

## 전통적 교구에 숨어있는 수의 재해석

단국대학교 수학교육과 고상숙

### Abstract

The article is to understand the meaning of numbers on the cuboctahedron which was used in the United Shilla and to find the way to apply it into our current school curriculum. We want to reinterpret the meaning of the numbers on this cuboctahedron. Also, we introduce this meaning to Symbols and Expressions in the 7th-grade math and expand it to Operations of Polynomials.

### 0. 서론

21세기 세계화를 맞이하여 인류는 인터넷 상에서 마우스를 클릭함으로써 일일 생활권이 아닌 일초 생활권에 살고 있다. 이런 현상은 기술공학의 발달로 더욱 가속화될 전망이다. 선진국이 주도하는 세계화의 물결은 편리하게 발달하는 문명의 이점을 공유하는 장점도 있지만 자칫하면 우리의 고유성을 잃기 쉬운 위험한 부분도 있다. 이런 세계화 시대에 우리나라가 생존할 수 있는 가장 좋은 전략 중의 하나는 우리 고유의 것을 찾아 세계에 알리며 그 우수성을 세계인과 공유함으로써 우리 스스로 세계화의 주인이 되는 것이라 생각한다.

통일신라시대에 사용되었던 14면체에 관한 주사위(木製酒尙具)는 그런 오랜 옛날, 우리의 선친들이 사용한 수의 의미를 생활에 이용한 지혜에 놀라움과 호기심을 자아내게 한다. 그래서 우리가 현실 속에서 또는 학교 현장에서 14면체 주사위를 통한 활동 방안을 모색하게 되었고, 우리들을 내적 구성의 과정, 즉 외부환경에 대한 능동적인 반응으로 14면체를 새로운 개념으로 정리하게 된 계기를 가져왔다.

과거의 유물은 그 시대 사람들의 가치관과 공동체 의식과 문화, 그리고 역사관과 우주관을 반영한다. 따라서 우리는 과거의 유물을 통해서 그 시대 사람들의 생활양식을 추측하고 그들의 사고관을 이해한다. 지식의 성장은 의문, 모순 등에 의해 촉진된다. 즉, 의문, 모순 등에 의해 비평형된 상태를 평형화를 시도함으로써 학습이 이루어진다. 특히 오늘날 수학 학습에서 발생적 원리가 반영되면서 현장에서 14면체를 새로운 각도로 고찰하면서 역사적

추론을 통한 수의 의미를 파악하여 아이들의 수와 친근감을 높이고, 14면체의 의미를 파악하고 현재 아이들의 사물에 대한 관점을 전환하고자 한다. 또한 인지발달은 사물에 대한 능동적이고 적극적인 사고를 통해 이루어지는데 이것들은 아이 스스로 수학교육의 대수에서 기초를 제공하는 문자와 식에 활용하여 14면체를 조작해 봄으로써 수학교육의 목적인 행하는 수학을 가능하게 하여, 장차 과학이나 다른 학문을 공부하는데 도움이 되고자 한다. 수의 의미를 바탕으로 문자와 식을 이해할 때, 우리의 합리적이고 논리적인 사고력, 기호화하고 형식화하는 능력, 단순화하고 종합화하는 능력 등이 신장되고, 인류가 오래 전부터 오늘날까지 전해 온 수학이라는 문화를 수용, 전달 할 가치가 있다는 것을 느끼게 하고자 하는 것이 본 연구가 지니는 필요성이라 할 수 있다.

그러므로 본 연구의 목적은 첫째, 동·서양의 철학에서 살펴본 수의 의미로서 주사위가 지닌 의미를 재해석하고 둘째, 14면체의 면의 모양과 면의 개수가 지닌 성질을 이용하여 문자와 식의 개념을 도입하고 이 개념을 확장시켜 다항식의 연산을 적용하고자 하였다.

## 1. 역사적 배경

### 1-1. 준14면체의 유래 - 14면 주사위 놀이(목제주령구: 木製酒令具)

목제주령구(이 주사위의 이름)라는 것은 1975년 경주 안압지를 발굴하던 중 연못 바닥의 갯벌 속에서 발견된 나무로 만든 높이 4.8cm의 작은 14개의 면에 여러 가지 벌칙을 적어놓은 주사위다. 면의 넓이가 같은 6면체의 주사위는 우리에게 많이 익숙해져있다. 주사위를 땅이나 자리 위에 던져 윗면에 나타난 점의 수효에 따라 갯수로써 이기거나 지는 내기 놀이로 주사위는 뼈나 단단한 나무 또는 옥돌 따위로 정방형 6면으로 깎아 한 면의 길이는 보통 1~1.5cm 크기이나 더 크게도 만든다. 옆 사진은 신라시대 귀족들이 이것을 술좌석에서 굴려 그 내용에 따라 유희를 즐겼던 14면으로 된 주사위 놀이기구로 경주 안압지에서 출토된 것이다.



그림 1. 목제주령구

### 1-2. 놀이 방법

여러 명이 모여 놀 때 벌칙을 주는 벌칙놀이로 주사위를 던져 나오면 내용에 따라 논다. 먼저 이 주사위의 각각의 면에 쓰여진 글자를 살펴보자.

※ 4각형인 여섯 면의 벌칙

1. 금성작무(禁聲作舞): 소리 없이 춤추기
2. 중인타비(衆人打鼻): 여러 사람이 코 때리기
3. 음진대소(飲盡大笑): 술을 다 마시고 크게 웃기
4. 삼잔일거(三盞一去): 술 세 잔 한번에 마시기
5. 유범공과(有犯空過): 덤벼드는 사람이 있어도 가만히 있기
6. 자창자음(自唱自飲): 스스로 노래 부르고 스스로 마시기

※ 6각형인 여덟 면의 벌칙

7. 곡비즉진(曲臂則盡): 팔뚝을 구부린 채 다 마시기
8. 농면공과(弄面空過): 얼굴 간질러도 꿈쩍 안기
9. 임의청가(任意請歌): 누구에게나 마음대로 노래시키기
10. 월경일곡(月鏡一曲): 월경 한 곡조 부르기
11. 공영시과(空詠時過): 시 한수 읊기
12. 양잔즉방(兩盞則放): 술 두 잔이면 쏟아버리기
13. 추물막방(醜物莫放): 더러운 물건을 버리지 않기
14. 자창괴래만(自唱怪來晚): 스스로 괴래만을 부르기

14면 주사위의 제작 과정은 다음과 같다.

1. 정육면체의 각 꼭지에서 측면 모서리 길이의 반인 삼각뿔을 잘라낸다.
2. 이웃한 다른 꼭지점도 위와 같은 방법으로 잘라낸다.
3. 나머지 삼각뿔들을 모두 잘라낸다.

