

중학교 3학년 수학교육에서 수학사의 활용

신라대학교 수학과 김기원

신라대학교 교육대학원 감혜성

Abstract

Mathematics becomes more indispensable course today, while it seems approaching to the middle school students as a boring and hard one. So, we need to take more motivational teaching devices as well as mere emphases on its importance in order to keep the students up to the curriculum and improve the education efficiency.

Then, history of mathematics can be one major source of the motivation, since, by telling the tales on the specific unit subject, teachers can awake the students' interest naturally.

Today, most of the mathematics textbooks for the middle school students have some historical tales about each unit subject in their respective unit introduction. However, many tales don't seem quite helpful or motivating to understand unit subjects, for they are either abstract or fragmental.

In that sense, this paper has three sample guidelines for teaching, which are meant to introduce historical tales to motivate the students before teachers may get into the main unit subject. Those suggested in this paper may work as the motivational teaching devices which would make the students more interested, more positive, and consequently more successful in mathematics.

0. 서론

오늘날 수학교육에서 많은 문제점으로 대두되고 있는 것 중의 하나가 수학은 매우 어렵고 재미없는 과목이라는 학생들의 인식이다. 그러나 현대 사회의 정보화와 과학기술의 고도화로 인해 수학의 중요성은 더욱 커지고 있다. 수학의 필요성에 대한 강조만이 아니라, 지속적인 수학 학습을 유도하기 위해 관심을 유도하고 흥미를 유지시키는 방안이 마련돼야 한다.

오늘날 우리가 가르치는 수학적 지식은 오랜 기간에 걸쳐 많은 수학자들의 노력으로 얻어

진 결과이다. 수학의 역사를 보면 수학은 완전한 지식의 체계가 아니고, 만들어지는 과정의 학문임을 알 수 있다. 푸앵카레는 이러한 이유에서 수학의 역사는 수학교사에게 첫째가는 안내자가 되어야 한다고 주장하였다. 수학적 활동을 이해하는 제일 좋은 방법은 수학자들의 활동이 역사적으로 어떻게 변화하고 발전되어 왔는지를 알아보는 것이기 때문이다.

수학은 인류의 발생과 더불어 시작한 학문이기 때문에 수학의 역사는 곧 인류사회의 발달 과정을 나타낸다고 할 수 있다. 수학교육에서의 수학사 지도는 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심을 자연스럽게 유발하고, 인류라는 가장 큰 학습자의 학습과정인 수학사를 고려한 수학 지도에 의해 유발된 동기와 흥미를 학습에 접속시켜 수학교육의 진정한 목표를 달성하게 하는 중요한 수단이 될 수 있다.

수학교육에서 수학사 도입의 효과는 다음과 같이 요약될 수 있다[1, pp. 6-11]. 첫째, 어떤 특정한 수학 단원을 학습하는 시간에 그 수업의 내용과 관련이 있는 문제를 수학사에서 발췌하여 당시의 그 문제에 대한 간단한 배경 설명과 함께 학생들에게 제시하면, 학생들은 역사 속에서 당시의 문제를 의식하고 해결해 보려고 노력하는 가운데 자연스럽게 새로운 흥미와 자신감을 갖게 될 것이다. 또 수학적 개념이나 내용의 생성·변천을 의식하게 해 줌으로써, 문제 해결 과정과 방법을 다시 음미하여 오늘날의 수학을 이해하는데 도움을 준다. 둘째, 수학의 형성의 배경이라 할 수 있는 수학자와 당시 사회와 관련된 흥미로운 이야기, 그리고 하나의 수학적 개념이나 내용의 변천 과정에 얽혀 있는 이야기 등은 학생들로 하여금 수학에 대한 부정적 편견을 줄이고, 바람직한 방향으로 유도하여 새로운 수학관을 확립하도록 한다. 셋째, 수학과 자연과학의 발달 과정에서 등장하는 이야기들은 자연계에 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떠한 관련이 있는가를 간접적으로나마 시사해주어 수학의 폭넓은 수용성과 과학 발달 현상과의 연관성을 이해하도록 한다. 넷째, 수학사에서 찾아 볼 수 있는 일련의 수학적 구조나 개념의 형성·발전 과정의 고찰은 학생들의 수학적 구조나 개념의 형성과정을 연구하는데 도움이 될 것이며, 나아가서 수학 교육과정의 연구에도 중요한 참고자료가 될 것으로 본다. 마지막으로, 수학사를 통해서 수학자들이 문제 해결을 위해서 여러 가지 방법을 동원하였고 또 다른 방법을 찾기 위해 노력한 사실을 알 수 있다. 이것을 통해서 수학적 문제를 접했을 때 여러 가지 해결방법을 모색해 봄으로써 탐구력도 향상되고 새로운 해결방법을 찾을 수 있게 된다.

따라서 수학사는 수학교육에서 담당할 수 있는 역할이 매우 다양하고 이러한 역할들은 수학의 진정한 모습을 대할 수 있게 할 뿐만 아니라, 의미 있는 수학교육을 가능하게 하며 수학교육을 인간화하는데 수학사가 매우 중요하고 필요한 도구임을 말해준다.

