

반복법에 의한 쌍선형 시스템의 제어기 설계

(A Controller Design of Bilinear Systems via Iterative Method)

이돈구* · 김주식 · 이상혁

(Done - Gu Lee · Ju - Sik Kim · Sang - Hyuk Lee)

요 약

본 논문에서는 반복법에 의한 쌍선형 시스템의 제어기 설계방법을 제안한다. 보조수열을 갖는 반복과정은 쌍선형 시스템으로부터 선형시변 시스템을 구성하는 과정에서 정의되고, 최적의 2차 가격함수를 갖는 쌍선형 시스템에서 궤환 제어기를 설계하기 위한 최적화 과정이 Riccati 접근법과 관련된 표현에 의해 주어진다. 제안된 방법에 의해서 개선된 성능과 우수한 수렴성이 성취됨을 시뮬레이션 결과에서 보인다.

Abstract

This paper presents a controller design method of bilinear systems via iterative method. The iterative procedure with auxiliary sequences is defined in the process of constructing coupled linear time varying systems from bilinear systems. To design the feedback controller for bilinear systems with quadratic cost function, an optimization procedure is given by the representation closely related to the Riccati approach. In the simulation results, it is shown that the suggested method accomplishes the improved performance and good convergence.

Key Words : bilinear system, iterative method, Riccati equation, CSTR

1. 서 론

비선형이지만 선형특성을 포함하고 있는 쌍선형 시스템에 관한 연구는 1960년대 초반에 Los Alamos National Laboratory에서 원자 반응기 및 원자 로켓의 추진제어를 위해서 원자분열, 대류적인 열전달, 그리고 터보 펌프 동역학 관계식을 근사적인 쌍선형

시스템의 형태로 모델링하면서 주목을 받기 시작했다. 1967년에 Caratheodory는 열역학뿐만 아니라 정보 그리고 시스템 이론의 응용에 Pfaffian 방정식을 도입하여 도달 가능한 영역과 최적화 문제를 고려하였다. Hermes는 적분 가능한 Pfaffian 방정식의 특성으로부터 가제어성을 유도하였고, Balakrishnan는 대규모 비선형 시스템을 쌍선형 시스템으로 모델링하였다. Krener, Sussman, 그리고 Fliess와 Normand-Cyrot는 임의의 구속조건 하에서 비선형 입출력 관계가 쌍선형 시스템으로 근사화될 수 있음을 입증하였지만, 근사화 과정에서 구조적인 접근방식을 제안하지는 못하였다[1].

* 주저자 : 충북대학교 전기공학과
Tel : 043) 261-3330, Fax : 043) 263-2419
E-mail : hongwon@vod.chungbuk.ac.kr
접수일자 : 2003년 7월 7일
1차심사 : 2003년 7월 16일
심사완료 : 2003년 8월 4일

일반적으로 최적제어의 목적은 상태방정식의 구속조건 하에서 2차 가격함수로 표현된 목적함수를 최소화하는 최적제어입력과 최적상태를 유한시간 내에서 결정하는 것이다[2]. 쌍선형 시스템에 최적제어이론을 도입한 경우에는 기존의 접근방식과 차별성을 가져야만 한다. 즉, 최적제어이론을 적용하기 위해서는 쌍선형 시스템을 근사화하는 과정이 요구된다.

쌍선형 시스템에 최적제어이론을 적용하여 제어를 설계하기 위한 초기 연구결과에서는 Pontryagin의 원리를 응용하거나, 제어시간을 최소화하는 문제를 다루었다[3]. Cebuhar와 Costanza는 쌍선형 시스템에 대하여 선형형태의 최적제어문제를 해결하는 것을 보이고, Riccati 접근법을 이용한 무한급수전개로부터 근사화 과정을 제안하였지만, 복잡한 연산과정을 포함하고 있다[4]. 그 후, Hofer와 Tibken은 Riccati 방정식으로부터 근사화 과정을 유도하였고, Aganovic과 Gajic는 Lyapunov 방정식으로부터 쌍선형 레귤레이터 문제를 해결하였다[5,6]. 그러나 이 결과들은 조정문제의 해를 구하기 위한 근사화이기 때문에 일반적인 문제에 대해서는 보다 확장된 형태의 Riccati 방정식과 상호상태에 대한 관계를 정립할 필요가 있다.

