

## 가속도계에 의한 헬리컬 기어의 동적 전달오차의 측정

김대식\*\* · 조도현\*\* · 박찬일† · 최덕기\* · 박찬국\*\*\*  
(2003년 3월 13일 접수, 2003년 8월 6일 심사완료)

### Measurement of the Dynamic Transmission Error of Helical Gears by the Accelerometers

Dae Sik Kim, Do Hyun Cho, Chan IL Park, Deo Kki Choi and Chan Gook Park

**Key Words:** Dynamic Transmission Error(동적 전달오차), Helical Gear(헬리컬기어), Measurement (측정)

#### Abstract

The object of this work is to develop the measurement method of the transmission error of the helical gears. For this purpose, experimental set up is designed by 3D CAD software. It consists of the motor, inverter, powdered brake equipment, torque sensor and helical gearbox. In this study, tangential linear accelerometers were used as the methods for the transmission error measurement. the acceleration signals are transmitted to the signal conditioners through the slip rings and the transmission errors are obtained by a specially designed circuit board. The transmission errors are analyzed in the frequency domain. As a result, The periodicity of the transmission error is confirmed in the mesh frequency and its harmonics. The magnitude of harmonic components is very dependent on the natural frequencies of the gear system. It usually increases with the rotational speed. However, it does not always increase with torque.

#### 기호설명

$R_b$	: 기초원반경	$\theta$	: 회전각
$Z$	: 잇수	$e$	: 가속도계 출력 전압
$a$	: 가속도	$k$	: 가속도계와 증폭기의 합성 감도
$a_n$	: 가속도의 법선성분	$a_y$	: 가속도계의 교차축 감도
$a_t$	: 가속도의 접선성분		
$r$	: 중심에서 부착된 가속도계까지의 거리		
$g$	: 중력가속도		

#### 하첨자

1,2	: 구동기어, 피동기어
A,B	: 가속도계 A,B

† 책임저자, 회원, 강릉대학교 정밀기계공학과

E-mail : pci@kangnung.ac.kr

TEL : (033)640-2392 FAX : (033)640-2244

\* 회원, 강릉대학교 정밀기계공학과

\*\* 강릉대학교 대학원 정밀기계공학과

\*\*\* 서울대학교 기계항공공학부

#### 1. 서 론

전달오차는 피동 기어가 완전한 운동 전달을 위하여 차지해야하는 위치에 대하여 피동 기어의 실

제 위치 사이의 차이로 정의되며<sup>(1)</sup> 다음과 같이 회전 각의 차이나 작용선을 따라서 선형 변위로 나타내어 진다.

$$T.E. = \theta_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \theta_1 \quad (1)$$

$$T.E. = R_{b2}(\theta_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \theta_1) \quad (2)$$

앞의 정의는 부하를 받고 있거나 받지 않는 기어 모두에 대해 적용된다. 기어가 부하를 받지 않으면 치형 오차, 피치 오차, 런아웃(Run out)과 같은 부정확한 제작 오차 때문에 발생하며 이를 제작 전달오차(Manufactured transmission error, MTE)라고 한다. 또한 부하를 받을 때 치의 변형을 고려하는 전달오차를 부하 전달오차(Loaded transmission error, LTE)라고 한다. 또한 부하에 관계없이 정하중, 맞물림 강성, 변위로 주어지는 제작오차로 인한 기초원 반경에서의 상대 변위만을 고려한 경우를 정적 전달오차라고 하며 정적 전달오차를 가진항으로 하여 기어계의 동적 특성에 따른 정적 전달오차의 속도와 가속도항을 모두 고려한 경우의 기초원 반경에서의 상대 변위를 동적 전달오차라고 한다.

전달오차에 대한 연구로 Harris<sup>(2)</sup>는 기어 역학에 중요한 공헌자로 전달오차를 처음 확인하였으며, 전달오차의 측정은 1960년대에 국가공학연구소(National Engineering Laboratory)<sup>(3)</sup>와 Gregory, Harris, Munro<sup>(4)</sup>에 의해 처음으로 수행되었다. Houser<sup>(5)</sup>는 하중을 받고 있는 기어에 있어서 전달오차를 측정하는 방법으로 높은 분해능을 가지는 광학엔코더와 접선 가속도계를 사용하였다. Yakhou<sup>(6)</sup>는 엔코더로 동적전달오차를 측정하고 Blankenship<sup>(7)</sup>은 가속도계를 이용하여 동적전달오차를 측정하여 기어쌍의 정상 상태의 강제 응답을 조사하였다. Munro<sup>(8)</sup>는 전달오차의 이론과 시간영역과 주파수 영역에 대한 특성을 설명하고 저속과 고속에서의 측정방법에 대해 토의하였다.

