

자기부상 스테이지의 제어를 위한 모델링에 관한 연구

남택근[†] · 김용주^{*}

(원고접수일 : 2003년 7월 2일, 심사완료일 : 2003년 8월 11일)

A Study on the modeling for the control of magnetic levitation stage

Taek-Kun Nam[†] · Yong-Joo Kim^{*}

Key words : magnetic levitation stage(자기부상스테이지), high-precision control(초정밀제어), lagrange equation(라그랑제 방정식), co-energy(코에너지)

Abstract

In this paper, we addressed a modeling for the magnetic levitation stage. This planar magnetic levitator employs four permanent magnet liner motors. Each motor generates vertical force for suspension against gravity, as well as horizontal force for propulsion. Therefore, this stage can generate six degrees of freedom motion by the combination of forces. We derived a mechanical dynamics equation using Lagrangian method and electromechanical dynamics equation by using Co-energy method. Based on the derived dynamics, we can analyze the stage motion that is subject to the input currents and forces.

1. 서론

첨단 산업기술의 발달과 더불어 초정밀 위치결정기구의 중요성이 증대되고 있다. 이러한 초정밀 위치결정기구는 초정밀 가공, 광기구의 정밀한 정렬작업 및 반도체 생산라인에 투입되는 스테퍼용 스테이지(stage) 등에서 찾아 볼 수 있다. 특히 마이크로미터 이하의 정밀도를 가지는 위치결정기구는 NT (Nano-Technology)의 핵심요소기술로서 많은 분야에 걸쳐 다양한 파급효과를 기대할 수가 있다.

본 연구에서는 향후 스테퍼용 스테이지에 적용 가능한 초정밀 위치결정기구를 개발하고자 한다. 초정밀 위치결정기구의 구동방식으로는 크게 피에조 액츄에이터를 이용한 방식과 리니어 모터(linear motor) 및 공기베어링(Air bearing)을 적용한 방식으로 나눌 수 있다. 수 마이크로미터(μm)의 이동 변위를 가지는 피에조 액츄에이터는 고출력, 고정도의 특성을 가지고 있으나 이동변위의 제약을 가지는 단점이 있다. 또한 가장 일반적으로 이용되고 있는 리니어모터/공기베어링의 조합방식은 고속/고정도의 위치결정기구에 많이

[†] 책임저자(목포 해양대학교) E-mail:tknam@mmu.ac.kr, T : 061)240-7310

^{*} 한국전기연구원, E-mail:yikim@keri.re.kr, T : 055)280-1540

적용되고 있지만 가이드 및 부수적인 장치가 필요하게 되어 다(多) 자유도를 구현하기 위해서는 장치가 커지고 시스템이 복잡해지는 단점이 있다. 한편, 상기 구동방식들의 단점을 보완할 수 있는 방식으로서 자기부상방식에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 자기부상방식의 장점으로서 시스템의 구성에 따라 구동변위 조절이 가능하고 가이드 등이 필요 없는 비접촉식 구조로 입자 및 열 발생을 최소화 할 수 있다. 이러한 자기부상 스테이지와 관련된 연구로서 Tusda 등은 5자유도의 자기부상 시스템을 구성하여 마이크로미터급의 위치정밀도를 구현하였다⁽¹⁾. Busch는 반도체 장비의 검사용 프루브에 적용하기 위한 2자유도의 위치결정기구를 개발하였다⁽²⁾. Trumper⁽³⁾는 정밀한 자기베어링을 이용한 스테이지를 개발하여 포토리소그래피 (Photo-lithography)에 응용을 시도하였고 이 시도는 기존의 기계적인 베어링을 이용한 웨이퍼 스테이지를 대체할 자기부상방식 스테이지 연구의 시발점이 되었다. Kim⁽⁴⁾은 Trumper등의 연구에 연계하여 6자유도를 가지는 자기부상 스테이지에 대해 연구를 수행하였고 Holmes는 이동범위가 큰 스캐닝 스테이지를 개발하여 서브마이크로 급의 위치정밀도를 구현하고 있다⁽⁵⁾. 이상현⁽⁹⁾ 등은 4자유도의 자기 서스펜션 기구를 설계하고 선형화와 PID제어기를 적용하여 마이크로미터급의 위치제어를 행하였다.

본 연구에서는 Kim⁽⁴⁾이 제안한 방식의 자기부상 스테이지를 도입하여 실제 시스템의 설계 및 제작을 행하고 시스템의 제어성능평가에 필요한 전기적, 기계적 동역학 방정식을 도출하고 있다. Kim⁽⁴⁾은 뉴턴오일러(Newton-Euler) 방정식을 이용하여 기계적인 모델링을 행하고 있다. 아울러 전·자기학적인 해석에 의해 전기동역학 방정식을 도출하고 선형화된 모델에 대해 PID제어기(lead-lag compensator)를 설계하였다. 하지만 전기적인 모델링을 하기 위해 도입된 전·자기학적인 해석 과정이 복잡하고 난해하여 실제 응용에 있어서 실용적이지 못한 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해 Co-energy를 이용하여 전기동역학 방정식을 도출하고 시스템의 에너지에 근거한 라그랑제의 운동방정식을 이용하

여 기계동역학방정식을 도출하였다. 따라서 전기동역학방정식과 기계동역학 방정식을 결합하여 자기부상시스템 전체의 역학관계를 해석적인 방법으로 규명할 수 있는 운동방정식을 얻을 수 있었다. 도출된 운동방정식을 이용할 경우 제어목적에 부합하는 여러 가지의 제어알고리즘을 설계할 수 있으며, 또한 시스템의 운동을 나타낼 수 있는 모델링이 가능해 제어성능의 향상에 기여할 수 있을 것이다. 아울러 본 논문에서 도입한 Co-energy 방법은 전기동역학방정식의 입력전류와 출력 힘과의 관계를 표현하는 유용한 방법이며 다양한 전기기기의 전기적 동역학방정식의 도출에 활용가능하다.