위와 같은 배경에 의하여 제7차 교육과정에 의한 수학과 교과서에서는 학생들의 흥미와 관심을 가지게 하는 한 방법으로서 각 단원과 관련된 수학사적 내용을 담고 있다. 그러나 단원에 따라서는 어떤 수학자가 어떤 내용을 연구했다는 정도의 극히 단편적인 내용을 간단히 소개하고 있어서 실제로 학생들에게 별 도움이 되지 못하거나, 수업시간에 다루어지지 않고 지나쳐 버리기도 하는 실정이다.

따라서 본 논문에서는 제 7차 교육과정에 의한 중학교 수학 9-가와 9-나의 교과과정을 중심으로 몇 개의 단원과 관련된 수학적 내용을 수업에 활용할 수 있는 방안을 모색하여 실제 교실에서 활용할 수 있는 교수-학습지도안을 제안하고자 한다. 그리하여 학생들이 단원의 내용을 학습하기 전에 단원의 수학적 배경과 발전과정을 이해함으로써 그 단원의 내용에 관하여 흥미와 탐구하고자 하는 호기심을 가지게 하고, 단원의 내용에 쉽게 접근하게 하는데 연구 목적이 있다.

1. 중학교 수학 9-가와 9-나 과정에서 수학사의 활용

제 7차 교육과정의 중학교 수학 9-가와 9-나 교과서[2]에서는 주로 각 단원의 첫머리나 마무리 부분에 그 단원과 관련 있는 역사적 사건 또는 재미있는 이야기, 실생활 이야기 등 흥미 있는 자료를 제시하여 학습의 방향을 잡거나, 정리하는 데 도움을 주고 있다.

구체적으로 대부분의 교과서에서는 각 단원의 시작인 제목의 바로 아래 부분이나, '단원의 도입 : 교실 밖의 수학여행', '이 단원의 길잡이', '생각열기' 라는 이름의 코너에서 관련 수학을 간단히 소개하거나, 혹은 단원의 마무리 부분인 '역사 읽기', '알고 있나요?', '이런 이야기 저런 이야기', '역사 속의 수학', '수학신호등' 이라는 코너에서 관련 수학을 간단히 소개하기도 한다. 어떤 교과서에서는 시작 부분에 각 주제에 대한 연대표를 제시하기도 하고, 마무리 부분인 '수행과제'나 '학습 활동으로 수리능력 기르기', '탐구활동' 코너에서 수행 평가가 효율적으로 이루어질 수 있도록 도움이 되는 정보나 문제를 부여하기도 하는데 그 주제가 관련 수학사인 경우도 있다. 또한 전개과정에서 '도움말' 코너를 만들어 관련 기호에 관한 역사를 설명하거나, 관련 수학을 아주 간단히 소개한 교과서도 있다.

이 절에서는 위의 교과서들에서 무리수와 실수, 이차방정식, 삼각비 단원에 수학사가 어떻게 활용되고 있는지 살펴보고, 각 단원과 관련하여 위의 교과서들에서 활용되지 않은 수학사의 내용을 도입하여 본 학습과 연결시켜 실제 교실에서 활용할 수 있는 교수-학습지도안을 제시하도록 한다.

1.1. 수와 연산(제곱근과 실수)

위에서 언급한 교과서의 대부분에서 수와 연산 (제곱근과 실수) 단원과 관련되어 시작과 마무리 부분에서 소개하고 있는 수학사의 내용으로는 고대 바빌로니아 점토판에 나타난 무리수에 대한 기록, 피타고라스 학파의 수에 대한 철학, 피타고라스 학파가 무리수를 발견한 사실, 피타고라스 학파의 히파수스에 대한 일화, 석굴암의 구조, 황금비 등이 있다. 어떤 교과서에서는 시작 부분에 제곱근과 실수에 대한 연대표를 제시하기도 하였고, 마무리 부분인 '수행과제'나 '학습 활동으로 수리능력 기르기' 코너에서 황금비의 뜻과 황금비가 나타나는 사물이나 사진에 대한 조사, 무리수의 발견에 관한 일화 또는 무리수의 역사에 관하여 인터

넷이나 책을 이용한 조사과제를 부여하기도 하였다. 또한 전개과정에서 '도움말'코너를 이용하여 $\sqrt{\quad}$ 기호를 소개 설명하거나, $\sqrt{2}$ 는 무리수임을 유클리드가 증명하였다고 소개한 교과서도 있다.

이러한 무리수와 관련된 역사적 사건 또는 재미있는 일화 등의 흥미 있는 자료들은 학생들로 하여금 학습의 방향을 잡거나, 정리하는 데 도움을 주고 있다. 그러나 이러한 수학사적 사실들을 단순히 소개하는데 그치지 않고, 피타고라스 학파가 수학사에 남긴 또 하나의 획기적이고 커다란 발견인 피타고라스의 정리의 발견과정을 제곱근과 실수의 도입부분에 활용해서, 제공하여 2가되는 수를 생각하게 함으로서 학생들의 흥미를 유발하고, 무리수에 쉽게 접근할 수 있도록 하게 한다. 학생들은 역사 속에서 당시의 문제를 의식하고 해결해 보려고 노력하는 가운데 자연스럽게 무리수에 대한 흥미를 갖게 될 것이며, 실수에 대한 개념이나 내용의 생성·변천을 의식하게 해 줌으로써, 문제 해결 과정과 방법을 다시 음미하여 실수를 이해하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 또한 중학교 수학 9-나에서도 다루게 되는 피타고라스의 정리를 미리 소개함으로써 이후에 학습할 주제와 연관짓는 효과도 기대할 수 있다.