본 연구에서는 비교적 소음이 적은 헬리컬 기어에 대하여, 소음·진동에 주요하게 기여하는 전달오차를 측정하는 장치를 설계, 제작하여 실험하고 분석하는 것을 목적으로 한다.

이를 위하여 모터, 기어상자, 토크센서, 브레이

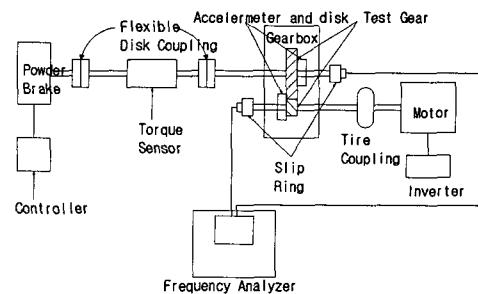


Fig. 1 A schematic diagram of measurement system

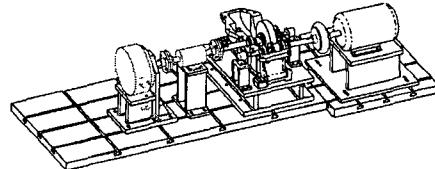


Fig. 2 CAD modeling for the transmission error test rig

크 장치로 이루어진 실험장치를 설계, 제작하였다.

전달오차를 측정하는 실험 방법으로는 여러 가지가 있지만 그 중에서 대표적인 것이 엔코더로 측정하는 방법과 접선방향 선형 가속도계로 측정하는 방법이다. 엔코더로 측정하는 방법은 엔코더를 설치하기 위해 자유단이 있어야 하고 커플링으로 인한 1kHz정도에서의 공진 때문에 그 이하의 주파수에서 사용되어야 한다.<sup>(9)</sup> 본 연구에서는 접선방향 선형 가속도계에 의한 방법을 채택하였으며, 회전수와 토크를 변화시키면서 동적 전달오차를 측정하였다. 이렇게 얻어진 신호는 오실로스코프와 주파수 분석기를 통해 분석하였다.

## 2. 실험장치의 설계

헬리컬 기어계의 전달오차를 측정하기 위해 동력 흡수식 실험 장치를 설계하였다. 필요한 장치는 동력을 주는 모터, 테스트 기어로 이루어진 기어박스, 기어에서의 출력을 나타내는 접선방향 선형 가속도계, 토크를 측정하는 토크센서, 하중을 가하는 파우더 브레이크, 각 축을 연결하는 커플

링, 그리고 각종 센서를 제어하는 컨트롤러 등으로 이루어진다. 이렇게 구성된 실험 장치의概略도가 Fig. 1에 나타나 있다.

기어계에 동력을 가하는 모터는 교류 유도 전동기이며 타이어 커플링을 사용하여 기어 축과 연결하였다. 이 모터는 인버터에 의해서 회전수를 제어하게 된다.

기어 박스에는 시험할 기어로 1쌍의 헬리컬 기어를 사용하였고, 토크센서는 피동 기어에 하중을 가하는 파우더 브레이크와 피동 기어 축 사이에 위치하며, 플렉시블 디스크 커플링을 사용하여 연결을 하였다.

이외에도 모터, 기어상자, 파우더 브레이크를 고정하기 위한 지그를 설계하고 제작하였고 이러한 모든 기계요소를 고정하고 위치를 재배치하기 편리하도록 2개의 베드를 설계 제작하여 설치하였다. 또한 Fig. 2와 같이 3차원 CAD 상용 소프트웨어를 이용하여 설계된 각종 지그와 베드와의 위치 관계를 파악하여 간섭을 검토하였고 질량 및 관성을 구하여서 각종 기계요소의 경량화를 꾀하도록 하였다.

