ①, (x/4)+(y/6)=350 \dots ②, ② \leftarrow ①: x=920\text{양}; y=720\text{양}$

(17) 句八十八尺股除弦得一尺三寸二十一分尺(\*)之一 問股弦(圖解 p. 19)

答 股一百五尺, 弦一百三十七尺

\* 본문 (\*)의 “尺→寸”으로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x=88 \dots ①, z/y=1.3+(0.1/21) \dots ②, z^2=x^2+y^2 \dots ③, ②$ 에서  $z/y=1.3+(0.1/21)=27.4/21 \therefore z=27.4y/21 \dots ④; ③ \leftarrow ①④: z^2=(27.4y/21)^2=750.76y^2/441=88^2+y^2; 309.76y^2=3,415,104; y^2=11,025=105^2; y=105 \dots ⑤, ⑤① \rightarrow ③: z^2=88^2+105^2=7,744+11,025=18,769=137^2; z=137$

(18) 句股和八十三尺三寸股除句(\*)得一尺二寸九十三分寸之七十問句股弦(圖解 p. 54)

答 句三十六尺八寸, 股四十六尺五寸, 弦五十九尺三寸

\* 본문 (\*)의 “股除句→股除弦”으로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x+y=83.3 \cdots ①$ ,  $z/y=1.2+(7/93) \cdots ②$ ,  $z^2=x^2+y^2 \cdots ③$ , ②에서  $z/y=1.2+(7/93)=118.6y/93$ ;  $z=118.6y/93 \cdots ④$ , ③←①④,  $\therefore z^2=(118.6y/93)^2=(83.3-y)^2+y^2$ ;  $H(y)=3,232.04y^2-1,440,923.4y+60,014,459.61=0$ ;  $H(46.5)=0$ ;  $y=46.5$ ;  $x=83.3-y=36.8$ ;  $z=118.6y/93=59.3$

(19) 句股差五尺五寸三分句弦相乘積一百七十九尺零五十八分(\*)問句股弦(圖解 p. 65)

答 句九尺八寸四分, 股十五尺三寸七分, 弦十八尺二寸五分

\* 본문 (\*)의 “零五十八分→五十八寸”으로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하고尺을 단위 길이로 하면 다음 관계가 성립한다.  $y-x=5.53 \cdots ①$ ,  $xz=179.58 \cdots ②$ ,  $z^2=x^2+y^2 \cdots ③$ , ③←①②하여  $y$ 와  $z$ 를 소거하면  $(179.58/x)^2=x^2+(x+5.53)^2$ ;  $H(x)=2x^4+11.06x^3+30.5809x^2-32,248.9764=0$ ;  $H(9.84)=0$ ;  $x=9.84$ ;  $y=x+5.53=15.37$ ;  $z=179.58/x=18.25$

(20) 句股差十五尺六寸七分弦除股九寸八分(\*)分六十五分分之六十一問句股弦(圖解 p. 78)

答 句五寸七分, 股十六尺二寸四分, 弦十六尺二寸五分

\* 본문 (\*)의 “八→九”로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $y-x=15.67 \cdots ①$ ,  $y/z=0.99+(0.61/65) \cdots ②$ ,  $z^2=x^2+y^2 \cdots ③$ , ③←①②하여  $x$ 와  $z$  소거  $z^2=(65y/64.96)^2=(y-15.67)^2+y^2$ ;  $H(y)=4,214.6032y^2-132,248.582144y+1,036,167.64109824=0$ ;  $H(16.24)=0$ ;  $y=16.24$ ;  $x=y-15.67=0.57$ ;  $z=65y/64.96=16.25$

(21) 句弦(\*)相乘積二十三尺七十九寸(\*)弦除股得九寸九分六十一分分之二十九問句股弦(圖解 p. 94)

答 句一尺五寸六分, 股十五尺一寸七分, 弦十五尺二寸五分

\* 본문 앞 (\*)의 “句弦→句股”로 뒷(\*)의 “七十九寸→六十六寸五十二分”으로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $xy=23.6652 \cdots ①$ ,  $y/z=0.99+(0.29/61) \cdots ②$ ,  $z^2=x^2+y^2 \cdots ③$ , ③←①②하여  $x$ 와  $z$ 를 소거하면  $(61y/60.68)^2=(23.6652/y)^2+y^2$ ;  $H(y)=0.1521y^4-35.00260569+15.17^2=0$ ;  $H(15.17)=0$ ;  $y=15.17$ ;  $x=23.6652/y=1.56$ ;  $z=61y/60.68=15.25$