위의 교과서 중 하나((주)두산동아)를 선택해서 이러한 수학사적 내용을 도입하여 본 학습과 연결시켜 실제 교실에서 활용할 수 있는 교수-학습지도안을 제시하면 표 1-1, 1-2, 1-3과 같다.

1.2. 이차방정식

위에서 언급한 교과서의 대부분에서 이차방정식 단원과 관련되어 시작과 마무리 부분에서 소개하고 있는 수학사의 내용으로는 기원전 2000년경의 고대 바빌로니아 점토판에는 방정식의 문제와 풀이가 서술되어 있다는 사실과 그 그림의 삽입, 이차방정식을 본격적으로 다룬 최초의 학자인 그리스의 헤론의 저서에 있는 문제 제시, 이차방정식의 근의 공식에 대한 역사(도형을 이용하여 이차방정식을 풀었던 고대 그리스 수학자, 인도의 수학자 브라마굽타가 쓴 수학책, 아라비아의 대표적인 수학자 알카리즈미의 도형을 이용한 이차방정식의 풀이, 음의 근의 존재를 명확히 밝힌 16세기 이탈리아의 카르다노 등에 대한 간단한 언급), 방정식의 풀이법(방정식의 일반적인 풀이법은 중세 유럽에서 널리 연구되었고, 이탈리아의 타르탈리아와 카르다노에 이어 노르웨이의 아벨과 프랑스의 갈루아에 이르러 방정식의 대수적 해법에 관한 연구가 완성됨을 언급), 16세기 전반에 이탈리아에서 유행한 방정식 문제 풀기 시합에 대한 일화 등이 있다. 또한 황금비의 정확한 값을 이차방정식을 이용하여 구하기, 역사 속의 방정식(조선시대 수학자 홍정하 이야기), 옛날 중국의 수학책 구장산술에서 산목이라 부르는 나무 막대를 사용하여 이차방정식 문제를 푼 이야기와 문제 제시 등이 소개되어 있다.

시작 부분에 이차방정식에 대한 연대표를 제시한 교과서도 있고, 마무리 부분인 '수행과제'나 '학습 활동으로 수리능력 기르기', '탐구활동' 코너에서 과거 수학자들의 업적 중 방정식 관련부분이나 황금비에 관하여 인터넷이나 책을 이용한 조사과제를 부여하기도 하였다.

이러한 이차방정식과 관련된 역사적 사건 또는 재미있는 일화 등의 흥미 있는 자료는 학생들로 하여금 학습의 방향을 잡거나, 정리하는 데 도움을 주고 있다. 그러나 여기에서는 이러한 수학적 사실들을 단순히 소개하는데 그치지 않고, 고대 사람들이 생각했던 이차방정식의 근원이 되는 문제이면서 학생들이 흔히 볼 수 없었던 수수께끼 같은 인도의 문제를 이차방정식의 도입부분에 제시함으로써 수학적이지 아니라는 느낌을 주어 흥미를 유발시키고, 수식을 풀이해 나가면서 이차방정식이 무엇인지, 이차식의 해를 찾는다는 것은 무엇을 뜻하는지 자연스럽게 교과서와 관련지어 설명할 수 있도록 하는 학습지도안을 제시하도록 한다. 표 2-1, 2-2, 2-3을 보라.

인도의 수학자 브라마굽타(598~660?)가 편집한 수학책 안에는 다음과 같은 문제가 제시되어 있다[3, pp. 92-94,].

$$\begin{array}{l} ya \quad va0 \quad ya10 \quad ru \quad 8 \\ ya \quad va1 \quad ya0 \quad ru \quad 1 \end{array}$$

여기서는 미지수를 ya, ka, ni 등으로 표시했고, ya va는 x^2 , ya는 x, ru는 상수(·는 음수)를 표시했다. 또한 병렬은 덧셈을 의미하고 두 개의 식을 아래위로 배열하면 두 식은 같음을 의미했다. 따라서 풀이는 다음과 같다.

$$\begin{array}{l} 0x^2 + 10x - 8 = 1x^2 + 0x + 1 \\ x^2 - 10x + 9 = 0, \quad (x-9)(x-1) = 0, \quad x=9, x=1 \end{array}$$

7세기라면 인도에서는 10진법이 완성된 시기로 우리나라는 삼국시대 말엽이다. 이 문제에서 숫자는 물론 오늘날의 숫자를 사용했고, 알파벳도 오늘날의 것으로 고쳤지만 그 당시 이미 이차방정식을 기호화했다는 사실은 놀랄만한 일이다.

한편 학습의 마무리 부분에서 12세기 '시' 형식으로 쓰여진 인도의 문제를 제시하여 흥미를 더하도록 한다. 다음은 바스카라 2세(1114~1185?)가 쓴 「시단타 시로마니(학문의 영예로운 관)」이라는 책의 제1부 「리리바티」 속에 있는 문제이다. 리리바티란 바스카라 2세의 딸로 그가 딸을 위해 지었다고 한다. 문장의 3행부터 수학어로 고치도록 한다.