본 논문에서는 2차 가격함수를 갖는 쌍선형 시스템의 제어기 설계를 위해서 반복법을 이용한 근사화 과정을 제안한다. 먼저 보조수열(auxiliary sequence)을 도입한 쌍선형 시스템의 최적화 문제를 수식으로 나타내고, Riccati 접근법을 이용한 반복과정을 유도한다. 제안된 방법은 쌍선형 시스템의 선형 부분으로부터 근사화 과정의 최초 반복값을 결정하고, 이후의 반복과정에서는 이전 반복에서 구한 상태 및 상호상태방정식을 이용하여 시변의 시스템 행렬로부터 상태와 상호상태(costate)를 반복적으로 연산하는 방식이다.

제안된 방법의 유용성을 검증하기 위해서 본 논문에서는 화학 반응기의 한 종류인 CSTR(Continuous Stirred Tank Reactor)을 고려한다. 화학 반응기는 화학반응을 일으키기 위한 장치로서 최적의 환경을 만들어 최대의 효율이 발생되도록 제어할 필요가 있

다. 화학반응은 반응물질의 농도, 온도, 압력, 시간, 촉매 등에 영향을 받고, 반응장치에 있어서는 물질 이동 및 열이동에 큰 영향을 받기 때문에 이들을 만족하도록 하는 구조형태에 적합한 반응기를 선정하는 것이 중요하다. 화학 반응기는 크게 회분식 반응기, 연속식 반응기, 그리고 반회분식 반응기로 구분할 수 있다. CSTR은 한 방향에서 연속적으로 원료를 공급시키고 다른 방향으로부터 연속적으로 반응하여 생성액을 배출시키는 연속식 화학 반응기의 한 형태이며, 쌍선형 시스템으로 모델링된 대표적 예이다[7].

2. 쌍선형 시스템의 모델 근사화

본 장에서는 먼저 2차 가격함수를 갖는 쌍선형 시스템에서 제어기를 구성하기 위한 최적화 문제를 기술하고, Riccati 접근법으로부터 최적화 문제에 대한 정규방정식을 유도한다. 그리고 반복법을 이용한 쌍선형 시스템의 근사화 과정을 제안한다.

2.1 쌍선형 시스템의 최적제어

쌍선형 시스템은 상태와 입력이 결합된 형태를 포함하는 제한된 비선형성을 가지는 시스템이다. 본 논문에서는 다음과 같은 기지의 외란을 갖는 쌍선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \langle x(t)N \rangle u(t) + D\xi(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

여기서, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^r$, $\xi(t) \in \mathbb{R}^q$ 는 각각 상태, 입력, 출력 및 외란 벡터를 나타내고, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$ 이다.

또한 $\langle x(t)N \rangle \equiv \sum_{j=1}^n x_j(t)N_j$ 이고, $N_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 는 입력 변수와 관련하여 상태변수에 곱해지는 행렬이며, \mathbb{R} 은 실수체(real number field)를 나타낸다. 그림 1은 식 (1)의 쌍선형 시스템을 블록선도로 나타낸 것이다.