2. 제어대상

자기부상 스테이지의 구성은 그림 1과 같이 4개의 리니어모터로 구성되어 있다. 각각의 리니어 모터는 수직방향과 수평방향으로 힘을 발생시킬 수 있으며 대각선 방향으로 마주보고 있는 두개의 모터가 수평방향으로 같은 방향의 힘을 낼 수 있게 되어 있다. 여기에서 수직방향은 z축, 수평방향은 x, y축으로 나타내며, I, III번 모터는 z축, x축 방향의 힘을 발생하고, II, IV번 모터는 z축 방향, y축 방향의 힘을 발생시키게 된다.

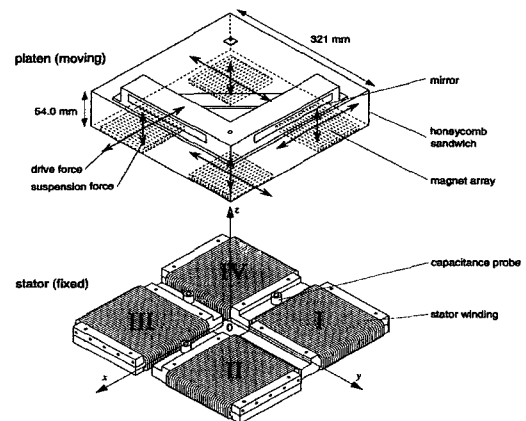


Fig. 1 Configuration of magnetic levitation stage⁽⁴⁾.

그림 2는 리니어모터(I, III번 모터)를 x-z평면에 대한 단면도로 나타내고 있다.

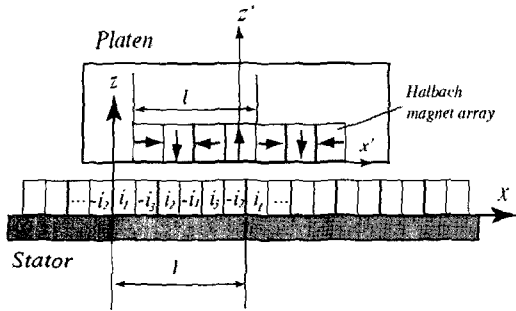


Fig. 2 Structure of the linear motor.

부상되는 플레튼(platen)에는 영구자석이 부착되어 있으며 고정자에는 3상의 권선이 부착되게 된다. 그림에서처럼 고정자 권선은 x축 방향으로 길이 l 만큼 주기적으로 배열되게 되며 각 상은 $\frac{l}{3}$, 즉 $\frac{2}{3}\pi$ 의 위상차를 가지게 된다. 플레튼의 영구자석은 Halbach array를 사용하며 그림에서와 같이 4개의 서로 다른 극 방향의 자석을 주기 l 이 되도록 배열한다.

3. 모델링

3.1 기계적 시스템 모델링

플레튼을 기계적으로 모델링 하기 위해서는 좌표계의 설정이 필요하며 설정된 좌표계는 그림 3과 같다.

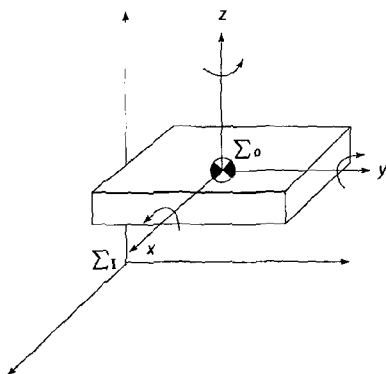


Fig. 3 Coordinates of an inertial and body frame.

좌표계의 명칭을 Inertial frame(Σ_1 , 고정자의 무게중심을 기준으로 하는 좌표계), Body frame(Σ_0 , 플레튼의 무게중심을 기준으로 하는 좌표계)으로 부르고, $\eta_1=[x, y, z]^T$, $\eta_2=[\phi, \theta, \psi]^T$ 는 각각 Inertial frame을 기준으로 하는 위치와 회전각을 의미하고 $\nu_1=[u, v, w]^T$, $\nu_2=[p, q, r]^T$ 는 각각 Body frame에서의 병진속도와 각속도를 나타낸다. 이하 모든 회전각은 오일러(Euler)각을 의미한다.

Inertial frame에 대한 병진 속도는

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)\nu_1 \tag{1}$$

과 같다. 단, J_1 은 z, y, x 축에 대해 ψ (yaw), θ (pitch), ϕ (roll) 순으로 회전 시에 얻어지는 변환행렬

$$J_1(\eta_2) = C_{z,\psi}^T C_{y,\theta}^T C_{x,\phi}^T \tag{2}$$

$$= \begin{pmatrix} c\psi c\theta - s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\theta s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{pmatrix}$$

이고 $C_{z,\psi}$, $C_{y,\theta}$, $C_{x,\phi}$ 는 다음과 같다.

$$C_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix},$$

$$C_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix}$$

단, c^*, s^* 는 각각 \cos^*, \sin^* 를 의미한다.

(1)로부터 Body frame에 대한 병진속도 $\nu_1 = J_1^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_1$ 를 얻을 수가 있고 J_1 은 스쿠대칭행렬(skew symmetric matrix) 즉, $J_1^{-1}(\eta_2) = J_1(\eta_2)^T$ 관계가 성립된다.