『빛나는 눈동자를 가진 딸이여 그렇다면 한번 해보렴. 그 수를 3배하고 다음에 7로 나누어서 그것을 제공한다. 그 제공근에 8을 더하고, 처음의 수는 몇이겠느냐?』	역산하는 법을 알고 있느냐? 어떤 수가 있어 먼저 그 4분의 3을 더한다. 몫의 3분의 1을 뺀 다음에 거기에 52를 뺀 다음에 10으로 나누면 마지막으로 2가 된다.
---	--

1.3 삼각비

위에서 언급한 교과서의 대부분에서 삼각비 단원과 관련되어 시작과 마무리 부분에서 소개하고 있는 수학사의 내용으로는 삼각비가 고대 바빌로니아와 이집트에서 토지 측량 및 천체 관측 등에 이용되었고, 피라미드의 건축과 홍수가 지난 후의 경작지 정리에 삼각비가 이용된 사실, 그리스의 아리스타코스가 삼각비를 이용하여 지구에서 태양까지의 거리를 구한 이야기, 에라토스테네스의 지구둘레 길이 구하기, 그리스의 히파르코스가 삼각법을 고안하고 사인표를 작성한 이야기, 틀레미가 쓴 ‘알마게스트’에 등장하는 최초의 삼각비의 표, 삼각비의 이름의 유래, 사인의 역사, 삼각법의 발달과정, 오늘날 사용되는 삼각비에 관한 여러 가지 공식은 스위스의 수학자 오일러에 이르러서 완성된 사실 등이 포함되어 있다.

시작 부분에 삼각비에 대한 연대표를 제시한 교과서도 있고, 마무리 부분인 ‘수행과제’나 ‘탐구활동’ 코너에서 ‘태양은 지구를 둘 수 없다?’는 제목으로 우주의 중심은 지구가 아니라 태양이라는 생각을 처음으로 한 아리스타쿠스의 생각을 따라 지구에서 달까지의 거리와 지구에서 태양까지의 거리의 비를 이용하여 달과 태양의 크기를 계산하는 과제를 부여하기도 하였다.

이러한 삼각비와 관련된 역사적 사건을 통하여 학생들은 당시의 문제를 의식하고 해결해 보려고 노력하는 가운데 자연스럽게 새로운 흥미와 자신감을 갖게 될 것이다. 또 수학적 개념이나 내용의 생성·변천을 의식하게 해 줌으로써, 문제 해결 과정과 방법을 다시 음미하여 오늘날의 수학을 이해하는데 도움을 준다.

한편 위에서 교과서에서 구체적으로 사용되지 않은 삼각비와 관련된 유명한 수학사의 내용 중에 그리스 수학자 탈레스(Thales, 기원전 640~546)의 일화가 있다. 그것은 땅 위에 곧게 막대기를 세워 그 그림자와 닮은 삼각형의 비례를 이용하여 피라미드의 높이를 구했다는 것이며, 이는 아는 높이의 그림자와 비교하여 모르는 높이를 결정하는 탄젠트의 이용이라고 할 수 있다. 이러한 탈레스의 일화를 바탕으로 피라미드의 높이를 어떻게 구했는지 직접 확인해 봄으로써 학생들의 흥미를 유발하고, 자연스럽게 교과서 내용과 연결시켜 삼각비를 쉽게 이해시킬 수 있을 것이다. 또한 삼각비의 용어의 유래를 자세히 설명함으로써, 새로운 용어에 대해 쉽게 접근할 수 있게 한다. 표 3-1, 3-2, 3-3을 보라.

2. 결론

학생들이 수학을 가깝게 여기고 흥미와 관심을 갖게 하고, 수학의 필요성을 느낄 수 있도록 하는 일은 중요한 일이다. 교과서 집필자를 위한 집필상의 유의점 중에도 수학에 흥미와 관심을 가지고 수학의 필요성을 느낄 수 있도록 생활주변이나 수학사에 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루어 재미있게 교과서를 집필하도록 하고 있다고 한다.

현재 중학교에서 사용되고 있는 교과서 중에는 각 단원의 도입 부분에 그 단원과 관련된 수학사를 수록하고 있는 것도 있다. 그러나 각 단원과 관련된 수학자를 간략히 소개하거나

단편적인 에피소드만을 다루고 있어서 학생들의 흥미를 유발시키거나 큰 도움이 되지 못하고 있다.

본 논문에서는 제7차 수학과 교육과정의 중학교 9-가와 9-나 교과서의 '수와 연산(무리수와 실수)', '이차방정식', '삼각비' 단원에 나타난 수학적 내용과 도입형식을 살펴보았다. 그리고 그 단원과 관련되어 교과서에서 활용하지 않았거나 도입하였더라도 간단히 언급만 하였던 수학을 도입하여 본 학습과 연결시켜 단위 학습에 대한 흥미를 갖고 쉽게 이해할 수 있도록 실제 교실에서 활용할 수 있는 교수-학습지도안을 제시하였다. 이것은 학생들이 단원의 내용을 학습하기 전에 단원의 수학적 배경과 발전과정을 이해함으로써 그 단원의 내용에 관하여 흥미와 탐구하고자 하는 호기심을 가지게 하고 단원의 내용에 쉽게 접근하게 하여, 학생들이 수학에 대한 긍정적 태도를 가질 수 있고 수학에 대한 학업성취 향상에도 도움을 줄 수 있을 것으로 본다.