### 3. 실험 방법

전달오차를 측정하는 방법 중의 하나로써, 기어 축의 접선방향 가속도를 측정하기 위해 접선방향 선형 가속도계를 부착하여 사용한다. 이 방법은 회전하는 시스템에서 원활히 신호를 얻기 위해 슬립링(Slip ring) 같은 장비를 사용하여야 하지만 중간 정도의 주파수 범위에서 로터리 엔코더에 의한 방법과 거의 같은 값을 나타내고 특히 로터리 엔코더에서는 문제가 되는 1kHz 이상의 고주파수에서도 믿을 만한 정보를 주는 장점이 있다.<sup>(13)</sup>

Fig. 3과 같이 설치된 가속도계가 중력장의 영향 하에서 일정한 반지름의 원 경로를 따라 회전할 때 하나의 가속도계에서의 가속도 성분은 접선방향과 법선방향으로 분리될 수 있다.

A가속도계에서의 가속도는 다음과 같다.

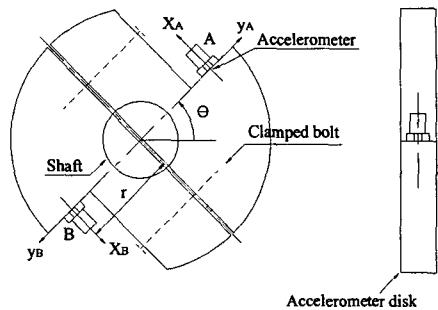


Fig. 3 Accelerometer mounted in the disk

$$a_A = a_{An} + a_{At} \quad (3)$$

$$\text{여기서 } a_{An} = -r\dot{\theta}^2 - g \cdot \sin \theta \quad (4)$$

$$a_{At} = r\ddot{\theta} - g \cdot \cos \theta \quad (5)$$

B가속도계에서의 가속도는 다음과 같다.

$$a_B = a_{Bn} + a_{Bt} \quad (6)$$

$$\text{여기서 } a_{Bn} = -r\dot{\theta}^2 + g \cdot \sin \theta \quad (7)$$

$$a_{Bt} = r\ddot{\theta} + g \cdot \cos \theta \quad (8)$$

Fig. 3과 같이 회전축으로부터 등거리에 두 개의 가속도계를 부착할 때, 가속도계는 접선방향 가속도와 법선방향 가속도가 동시에 작용하고 가속도계 베이스에 수직인 선형 가속도의 평균에 직접 비례하는 출력 전압을 제공한다. 그러므로 가속도계 A로부터 출력 신호는 가속도계의 교차축 감도를 고려하여 다음으로 주어질 것이다.

$$e_A = k_A [r\dot{\theta} - g \cdot \cos(\theta) - a_{yA}(r\dot{\theta}^2 + g \cdot \sin(\theta))] \quad (9)$$

이와 유사하게, 가속도계 B로부터 출력 신호는 다음과 같이 주어진다.

$$e_B = k_B [r\dot{\theta} + g \cdot \cos(\theta)]$$

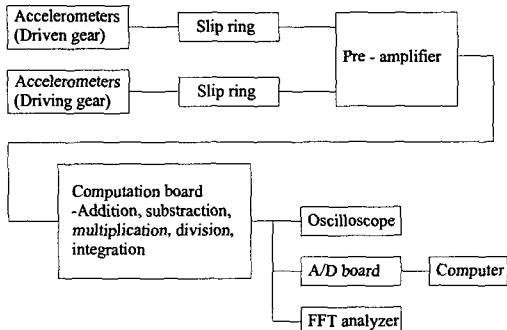


Fig. 4 Block diagram of measurement

$$-\alpha_{y_B}(r\dot{\theta}^2 - g \cdot \sin(\theta)) \quad (10)$$

만약 선형 가속도계와 증폭기들의 조합된 감도가  $k_A = k_B = k$ 와 같이 맞춰지고,  $y$ 방향에서 교차축 감도가 대략 같게 가속도계가 선택되었다면 두 신호의 합은 중력 효과의 소거로 결과가 나타날 것이다. 교차축 감도를 무시하면 두 가속도의 합은 식 (11)과 같이 회전 각 가속도 성분만 남긴다. 그러나 일반적으로 두 가속도계의 교차축 감도는 정확히 같지 않을 수 있고 교차축의 방향은 정확히 정렬되지 않을 수 있다. 이것은 무시되었던 중력 효과에 기인해 나머지 성분으로 나타날 것이다.

$$e_{out} = e_A + e_B \approx 2kr\dot{\theta} \quad (11)$$

비틀림 가속도계의 출력 신호와 실제 각 가속도 사이의 관계는 개개의 가속도계와 증폭기의 감도가 주파수에 의해 변한다는 사실로 복잡하게 된다.