## 2. 본론

### 2-1. 14면체의 비밀

#### (1) 추론적 측면에서의 14면체의 비밀

역사적 사실이나, 유적, 유물은 과거의 문화, 그 시대 사람들의 문명을 알 수 있는 중요한 사실이다. 정다면체(플라톤의 입체)와 준 정다면체(아르키메데스의 입체)는 1619년에 케플러에 의해서 완성되었다는 점인데, 신라 목제주령구는 이보다 천년이나 앞서서 그것도 실생활의 놀이 부분에서 사용되었다는 것이다. 14면체의 활용의 방향이나, 신라시대 사람들의 놀이 문화를 추정하면서 우리들은 무엇보다도 14면체의 궁극의 뜻을 간파하지 않고는 14면체의 비밀을 풀 수가 없을 것이다. 과연 선조들이 직육면체를 무슨 연유로 모서리를 잘라서 삼각형의 면과 사각형의 면을 만들어서 그들의 귀족문화에 활용했을까?

현재 우리들의 시각에서 본다면 14면체는 단순히 면이 14라든지, 삼각형의 면이 8개, 사각형의 면이 6개, 그리고 꼭지점이 12개, 모서리가 24개 정도로 표면적 시각으로 우리는 14면체를 정의 할 수 있을 것이다. 하지만 1975년에 경주 안압지를 발굴하던 중 연못 바닥의 깃벌 속에서 나무로 만든 조그마한 주사위가 발견되었다. 참나무로 만들어진 이 주사위는 정사각형 모양의 면이 6개, 사각형 모양의 면이 8개였고, 높이는 4.8cm였던 14면체는 동양의 사상적 측면과 당시 신라인의 자연에 대한 의식이나, 우주에 관한 가치관을 알지 않고서는 도저히 육면체를 잘라서 14면체를 만들었다는 것은 우연이기에 너무나도 놀라운 사실이 아닐 수 없다.

그러면 14면체의 비밀을 많은 참고문헌에 의한 추론적 측면에서 살펴보고자 한다. 이제부터는 동·서양의 철학 속에 숨은 숫자의 의미를 살펴보면서 14면체의 숨은 수수께끼를 하나 하나 풀어보자.

정다면체에서 숫자의 시작은 3을 기본으로 해서 4, 5, 12, 14, 20, 24 등으로 응용되었다는 것이다. 그러면 14면체의 단면인 삼각형 즉, 숫자 3에 대해 살펴보자.

- ① 3은 시간적 의미를 지닌다. 즉, 과거, 현재, 미래
- ② 인간은 물체의 세 가지 상태(고체, 액체, 기체 즉, 세상)와 피조물의 세 가지 집단(광물, 식물, 동물)등을 의미한다.
- ③ 태양은 아침, 정오, 저녁에 각각 다른 모습을 갖는다고 여겼다.
- ④ 일체의 삶은 생성과 존재와 소멸로 표상 될 수 있는 시작과 중간 그리고 끝이라는 세 국면으로 진행되며, 완전한 전체는 정립과 반정립 그리고 종합으로 이루어진다. 그리고 색채의 혼합은 삼원색인 빨강, 파랑, 노랑에서 비롯한다.
- ⑤ 3은 완성수를 의미한다. 1의 절대적 수에서 2의 분립의 수에서 3에서는 완성을 의미하기도 한다.
- ⑥ 3이라는 수가 갖는 또 다른 측면은 최초로 기하학 도형을 형성한다는 것이다. 세 점은 삼각형을 에워싸고, 세 변은 첫 번째 기하학 도형인 삼각형의 형태를 만든다.
- ⑦ 피타고라스는 삼각형을 우주적 의미에서 생성의 시작이라고 풀이했다. 왜냐하면 삼각형

에서 비로소 사각형이나 육각성형 같은 기하학 도형들이 생겨나기 때문이다. 그런 이유에서 삼각형은 부적으로 쓰이기도 했다[3, p. 67].

- ⑧ 3은 완전무결, 하나도 흠이 없는 수이다. 그 이유는  $1+2=3$ , 즉, 3은 1과 2를 통합하는 수이기 때문이라는 것이다.(정(正, 1)·반(反, 2)·합(合, 3)의 변증법사상), 또 인간은 '마음·영혼·육체'의 3가지로 되어 있고 신의 세계·인간의 세계·죽음의 세계로 된 3계(三界)[1, p. 27]를 상징한다고 볼 수 있다. 따라서, 3은 포용의 종합, 환전성의 의미를 지니고 있다고 볼 수 있다. 시간적의미로 주로 사용되어 졌다.

그리고 14면체의 단면의 하나인 정사각형이 있다. 정사각형의 도형의 의미는 공간적 의미를 지니고 있거나, 육지 또는 흙을 의미한다. 구체적으로 4의 의미를 살펴보면 다음과 같다.

- ① "4는 세상에서 최초로 인식된 질서와 불가분의 관계를 갖는다. 4는 다양한 질서를 부여한다.
- ② 4는 네 개의 방위 즉, 동서남북을 의미하는 공간적 개념이다.
- ③ 피타고라스 학파는 4에 가장 큰 관심을 보였다. 그들은 4를 이상적인 수로 보았다. 그들은 지구의 모양을 정방형이라고 생각했다. 그리고 중세의 철학자들은 여러 현상들의 다양성에 질서를 부여하는 4대 기본 원소인 물, 불, 흙, 공기로부터 인간 정신력의 다채로운 세계를 형성하는 네 가지 기질(다혈질, 담즙질, 점액질, 우울질)에 이르기까지 4의 수에 바탕을 둔 수많은 체계를 발견했다.
- ④ 10세기경에 활동했던 「바스라의 청정한 형제들」은 신은 자연의 피조물이나 기본 질서를 대부분 네 갈래로 창조했다. 이에 대한 예로 우선 더위와 추위, 건조함과 습함이라는 네 가지 특성 외에도 자연을 구성하는 4대 기본 요소를 들 수 있다. 계절(봄, 여름, 가을, 겨울), 방위(동, 서, 남, 북)와 광물, 식물, 동물, 인간의 단계는 이러한 4라는 수의 질서와 관계된다.
- ⑤ 고대 중국에서는 귀신의 저주를 피하기 위해 부적을 만들었는데 네 방향으로 부적을 만들고 다섯째 방위는 중앙으로 여겼다.”[3, pp. 93-110]

이렇게 4는 완전무결한 수 또는, 공간적 개념을 가지고 있을 수 있다. 한국에서는 옛부터 땅을 위해 지내는 제단은 네모나게 만들었고 하늘을 위해 지내는 제단은 둥글게 만들었던 것을 보아 4는 땅, 육지, 흙, 등으로 의미를 부여했을 수 있다.