(22) 句弦和器併句股和器共二千三百五十一尺七八(\*)只云股弦差五尺問句股弦(圖解 p. 163)

答 句十八尺, 股二十九尺九寸, 弦三十四尺九寸

\* 본문 “二千三百五十一尺七八→五千零九十二尺八二”로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $(x+z)^2+(x+y)^2=5,092.82 \cdots ①$ ,  $z-y=5 \cdots ②$ ,  $z^2=x^2+y^2 \cdots ③$ , ③②→①:  $(x+y+5)^2+(x+y)^2=5,092.82$ ;  $H(x+y)=(x+y)^2+5(x+y)-2,533.91=0$ ;  $H(47.9)=0$ ;  $x+y=47.9 \cdots ④$ ; ②,④→③:  $z^2=(y+5)^2=(47.9-y)^2+y^2$ ;  $G(y)=y^2-105.8y+2,269.41=0$ ;  $G(29.9)=0$ ;  $y=29.9 \cdots ⑤$ , ⑤→②,④:  $z=y+5=34.9$ ;  $x=47.9-y=18$

(23) 句弦和幕減股弦和幕餘六百七十二尺八二(\*)只云句股差四尺一寸問句股弦(圖解 p. 164)

答 句三十一尺九寸, 股三十六尺, 弦四十八尺一寸

\* 본문 (\*)의 “二→一”로 바로 잡음. 구, 고, 현을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $(y+z)^2 - (x+z)^2 = 672.81 \dots ①$ ,  $y-x=4.1 \dots ②$ ,  $z^2 = x^2 + y^2 \dots ③$ ; ②→①:  $(x+z+4.1)^2 - (x+z)^2 = 672.81$ ;  $(x+z)^2 + 2 \times 4.1(x+z) + 4.1^2 - (x+z)^2 = 672.81$ ;  $x+z=80 \dots ④$ , ②④→③하여  $y$ 와  $z$ 를 소거하면  $H(x) = x^2 + 168.2x - 6,383.19 = 0$ ;  $H(31.9) = 0$ ;  $x=31.9 \dots ⑤$ , ⑤→②④:  $y=x+4.1=36$ ;  $z=80-x=48.1$

(24) 句股中容方四十二寸(\*)只云股五百三十尺二寸問句(圖解 p. 187)

答 句五十一尺六寸一分

\* 본문 (\*)의 “四十二寸→四十六尺二寸”으로 바로 잡음. 구, 고, 중용 방편을 각각  $x, y, a$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $xy = a(x+y) \dots ①$ ,  $a=46.2 \dots ②$ ,  $y=530.2 \dots ③$ , ①←②③:  $530.2x = 46.2(x+530.2)$ ;  $x=50.61$ 尺

### 3. 색다른 구고 표현과 약해

(25) 今有甲乙丙三人持銀不知其數只云甲丙和取強半甲乙和取弱半共得七十四兩二錢五分又甲丙和取少半以減於甲乙和太半餘有三十兩問各若干(九一 p. 365)

答曰 甲四十五兩, 乙三十六兩, 丙二十七兩

\* 今有甲乙丙三人持銀不知其數只云甲丙和取強半甲乙和取弱半共七十四兩二錢五分又甲丙和取少半以減於甲乙和太半餘有三十兩問各銀若干(東算 p. 180)

答曰 前同

\* 갑, 을, 병을 각각  $x, y, z$  양이라 하면 다음 관계가 성립한다.  $\{3(x+z)/4\} + \{(x+y)/4\} = 74.25 \dots ①$ ,  $\{2(x+y)/3\} - \{(x+z)/3\} = 30 \dots ②$ ; ①②는 각각  $4x+y+3z=297 \dots ③$ ,  $x+2y-z=90 \dots ④$ , ③④에서  $x+y=81 \dots ⑤$ ,  $x+z=72 \dots ⑥$ , ⑤⑥에서  $x, y, z$ 가 모두 자연수인 경우는  $(x, y, z)$ : (71, 10, 1), (70, 11, 2), ..., (45, 36, 27), ..., (1, 80, 71)의 71조; 그런데 구일 집은 풀이에서 동산초는 문제 말에서 구고법임을 밝혔다. 즉  $x^2 = y^2 + z^2 \dots ⑦$ , ⑦←⑤⑥:  $H(x) = x^2 - 306x + 11,745 = 0$ ;  $11,745 = 3^4 \cdot 5 \cdot 29$ ;  $H(45) = 0$ ;  $x=45$ ;  $y=36$ ;  $z=27$ ;