전달오차는 구동 및 피동기어의 비틀림 가속도 측정으로부터 직접적인 적분으로 계산되어졌다. 식 (1)에서 정의된 전달오차는 다음의 식으로 얻을 수 있으며 적분은 시간 영역이나 주파수 영역의 어느 한 쪽에서 수행되어 질 수 있다.

$$TE(t) = R_{\theta_2} \int_0^t \int_0^t \left( \ddot{\theta}_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \ddot{\theta}_1 \right) dt^2 \quad (12)$$

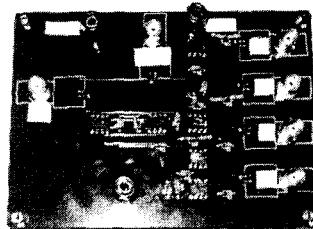


Fig. 5 Computation board manufactured

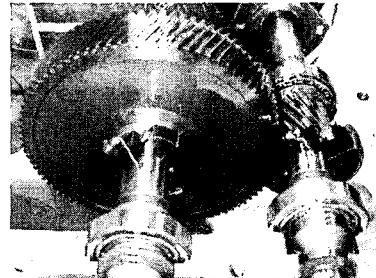


Fig. 6 Accelerometers mounted

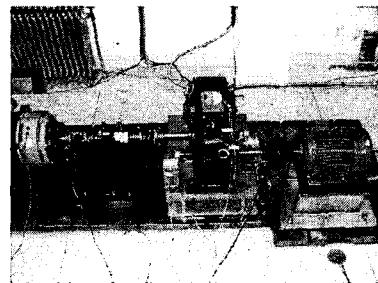


Fig. 7 Measurement system for the transmission error

Fig. 4는 가속도계부터의 신호를 처리하여 전달오차를 구하는 과정을 블록선도로 나타낸 것이다.

구동 및 피동 기어의 가속도계는 디스크에 고정하고 가속도계에서 나오는 선은 축의 중심에 구멍을 내어 슬링링의 회전 부분의 단자에 연결하고 비 회전 부분에서 연결된 선은 전치증폭기를 통하여 신호를 증폭하고 자체 설계된 계산용 보드에서 전달오차 신호를 얻는다. 이 계산용 보

Table 1 Specifications of helical gears

	Driving gear	Driven gear
Normal module	2.5	
Normal pressure angle	20°	
Center distance	150 mm	
Helix angle	25° (LH)	25° (RH)
Number of teeth	19	89
Face width	50 mm	48 mm
Addendum mod. coeff.	0.3372	0.0893

드는 구동 및 피동 기어 측의 각각 두 가속도계에서 나오는 신호를 더하고 구동 기어 측에 기어비를 곱한 후 피동 기어 측 신호에서 이 신호를 빼는 기능을 한다. 이렇게 계산된 신호를 이중 적분하여 변위 신호로 만드는 것이 자체 제작된 보드의 신호 처리 과정이며 Fig. 5는 제작된 PCB를 나타내었다. 이 변위 신호가 전달오차로서 차후 신호를 이용하기 위하여 A/D 컨버터를 통하여 컴퓨터에 전달하였다. 또한 주파수 분석기를 통해 주파수 분석을 행하였다.

접선방향 가속도계는 Fig. 3과 같이 강제 디스크의 회전 주축에 접하고 등거리로 부착된 두 개의 소형 압전식 선형 가속도계로 구성된다. 이와 같이 가속도계를 고정한 디스크를 실험 장치의 구동 기어와 피동기어에 접촉시켜 각각의 디스크를 볼트로 고정하여 부착하며 Fig. 6은 실험장치에 가속도계를 부착한 그림이다. Fig. 7은 이 실험에 사용된 전달오차 측정을 위한 실험장치이다. 여기서 상·하에 부착된 접선방향 선형 가속도계는 정확히 수직을 이루어야 하며, 로터리 엔코더가 기어 측의 자유단에만 부착되어야 하는데 비해 이것은 한 쌍의 회전하는 기어 측에 어느 위치에나 부착이 가능하다. 작동 원리는 두 선형 가속도계에 의해 가속도의 접선 성분의 측정으로부터 각 가속도 계산에 근거를 두고 있다. 두 가속도계로부터의 신호는 중력 효과에 기인한 가속도의 회전 주파수 성분을 삭제하기 위해 함께 더해진다.