또한, 다음을 관찰하자.

|    |      |      |      |      |      |      |
|----|------|------|------|------|------|------|
| 1  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| 성부 | → 성자 | → 성신 | → 인간 | → 동물 | → 식물 | → 광물 |
| 7  | 6    | 5    | 4    | 3    | 2    | 1    |

여기서 4의 위치에 해당하는 인간을 중심으로 신의 세계는 물질세계로 차원이 틀린 세계로 전환하는 새로운 세계의 중심이 되고 있다. 모든 물질의 구조는 4단 구조 즉 사위기대(四位基臺)라는 형틀을 가지고 구성되고 발전되고 있다고 볼 수 있다.

이상에서 우리는 14면체의 단면을 보았을 때 나타나는 면인 삼각형의 3과 사각형의 4에 대해 대략적으로 알아보았다. 물론 이보다 더 많은 의미와 다른 뜻을 가진 이야기가 있을 것이라 생각한다. 여기서 우리는 중요한 사실을 하나 발견하게 된다. 그것은 사각형을 주의 깊게 살펴보아야 한다.

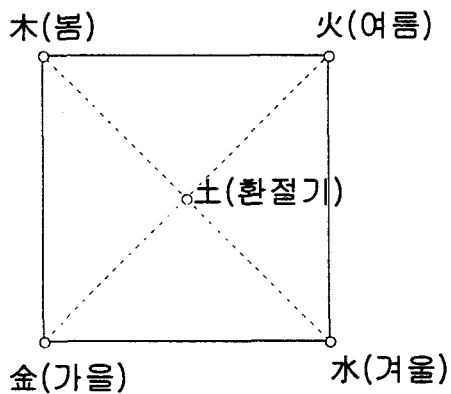


그림2: 동양적 의미

그림 2에서 우리는 14면체의 비밀을 한 가지 알 수 있다. 그것은 사각형에 있는 꼭지점과 중앙의 점이다. 즉, 그것은 다섯 개의 점으로 되어 있다는 사실이다. 다섯이라는 의미는 동양에서 많은 뜻을 포함하기도 하겠지만 그 대표적인 뜻으로 여기서는 목(木), 화(火), 토(土), 금(金), 수(水)의 오행(五行)을 의미한다고 볼 수 있다. 즉, 토를 중심으로 목, 화, 금, 수가 포진하고 있는 형상인 것이다.

다시 말해서 당시 신라인들에게는 14면체에는 우주의 5가지 성질이 담겨 있다고 여겼다. 그렇다면 여기서 우리는 5가 갖는 수리적 의미를 살펴보아야 할 것이다.

- ① “마방진 중에서 가장 애용된 것은 5를 가운데 놓고 만든 것이다.
- ② 사실 그 기원은 고대 중국이었다. 중국인들은 오각성형을 토성, 수성, 화성, 금성, 목성과 결합시키고, 여기에 방위, 계절, 음향, 신체의 각 부분, 기호, 동물, 색을 부여했다. 그들은 인간의 모든 삶은 5의 수에 입각해 있다고 생각했다. 우선 다섯 영산이 있고, 다섯 종류의 곡식이 있다. 귀족에도 다섯 등급이 있고, 다섯 가지 인간관계(군신, 부자, 부부, 노소, 친구)가 있다. 또한 다섯 가지 덕, 다섯 종류의 재산, 다섯 가지 도덕적 품성, 다섯 권의 고전(오경)뿐 아니라 다섯 종류의 주요한 무기와 형벌도 있다. 그리고 중국의 전통적 음계는 다섯 음으로 구성되어 있다.
- ③ 플루타르크에 따르면, 태양의 신 헬리오스는 부정을 저지른 레아에게 저주를 내렸다. 그 저주의 내용인즉 레아는 헬리오스가 지배하는 낮 시간과 달의 신이 지배하는 밤 시간에는 부정의 결과로 생긴 아이를 낳을 수 없다는 것이다. 그런데 꽤 많은 헤르메스가 그녀를 도왔다. 헤르메스는 달의 신과 내기를 한 다음 매일매일 하루의 72분의 1씩을 받기로 했다. 이렇게 해서 일년 360일을 합하니 5일이었다. 이 5일은 태양과 달의 지배를 받지

않기 때문에 헬리오스의 저주를 피할 수 있었다. 아주 오래 전 옛날에는 1주가 5일이었을 것으로 추정되고 있다.

- ④ 오감(五感)이라는 것도 분명 자연인의 수 5와 관계되는 것이다.
- ⑤ 5의 수는 지혜를 담은 경전이나 말씀에서도 발견된다. 불가에서는 세속에 있는 신자들이 지켜야 할 다섯 가지 계(戒)를 가르치고 있으며, 아리스토텔레스는 다섯 가지 덕을 주장했다. 그리고 복음서가 씌어지기 이전의 모세오경도 이러한 예에 속한다. 페르시아의 장편 서사시들은 5행 연속 시구로 씌어진 것이 많다.
- ⑥ 인간은 다섯 개의 손가락을 가지고 있다. 그런 까닭에 다섯 손가락을 가진 손 모양은 이슬람세계에서 종종 부적으로 이용된다. 이슬람교인들은 여기에 마호메트의 막내딸 이름을 붙여 [파티마의 손] 이라고 부른다.
- ⑦ 두손(5×2)10수는 과거와 현재와 미래를 주관하는 힘의 상징이다.
- ⑧ 중세인들의 사고에 따르면 인간은 4대 기본 원소로 이루어져있다. 따라서 성스러운 수 5에 도달하기 위해서는 드러나지 않은 비밀의 원소인 제 5의 에센스를 더해야 했다. 제 5의 에센스는 생명의 근간을 이루는 원소라고 할 수 있다. 그렇기 때문에 제 5의 에센스를 만들어 내는 것은 중세 연금술사들의 목표였다.
- ⑨ 남성의 수 3과 여성의 수 2가 결합된 5는 남성적인 것과 여성적인 것의 통일을 표현하는 것으로 사랑의 수, 또는 혼인의 수이기도 하다.
- ⑩ soter(구세주)나 pater(아버지)라는 말은 모두 다섯 글자를 가지며, 예수는 빵 다섯 조각으로 5,000명이나 되는 사람을 먹였고, 십자가는 다섯 개의 중심점을 가진다. 그러므로 인간의 다섯 손가락이나 오감은 하느님의 활동을 나타내는 것이다.
- ⑪ 이슬람교와 5가 관계하는 방식은 매우 특이하다. 이슬람교인들은 신앙의 다섯 자주(신앙 고백, 기도의 의무, 라마단 기간 중의 단식, 자선, 메카로의 순례 여행)를 지켜야 한다. 기도는 반드시 하루에 다섯 번 행해야 하며, 약탈한 전리품은 다섯 등분한다. 이슬람법은 다섯 범주로 나누어져 있다. 또한 우리는 이미 마호메트 가족의 이름을 써서 부적적으로 사용하는 [다섯 성인] 을 언급한 바 있다. 시아파의 [청정한 형제들] 은 이미 10세기경에 이슬람교가 5에 토대를 두고 있다는 사실을 밝혀냈다. 계율을 전한 예언자(노아, 아브라함, 모세, 예수, 마호메트)는 오직 다섯 명이고, 코란의 앞머리에는 다섯 자가 넘는 단어가 나오지 않는다.[3, p. 113-125]

이렇게 5는 생명과 사랑의 수로 대표 지을 수 있다. 여기서 그림 5에서 가운데 있는 점의 위치는 사랑의 표시체나 오행에서 토(土)라 볼 수 있다. 토는 모든 성질을 포용하고, 받아주는 힘을 가지고 있다. 계절적으로 木=봄, 火=여름, 土=환절기, 金=가을, 水=겨울에 해당하기 때문에 가운데 포진했지 않을까 한다.