\* 본 문제는 정구고이므로  $(x, y, z) = (5k, 4k, 3k) \dots ⑧$ , ⑧→⑤:  $x+y=5k+4k=9k=81 \therefore k=9 \dots ⑨$ , ⑨→⑧:  $(x, y, z) = (45, 36, 27)$

\* 今有句股積四百八十六尺只云句股弦相和得一百八尺問句股弦若干(九一 p. 686)

答曰 句二十七尺, 股三十六尺, 弦四十五尺

(26) 今有昆仲季三弟兄持金不知其數只云昆季和取四分之一昆仲和取五分之四二數相減餘有九兩



六錢又昆仲和取二分之一以比於昆季和五分之三不足二兩四錢問昆仲季各持金若干(九一 p. 367)

答曰 昆四十兩, 仲三十二兩, 季二十四兩

\* 今有昆仲季三人持金不知其數只云昆季和取四分之三昆仲和取五分之四二數相減餘九兩六錢又昆仲和取二分之一以比於昆季和五分之三不足二兩四錢問昆仲季各人持銀若干右二問句股法(東算 p. 182)

答曰 前同

\* 곤·중·계 지은을 각각  $x, y, z$  양이라 하면 다음 관계가 성립한다.  $\{4(x+y)/5\} - \{3(x+z)/4\} = 9.6 \dots ①$ ,  $\{3(x+z)/5\} - \{(x+y)/2\} = 2.4 \dots ②$ ; ①②는  $x+16y-15z=192 \dots ③$ ,  $x-5y+6z=24 \dots ④$ , ③과 ④에서  $x$ 를 소거  $y-z=8 \dots ⑤$ ,  $y$  소거  $x+z=64 \dots ⑥$ ;  $1 \leq x, y, z \leq 63$ ;  $(x, y, z)$ : (63, 9, 1), (62, 11, 2), ..., (40, 32, 24), ..., (1, 71, 63)의 63조. 그런데  $x^2=y^2+z^2 \dots ⑦$ , ⑥+⑤:  $x+y=72 \dots ⑧$ , ⑦←⑥⑧:  $x^2=(72-x)^2+(64-x)^2$ ;  $H(x)=x^2-272x+9,280=0$ ;  $9,280=2^6 \cdot 5 \cdot 29$ ;  $H(40)=0$ ;  $x=40$ ;  $y=72-x=32$ ;  $z=64-x=24$

\* 본 문제는 정구고이므로  $(x, y, z)=(5k, 4k, 3k) \dots ⑨$ , 여기서  $k$ 는 자연수, ⑨→⑧:  $x+y=5k+4k=9k=72 \therefore k=8 \dots ⑩$ , ⑩→⑨:  $(x, y, z)=(5k, 4k, 3k)=(40, 32, 24)$

\* 司曆問今有句股弦共九十六尺問句股弦各若干(九一 p. 687)

答曰 句二十四尺, 股三十二尺, 弦四十八尺

#### 4. 근사값 문제와 약해

(27) 一率一十萬欲作相連比例率使一率併四率之數與二率三倍之數適等問二率三率四率各爲數幾何益實歸除法(籌解 p. 400; 籌學 p. 61)

答曰 二率三萬四千七百二十九(\*), 三率一萬二千零六十一(\*), 四率四千一百八十七(\*)