한편, Body frame에 대한 회전각속도는

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_2^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_2 \tag{3}$$

로 나타낼 수가 있고 (3)의 관계식은

$$\nu_2 = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_{x,\phi} \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \end{pmatrix} + C_{x,\phi} C_{y,\theta} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (4)$$

로부터 구할 수가 있다. 따라서 Body frame을 기준으로 하는 운동에너지는

$$T = \frac{1}{2} m \nu_1^T \nu_1 + \frac{1}{2} \nu_2^T H \nu_2 = \frac{1}{2} m \dot{\eta}_1^T (J_1^{-1})^T J_1^{-1} \dot{\eta}_1 + \frac{1}{2} \dot{\eta}_2^T (J_2^{-1})^T H J_2^{-1} \dot{\eta}_2 \quad (5)$$

와 같이 되고 위치에너지는

$$V = mgz \quad (6)$$

이다. 단, $H \in R^{3 \times 3}$ 는 관성텐서(Inertial tensor)를 나타낸다. (5), (6) 으로부터 시스템 전체의 Lagrangian은

$$L = T - V \quad (7)$$

가 얻어지므로 Lagrange의 운동방정식

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \mathbf{u}$$

을 이용하여 시스템의 운동방정식은 (8)과 같이 구할 수가 있다.

$$M \ddot{q} + h_1 + h_2(q, \dot{q}) = \mathbf{u} \quad (8)$$

단, $q = [x, y, z, \phi, \theta, \phi]^T$ 는 상태변수, $\mathbf{u} = [F_x, F_y, F_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$ 는 각 축 방향의 힘과 토크를 의미하는 입력벡터이다. $M \in R^{6 \times 6}$ 은 관성행렬, h_1 은 중력항(mg), h_2 는 플래튼의 비 선형항을 나타낸다.

3.2 전기적 시스템 모델링

모터의 전기적 동특성에 의한 모델은 패러데이 법칙으로 유도할 수 있다. 즉, 고정자에서 발생하는 쇄교자속이 시간에 따라 변할 때 쇄교자속의 시간에 대한 미분에 비례한 전압이 고정자 각 상의 권선에 유기된다. 그러므로 고정자 각 상에 인가되는 전압은 권선의 저항 양단에서의 전압강하와 쇄교자속의 시간에 따른 변화에 의해 유기되는 전압의 합으로 표시되므로 3상 모터의 상전압 방정식은 다음과 같다.

$$R_k i_k + \frac{d\lambda_k}{dt} = v_k \quad k=1, 2, 3 \quad (9)$$

단, v_k 는 i 번째 상에 인가되는 전압, R_k 는 권선 저항, i_k 는 상전류이다. λ_k 는 쇄교자속을 나타내며, k 번째 상의 전류와 플래튼과의 위치함수로 나타낼 수 있다. 제안된 모터에서는 수평 방향인 x 축 방향으로 권선과 자석이 길이 l 의 주기로 배열되어 있으므로 쇄교자속 역시 x 축의 방향에 대해서 주기가 l 인 함수로 볼 수 있다. 즉,

$$\lambda_k(i_k, x, y, z) = \lambda_k(i_k, x-l, y, z) \quad (10)$$

(10)과 연쇄법칙(chain rule)을 사용하면 (9)의 상전압 방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$R_k i_k + L_k(i_k, x, y, z) \frac{di_k}{dt} + E_{kx}(i_k, x, y, z) + E_{ky}(i_k, x, y, z) + E_{kz}(i_k, x, y, z) = v_k \quad (11)$$

(11)에서 L_k 는 상 인덕턴스, E_{kx} , E_{ky} , E_{kz} 는 k 상의 역기전력을 나타내며 쇄교자속 함수인 λ_k 와 연쇄법칙에 의하여 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\begin{aligned} L_k(i_k, x, y, z) &= D_k \lambda_k(i_k, x, y, z), \quad k=1, 2, 3. \\ E_{kx}(i_k, x, y, z) &= \dot{z} D_4 \lambda_k(i_k, x, y, z) \\ E_{ky}(i_k, x, y, z) &= \dot{y} D_5 \lambda_k(i_k, x, y, z) \\ E_{kz}(i_k, x, y, z) &= \dot{x} D_6 \lambda_k(i_k, x, y, z) \end{aligned} \quad (12)$$

단, \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} 는 위치 x , y , z 의 시간에 대한 미분을 나타내며, D_k 는 k 번째 성분에 대한 미분을 나타내는 편미분 연산자이다.

지금부터는 에너지 개념을 이용하여 모터의 발생 힘을 구하고자 한다. 권선 저항을 제외한 모터는 보존계(conservative system)이라고 가정할 수 있다. 이 경우 에너지 보존 법칙에 의하여 외부에서 모터에 전기적으로 인가되는 입력에너지 W_e 는 모터 내부의 자계에 축적되는 에너지 W_f 와 모터의 기계적인 출력에너지 W_m 의 합으로 표시되며 그 미분은

$$dW_e = dW_f + dW_m \quad (13)$$

이 된다. 한편 외부에서 권선에 입력되는 미소 입력 에너지 dW_e 는 $dW_e = e_1 i_1 dt + e_2 i_2 dt + e_3 i_3 dt$ 와 같이 나타낼 수 있고 e_k 는 k 번째 상의 권선에 유기되는 전압 $e_k = \frac{d\lambda_k}{dt}$, $k=1,2,3$ 을 의미한다. 따라서 dW_e 는

$$dW_e = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + i_3 d\lambda_3 \quad (14)$$