#### 4. 실험 결과

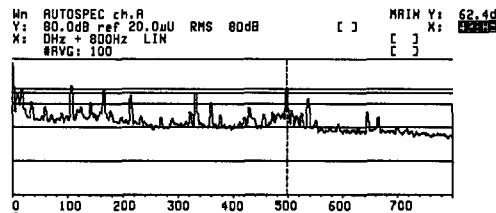


Fig. 8 Autospectrum of dynamic transmission error (525 rpm, 49.05 N·m)

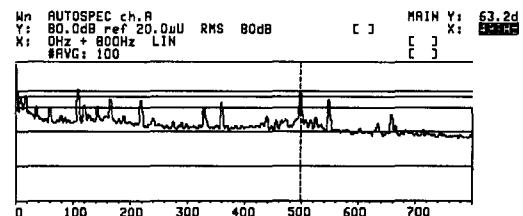


Fig. 9 Autospectrum of dynamic transmission error (525 rpm, 98.10 N·m)

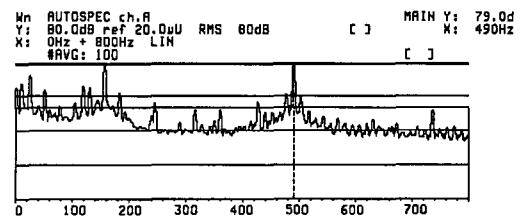


Fig. 10 Autospectrum of dynamic transmission error (775 rpm, 49.05 N·m)

실험에 사용된 기어의 규격은 Table 1에 나타내었다.

제작된 실험장치에서 가속도계를 위의 설명한 바와 같이 설치하고, 구동 기어에 설치된 가속도계 하나에서 가속도 신호를 얻은 결과 회전수와 토크의 증가에 따라 오실로스코프에서 보여지는 전압의 rms 값이 증가함을 확인할 수 있었고 축주파수에 해당하는 성분이 회전수에 따라 출력됨을 알 수 있었다.

Fig. 8에서 Fig. 13까지는 회전수를 525, 775, 1550rpm으로 하고 토크를 각각 49.05, 98.10N·m

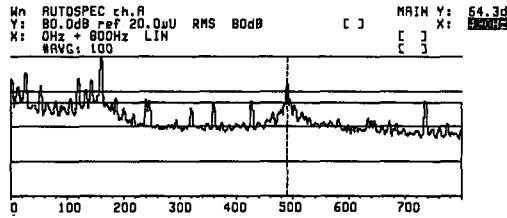


Fig. 11 Autospectrum of dynamic transmission error (775 rpm, 98.10 N·m)

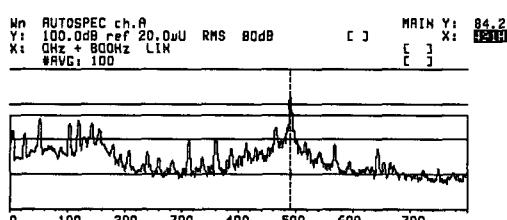


Fig. 12 Autospectrum of dynamic transmission error (1550 rpm, 49.05 N·m)

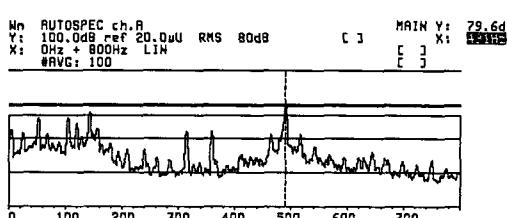


Fig. 13 Autospectrum of dynamic transmission error (1550 rpm, 98.10 N·m)

로 하였을 때 전달오차를 주파수 스펙트럼에서 나타낸 것이다.