\* 일률, 이률, 삼률, 사률을 각각  $x, y, z, u$ 라 하고 연비 수를  $k$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x=ky$ ;  $y=kz$ ;  $z=ku \therefore x=ky=k^2z=k^3u \dots ①$ ,  $x=100,000$ ;  $100,000=ky \dots ②$ ,  $100,000+u=3y \dots ③$ , ③②→①:  $100,000=k^3u=100,000^3u/y^3=(100,000^3 \times 3^3u)/(100,000+u)^3$ ;  $(100,000+u)^3=27 \times 100,000^2u$ ; 전개하고  $u$ 에 대하여 정돈하면 다음과 같다.  $H(u)=u^3+300,000u^2-240,000,000,000u+1,000,000,000,000,000=0$ ;  $H(4,187)=452,692,867,203 \neq 0$ ;  $H(4,188.9)=1,567,102,078.369 \neq 0 \therefore u=4,188.9 \dots ④$ , ④→③:  $3y=100,000+u=104,188.9 \therefore y=34,729.633(*) \dots ⑤$ , ⑤→②:  $100,000=34,729.633k \therefore k=2.8793854 \dots ⑥$ , ⑥→①:  $z=4,188.9 < 2.8793854=12,061.45750206(*)$

(28) 一率一十萬欲作相連比例率使一率併四率之數與兩二率二率併三率之數適等問二率三率四率各爲數幾何益實較減實歸除法(籌解 p. 401; 籌學 p. 64)

答曰 二率四萬四千五百零四, 三率一萬九千八百零六, 四率八千八百一十四

\* 일률, 이률, 삼률, 사률을 각각  $x, y, z, u$ 라 하고 연비 수를  $k$ 라 하면 다음 관계가

**朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(2)**

성립한다.  $x=100,000$ ;  $x+u=2y+z=100,000+u=\dots$ ①,  $x=ky=k^2z=k^3u \dots$ ②, ②→①:  $x+u=(k^3+1)x/k^3=(2k+1)x/k^2=2y+z \therefore k^3+1=k(2k+1)$ ;  $H(k)=k^3-2k^2-k+1=0$ ;  $H(2.247)\approx 0$ ;  $k\approx 2.247$ , ③→②:  $y=44,503.782\approx 44,504$ ,  $z=19,805.963\approx 19,806$ ;  $u=8,814.4192\approx 8,814$

(29) 連比例首率一十萬欲分爲中末兩率間各爲數幾何理分中末線(籌解 p. 403; 籌學 p. 67)

答曰 中率六萬一千八百零三, 末率三萬八千一百九十七

\* 수를, 중률, 말률을 각각  $x, y, z$ 라 하면 다음 관계가 성립한다.  $x=100,000$ ;  $x=y+z=100,000 \dots$ ①,  $x=ky=k^2z \dots$ ②, ②→①:  $x=(x/k)+(x/k^2)=(k+1)x/k^2 \therefore k^2-k-1=0$ ;  $k=(1+\sqrt{5})/2=3.2360179/2\approx 1.6180339(=1.618) \dots$ ③, ③→②:  $y=61,803.402\approx 61,803$ ;  $z=38,196.605\approx 38,197$

**5. 결론**

실생활에서 수학적 구조가 같은 소재를 찾아 생활 수학으로 문제를 표현한 것은 수학교육에의 효과는 물론이고 흥미를 주는 배려에서 고안된 것 같다. 또한 고차방정식의 무리근의 근사값을 연비 값으로 이용한 기발한 사고방법도 관심에서 빠뜨릴 수 없는 중요한 처리 방법이라고 생각한다.

**참고 문헌**

1. 韓國科學技術史資料大系
2. 九章算術
3. 한국수학사학회지
4. 한국수학사학회 colloquium, 매월 제3주 화 17:00 한양여자대학 연구동 Seminar Room.
5. 柳寅永, “默思集算法의 瑕疵,” 한국수학사학회지 제 12 권 제 2 호(1999), 63-68.
6. \_\_\_\_\_, “埋藪新編의 筭見,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 1 호(2000), 27-32.
7. \_\_\_\_\_, “朝鮮王朝代의 秤法과 疋法,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 2 호(2000), 23-32.
8. \_\_\_\_\_, “朝鮮王朝代 古, 徽, 密, 新率의 圓 및 立圓積,” 한국수학사학회지 제 14 권 제 1 호(2001), 1-16.
9. \_\_\_\_\_, “朝鮮朝代之 高次方程式의 虛實,” 한국수학사학회지 제 14 권 제 2 호(2001), 1-12.
10. \_\_\_\_\_, “朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(1),” 한국수학사학회지 제 15 권 제 1 호(2002), 57-68
11. \_\_\_\_\_, “朝鮮朝代 弧矢田積의 虛實과 三角函數表,” 한국수학사학회지 제 15 권 제 3 호(2002), 1-16