가 되고 모터의 기계적인 출력에너지의 변화 dW_m 은

$$dW_m = f_x dx + f_y dy + f_z dz \quad (15)$$

가 된다. 여기에서 f_x, f_y, f_z 는 전기적으로 발생하는 세 방향의 힘이다. 따라서 (13), (14), (15)에 의하여 자계에 저장되는 미소 에너지 dW_f 는 다음과 같이 된다.

$$dW_f = -(f_x dx + f_y dy + f_z dz) + i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + i_3 d\lambda_3 \quad (16)$$

Co-energy W_c 를 다음과 같이 정의한다.

$$W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z) = i_1 \lambda_1 + i_2 \lambda_2 + i_3 \lambda_3 - W_f \quad (17)$$

(16), (17)로부터

$$dW_c = d(i_1 \lambda_1) + d(i_2 \lambda_2) + d(i_3 \lambda_3) - dW_f \quad (18)$$

$$= \sum_{k=1}^3 \lambda_k di_k + f_x dx + f_y dy + f_z dz$$

이 얻어진다. (18)을 (0,0,0,0,0,0)에서 (i_1, i_2, i_3, x, y, z) 까지 적분하여 코에너지 W_c 를 구한다. 고정자권선에 의하여 생성되는 자계는 손실이 없는 보존계이므로 W_f 는 dW_f 를 적분할 경우 경로와 무관하게 시작점과 끝점의 상태에만 의존한다. 마찬가지로 코에너지 W_c 의 정의인 (17)에 의하여 W_c 역시 경로에 관계없이 끝점의 상태에 의존함을 알 수 있다. 그러므로 dW_c 의 적분경로를

$$(0,0,0,0,0,0) \rightarrow (0,0,0,x,y,z) \rightarrow (i_1,0,0,x,y,z) \\ \rightarrow (i_1,i_2,0,x,y,z) \rightarrow (i_1,i_2,i_3,x,y,z)$$

로 하여 적분하면

$$W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z) = \sum_{k=1}^3 \int_0^{i_k} \lambda_k(\eta, x, y, z) d\eta \quad (19)$$

가 얻어진다. W_c 는 i_1, i_2, i_3, x, y, z 의 함수이므로 연쇄법칙에 따라서 미분하고 그 결과를 (18)과 비교하면

$$0 = \{\lambda_1 - D_1 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} di_1 \\ + \{\lambda_2 - D_2 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} di_2 \\ + \{\lambda_3 - D_3 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} di_3 \\ + \{f_x - D_4 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} dx \\ + \{f_y - D_5 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} dy \\ + \{f_z - D_6 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z)\} dz \quad (20)$$

이 얻어진다. (20)은 임의의 i_1, i_2, i_3, x, y, z 에 대하여 성립해야하므로 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\lambda_k(i_k, x, y, z) = D_k W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z), \quad k=1,2,3 \\ f_x(i_1, i_2, i_3, x, y, z) = D_4 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z) \\ f_y(i_1, i_2, i_3, x, y, z) = D_5 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z) \\ f_z(i_1, i_2, i_3, x, y, z) = D_6 W_c(i_1, i_2, i_3, x, y, z) \quad (21)$$

따라서 (21)로부터 전기적으로 발생하는 힘을 구할 수 있으며 모터의 특성을 고려하여 보다 구체적인 방정식을 유도할 수 있다.

먼저, 3상의 구조는 동일하고 위상만 $2\pi/3$ 만큼 차이가 난다고 할 경우 각 상의 권선 저항은 동일하다고 할 수 있으므로

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \quad (22)$$

이 성립되고 1상의 쇄교자속을 λ 라고 하면 위상 차에 의하여 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\lambda_k(i, x, y, z) = \lambda(i, x - \frac{l}{3}(k-1), y, z), \quad k=1,2,3 \quad (23)$$

또한 쇄교자속은 주기가 l 인 주기함수이므로

$$\lambda(i, x-l, y, z) = \lambda(i, x, y, z) \quad (24)$$

가 성립된다. (24)에 의하여 자기 인덕턴스와 역기전력의 관계식 (12)는 λ 에 대하여

$$\begin{aligned}
 L_k(i_k, x, y, z) &= D_k \lambda(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z), k=1, 2, 3 \\
 E_{kx}(i_k, x, y, z) &= x D_4 \lambda(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z) \\
 E_{ky}(i_k, x, y, z) &= y D_5 \lambda(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z) \\
 E_{kz}(i_k, x, y, z) &= z D_6 \lambda(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z)
 \end{aligned} \tag{25}$$

과 같이 나타낼 수 있고 (19), (21)로부터 발생 힘 f_x, f_y, f_z 도 전기적으로 $\frac{2\pi}{3}$ 의 위상차를 가지는 힘의 합으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 f_x(i_1, i_2, i_3) &= \sum_{k=1}^3 F_{xe}(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z) \\
 f_y(i_1, i_2, i_3) &= \sum_{k=1}^3 F_{ye}(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z) \\
 f_z(i_1, i_2, i_3) &= \sum_{k=1}^3 F_{ze}(i_k, x - \frac{1}{3}(k-1), y, z)
 \end{aligned} \tag{26}$$

여기에서 F_{xe}, F_{ye}, F_{ze} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 F_{ze}(i, x, y, z) &= \int_0^i D_6 \lambda(\eta, x, y, z) d\eta \\
 F_{ye}(i, x, y, z) &= \int_0^i D_5 \lambda(\eta, x, y, z) d\eta \\
 F_{xe}(i, x, y, z) &= \int_0^i D_4 \lambda(\eta, x, y, z) d\eta
 \end{aligned} \tag{27}$$