각 주파수 스펙트럼에는 축 주파수 성분이 주요한 피크 성분은 아니나 여전히 존재하고 있으며 기어 사이의 운동에 의해 발생하는 동적 전달오차 외에도 525rpm의 105Hz, 775rpm의 160Hz에서, 490Hz의 동적 전달오차 조화파 성분의 크기와 비슷한 성분이 있음을 알 수 있다. 이것은 별도의 가속도계를 모터 외부에 부착하고 실험한 결과 모터에서 기인하는 것을 확인하였다.

Fig. 8에서부터 Fig. 13까지 얻은 맞물림 주파수

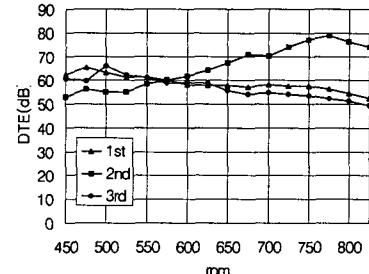


Fig. 14 Harmonics of mesh frequency of dynamic transmission error, 49.05 N·m

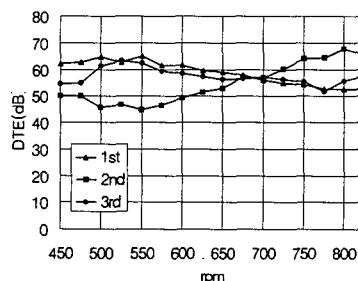


Fig. 15 Harmonics of mesh frequency of dynamic transmission error, 98.10 N·m

Table 2 Decibel values at the harmonic of mesh frequency of gear systems (unit : dB)

torque	rpm			
	525	775	1550	
49.05 N·m	1st	61.3	56.4	84.2
	2nd	55.2	79.0	
	3rd	62.4	52.2	
98.10 N·m	1st	62.7	52.5	79.6
	2nd	46.8	64.3	
	3rd	63.2	51.7	

와 조화파 성분에서의 크기를 Table 2에 정리하였으며 49.05N·m일 때, 525 rpm에서는 토크의 변화에 따라 기본 맞물림 주파수 성분인 166Hz에서 61.3dB, 2차 조화파 성분인 332Hz에서 55.2dB, 3차 조화파 성분인 498Hz에서 62.4dB로 3차 조화파 성분의 피크가 가장 큼을 알 수 있다. 775 rpm에서는 525rpm과 달리 기본 맞물림 주파수인 245Hz에서 56.4dB, 2차 조화파 성분인 491Hz에서

79.0dB, 3차 조화파 성분인 735Hz에서 52.2dB로 2차 조화파 성분의 피크가 가장 큼을 알 수 있다. 1550rpm에서는 맞물림 주파수 성분 490Hz에서 84.2dB로 매우 큼을 알 수 있다. 이로써 헬리컬 기어계의 첫 번째 고유진동수가 490Hz 부근에 있음을 알 수 있다. 대부분의 경우 기어계의 소음에 가장 크게 기여하는 성분이 맞물림 주파수이나 토크  $49.05\text{N}\cdot\text{m}$ 인 Fig. 14의 경우 고유진동수의 영향이 크게 미쳐 600rpm 이상부터 2차 조화파 성분이 가장 크게 나타난다. 토크  $98.10\text{N}\cdot\text{m}$ 인 Fig. 15에서는 약 700rpm부터 2차 조화파 성분이 가장 큰 피크가 된다. 이것은 토크의 증가에 따라 치와 베어링 강성이 비선형적으로 변하고 축의 변형으로 인해 치의 오차에 영향을 주었을 것으로 사료된다.<sup>(11)</sup> 기 개발된 프로그램으로 치의 강성을 계산하면<sup>(12)</sup> 이 경우와 같이 토크가 2배 증가하더라도 치의 평균 강성은 1.35배 증가하였다. 그러므로 동적 전달오차의 맞물림 주파수의 크기만을 고려하여 기어 소음을 평가하는 것은 부정확한 결과를 줄 수 있다.

Fig. 14는  $49.05\text{N}\cdot\text{m}$ 일 때 회전수의 변화에 따른 맞물림 주파수, 2차 조화파, 3차 조화파의 피크의 크기 변화를 보이며 Fig. 15는  $98.10\text{N}\cdot\text{m}$ 일 때의 피크의 크기 변화를 보인다.