전통적 교구에 숨어있는 수의 재해석

여기서 우리는 14면체의 근골은 오행의 이치를 표현한 것이라 여겨진다. 다음 그림을 살펴봄으로써 확신을 더해갈 것이다. 아래의 그림은 14면체의 단면을 그린 것이다.

위 그림은 두 가지의 성질을 가지고 있다. 그림 5는 오행이 정지해 있는 모습을 가지고 있고, 그림 5는 오행이 동적으로 활동하고 있는 모습을 연상하게 해 준다.

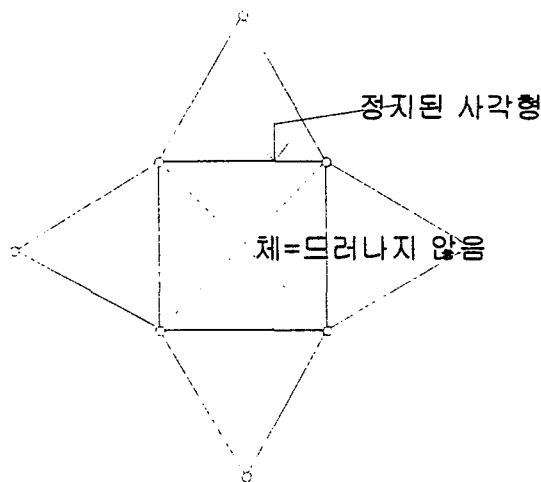


그림 3: 정적 사각형

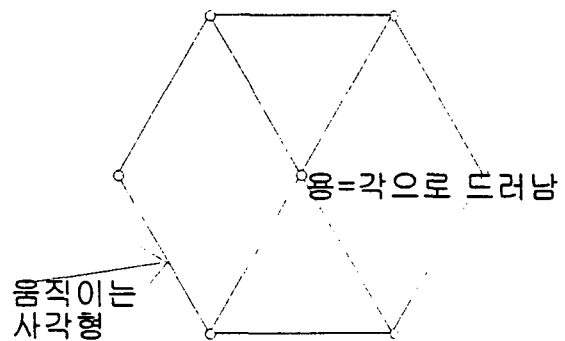


그림 4: 동적 사각형

그림 5에서는 토(土)가 드러나지 않은 상태로 이기론에서 休에 해당한다. 그리고 정사각형이 평면적으로 안정한 상태에서 놓여 있다고 볼 수 있다. 그림 5에서는 토(土)가 하나의 꼭지점으로 드러나, 休에서 이기론의 용으로 돌출 되었다고 볼 수 있으며, 각을 형성하고 있는 모습인 것이다. 사각형 또한 □모양에서 그 각을 달리한 ◇모양으로 활동하고 있는 상태로 나타나고 있다. +와 x의 의미와 일맥 상통하다. 즉 x는 +의 배의 의미, +보다 활동적 의미를 내포하고 있음을 우리는 짐작 할 수 있다.

다음은 14면체의 전체적 모습을 보면서 좀더 14면체에 숨어 있는 수리적 의미를 살펴보자. 우리는 그림 5에서 재미있는 사실을 발견하게 된다. 그것은 점이 12개, 면 14개, 모서리는 24개가 있음을 알 수 있다. 그래서 우리는 12와 14 그리고 24가 갖는 수리적 의미를 파악해 보고자 한다.

12의 의미는 다음과 같다.

- ① “오늘날 천문학에도 전해진 불을 상징하는 세 자리(백양, 사자, 사냥꾼), 물을 상징하는 세 자리(계, 전갈,

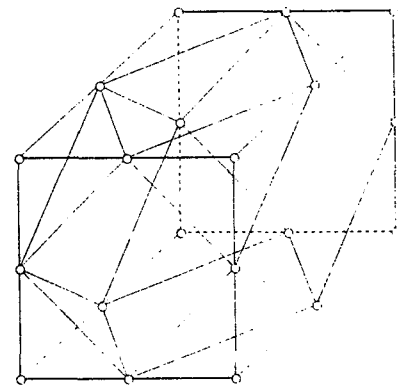


그림 5: 수리적 의미



물고기), 공기를 상징하는 세 별자리(쌍둥이, 천칭, 물병), 그리고 흙을 상징하는 세 별자리(황소, 처녀, 산양)로 나누었다.

- ② 12의 수가 작용하는 영역은 대단히 광범위 하다. 12는 3과 4의 곱이므로 우주를 나타내는 수이며, 역시 대단히 중요한 5와 7의 합이기도 하다.
- ③ 황도 십이궁은 수많은 신화와 설화 그리고 동화에 영향을 주었을 것으로 추정된다. 신과 영웅 그리고 중요한 인물들은 12명씩 나오는 경우가 흔하다.
- ④ 12는 지중해와 근동 지역에서 매우 중요한 완성의 수로 취급되었다.”[3, pp. 194-195]

이렇게 12는 무한수의 기수(基數)로 쓰였으며, 사방성을 가진 의미를 가지고 있다. 3과 4의 곱의 결과인 12는 하늘과 땅의 조화를 의미하는 수로 우주를 상징하는 대표적인 수이기도 하다.

다음은 14의 의미이다.

- ① “14는 중요한 ‘달의 수’에 속한다. 왜냐하면 신월이 만월이 되기까지는 14일이 걸리기 때문이다.
- ② 14는 달의 주기 및 아랍 알파벳의 수인 28의 절반이라는 의미에서만 중요한 것은 아니다. 14는 손의 열네 부분 그리고 척추의 상부와 하부를 구성하는 각각 14개의 척추골과도 관계 있다. 아랍 알파벳은 이른바 태양과 관계하는 철자 14개와 달과 관계하는 철자 14개, 즉 점이 찍혀있는 철자들과 점이 찍혀 있지 않은 철자들로 나누어진다.
- ③ 14와 관련된 이러한 생각이 예언자 마호메트와 연결되지 않는다면 오히려 이상한 일일 것이다. 실제로 마호메트는 질혹 같은 어둠 속에서도 보름달과 같이 밝은 빛으로 세상을 비추는 존재라는 해석이 가능해진다. 이러한 전통 속에서 14는 아름다움과 멜래야 뿔 수 없는 관계가 된다. 아름다운 연인의 이상적인 나이는 바로 열네 살 이었다. 흠잡을 데 없이 순수하고 깨끗한 소년의 얼굴은 보름달과 비교되곤 했다.”[3, pp. 210-212]
- ④ 한글의 자음은 1개로 형성되어 있다. 즉 한 인간이 완성되는 단계를 14로 정의하기도 한다.