한편 단원의 내용에 따라서 수학적 내용의 자료가 불충분하거나, 중학교 학생이 이해할 수 있는 수준의 내용을 선정하는데 많은 어려움이 있어서 세 개의 단원에 대한 교수-학습지도안을 제시하였다. 앞으로 수학사에 대해 학생들의 수준에 맞는 이해하기 쉬운 자료들과 재미있는 접근방법들이 많이 개발되어 보다 많은 단원에서 수학을 적극 활용하고, 이러한 수학적 내용을 수업에 도입해 봄으로써 이 교수-학습지도안이 학생들의 흥미를 유발하고 각 단원의 내용에 쉽게 접근하도록 하는 효과가 있는지 입증해 볼 수 있는 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고 문헌

1. 문현진, **수학사 지도에 관한 연구-중학교 수학교육과정을 중심으로**, 경상대학교 교육대학원 논문, 1996.
2. 금종해, 이만근, 이미라, 김영주, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)고려출판, 2003.
고성은, 박복현, 김준희, 최수일, 강운중, 소순영, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)블랙박스, 2003.
이준열, 장훈, 최부림, 남호영, 이상은, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)도서출판 디딤돌, 2003.
이영하, 허민, 박영훈, 여태경, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)교문사, 2003.
강행고, 이화영, 박진석, 이용완, 한경연, 이준홍, 이혜련, 송미현, 박정숙, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)중앙교육진흥 연구소, 2003.
조태근, 임성모, 정상권, 이재학, 이성재, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)금성출판사, 2003.
강옥기, 정순영, 이환철, **중학교 수학 9-가, 9-나**, (주)두산, 2003.
3. 타다오 사카키 (조미영 옮김), **중학생을 위한 수학의 세계(중학 3학년)**, 현대과학사, 1992.
4. 박교식, **수학기호 다시 보기**, 수학사랑, 1999.

<표 1-3>

구분	학습과정	학 습 내 용	교수 - 학습활동		시 간 배 정
			교 사 활 동	학 생 활 동	
전개	문제인식 및 해결	예제 2. 다음 수를 근호 $\sqrt{\quad}$ 를 사용하지 않고 나타내어라. (1) $\sqrt{25}$ (2) $-\sqrt{0.49}$ 풀이) (1) 25의 제곱근은 5, -5 그런데 $\sqrt{25}$ 는 25의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{25} = 5$ (2) $-\sqrt{0.49}$ 는 0.49의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{0.49} = -0.7$	25의 제곱근과 $\sqrt{25}$ 를 혼동하지 않도록 지도함에 유의한다.		10'
	문제해결	문제 5. 다음 수를 근호 $\sqrt{\quad}$ 를 사용하지 않고 나타내어라. (1) $\sqrt{400}$ (2) $\sqrt{0.01}$ (3) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (4) $-\frac{\sqrt{25}}{4}$	문제를 풀게한다.	문제를 푼다. 의문사항은 질문한다.	
	탐구학습	제곱근의 뜻으로부터 양수 a 의 제곱근은 \sqrt{a} 와 $-\sqrt{a}$ 이므로 $(\sqrt{a})^2 = a$, $(-\sqrt{a})^2 = a$ 임을 알 수 있다. 또, 양수 a 에 대하여 $(-a)^2 = a^2$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 임을 알 수 있다. 예) (1) 3의 제곱근은 $\sqrt{3}$ 과 $-\sqrt{3}$ 이므로 $(\sqrt{3})^2 = 3$ $(-\sqrt{3})^2 = 3$ (2) $3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$ 이므로 $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$, $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt{(-3)^2} = -3$ 으로 생각하지 않도록 유의한다.		
	문제해결	문제 6. 다음 값을 구하여라. (1) $(\sqrt{8})^2$ (2) $(\sqrt{0.1})^2$ (3) $(-\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ (4) $\sqrt{11^2}$ (5) $\sqrt{(-4)^2}$ (6) $\sqrt{(-\frac{4}{3})^2}$	$(-\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ 를 $(\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ 로 계산하는 방법은 바람직하지 못하다. $\frac{2}{5}$ 의 음의 제곱근인 것에서 $(-\sqrt{\frac{2}{5}})^2 = \frac{2}{5}$ 를 설명하는것에 유의한다.	문제를 푼다. 의문사항은 질문한다.	
	탐구학습	이상을 정리하면 다음과 같다. ●제곱근의 성질 $a > 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 = a$, $(-\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$, $\sqrt{(-a)^2} = a$		호명된 학생은 칠판에 문제를 풀고, 나머지는	
	문제해결	문제 7. 다음을 계산하여라. (1) $\sqrt{4^2 + \sqrt{(-5)^2}}$ (2) $\sqrt{(-3)^2 + \sqrt{3^2}}$ (3) $\sqrt{0.01} + (-\sqrt{0.5})^2$ (4) $\sqrt{(-\frac{1}{2})^2} + (\sqrt{\frac{1}{3}})^2$		노트에 푼다. 의문사항은 질문한다.	
정리	정리	어떤수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2 = a$ 일 때, x 를 a 의 제곱근이라고 한다. 제곱하여 0이 되는 수는 0 뿐이므로 0의 제곱근은 0하나 뿐이다. $a > 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 = a$, $(-\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$, $\sqrt{(-a)^2} = a$ · $\sqrt{2}$ 와 2의 대소를 비교할 수 있는가?	핵심내용 정리 차시예고	핵심내용을 요약한다. 차시 학습내용을 확인한다.	5