전달오차의 조화파 성분만을 추출하여 전체 전달오차의 dB를 계산하면 회전속도가 증가함에 따라 전달오차는 대체로 증가하게 된다. 그러나 토크가 증가하였다고 해서 전달오차가 반드시 증가하는 것은 아니고 이 경우 오히려 감소된 결과를 보인다. 이것은 이 기어계가  $98.10\text{N}\cdot\text{m}$  근처의 사용영역을 설정하여 치형수정을 한 결과라고 사료된다.

## 5. 결 론

본 연구는 헬리컬 기어계의 전달오차를 측정하기 위한 연구로써 실험 장치를 설계, 제작하여 여러 가지 실험을 수행하였다. 실험 방법으로는 접선방향 선형 가속도계를 사용하였으며 실험 변수로는 회전수와 토크를 변화시키면서 실험을 수행하였다.

(1) 전달오차의 맞물림 주파수 성분과 2차와 3차 조화파 성분이 주요 피크를 이루며 그 크기는 기어계의 고유진동수에 민감하게 반응하여 회전

수에 따라 그 성분이 변화하였다.

(2) 동적 전달오차의 3차 조화파 성분까지 추출하여 전체 동적 전달오차의 크기를 계산한 결과 회전 속도가 증가함에 따라 증가하나 토크의 증가에 대해서는 반드시 증가하지 않는다.

## 후 기

본 연구는 과학재단 지역대학 우수과학자 지원 연구(과제번호: R05-2002-000-00842-0) 지원으로 수행되었으며 관계자에게 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Welbourn, D.B., July 1979, "Fundamental Knowledge of Gear Noise - A Survey," *Proc. Noise & Vib. of Eng. and Trans., I. Mech. E.*, Cranfield, UK, pp. 9~14.
- (2) Harris, S.L., 1958, "Dynamic Loads on the Teeth of Spur Gears," *Proc. I. Mech. E.*, Vol. 172, No. 2, pp. 87~112.
- (3) Timms, C., Sharp, R., Hunter, O.R., and Ewing, D.K., 1959, "Single Flank Gear Tester," N.E.L. Report No. 227, East Kibride, Glasgow.
- (4) Gregory, R.W., Harris, S.L., and Munro, R.G., 1963, "A Method of Measuring Transmission Error in Spur Gears of 1:1 Ratio," *J. Sci. Instrum.*, Vol. 40, pp. 5~9.
- (5) Houser, D.R., Blankenship, G.W., 1989, "Methods for Measuring Gear Transmission Error Under Load and at Operating Speeds," SAE 891869.
- (6) Yakhou, K., Bourdon, A. and Play, D. 2000, "Prediction of Automotive Gearboxes Dynamic Behavior Part A: Experimental Validation of a Global Numerical Model," *Proc. of the 8th International Power Transmission and Gearing Conference*, Baltimore, USA, DETC2000/PTG-14428.
- (7) Kahraman, A. and Blankenship, G.W., 1996, "Gear Dynamic Experiments Part-I: Characterization of Forced Response," *Proc. of the 7th International Power Transmission and Gearing Conference*, San Diego, USA, pp. 373~380.

- (8) Munro, R.G., 1990, "A Review of the Theory and Measurement of Gear Transmission Error," *I. Mech. E.*, pp. 3~10.
- (9) Smith, J.D., and Echeverria-villagomez, J.S., 1990, "Comparing Encoder and Accelerometer Measurement of Transmission Error or Torsional Vibration," *I. Mech. E.*, pp. 43~49.
- (10) Kim, D.S., 2001, "A Study of the Transmission Error Measurement for the Helical Gears System," M.S. Thesis, Kangnung National University, Korea.
- (11) Park, C.I., Cho, D.H., 2002, "Transmission Error Analysis of Helical Gears in Consideration of Shaft and Bearing Deformation," *Trans. of KSME A*, Vol. 26, No. 10, pp. 2695~2702.
- (12) Park, C.I., Kim, D.S., 2002, "Transmission Error Analysis of the Helical Gears for the Elevator," *Trans. of KSME A*, Vol. 26, No. 12, pp. 2695~2702.
- (13) Smith, J.D., 1999, *Gear Noise and Vibration*, Marcel Dekker, Inc.