다음으로 24의 의미를 살펴보자.

- ① “24는 전체성을 나타내는 수이다. 이 수는 낮과 밤의 24시간과 관계된다.
- ② 24는  $2 \times 12$ , 즉 하늘(12)과 땅(2)의 위대한 조화를 의미하는 수로 설명되기도 한다. 피타고라스 학파는 24가 만유를 포괄하는 수라고 보았다. 그리스어 알파벳의 철자는 24이다.”[3, p. 237]

- ③ 한국의 계절은 24절기로 나누었다. 여기서 우리는 우연의 일치점 즉 14면체의 모서리수인 24와 당시 별칙으로 정해진 14가지 별칙에서 숫자적 일치를 찾을 수 있다. 그것은 4각형에는 별칙이 6가지 즉,  $4 \times 6 = 24$ 와 삼각형의 별칙 8가지 즉,  $3 \times 8 = 24$ 와는 어떤 관계가 있지 않을까 하는 추측을 하게 된다.

이렇게 14면체에 나타나는 점과 선, 그리고 면의 수를 통해 14면체가 갖는 의미는 다음과 같이 통합할 수 있다.

플라톤은 정육면체를 흙으로 보았고, 정사면체를 불로 보았다. 그것은 정육면체의 단면인 정사각형은 사방수, 즉 4를 의미하는 공간적 개념이므로 흙으로 보는 것이 당연하고, 정사면체의 단면은 정삼각형 즉, 3으로서 그것은 시간적 의미이다. 다시 말해서 시간적 의미는 절대자와 하나가 되고자 하는 수이기도 하다. 예를 들면 태백산의 천제단의 높이는 3m인 것으로 보아 절대자와 인연의 맺줄을 맺고자 하는 의미로 3을 많이 적용해 왔던 것이 사실이다. 서양의 기독교 사상에서 인류를 창조케 하는 것은 태초의 불덩어리로 보았다. 사람에게 있어서 정자와도 같은 의미를 가지고 있다. 즉, 불은 인류를 창조하고자 하는 정보가 숨어 있는 성질이기도 한다. 따라서 3은 불을 상징하고 불은 정보의 매체요 정보의 매체는 절대자로 통하게 된다고 볼 수 있다.

## (2) 14면체의 역사적 의미

마지막으로 본인이 이러한 성질을 통합해서 당시 안압지에서 군신이 연회를 열면서 가지고 놀았던 14면체의 역사적 의미를 살펴보자.

- ① 14면체는 공간적 개념 즉, 흙(땅)에 살고 있는 인간이 절대자와 하나가 되어 근원으로 돌아가고자 하는 의미를 담고 있다.  $4+3=7$ 로 불교에서 7은 사람이 죽어 하늘로 가는 기간의 시발점으로  $7 \times 7 = 49$ 로, 보통 사람이 죽으면 49재를 지내는 연유도 여기에 있다고 볼 수 있다.
- ② 동양적 관점에서 14면체는 오행(木, 火, 土, 金, 水)을 14면체에 담고자 했을 수 있다. 토를 기점으로 좌상단에 목, 우상단에 화, 좌하단에 금, 우하단에 수를 배치하여 오행이 돌고 도는 이치를 놀이를 통해 재현 하고자 했던 것이다. 앞서 설명했지만 오행이 정적으로 정지해 있는 상태에서, 동적으로 움직이는 상태를 14면체에 담아 보고자 했을 것으로 추정된다.
- ③ 안압지는 문무왕 당시에 만들어 졌지만 당시에는 당과 치열한 접전을 벌이고 있는 시대적 상황이었고, 안압지는 고구려와 백제, 신라인이 함께 만들었던 곳이다. 안압지의 성격이 문무왕이 당을 물리치고자 하는 통일에 대한 강한 의지가 담겨있는 곳으로, 문무왕 이후 연회를 열면서 쓰던 14면체 또한 선왕의 통일에 염원을 상속받고 발전하고자 하는

의미가 담겨 있다.

- ④ 별칙은 사각형의 면과 삼각형의 면 각각에 적혀 있는데, 사각형에 적힌 별칙의 내용을 자세히 살펴보면 자기 자신을 참고, 견디는 의미를 가지고 있다. 즉, 4는 땅수로 육신세계의 수로서 응축의 의미를 가지고 있으며, 陰의 기운을 내포한다. 바로 이기론에서의 休에 해당한다고 볼 수 있고, 삼각형에 적힌 내용은 훨훨 떨어버리거나, 풍유를 즐기는 느낌이 강하다. 즉, 3는 하늘수, 영적인 수이면서 확산의 의미를 가지고 있으며, 陽의 기운이 감돌고 있다. 즉, 이기론에서 用에 해당한다고 볼 수 있다. 따라서 이러한 놀이를 통해서 응축과 확산, 陽과 陰, 육신세계와 영계, 休와 用의 조화를 통해서 천지공사를 폐하고 내부적 단합과 국운의 흥망성쇠를 조절하고자 하는 의미를 담고 있다고 볼 수 있다.
- ⑤ 전체적으로 살펴보면 안압지에는 신선이 살고 있다는 전설의 3개의 산인 영주산, 봉래산, 당장산이 있으며, 중국의 양왕이 선녀와 유희를 즐겼던 무산 12봉을 상징하는 12개의 봉우리가 있으며, 왕과 신하가 연회를 열었던 누각과 안압지에는 입수구에서 5단계를 거쳐 흘러 내려가는 물이 있다. 이들이 상징하는 의미는 다음과 같다. 산은 본시 아버지를 상징하면서, 3개의 신선의 산은 기독교에서의 3천사, 삼위신의 의미와 동양에서는 삼신할머니를 의미하고, 물은 어머니를 상징하는 매개체로 의미를 부여 할 수 있고, 12개의 봉우리는 완성한 12자식을 의미한다. 그리고 누각이라는 것은 아버지와 어머니, 그리고 자식이 함께 삶을 영위하는 집을 의미한다고 볼 수 있다. 또한 물의 흐름은 우주가 돌아가는 이치를 의미하는 것으로 소박한 가정적 기준과 그 기준을 넘어 우주 전체를 표현하고, 우주의 이치대로 살고자 하는 뜻이 담겨 있는 곳이 안압지이다. 기러기 안과 오리 안에 연못지, 하늘로 날 수 있는 기러기와 날지 못하는 오리의 조화 역시 하늘과 땅을 상징하는 것으로 우리 선조들은 안압지를 통해서 외침을 막고, 자연적 내적 질서와 외적 질서를 준수하며 살고자 바랬던 것이다. 그래서 확률적, 주술적 상징물인 주사위를 통해서 그곳에서 군신일체와 국운을 조절하고자 하는 문화가 문명화되었다고 여겨진다.