반복법에 의한 쌍선형 시스템의 제어기 설계

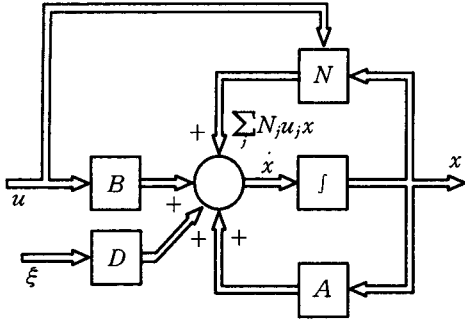


그림 1. 쌍선형 시스템
Fig. 1. Bilinear systems

출력변수 $y(t)$ 가 유한시간간격 $[0, t^*]$ 사이에 주어진 기준입력 $r(t)$ 에 근접하도록 하기 위한 가격함수를 다음과 같이 정의하자.

$$J = \frac{1}{2} \{ Cx(t^*) - r(t^*) \}^T \bar{P} \{ Cx(t^*) - r(t^*) \} + \frac{1}{2} \int_0^{t^*} [\{ Cx(t) - r(t) \}^T \bar{Q} \{ Cx(t) - r(t) \} + u(t)^T \bar{R} u(t)] dt \quad (3)$$

여기서, $\bar{P} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 와 $\bar{Q} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 는 각각 양의 반한정(positive semidefinite) 대칭행렬이고, $\bar{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 은 양의 한정(positive definite) 대칭행렬이다.

그러면 식 (1)과 (3)으로부터 Hamiltonian은

$$H = \frac{1}{2} [\{ Cx(t) - r(t) \}^T \bar{Q} \{ Cx(t) - r(t) \} + u(t)^T \bar{R} u(t) + p(t)^T \{ Ax(t) + \langle x(t)N \rangle u(t) + Bu(t) + D\xi(t) \}] \quad (4)$$

이고, 이때 $p(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상호상태변수이다. 식 (4)로부터 최적제어입력을 결정하기 위한 최적조건식을 다음과 같이 고려하면,

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (5)$$

다음과 같은 최적제어입력 $u(t)$ 를 얻을 수 있다.

$$u(t) = - \bar{R}^{-1} \{ B + \langle x(t)N \rangle \}^T p(t) \quad (6)$$

또한 상호상태변수 $p(t)$ 가 다음 식을 만족하면,

$$\frac{\partial H}{\partial x} = - \dot{p}(t) \quad (7)$$

상태 및 상호상태방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{x}_i(t) = [Ax(t)]_i - [\{ B + \langle x(t)N \rangle \} \bar{R}^{-1} \{ B + \langle x(t)N \rangle \}^T p(t)]_i + [D\xi(t)]_i \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}(t)_i = & - [C^T \bar{Q} Cx(t)]_i - [A^T p(t)]_i \\ & + \frac{1}{2} p^T(t) [N_i \bar{R}^{-1} \{ B + \langle x(t)N \rangle \}^T \\ & + \{ B + \langle x(t)N \rangle \} \bar{R}^{-1} N_i^T] p(t) \\ & + [C^T \bar{Q} r(t)]_i \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, $[\cdot]_i$ 는 조합 벡터의 i 번째 행을 나타내고, $x(0) = x^0$, $p_i(t^*) = [C^T \bar{P} Cx(t^*)]_i - [C^T \bar{P} r(t^*)]_i$ 의 경계조건을 갖는다.

식 (8)과 (9)로부터 제안된 제어계가 기존의 구성보다 확장된 형태를 가지고 있음을 알 수 있다[45]. Riccati 방정식을 이용하여 최적해를 구하기 위해서 식 (8)과 (9)를 다음과 같이 간단하게 표현하자.

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) - \bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T p(t) + D\xi(t) \quad (10)$$

$$\dot{p}(t) = - \bar{Q}x(t) - \bar{A}^T p(t) + C^T \bar{Q} r(t) \quad (11)$$

여기서, $x(0) = x^0$, $p(t^*) = C^T \bar{P} Cx(t^*) - C^T \bar{P} r(t^*)$ 이고, 시변행렬들은 식 (8)과 (9)로부터 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{A}(p(t)) & = a_{ij} - \frac{1}{2} [(N_i \bar{R}^{-1} B^T + B \bar{R}^{-1} N_i^T) p(t)]_i \\ \bar{Q} = \bar{Q}(p(t)) & = [C^T \bar{Q} C]_{ij} \\ & - \frac{1}{2} p^T(t) (N_i \bar{R}^{-1} N_i^T + N_i \bar{R}^{-1} N_i^T) p(t) \\ \bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T & = \bar{B}(x(t)) \bar{R}^{-1} \bar{B}^T(x(t)) \\ & = \{ B + \langle x(t)N \rangle \} \bar{R}^{-1} \{ B + \langle x(t)N \rangle \}^T \\ & - \frac{1}{2} \{ \langle x(t)N \rangle \} \bar{R}^{-1} B^T + B \bar{R}^{-1} \langle x(t)N \rangle^T \end{aligned}$$