<표 2-1>

단	원	대 단 원	1. 수와 연산	배 정 시 간		
		소 단 원	1. 이차방정식과 그 풀이	차 시		
학 습 목 표		· 이차방정식의 뜻을 알고 설명할 수 있다. · 이차방정식의 해의 뜻을 알고 주어진 조건에서 해를 구할 수 있다.		지도상 유의점	새로운 용어의 설명에 주의한다.	
구분	학 습 과 정	학 습 내 용		교수 - 학습활동		시 간 배 정
				교 사 활 동	학 생 활 동	
도입	학습목표 제시	1. 다음 식을 인수분해 하여라. (1) $x^2 + 2x - 3$ (2) $4x^2 + 7x + 3$		-출석점검 -학습목표 제시 -전시학습 복습	-학습목표를 다같이 읽는다. -지적된 학생은 답변한다.	5'
	전시학습	2. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □안을 채워라. (1) $x^2 - 6x + \square$ (2) $x^2 - \square x + 49$				
전개	탐 구 과 제 실 정	인도에서는 37을 표시할 때, 정수를 의미하는 <i>ru</i> 를 앞에 붙여서 <i>ru37</i> 라 썼다. -37은 <i>ru37</i> 과 같이 위에 점을 찍고, $\sqrt{37}$ 은 <i>ku37</i> 과 같이 표시하였다. 미지수 <i>x, y, z</i> 등을 표시할 때는 <i>ya, ka, ni</i> 등의 기호를 사용하였다. 더구나 x^2 은 <i>ya va</i> , x^3 은 <i>ya gha</i> 등으로 썼다. 덧셈은 단순히 나열하여 표시하므로, $3x + 5$ 는 <i>ya3ru5</i> 로 된다. 또 두 개의 식을 위아래로 써 놓아서, 위아래의 두개의 식이 같다는 것을 표시하였다. 인도의 수학자 푸라후마구부타(589~660?)는 다음과 같은 식을 세워 놓았다. $ya\ va0\ ya10\ ru8$ $ya\ va1\ ya0\ ru1$ 이 방정식을 간단히 나타내어 보자.		2단원에서 배운 문자와 식의 관계를 이용하여 인도의 표기를 이해시킨다. 학생들에게 주어진 식을 <i>x</i> 에 관한 식으로 바꾸어 보게한다. 간단히 정리된 식을 만족하는 <i>x</i> 에는 어떤 것이 있는지 생각해 보게 한다.	인도에서 사용했던 표기가 어떻게 사용된 것인지 이해한다. 주어진 식을 <i>x</i> 에 관한 식으로 변형시킨다. 간단히 나타낸 식을 어떤값이 만족하는지 생각해 본다. 이차방정식의 일반적인 꼴에 대해 이해한다.	12'
	내용정리	풀이) 위의 방정식은 $0x^2 + 10x - 8$ 이고 아래의 방정식은 $1x^2 - 0x + 1$ 이므로 $0x^2 + 10x - 8 = 1x^2 + 0x + 1$ 이 된다. 이것을 간단히 정리하면 $x^2 - 10x + 9 = 0$ 이 된다. 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, 좌변이 <i>x</i> 에 관한 이차식이 되는 방정식 즉 (<i>x</i> 에 관한 이차식)=0의 꼴로 변형되는 방정식을 <i>x</i> 에 관한 이차방정식이라고 한다. 일반적으로 <i>x</i> 에 관한 이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ (<i>a, b, c</i> 는상수, $a \neq 0$)과 같이 나타낸다.				

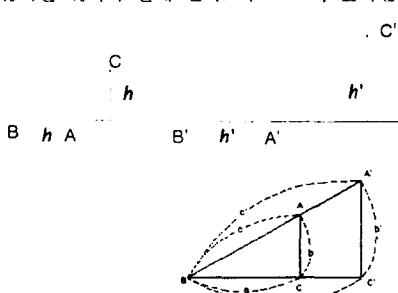
<표 2-2>

구분	학습과정	학 습 내 용	교수 - 학습활동		시 간 배 정																			
			교 사 활 동	학 생활동																				
전개	문제인식 및 해결	예) 다음 등식 중에서 이차방정식을 찾아라 (1) $4x^2 - x + 5 = 3x^2 - 11$ (2) $2x(x - 1) = 5 + 2x^2$	방정식에는 이차항이 있지만 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 주어진 방정식은 이차방정식이 아닌 것도 있음을 설명한다.																					
	탐구학습	문제1) 다음 방정식 중에서 이차방정식은 어느 것인가? (1) $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 6$ (2) $(x - 3)^2 = 2$ (3) $(x^2 + 1)^2 = x^4 + 7$ (4) $x^2 - 1 = x^3 + 5$	학생들이 문제를 풀게 한다. 질문에 대답한다.	문제를 풀고 의문사항은 질문한다.																				
	내용정리	문제2) a, b, c 의 값이 다음과 같은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 말하여라. (1) $a = 3, b = 2, c = -1$ (2) $a = 1, b = -4, c = 0$ (3) $a = 1, b = 0, c = 5$ (4) $a = 1, b = 1, c = 1$	내용을 통하여 $x = 1$ 도, $x = 9$ 도 모두 주어진 이차방정식의 해가 된다고 확인함으로써 일차방정식과의 차이를 이해하도록 함에 유의한다.	주어진 값을 대입하여 결과를 비교해 본다.	18'																			
	문제인식 및 해결	푸라후마구부타의 식, 즉 $x^2 - 10x + 9 = 0$ 의 좌변에 x 의 값으로 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9를 대입하여 어느 경우에 등식이 성립하는가를 알아보자. <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 10x + 9$</td> <td>0</td> <td>-7</td> <td>-12</td> <td>-15</td> <td>-16</td> <td>-15</td> <td>-12</td> <td>-7</td> <td>0</td> </tr> </table> $x = 1$ 또는 $x = 9$ 일 때에만 이차방정식 $x^2 - 10x + 9 = 0$ 은 참임을 알 수 있다.	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$x^2 - 10x + 9$	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0	이차방정식을 푸는 것은 주어진 방정식의 해를 모두 구하는 것임에 유의한다.	이차방정식을 푸는 것은 이해한다.
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9															
$x^2 - 10x + 9$	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0															
		이와 같이, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 참이 되게 하는 미지수 x 의 값을 이 이차방정식의 근 또는 해라고 하고, 이차방정식의 해를 구하는 것을 '이차방정식을 푼다'라고 한다. 예제) x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 모두 구하여라. <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 4x + 3$</td> <td>15</td> <td>8</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	3	$x^2 - 4x + 3$	15	8	3	0	-1	0	만약 주어진 집합이 $\{2, 3, 4, 5\}$ 이면 이때 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 을 풀면 해는 3번임에 유의한다.							
x	-2	-1	0	1	2	3																		
$x^2 - 4x + 3$	15	8	3	0	-1	0																		