우리가 생각하는 14면체 주사위가 다면체로서의 갖는 의미는 그냥 육면체를 깎아서 만들었다거나 팔면체를 깎아서 만들었다는 단순한 의미의 준정다면체라는 것은 아니다.

아르키메데스가 13가지의 준정다면체를 발견했다고 기원전 1세기에 헤론은 전하고 있다. 허나 자신의 비명에 도형의 아름다운 비율의 모양을 새겨 달라고 할 만큼 숫자의 아름다운 조화를 생각했던 아르키메데스는 준정다면체를 발견하면서 지금까지 우리가 살펴 본 것과 같은 의미를 부여했을까? 나중에 준정다면체의 모습은 1619년에 케플러에 의해서 재발견되었다.

이것보다 1000년이 앞서서 이 준정다면체를 이용하여 놀이에 이용한 신라인들의 생각은 상당히 놀랍다. 여기에 우리는 가치를 부여하려 한다. 지금까지 우리가 살펴보았던 생각은 뚜렷한 역사적 근거가 없는 사실이지만 우리는 14면체에 이러한 의미를 부여하여 우리들의 사고가 확장되고, 그로 인해 선조들의 숨어 있는 사상을 작게나마 이해할 수 있음을 큰 가

치로 삼고자 한다.

앞으로 더욱더 14면체에 대한 연구가 보다 진행되어서 14면체의 숨겨진 비밀과 오늘날 그것을 100분 활용 할 수 있는 기회가 되기를 기대한다.

## 2-2. 문자와 식에서 14면체 주사위의 활용방안

### (1) 문자와 식에서의 활용의 동기와 목표

수학에서 문자의 사용은 수학적인 문장을 간결하게 표현하고 의사소통을 원활히 할 수 있게 해줄 뿐 아니라 문자에 상징성을 부여하여 의미 있는 내용 표현을 가능하게 해 준다. 따라서 수학에서 문자를 사용하는 식의 취급은 대수의 기초로 대단히 중요하다. 그러나 학생들은 처음 문자를 다루게 되면서 수학이 싫어지고 수식을 보면 머리가 복잡해지는 등의 문자에 대한 심한 거부감을 갖고 있다. 이는 본격적으로 문자식을 배우는 단계인 중학교 1학년 '문자와 식' 단원에서 문자를 이용한 식의 표현이나 문자식의 계산 내용을 정확히 이해하지 못한 결과에서 비롯한다 하겠다. 이에 놀이를 통해 학생들의 흥미를 유발하고 문자에 대한 딱딱함과 거부감을 극복하고자 다음과 같이 14면체 주사위를 활용하여 '문자와 식'을 지도해 보고자 한다. 우선 14면체 주사위가 사각형과 삼각형으로 이루어 졌다는 특징을 이용하여 문자  $x$ 를 포함한 간단한 문자식을 표현해 본다. 두 번째로 두 개의 14면체 주사위를 이용하여 두 개의 문자와  $y$ 를 포함한 문자식을 표현해 본다. 마지막으로 연산 곱이 주어진 두 개의 14면체 주사위를 이용하여  $x$ 의 거듭제곱의 문자식 표현으로 확장한다.

### (2) 간단한 문자와 식 계산

14면체가 사각형과 삼각형으로 이루어졌다는 특징을 이용하여  $x$ 를 포함한 간단한 문자와 식을 지도하고자 한다. 여기에서는 사각형을 문자로, 삼각형을 상수로 간주하고 각각의 도형을 나열해 봄으로써 이를 시각적으로 이해하고 계산하여 간단히 문자와 식으로 표현할 수 있도록 한다.

1) 준비물 : 14면체 주사위 2개, 칠판, 분필

2) 학습형태 : 조별협력학습

3) 구성원 : 교사, A조, B조

4) 교구제작 및 게임진행 방법

교사는 삼각형과 사각형으로 이루어진 14면체 주사위를 준비한다. 던져야할 횟수를 말하면 A조, B조별로 각각 던져 사각형이 나오면  $x$ 로 삼각형이 나오면 상수로 간주한다.

5) 규칙

· 교사가 주사위를 몇 번 던져야 할 지 결정하여 말해준다.

- 교사가 제시한 던져야 할 횟수가 될 때까지 학생들은 돌아가며 한번씩 14면체 주사위를 던진다.
- 던져서 나온 삼각형 또는 사각형을 조별로 각각 나열한다.
- 나열된 결과를 보고  $x$ 와 상수로 이루어진 문자식으로 표현한다. 이때, 주사위를 던져서 사각형이 나오면  $x$ 라 하고 삼각형이 나오면 상수 1로 간주하기로 한다.

#### 6) 지도 상 주안점

문자식 계산에서  $2x+5$ 를 무리하게 간단히 하여  $7x$ 로 답하는 오류를 많이 범한다는 사실을 염두에 두고  $x$ 인  $\square$ 와 상수 1인  $\triangle$ 이 서로 다른 수를 나타내므로 같이 더할 수 없는 속성을 이해시킨다. 여기에서 교사는 덧셈에 대한 교환법칙이 성립함을 결과를 통해 언급해준다. 교사는 본 게임의 학습형태가 조별 협동 수업이라는 것을 학생들에게 인지시킨다.

#### 7) 게임예시

① 교사 : 주사위를 3번 던져서 나온 결과를 문자로 표시해 보세요.

학생들은 돌아가며 3번까지 던지고 조별로 나온 결과를 나열한다.

A조 :  $\square$ ,  $\triangle$ ,  $\triangle$ 의 결과를 얻었다.  $\square$ 을  $x$ ,  $\triangle$ 를 1로 간주하므로  $x$ 가 하나이고 1이 두 개가 되어 이를 식으로 나타내면  $x+2$  또는  $2+x$ 라 표현할 수 있다.

B조 :  $\triangle$ ,  $\square$ ,  $\triangle$ 의 결과를 얻었다. 역시  $x$ 가 하나이고 1이 두 개임을 알 수 있다. 이를 식으로 나타내면 순서에 상관없이  $x+2$  또는  $2+x$ 로 표현됨을 알 수 있다.

② 교사 : 주사위를 5번 던져서 나온 결과를 문자식으로 표현해 보시오.