식 (10)과 (11)로부터 최적제어입력을 유도하기 위해서는 상태와 입력에 대한 최종값을 알고 있어야만

한다. 따라서 상호상태에 대한 상태 및 입력 사이의 관계를 재정립할 필요가 있다. 본 논문에서는 $t \leq t'$ 에서 보조수열 $S(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 $v(t) \in \mathbb{R}^m$ 를 도입하여 상호상태 $p(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$p(t) = S(t)x(t) - v(t) \quad (12)$$

그러면 식 (10)은 다음과 같이 표현되고,

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) - \bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T \{S(t)x(t) - v(t)\} + D\xi(t) \quad (13)$$

보조수열 $S(t)$ 를 결정하기 위해 식 (12)를 미분한 후, 식 (13)을 대입하면 다음과 같은 상호상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{p}(t) = \dot{S}(t)x(t) + S(t)[\bar{A}x(t) - \bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T \{S(t)x(t) - v(t)\} + D\xi(t)] - \dot{v}(t) \quad (14)$$

그리고 식 (11)과 (14)로부터 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$-\dot{S}(t) = S(t)\bar{A} + \bar{A}^T S(t) - S(t)\bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T S(t) + \bar{Q} \quad (15)$$

$$-\dot{v}(t) = \{\bar{A} - \bar{B} \bar{R}^{-1} \bar{B}^T S(t)\}^T v(t) - S(t)D\xi(t) + C^T \bar{Q}r(t) \quad (16)$$

식 (15)는 Riccati 방정식의 형태이다. 따라서 $S(t)$ 가 최종조건 $S(t')$ 를 갖는 Riccati 방정식의 해이면, 식 (15)는 시간구간 $t \leq t'$ 에서 식 (12)를 만족한다. 그리고 식 (15)에서 보는 바와 같이 보조수열 $S(t)$ 는 상태에 대해서 독립이기 때문에, $S(t)$ 에 대한 Riccati 방정식의 해를 오프라인(off-line)으로 구할 수 있다. 기준입력 $r(t)$ 와 기지의 외란입력 $\xi(t)$ 가 주어지면 식 (11)과 (12)로부터 $v(t')$ 를 구할 수 있고, 이 값으로부터 식 (16)을 이용하여 보조수열 $v(t)$ 를 계산할 수 있다. 그러나 선형 시불변 시스템의 경우에는 한번의 연산으로 $S(t)$, $v(t)$ 의 값을 구할 수 있지만, 식 (15)와 (16)과 같이 시변행렬을 포함한 Riccati 방정식의 형태에서는 $S(t)$, $v(t)$ 의 값이 $x(t)$ 와 $p(t)$ 값에 의존하기 때문에 적절한 값을

선정할 수 없다. 따라서 보조수열을 결정하기 위한 반복과정이 필요하다.

2.2 반복법에 의한 모델 근사화

반복법을 이용한 보조수열 $S(t)$ 와 $v(t)$ 의 결정과 쌍선형 시스템의 근사화 과정을 유도하기 위해서 반복을 위한 시변행렬들을 다음과 같이 재정의하면,

$$\begin{aligned} \bar{A}^{(k)} &= \bar{A}(p^{(k)}(t)), \\ \bar{Q}^{(k)} &= \bar{Q}(p^{(k)}(t)), \\ \bar{B}^{(k)} \bar{R}^{-1} \bar{B}^{T(k)} &= \bar{B}(x^{(k)}(t)) \bar{R}^{-1} \bar{B}^T(x^{(k)}(t)) \end{aligned}$$