다음으로 쇄교자속 λ 에 대해 살펴보도록 한다. 쇄교자속은 플레튼의 영구자석과 고정자의 전류에 의한 성분의 합으로 구성되며 이 두 성분간의 결합이 없다고 가정하면

$$\lambda(i, x, y, z) = \lambda_m(x, y, z) + \lambda_r(i, x, y, z) \tag{28}$$

과 같이 표현할 수 있다. 단, $\lambda_m(x, y, z)$ 은 1상에서 영구 자석에 의한 쇄교자속을 나타내고, $\lambda_r(x, y, z)$ 은 1상에 흐르는 전류에 의한 쇄교자속을 나타낸다. 영구 자석에 의한 쇄교자속은 플레튼이 높아질수록 크기는 줄어들 것이며, x 축 방향의 수평 이동에 따라 변화하므로 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$\lambda_m(x, y, z) = a(z) \lambda_a(x), \quad 0 < a(z) \leq 1 \tag{29}$$

여기서 $a(z)$ 는 $z \geq 0$ 에서 정의되는 C^2 함수이며, 단조 감소 함수이다. λ_a 는 임의의 실수에 대해 정의되는 C^2 함수이며, x 축에 대해서 주기가 l 인 함수이다.

모터의 자기회로에서 자기 포화가 일어나지 않은 경우 전류에 의한 쇄교자속은 전류와 선형 관계를 유지한다. 자기인덕턴스 L 은 플레튼의 위치에 의존하는데 플레튼과 전선은 모델에서 무한히 큰 것으로 가정하였으므로 수평 방향 이동에 대해서는 전류에 의한 자속의 자로가 변화하지 않게 되며, 수직으로 이동하는 경우에만 자속이 영향을 받게 된다. 그러므로 L 은 플레튼의 높이 z 에만 영향을 받는다고 할 수 있다. 그러므로 전류에 의한 자속은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_r(i, x, y, z) = L(z) i \tag{30}$$

여기서 $L(z)$ 는 $z \geq 0$ 에서 정의되는 C^2 함수다.

이제 (25)와 (28)~(30)을 이용하여 역기전력 함수 E_x, E_y, E_z 를 보다 구체적으로 구하면

$$\begin{aligned}
 E_x(i, x, y, z) &= \dot{x} a(z) g_a(x) \\
 E_y(i, x, y, z) &= 0 \\
 E_z(i, x, y, z) &= \dot{z} \left[\frac{da(z)}{dz} \{ \lambda_a(x) \} + \frac{dL(z)}{dz} i \right]
 \end{aligned} \tag{31}$$

이 얻어진다. 단, $g_a(x) = \frac{d\lambda_a(x)}{dx}$ 를 나타낸다. (31)에 의하여 상전압 방정식 (11)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 L(z) \frac{di_k}{dt} &= -Ri_k - E_x(i, x, \dot{x}, y, z) \\
 &\quad - E_y(i, x, y, \dot{y}, z) - E_z(i, x, y, z, \dot{z}) + v_k \\
 &= -Ri_k - \dot{z} \left[\frac{da(z)}{dz} \cdot \lambda_a(x - \frac{1}{3}(k-1)) + \frac{dL(z)}{dz} i_k \right] \\
 &\quad - \dot{x} a(z) g_a(x - \frac{1}{3}(k-1)) + v_k
 \end{aligned} \tag{32}$$

또한 (27)의 F_{xe}, F_{ye}, F_{ze} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F_{xe} &= a(z) g_a(x) i \\
 F_{ye} &= 0 \\
 F_{ze} &= \frac{da(z)}{dz} \lambda_a(x) i + \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} i^2
 \end{aligned} \tag{33}$$

여기서 $a(z) g_a(x) i$, $\frac{da(z)}{dz} \lambda_a(x) i$ 는 영구 자석에 의한 성분, $\frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} i^2$ 은 가변 자

기저항에 의한 성분에 해당한다. (26)과 (33)을 이용하여 x, y, z 세 방향 힘을 계산하면

$$\begin{aligned} f_x &= \sum_{k=1}^3 \alpha(z) g_a(x - \frac{l}{3}(k-1)) i_k \\ f_y &= 0 \\ f_z &= \sum_{k=1}^3 \left[-\frac{d\alpha(z)}{dz} \lambda_a(x - \frac{l}{3}(k-1)) i_k + \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} i_k^2 \right] \end{aligned} \quad (34)$$

과 같다.

3.3 d-q 변환

d-q 변환은 회전기에서 토크를 발생시키는 고정자의 전류성분을 분리하기 위해 도입된 것으로 삼각함수와 같은 비선형 항의 영향을 없앨 수 있어 모터 제어에 있어서 유용하게 이용되어지고 있다. 본 논문에서의 리니어모터는 부상력과 추진력의 힘을 발생시키므로 삼상 입력전류에 대한 두개의 직각성분의 힘을 독립적으로 제어하기 위해 d-q 변환을 도입한다.

우선 리니어 모터의 d-q축을 선정하는 방법은 그림 4와 같다. 플레튼의 z' 축을 d축으로 선정하면 전기적으로 위상이 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 앞서는 즉, x축 방향으로 $\frac{l}{4}$ 만큼 앞서는 곳이 q축이 된다.