앞에서와 마찬가지로 학생들은 돌아가며 주사위를 5번 던지고 나온 결과를 나열해 본다.

A조 :  $\square$ ,  $\square$ ,  $\triangle$ ,  $\triangle$ ,  $\square$ 의 결과를 얻었다.  $x$ 가 세 개이고 1이 두 개이므로 문자식으로 나타내면  $3x+2$  또는  $2+3x$ 로 표현할 수 있다.

B조 :  $\square$ ,  $\triangle$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ 의 결과를 얻었다.  $x$ 가 네 개이고 1이 하나이므로 문자식으로 나타내면  $4x+1$  또는  $1+4x$ 로 표현할 수 있다.

#### (3) 다른 문자의 다항식의 곱셈

두 개의 각각의 주사위에 서로 다른 문자를 써놓고, 각각 두 개의 주사위로 2번에서 사용했던 방식을 이용해서 두 다항식을 곱하는 학습하게 된다.

- 1) 준비물 : 14면체 주사위 2개, 종이
- 2) 학습형태 : 조별 협동수업
- 3) 구성원 : 교사, 5명으로 이루어진 조
- 4) 교구제작 및 게임진행 방법

## 전통적 교구에 숨어있는 수의 재해석

두 개의 14면체 주사위를 준비한 후 한 주사위에는 빨간색을 칠해놓고, 또 다른 한 개의 주사위에는 파란색을 칠한다.

빨간색 주사위에는 미지수  $x$ 를 쓴다. 미지수  $x$ 는 주사위 표면에 빨간색이 칠해져 있는 14면체 주사위의 6개의 면을 차지하는 사각형 모양에 써준다. 이때 미지수  $x$ 는 사각형 모양에 똑같이 써준다. 그리고 14면체 주사위의 8개의 면을 차지하는 삼각형 모양에는 교사 나름의 여러 가지 숫자를 써준다. 양수든, 음수든, 0이든 상관없다.

또 다른 파란색 주사위에는 미지수  $y$ 를 쓴다. 미지수  $y$ 는 주사위 표면에 파란색이 칠해져 있는 14면체 주사위의 6개의 면을 차지하는 사각형 모양에 써준다. 빨간색 주사위와 마찬가지로 미지수  $y$ 는 사각형 모양에 똑같이 써준다. 그리고 14면체 주사위의 8개의 면을 차지하는 삼각형 모양에는 교사 나름의 여러 가지 숫자를 써준다. 이때 파란색 주사위의 숫자는 빨간색 주사위의 숫자와는 되도록 중복되지 않도록 써주는 것이 좋다. 숫자는 빨간색 주사위와 마찬가지로 정수이면 어떤 수도 좋다.

교사는 조별로 두 개의 주사위가 각각 돌아갈 수 있도록 충분히 준비를 해둔다.

학생들은 교사에게서 빨간색과 파란색이 칠해져 있는 두 개의 주사위를 받아서 조원들 나름대로 규칙을 정해서 주사위를 던질 수 있도록 한다. 조별로 운영이 되기 때문에 학생들이 서로 협동적으로 운영이 될 수 있도록 한다.

학생들은 2 번에서 활동했던 문자와 식을 제대로 표현해 낼 수 있어야 한다. 2번에서 표현해봤던 문자와 식을 두 개의 다항식으로 표현해서 나온 두 개의 다항식을 곱해서 좀 더 확장된 미지수가 2개인 다항식까지 표현해 본다.

### 5) 규칙

- 주사위를 몇 회 던질 것인지는 조별로 정할 수 있도록 한다.
- 빨간색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 덧셈만 하도록 한다.
- 파란색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 뺄셈만 하도록 한다.
- 빨간색의 주사위에서 나온 다항식과 파란색의 주사위에서 나온 다항식은 서로 곱셈만 하도록 한다.

### 6) 지도 상 주안점:

교사는 학생들이 분배법칙을 잘 알고 있는지 확인을 할 수 있도록 한다. 그리고 학생들에게 규칙을 자세하게 설명을 해 주도록 한다.

본 활동은 학생들이 조별로 협동수업을 하는 것이기 때문에 학생들이 협동수업을 잘 이끌어 갈 수 있도록 교사의 안내가 필요하다. 그리고 학생들이 (2)번에서 행한 문자와 식 표현이 잘 되어 있는지도 확인을 하도록 한다.

본 활동에서는 문자와 식을 표현하는 것이 중요하기 때문에 문자와 식을 표현하는 것에 주안을 두도록 한다.

교사는 학생들이 교사가 정해놓은 규칙에 충실하도록 한다.

#### 7) 게임예시

본 활동을 구체적으로 행한 예시를 들어보도록 한다.

이 조에서는 빨간색 주사위는 4번 굴리도록 하고, 파란색 주사위는 3번 굴리도록 규칙을 정했다 (빨간색 주사위는 규칙에서와 같이 미지수는 미지수끼리 상수는 상수끼리 덧셈만 한다). 교사는 이 조의 빨간색 주사위에 상수를 3, -2, -9, 5, -10, 12, -7, 11을 써놓았다.

미지수  $x x x x \rightarrow 4x$

상수 3 -2, -9 12  $\rightarrow 4$

결과  $4x+4$

파란색 주사위(파란색 주사위는 규칙에서와 같이 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 뺄셈만 하도록 한다. 교사는 이 조의 파란색 주사위에 상수를 -5, -10, 2, 8, -13, -16, 1, 6을 써놓았다.)

미지수  $y y y \rightarrow -y$

상수 -6 -13 6  $\rightarrow -9$

결과  $-y-9$

빨간색 주사위와 파란색 주사위의 결과인 두 다항식을 서로 곱하면 다음과 같이 나온다.

$$(4x+4) \times (-y-9) = 4xy - 36x - 4y - 36$$

#### (4) 같은 문자의 다항식의 곱셈

두 개의 각각의 주사위에 서로 같은 문자를 써놓고, 각각 두 개의 주사위로 ①번에서 사용했던 방식을 이용해서 두 다항식을 곱하는 학습하게 된다.

- 1) 준비물 : 14면체 주사 2개, 종이
- 2) 학습형태 : 조별 협동수업
- 3) 구성원 : 교사, 5명으로 이루어진 조
- 4) 교구제작 및 게임진행방법

위의 3의 경우와 같이 두 개의 14면체 주사위를 준비한 후 한 주사위에는 빨간색을 칠해 놓고 또 다른 한 개의 주사위에는 파란색을 칠한다.

## 전통적 교구에 숨어있는 수의 재해석

빨간색 주사위와 파란색 주사위 각각에 같은 문자 $x$ 를 쓴다. 미지수  $x$ 는 빨간색 주사위와 파란색 주사위 각각에 14면체 주사위의 6개의 면을 차지하는 사각형 모양에 써준다. 이때 미지수  $x$ 는 사각형 모양에 똑같이 써준다. 그리고 14면체 주사위의 8개의 면을 차지하는 삼각형 모양에는 교사 나름의 여러 가지 숫자를 써준다. 양수든, 음수든, 0이든 상관없다. 이때 빨간색 주사위와 파란색 주사위에 써지는 상수는 각각 다르게 쓸수록 좋다.