여기서, 상첨자 (k) 는 반복지수($k=0, 1, \dots$)이다. 상태 및 상호상태방정식에 대한 반복해를 식 (10)과 (11)의 관계로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}^{(k+1)}(t) = \bar{A}^{(k)} x^{(k+1)}(t) + D\xi(t) - \bar{B}^{(k)} \bar{R}^{-1} \bar{B}^{T(k)} p^{(k+1)}(t) \quad (17)$$

$$\dot{p}^{(k+1)}(t) = -\bar{Q}^{(k)} x^{(k+1)}(t) - \bar{A}^{(k)T} p^{(k+1)}(t) + C^T \bar{Q}r(t) \quad (18)$$

여기서, $p^{(k+1)}(t) = C^T \bar{P} C x^{(k+1)}(t) - C^T \bar{P} r(t)$ 이고, $x^{(k+1)}(0) = x^0$ 이다.

식 (17)과 (18)에서 최초의 반복 즉, $k=0$ 에 대한 시변행렬 $\bar{A}^{(0)}$, $\bar{Q}^{(0)}$ 그리고 $\bar{B}^{(0)} \bar{R}^{-1} \bar{B}^{(0)T}$ 를 계산하기 위해서는 먼저 상태변수와 상호상태변수의 초기값들이 필요하다. 이 최초 시변행렬은 다음과 같은 과정에 의해서 결정된다.

식 (1)의 선형부분을 구속조건으로 고려하면, 상태 및 상호상태방정식은 다음과 같이 표현되고,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - B \bar{R}^{-1} B^T p(t) + D\xi(t) \quad (19)$$

$$\dot{p}(t) = -C^T \bar{Q} C x(t) - A^T p(t) + C^T \bar{Q} r(t) \quad (20)$$

식 (12)로부터 다음 관계식을 유도할 수 있다.

$$-\dot{S}(t) = A^T S(t) + S(t)A - S(t)B \bar{R}^{-1} B^T S(t) + \bar{Q} \quad (21)$$

$$-\dot{v}(t) = \{A - B \bar{R}^{-1} B^T S(t)\}^T v(t) - S(t)D\xi(t) + C^T \bar{Q}r(t) \quad (22)$$

반복법에 의한 쌍선형 시스템의 제어기 설계

여기서, $S(t) = C^T P C$, $v(t) = C^T P r(t)$ 이다.

식 (21) 및 (22)은 식 (15) 및 (16)과 같은 형태의 표현이기 때문에 보조수열 $S(t)$ 와 $v(t)$ 를 오프라인으로 계산할 수 있고, 최초의 상태방정식, 상호상태 그리고 제어입력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}^{(0)}(t) = \{A - B \bar{R}^{-1} B^T S(t)\} x^{(0)}(t) + B \bar{R}^{-1} B^T v^{(0)}(t) + D \xi(t) \quad (23)$$

$$p^{(0)}(t) = S(t) x^{(0)}(t) - v^{(0)}(t) \quad (24)$$

$$u^{(0)}(t) = -\bar{R}^{-1} B^T p^{(0)}(t) \quad (25)$$

이후의 반복과정에서 보조수열과 제어입력의 반복해는 앞에서 전개한 방법과 같은 방식으로 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$-S^{(k+1)}(t) = \bar{A}^{(k)T} S^{(k+1)}(t) + S^{(k+1)}(t) \bar{A}^{(k)} - S^{(k+1)}(t) \bar{B}^{(k)} \bar{R}^{-1} \bar{B}^{(k)T} S^{(k+1)}(t) + \bar{Q}^{(k)} \quad (26)$$

$$-v^{(j+1)}(t) = \{ \bar{A}^{(k)} - \bar{B}^{(k)} \bar{R}^{-1} \bar{B}^{(k)T} S^{(k+1)}(t) \}^T v^{(k+1)}(t) - S^{(k+1)}(t) D \xi(t) + C^T \bar{Q} r(t) \quad (27)$$

$$u^{(k+1)}(t) = -\bar{R}^{-1} \{ B + \langle x^{(k+1)}(t) N \rangle \}^T \{ S^{(k+1)}(t) x^{(k+1)}(t) - v^{(k+1)}(t) \} \quad (28)$$

제안된 상태 및 보조수열의 반복수열에 대한 수렴성은 Banach 공간에서의 고정점(fixed point) 정리와 축약특성(contraction property)으로부터 보장된다[5].