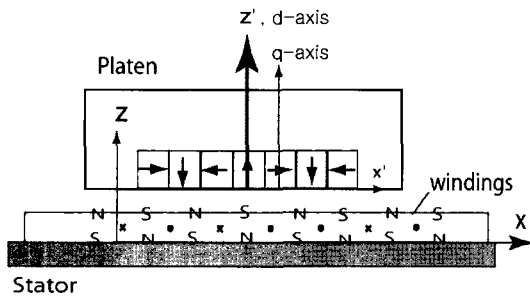


Fig. 4 Coordinates of d-q axis.

d-q 좌표계에서 고정자의 기준 좌표계로 변환하는 행렬은

$$T(x) = \begin{bmatrix} \cos \beta x & -\sin \beta x & 1 \\ \cos(\beta x - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\beta x - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\beta x + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\beta x + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{bmatrix}, \beta = \frac{2\pi}{l} \quad (35)$$

그리고 그 역행렬인 d-q좌표계로 변환하는 행렬은 다음과 같다.

$$T^{-1}(x) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta x & \cos(\beta x - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\beta x + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin \beta x & -\sin(\beta x - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\beta x + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

이제 위의 두 행렬을 이용하여 앞 절에서 사용한 주요 파라미터와 d-q변환된 파라미터의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_{abc} &= \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = T(x) \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{bmatrix} = T(x) V_{dq}^r \\ I_{abc} &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = T(x) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = T(x) I_{dq}^r \\ \Lambda_{abc} &= \begin{bmatrix} \lambda_a(x) \\ \lambda_a(x - \frac{l}{3}) \\ \lambda_a(x - \frac{2}{3}l) \end{bmatrix} = T(x) \begin{bmatrix} \lambda_{d1} \\ \lambda_{q1} \\ \lambda_{o1} \end{bmatrix} = T(x) \Lambda_{dq1}^r \quad (37) \\ G_{abc} &= \begin{bmatrix} g_a(x) \\ g_a(x - \frac{l}{3}) \\ g_a(x - \frac{2}{3}l) \end{bmatrix} = T(x) \begin{bmatrix} g_{d1} \\ g_{q1} \\ g_{o1} \end{bmatrix} = T(x) G_{dq1}^r \end{aligned}$$

(37)을 이용하여 전 절의 상 전압 방정식 (32)를 행렬식으로 변환하면

$$\begin{aligned} L(z) \dot{I}_{abc} &= V_{abc} - RI_{abc} \\ &- \dot{x} \left[\frac{d\alpha(z)}{dz} \Lambda_{abc} + \frac{dL(z)}{dz} I_{abc} \right] - \dot{x} G_{abc} \end{aligned} \quad (38)$$

이되고 (38)을 d-q변환하여 정리하면

$$\begin{aligned} T^{-1} L(z) \{ T(x) \dot{I}_{dq} + \dot{T}(x) I_{dq} \} & \\ - \dot{z} \left[\frac{d\alpha(z)}{dz} \Lambda_{abc} + \frac{dL(z)}{dz} I_{dq} \right] &- \dot{x} \alpha(z) G_{dq} \end{aligned} \quad (39)$$

가 얻어진다. (39)로부터 d-q축의 전압 방정식을 구하면

$$\begin{aligned} L(z) \frac{di_d}{dt} &= v_d - Ri_d - \dot{z} \left(\frac{d\alpha(z)}{dz} \lambda_{d1}(x) \right) \\ &+ \frac{dL(z)}{dz} i_d - \dot{x} \alpha(z) g_{d1}(x) + \frac{2\pi}{l} L(z) \dot{x} i_q \\ L(z) \frac{di_q}{dt} &= v_q - Ri_q - \dot{z} \left(\frac{d\alpha(z)}{dz} \lambda_{q1}(x) \right) \\ &+ \frac{dL(z)}{dz} i_q - \dot{x} \alpha(z) g_{q1}(x) - \frac{2\pi}{l} L(z) \dot{x} i_d \end{aligned} \quad (40)$$

이 된다. 발생 힘(34)에 대해서도 행렬식으로 나타내어 d-q 변환하면

$$\begin{aligned} f_z &= \frac{d\alpha(z)}{dz} \Lambda_{abc}^T I_{abc} + \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} I_{abc}^T I_{abc} \\ &= \frac{d\alpha(z)}{dz} \Lambda_{dq}^T I_{dq} + \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} I_{dq}^T I_{dq} \quad (41) \\ f_x &= \alpha(z) G_{abc}^T I_{abc} \\ &= \alpha(z) G_{dq}^T I_{dq} \end{aligned}$$

이 되고, (37)을 (41)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} f_z &= \frac{3}{2} \left[\frac{d\alpha(z)}{dz} \lambda_{a1}(x) i_d + \frac{d\alpha(z)}{dz} \lambda_{a1}(x) i_q \right] \\ &\quad + \frac{3}{4} \frac{dL(z)}{dz} (i_d^2 + i_q^2) \quad (42) \\ f_x &= \frac{3}{2} \alpha(z) [g_{a1}(x) i_d + \alpha(z) g_{a1}(x) i_q] \end{aligned}$$

가 얻어진다.

여기에서 (28)~(30)에서 언급한 쇄교자속의 조건을 만족시키는 가정을 다음과 같이 도입한다.

가정 1. L 은 상수이다.

가정 2. $\lambda_m = \alpha(z) \lambda_a(x) = C_0 e^{(-\frac{2\pi}{l} z)} \cos(-\frac{2\pi}{l} x)$

단, C_0 는 모터의 설계 파라미터와 관련된 상수이다.

가정 1, 2와 d-q 변환에 의하여 상전압 방정식과 발생힘 식을 표현하면 상전압 방정식 (40)은

$$\begin{aligned} L \dot{i}_d &= v_d - R i_d + \dot{z} C_1 e^{(-\frac{2\pi}{l} z)} + \frac{2\pi}{l} L \dot{x} i_q \quad (43) \\ L \dot{i}_q &= v_q - R i_q + \dot{x} C_1 e^{(-\frac{2\pi}{l} z)} - \frac{2\pi}{l} L \dot{x} i_d \end{aligned}$$

으로 나타낼 수 있다. 단, $C_1 = -C_0 \cdot \frac{2\pi}{l}$ 이다.