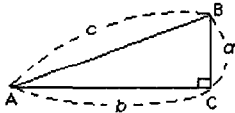
<표 2-3>

구분	학습과정	학 습 내 용	교수 - 학습활동		시 간 배 정
			교 사 활 동	학 생 활 동	
전개	문제인식 및 해 결	문제3) 다음 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인지 알아보아라. (1) $x^2 + x - 6 = 0$ [2] (2) $x^2 + x - 2 = 0$ [-2] (3) $x^2 - 6x + 3 = 0$ [3] (4) $x(3 + x) = x + 3$ [-1] 문제4) x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 원소일 때, 이 차방정식의 해를 구하여라. (1) $(x-3)(x+1) = 0$ (2) $x^2 - 3x - 4 = 0$ (3) $x^2 + 2x = 2 + x$ (4) $x^2 - 1 = 0$	네명의 학생을 호명하여 칠판에 풀게하고 나머지는 연습장이나 노트에 풀게한다. 질문에 대답한다.	문제를 풀어본다. 문제를 풀어보고 의문사항은 질문한다.	5'
정리	정 리	(x 에 관한 이차식) $=0$ 의 꼴로 변형되는 방정식을 x 에 관한 이차방정식이라고 한다. 일반적으로 x 에 관한 이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c는 상수, $a \neq 0$) 과 같이 나타낸다. 이와 같은 이차방정식을 참이 되게 하는 미지수 x 의 값을 이차방정식의 근 또는 해라고 하고, 이차방정식의 해를 구하는 것을 '이차방정식을 푼다' 라고 한다. · $x^2 - x - 12 = 0$ 를 인수분해 하여 나타낼수 있는가?	핵심내용 정리 차시예고	핵심내용을 요약한다. 차시학습 내용을 확인한다.	5'

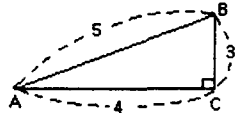
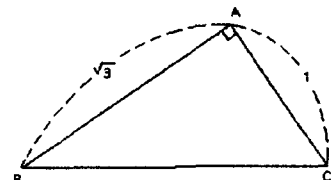
<표 3-1>

단 원	대 단 원	1. 수와 연산	배 정 시 간		
	소 단 원	1. 무리수와 실수		차 시	
학 습 목 표	<ul style="list-style-type: none"> · 예각에 대한 삼각비를 정의할 수 있다. · 삼각비의 정의를 이용하여 구체적으로 삼각비를 구할 수 있다. 		지도상 유의점	새로운 용어의 설명에 주의한다.	
구분	학 습 과 정	학 습 내 용	교수 - 학습활동		시 간 배 정
			교 사 활 동	학 생 활 동	
도입	학습목표 제시 진시학습	<ul style="list-style-type: none"> · 삼각형의 닮음조건은 어떤 것이 있는가? · 피타고라스의 정리를 말하여라. · 계급근이란? · 삼각형의 넓이를 구하는 식은 무엇인가? 	-출석점검 -학습목표 제시 -진시학습 복습	-학습목표를 다같이 읽는다. -지적한 학생 답변한다.	5'
전개	탐 구 과 제 실 지	<p>탈레스가 피라미드 그림자의 길이로부터 피라미드 높이를 구했다는 것은 유명한 이야기이다. 그 방법으로서 보통 설명되고 있는 것은 지면에 수직으로 막대기를 세우고 같은 시간에 피라미드 그림자의 길이와 막대기 그림자의 길이를 재서 (피라미드의 높이) : (막대기의 길이) = (피라미드 그림자의 길이) : (막대기 그림자의 길이) 라는 비례식을 사용하여 구하는 것이다. 그런데 이런 방법으로 피라미드 그림자의 길이가 잘 구해질까?</p> <p>피라미드 꼭대기로부터 내린 수선의 발은 피라미드 내부에 있으므로 그 지점에서부터 그림자 끝까지의 길이를 재야만 하지 않은가?</p> <p>그러면 그림자를 이용하여 피라미드 높이를 구하기 위해 탈레스는 어떻게 하였다고 생각하는가?</p> <p>어떤 시각의 피라미드 그림자의 끝을 A', 막대기 그림자의 끝을 A라고 한다. 잠시 후의 막대기 그림자가 막대기의 높이만큼 더 연장되었을 때, 피라미드 그림자의 끝을 B', 막대기 그림자의 끝을 B로 둔다. 이때 AB가 막대의 높이가 되므로 피라미드의 높이는 피라미드 그림자의 늘어난 길이와 같게 된다. 즉 A'B'가 높이인 것이다.</p>  <p>위의 그림에서 직각삼각형 ABC, A'B'C'은 $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\angle B$를 공통으로 가지므로 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$이다.</p>	피라미드의 높이는 삼각형A'B'C' 안에 있어야 하는 것은 아님을 주목하게 한다.	닮음의 성질을 이용하면 그림자의 길이를 알 때 건물의 높이를 셀 수 있다는 것을 이해한다.	12'