3. 시뮬레이션 및 결과

본 장에서는 CSTR의 쌍선형 모델에 대한 시뮬레이션 결과로부터 제안된 방식에 의해 구성된 제어계가 기존의 제어계 보다 우수한 성능과 수렴성이 나타남을 검증한다. CSTR은 다음과 같은 쌍선형 모델로 나타낼 수 있다[5-7].

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \langle x(t)N \rangle u(t) \quad (29)$$

여기서, 상태변수 $x(t)$ 는 반응기의 온도와 농도를

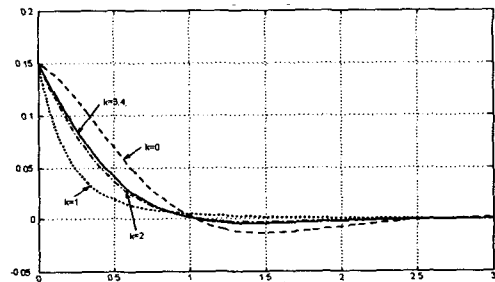
나타내고, 입력변수 $u(t)$ 는 반응기 들레에 있는 재킷에서의 냉각율을 나타낸다. 그리고 A , B , N_1 , N_2 와 가중행렬은 각각 다음과 같고,

$$A = \begin{bmatrix} 13/6 & 5/12 \\ -50/3 & -8/3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1/8 \\ 0 \end{bmatrix},$$

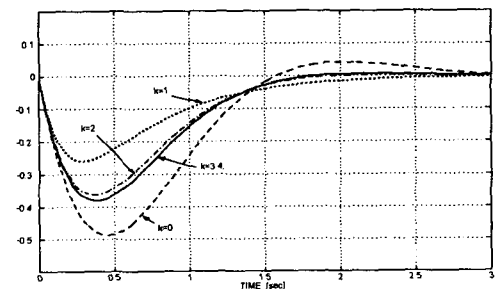
$$N_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}, \bar{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \bar{R} = [1]$$

제안된 방법을 적용한 시뮬레이션을 수행하기 위해서 최종시간과 상태에 대한 초기값을 참고문헌 [5]와 [6]으로부터 $t' = 3[\text{sec}]$ 와 $x_0 = [0.15 \ 0]^T$ 로 설정하였다.



(a) temperature



(b) concentration

그림 2. 기존 방법의 결과

Fig. 2. Results of conventional methods

그림 2는 기존 Aganovic과 Gajic의 결과이며, 그림 3은 본 논문에서 제안된 방법에 의한 결과이다. 이 그림들에서 쇄선은 최초 반복에 의한 온도와 농

도이며, 점선은 첫 번째, 일점쇄선은 두 번째 그리고 실선은 세 번째와 그 이후의 근사화를 수행한 경우의 결과를 나타낸다.

최초의 반복에 대한 결과에서는 기존의 제어계와 제안된 제어계에서 유사한 응답특성을 보이지만, 반복과정을 수행함에 따라 제안된 방식에 의해 설계된 제어계에서는 보조수열이 직접적으로 상호상태에 영향을 주어 기존의 결과 보다 개선된 응답특성과 빠른 수렴특성이 나타남을 그림 2와 3으로부터 확인할 수 있다.