발생힘 (42) 또한

$$\begin{aligned} f_z &= \frac{3}{2} C_1 e^{(-\frac{2\pi}{l} z)} i_d \quad (44) \\ f_x &= \frac{3}{2} C_1 e^{(-\frac{2\pi}{l} z)} i_q \end{aligned}$$

와 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

3.4 모터의 발생 힘과 전체 합력, 토크사이의 관계

플래튼은 4개의 모터로부터 8개의 힘을 받는다.

즉, 그림 1에서 I, III번 모터는 z축과 x축 방향, II, IV번 모터는 z축과 y축 방향으로 힘을 발생시킨다. 따라서 모터에서 발생하는 8개의 힘과 6자유도의 운동을 구현하는 힘과 토크 ($F_x, F_y, F_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$)와의 관계를 명확하게 나타내야 한다. 그림 5는 각 모터에서 발생된 힘의 플래튼에서의 합력과 토크와의 관계를 나타내고 있다.

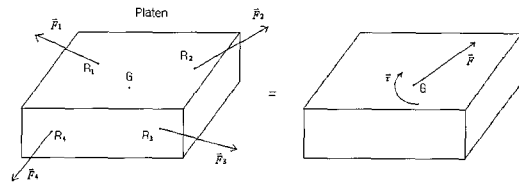


Fig. 5 The relation between forces and torque on the platen.

그림 1의 모터의 배열에 따라 각각의 모터가 발생시키는 힘은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= \begin{bmatrix} f_{1x} \\ 0 \\ f_{1z} \end{bmatrix}_{XYZ}, \quad \vec{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2y} \\ f_{2z} \end{bmatrix}_{XYZ} \\ \vec{F}_3 &= \begin{bmatrix} f_{3x} \\ 0 \\ f_{3z} \end{bmatrix}_{XYZ}, \quad \vec{F}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{4y} \\ f_{4z} \end{bmatrix}_{XYZ} \quad (45) \end{aligned}$$

단, XYZ는 Σ_I 를 기준으로 한 좌표계를 나타낸다. (45)에 의하여 전체합력은 다음과 같다.

$$F = \sum_{i=0}^4 \vec{F}_i = \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix}_{XYZ} = \begin{bmatrix} f_{1x} + f_{3x} \\ f_{2y} + f_{4y} \\ \sum_{i=0}^4 f_{iz} \end{bmatrix}_{XYZ} \quad (46)$$

Σ_O (Body frame)기준 좌표계에서 i번 제 모터의 힘의 작용점의 위치를 나타내는 벡터를

$$\vec{R}_{i'xyz} = [x_i \ y_i \ z_i]_{x'y'z'}^T, \quad i=1,2,3,4 \quad (47)$$

로 하면 각각의 모터가 플래튼에 가하는 토크는

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= (J_1)^{-1}(\overrightarrow{R_1}_{x'y'z'} \times \overrightarrow{f_1}_{x'y'z'}) \\
&= \begin{bmatrix} b_1 f_{1z} \\ c_1 f_{1x} - a_1 f_{1z} \\ -b_1 f_{1x} \end{bmatrix}_{XYZ} \\
\tau_2 &= (J_1)^{-1}(\overrightarrow{R_2}_{x'y'z'} \times \overrightarrow{f_2}_{x'y'z'}) \\
&= \begin{bmatrix} b_2 f_{2z} - c_2 f_{2y} \\ -a_2 f_{2z} \\ a_2 f_{2y} \end{bmatrix}_{XYZ} \\
\tau_3 &= (J_1)^{-1}(\overrightarrow{R_3}_{x'y'z'} \times \overrightarrow{f_3}_{x'y'z'}) \\
&= \begin{bmatrix} b_3 f_{3z} \\ c_3 f_{3x} - a_3 f_{3z} \\ -b_3 f_{3x} \end{bmatrix}_{XYZ} \\
\tau_4 &= (J_1)^{-1}(\overrightarrow{R_4}_{x'y'z'} \times \overrightarrow{f_4}_{x'y'z'}) \\
&= \begin{bmatrix} b_4 f_{4z} - c_4 f_{4y} \\ -a_4 f_{4z} \\ a_4 f_{4y} \end{bmatrix}_{XYZ}
\end{aligned} \tag{48}$$

로 주어진다. 각각의 모터에 의해 발생하는 전체토크는 (48)로부터

$$\begin{aligned}
\vec{\tau} &= \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}_{XYZ} \\
&= \sum_{i=1}^4 \tau_i = \begin{bmatrix} b_1 f_{1z} + b_2 f_{2z} + b_3 f_{3z} + b_4 f_{4z} - c_2 f_{2y} - c_4 f_{4y} \\ c_1 f_{1x} + c_3 f_{3x} - a_1 f_{1z} - a_2 f_{2z} - a_3 f_{3z} - a_4 f_{4z} \\ a_2 f_{2y} + a_4 f_{4y} - b_1 f_{1x} - b_3 f_{3x} \end{bmatrix}_{XYZ}
\end{aligned} \tag{49}$$

이 된다. 여기서 $[a_i, b_i, c_i]^T$ 는 $\overrightarrow{R_i}_{XYZ}$ 즉 $\overrightarrow{R_i}_{x'y'z'}$ 을 Σ_I (Inertial frame)좌표계에서 나타낸 것이다.