교사는 조별로 두 개의 주사위가 각각 돌아갈 수 있도록 충분히 준비를 해둔다.

학생들은 교사에게서 빨간색과 파란색이 칠해져있는 두 개의 주사위를 받아서 조 인원 나름대로 규칙을 정해서 주사위를 던질 수 있도록 한다. 조별로 협동수업으로 운영이 되기 때문에 학생들이 서로 협동적으로 운영이 될 수 있도록 한다.

학생들이 2에서 활동했던 문자와 식을 제대로 표현해 낼 수 있어야 한다. 2번에서 표현해왔던 문자와 식을 두 개의 다항식으로 표현해서 두 개의 다항식을 곱해서 좀 더 확장된 같은 문자의 미지수가 거듭제곱 꼴로 나오는 다항식까지 표현해 본다.

### 5) 규칙

- 주사위를 몇 회 던질 것인지는 조별로 정할 수 있도록 한다.
- 빨간색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 덧셈만 하도록 한다.
- 파란색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 뺄셈만 하도록 한다.
- 빨간색의 주사위에서 나온 다항식과 파란색의 주사위에서 나온 다항식은 서로 곱셈만 하도록 한다.

### 6) 지도 상 주안점

교사는 학생들이 분배법칙을 잘 알고 있는지 확인을 할 수 있도록 한다. 그리고 학생들에게 규칙을 인지시킨다.

본 활동은 학생들이 조별로 협동수업을 하는 것이기 때문에 학생들이 협동수업을 잘 이끌어 갈 수 있도록 교사가 안내할 수 있다. 그리고 학생들이 2번에서 행한 문자와 식 표현이 잘 되어 있는지도 확인을 하도록 한다.

본 활동에서는 문자와 식을 표현하는 것이 중요하기 때문에 문자와 식을 표현하는 것에 주안을 두도록 한다. 본 활동에서는 3번에서의 활동과는 달리 같은 문자의 거듭제곱 꼴로 써지는 경우이다. 이때 교사는 거듭제곱 꼴의 다항식에 대해서 학생들에게 너무 강조를 할 필요는 없다. 거듭제곱 꼴의 다항식에서는 같은 거듭제곱 형식은 동류항임을 언급하고 그 이상을 언급할 필요는 없다. 거듭제곱 꼴에 대해서 설명을 하면서 문자의 2차에 대해서 중학교 2학년 수학에서 자세히 배우게 됨을 예시한다.

교사는 학생들이 교사가 정해놓은 규칙에 충실하도록 당부한다.

### 7) 게임예시

본 활동을 구체적으로 행한 예를 들어보게 한다.



이 조에서는 빨간색 주사위는 4번을 굴리도록 하고, 파란색 주사위는 3번을 굴리도록 규칙을 정했다.

빨간색 주사위(빨간색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 덧셈만 하도록 한다. 교사는 이 조의 빨간색 주사위에 상수를 3, -2, -9, 5, -10, 12, -7, 11을 써 놓았다. 3번과 같은 형식의 상수이지만 다르게 써주는 것이 더 좋을 듯싶다.)

미지수  $x x x x \rightarrow 4x$   
 상수 3 -2, -9 12  $\rightarrow 4$   
 결과  $4x+4$

파란색 주사위(파란색의 주사위는 미지수는 미지수끼리, 또는 상수는 상수끼리 덧셈만 하도록 한다. 교사는 이 조의 빨간색 주사위에 상수를 -5, -10, 2, 8, -13, -16, 1, 6을 써 놓았다. 3번과 같은 형식의 상수이지만 다르게 써주는 것이 더 좋을 듯싶다.

미지수  $x x x x \rightarrow -x$   
 상수 -16 -13, 6  $\rightarrow -9$   
 결과  $-x-9$

빨간색 주사위와 파란색 주사위의 결과인 두 다항식을 서로 곱하면 다음과 같이 나온다.

$$(4x+4) \times (-y-9) = 4xy - 36x - 4y - 36 = -4x^2 - 40x - 36$$

### 3. 결론

신라시대 귀족들의 놀이 도구였던 14면체의 주사위(목제주령구)의 역사적 배경의 오늘날 현장 수학수업에서 활용도를 연구하여 보았다. 이런 과정을 통해 우리나라 선인들의 수를 이용한 우주관에서 이해하게 되었고 이는 아르키메데스의 입체보다 천년이나 앞선다는 사실에 우리 민족의 우수성을 새삼 인식하게 되었다. 아이들이 어려움을 나타내는 수와 문자식에 이를 적용해보는 것은 아이들의 흥미를 유발하고 수학에 대한 민족의 자긍심을 불러일으키는데 충분히 도움이 된다고 생각하며 우리 옛것을 살려 현대 생활에 맞게 활용방안을 고안하고 이를 국내, 외적으로 알리는 것도 우리 수학교육자의 중요한 몫이라고 생각한다.

14면체의 비밀에서는 학생들이 알 수 없었던 수의 고유의 의미를 부여하여 학생들이 수에 대해서 흥미를 가질 수 있도록 하였고, 교구활용에서는 학생들이 14면체 주사위를 활용하여 수와 문자식에서 수학 학습을 흥미롭게 할 수 있도록 하였다.

활용부분에서는 학생들이 직접 활용하는 것을 실험하지 못한 부분은 후속연구로 남기며, 교구활용의 여러 가지 측면을 생각해 본 결과 많은 부분에서 이러한 교구가 활용되기에는 교사 스스로의 의지가 중요하다는 것을 알 수 있었다. 자료가 그렇게 많지 않은 현실에서 순전히 독창적이어야 하는 점에 어려움을 느끼며 교사로서 자세를 새롭게 하는 계기도 되었다.

현재 우리나라의 교육 실정은 대입을 위한 주입식 교육으로 인해서 오늘날 지향하는 학생 중심의 교실 환경으로 나아가기에는 많은 노력과 인내가 필요하다. 전통적으로 무미건조해질 수 있는 학교 수업에서 학생의 흥미와 동기를 유발할 수 있는 다양한 교구들을 활용할 수 있는 교수-학습 방법이 보다 폭넓게 이루어지길 기대해본다.

### 참고 문헌

1. 김용운 · 김용국, 재미있는 수학여행, 서울: 김영사, 1991.
2. 수학사랑, 아하! 신나는 체험수학전, 서울: 수학사랑, 2000.
3. 프란츠칼엔드레스 · 안데마리쉴멜, 수의 신비와 마법, 서울: 고려미디어, 1996.