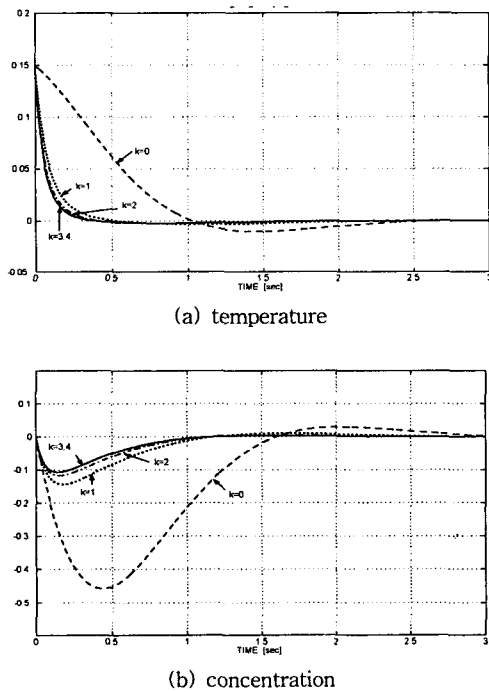


그림 3. 제안된 방법의 결과
Fig. 3. Results of the suggested methods

4. 결 론

본 논문에서는 쌍선형 시스템의 제어기 설계를 위해서 보다 확장된 최적화 문제와 Riccati 접근법을 이용한 반복 근사화 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 제어입력을 구성하는 상호상태에 보조수열을 도입하여 2차 가격함수를 갖는 쌍선형 시스템의 궤환제어기를 구성하는 방식이다. 먼저 근사화 과정의

최초 반복을 위해서 쌍선형 시스템의 선형부분으로부터 최적제어이론을 이용하여 상태 및 상호상태방정식을 유도하였고, 이후의 과정에서는 이전의 반복에서 얻어진 관계식으로부터 시변 시스템을 구성하였다. 그리고 CSTR에 제안된 방법을 적용하여 개선된 응답특성과 우수한 수렴성이 보장됨을 시뮬레이션 결과로부터 확인하였다. 그러나 쌍선형 시스템은 상태에 대한 초기값 문제에 민감하기 때문에 초기조건에 대해 안정성을 확보할 수 있는 불변집합에 관한 보다 깊은 연구가 진행되어야 할 것이다.

References

- [1] R. R. Mohler, Nonlinear Systems, Prentice Hall, 1991.
- [2] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, Optimal Control, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [3] R. R. Mohler, Bilinear Control Process, Academic Press, 1973.
- [4] W. A. Cebuhar and V. Costanza, "Approximation Procedures for the Optimal Control of Bilinear and Nonlinear Systems", J. of OTA, vol. 43, no. 4, pp. 615-627, 1984.
- [5] E. P. Hofer and B. Tibken, "An Iterative Method for the Finite-Time Bilinear-Quadratic Control Problem", J. of OTA, vol. 57, no. 3, pp. 411-427, 1988.
- [6] Z. Aganovic and Z. Gajic, "The Successive Approximation Procedure for Finite-Time Optimal Control of Bilinear Systems", IEEE Trans. Auto. Control, vol. AC-39, no. 9, pp. 1932-1935, 1994.
- [7] E. P. Hofer, "Nonlinear and Bilinear Models for Chemical Reactor Control", Proc. of the 5th ICMM, 1986.

◇ 저자소개 ◇

이돈구 (李敦求)

1966년 9월 5일생. 1991년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1993년 동대학원 졸업(석사), 2003년 동대학원 졸업(박사).

김주식 (金周植)

1971년 1월 23일. 1992년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1994년 동대학원 졸업(석사), 1998년 동대학원 졸업(박사), 1999년~2001년 (주)지앤티씨, 2001년~현재 충북대학교 전자전자컴퓨터공학부 초빙전임강사.

이상혁 (李相赫)

1963년 3월 10일. 1988년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1991년 서울대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 졸업(박사), 1996년~1999년 (주)하우 기업 부설연구소, 1999년~2000년 (주)지앤티씨, 2000년~현재 부산대학교 전자전기정보컴퓨터공학부 기금교수.