<표 3-2>

구분	학습과정	학 습 내 용	교수 - 학습활동		시 간 배 정
			교 사 활 동	학 생활 동	
전개	탐 구 과 제 실 정	<p>따라서 두 직각삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 삼각형의 크기에 관계없이 일정하다. 즉,</p> $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}, \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}, \frac{b}{a} = \frac{b'}{a'}$ <p>이다.</p> <p>일반적으로 아래 그림과 같이 $\angle A$를 한 각으로 가지는 직각삼각형 ABC에서 $\triangle ABC$의 크기에 관계없이 $\frac{b}{c}, \frac{a}{c}, \frac{a}{b}$의 값은 항상 일정하다. 이 때, $\frac{b}{c}, \frac{a}{c}, \frac{a}{b}$를 차례로 $\angle A$의 사인, $\angle A$의 코사인, $\angle A$의 탄젠트라 하고 기호로 각각 $\sin A, \cos A, \tan A$와 같이 나타낸다. 그리고 $\sin A, \cos A, \tan A$를 통틀어 $\angle A$의 삼각비라고 한다.</p> 	<p>서로 닮은 직각삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비가 일정하기 때문에, 즉 한 예각이 정해지면 비가 결정되므로 삼각비를 정의할 수 있음을 알게 한다.</p>		10'
	탐 구 과 제 실 정	<p>사인을 나타내는 기호인 \sin은 1624년 영국의 수학자 군터가 처음으로 사용하였다. \sin은 길의 커브, 땅의 움푹 들어간 곳, 꼬불꼬불한 길, 옷의 주름, 주머니, 만(灣), 가슴 등의 뜻을 가진 라틴어 \sinus에서 온 것이라 한다.</p> <p>\cosine이란 말은 $\text{complementary sine}$을 줄인 것으로 여각의 사인이란 의미를 가진다. \cosine도 역시 라틴어 cosinus에서 온 것으로, 1620년 군터가 $\text{complementum sinus}$를 합친 co.sinus를 제안하였고 1658년에 뉴턴에 의해 cosinus로 수정되었다. 그 후, \cos이란 기호는 1729년 오일러가 사용하였다.</p> <p>탄젠트는 접촉하고 있다는 의미를 가진 라틴어 tangens에서 온 것이다. 탄젠트라는 용어는 덴마크의 수학자 핑케가 만든 것으로 알려져 있다.</p> <p>군터가 독창적으로 이러한 기호를 고안한 것은 아니고 그 이전에 사용했던 기호를 개량한 것이다. 이러한 기호를 본격적으로 사용한 사람은 영국의 수학자 오프레드이나 이 기호가 널리 받아들여진 것은 19세기 중반이후로 보인다[4].</p>	<p>삼각비의 용어의 유래를 알아봄으로써, 새로운 용어에 대해 쉽게 접근할 수 있게 한다.</p>		

<표 3-3>

구분	학습과정	학습내용	교수 - 학습활동		시간배정
			교사 활동	학생활동	
전개	내용정리	삼각비의 정의 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a, b, c 라고 하면 $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{\text{높이}}{\text{빗변의 길이}}$ $\cos A = \frac{b}{c} = \frac{\text{밑변의 길이}}{\text{빗변의 길이}}$ $\tan A = \frac{a}{b} = \frac{\text{높이}}{\text{밑변의 길이}}$	어떤 각을 중심으로 하느냐에 따라 삼각비의 값이 달라진다는 것에 유의시킨다. 사인은 $\frac{\text{높이}}{\text{빗변}}$ 코사인은 $\frac{\text{밑변}}{\text{빗변}}$ 탄젠트는 $\frac{\text{밑변}}{\text{높이}}$ 라는 것을 설명해 준다.	삼각비를 이해한다.	13'
	문제인식 및 해결	예) 아래 그림의 직각삼각형에서 $\angle A, \angle B$ 의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다. $\sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3}{4}$ $\sin B = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{3}{5}, \tan B = \frac{4}{3}$ 			
	문제인식 및 해결	문제1) 다음과 같은 직각삼각형 ABC에 대하여 다음을 구하여라. 	학생들의 질문에 대답한다.	각각의 각에 따른 삼각비를 구한다. 의문 사항은 질문한다.	
정리	정리	$\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a, b, c 라고 하면 $\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \frac{a}{b}$ · 각의 크기가 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 일 때 삼각비를 알아보자.	핵심내용정리 차시예고	핵심내용을 정리한다. 차시학습 내용을 확인한다.	5'