$$\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix}_{XYZ} = (J_1)^{-1} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}_{x'y'z'} \tag{50}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta x_i + (-\sin \phi \cos \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \phi) y_i \\ + (\sin \phi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \cos \phi) z_i \sin \phi \cos \theta x_i \\ + (\cos \phi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \phi) y_i + (-\cos \phi \sin \phi \\ + \sin \phi \sin \theta \cos \phi) z_i - \sin \theta x_i + \cos \theta \sin \phi y_i \\ + (\cos \theta \cos \phi) z_i \end{bmatrix}_{x'y'z'}$$

(46), (49)로부터 4개의 모터가 플래튼에 가하는 힘과 전체 합력, 토크사이의 관계는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & b_1 & -c_2 & b_2 & 0 & b_3 & -c_4 & b_4 \\ c_1 & -a_1 & 0 & -a_2 & c_3 & -a_3 & 0 & -a_4 \\ -b_1 & 0 & a_2 & 0 & -b_3 & 0 & -a_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1z} \\ f_{2y} \\ f_{2z} \\ f_{3x} \\ f_{3z} \\ f_{4y} \\ f_{4z} \end{bmatrix} \\
&:= C \begin{bmatrix} f_{1y} \\ f_{1z} \\ f_{2x} \\ f_{2z} \\ f_{3y} \\ f_{3z} \\ f_{4x} \\ f_{4z} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{51}$$

3.5 제어알고리즘의 설계지침

이상과 같이 유도된 기계적, 전기적 동역학 방정식에 대하여 제어기를 설계하는 수순은 다음과 같다.

- ① (8)의 상태변수를 원하고자 하는 목적위치로 이동시키기 위한 힘과 토크($u = [F \ \tau]^T$)를 구한다. 필요한 힘과 토크를 구하는 데 있어서 피드백 선형화 제어기 및 비 선형제어기를 적용할 수 있다.
 - ② ①에서 구한 힘 및 토크와 (51)을 이용하여 각 모터에서 발생하여야 할 힘($f_{1x} \sim f_{4z}$)을 구한 후 (44)로부터 이러한 힘을 발생시키는 전류(i_d, i_q)를 구한다.
 - ③ 원하고자 하는 전류를 발생하는 전압(v_d, v_q)을 (43)으로부터 구한다. 이 과정에서는 전류제어기를 적용하게 된다.
 - ④ ③에서 구해진 전압에 대해 d-q역변환을 이용하여 입력전압 v_{abc} 를 구한다.
- 제어기 설계 수순 ① 및 ③에 있어서의 구체적인 알고리즘에 대해서는 별도의 지면에서 논의하고자 한다.

4. 결 론

본 논문에서는 자기부상 스테이지의 정밀한 위치제어를 위하여 플래튼의 기계적인 모델링 및 고정자의 전기동역학 방정식을 유도하였다. 시스템의 에너지에 근거한 라그랑주의 운동방정식을 이

용하여 플레튼의 기계적인 모델링을 행하였고 Co-energy를 적용하여 고정자의 전기동역학 방정식을 도출하였다. 기계·전기 동역학 방정식을 도출하여 자기부상 시스템의 입력에 대한 출력의 역학관계를 해석적인 방법으로 고찰할 수가 있게 되었다. 본 논문에서 적용한 Co-energy는 전기동역학 방정식의 입력전류와 힘을 표현하는 유용한 방법이며 다양한 전기기기의 동역학 방정식을 도출하는데 있어서 유용한 도구라고 할 수 있다.

참고문헌

- [1] M. Tsuda, T. Higuchi and S. Fujiwara, "Magnetic Levitation Servo for Flexible Assembly Automation", The International Journal of Robotics Research, vol. 11, no. 4, pp. 329-345, 1992.
- [2] I. J. Busch-Vishniac, "Magnetically Levitated, Automated, Contact Analytical Probe Tool", Journal of IEEE Trans. on Semiconductor Manufacturing, vol. 8, no. 1, pp. 72-78, 1995.
- [3] D. L. Trumper et al, "Precision Magnetic Suspension Linear Bearing", in NASA International Symposium on Magnetic Suspension Technology, pp. 89-103, 1991.
- [4] W. J. Kim, "High-Precision Planar Magnetic Levitation", Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [5] M. L. Holmes, R. Hocken and D. L. Trumper, "The Long Lunge Scanning Stage: a Novel Platform for Scanned Probe Microscopy", Precision Engineering, vol. 24, no. 3, pp. 191-209, 2000.
- [6] R. L. Hollis and S. E. Salcudean, "Lorentz Levitation Technology: a New Approach to Fine Motion Robotics, Teleoperation, Haptic Interface and Vibration Isolation", Proc. of 5th International Symposium on Robotics Research, 1993.
- [7] J. R. Melcher, "Continuum Electromechanics", MIT Press, 1981.
- [8] S. Mittal, C. H. Menq, "Precision Motion Control of a Magnetic Suspension Actuator using a Robust Nonlinear Compensation Scheme", IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, vol. 2, no. 4, pp. 268-219, 1996.
- [9] 이상현, 백운수, "4자유도 비 접촉 자기 서스펜션 기구의 설계 및 제어", 대한기계학회논문집 A권, 제 27권, 제6호, pp. 871-878, 2003.

저 자 소 개



남택근 (南澤謹)

1968년 10월 20일생. 2001년 일본 동경공업대학 대학원 졸업(공학박사). 2002-2003년 한국전기연구원 기기제어응용그룹 선임연구원. 현재 목포해양대학교 기관시스템 공학부 전임강사.



김용주 (金容柱)

1953년 11월 12일생. 1975년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1987년 미국 Rensselaer Polytechnic Institute(R.P.I) 대학원 졸업(공학박사). 현재 한국전기연구원 기기제어응용그룹 그룹장(책임연구원).